

8.1 INTRODUÇÃO

Na teoria das estruturas, consideram-se elementos de superfície aqueles em que uma dimensão, usualmente chamada espessura, é relativamente pequena em face das demais, podendo receber as seguintes denominações (

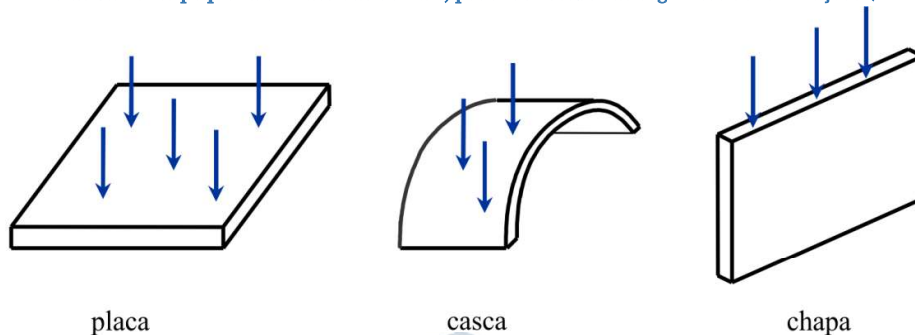


Figura 8.1):

- placas: elementos de superfície plana sujeitos principalmente a ações normais ao seu plano;
- cascas: elementos de superfície não plana; e
- chapas: elementos de superfície plana sujeitos principalmente a ações contidas em seu plano.

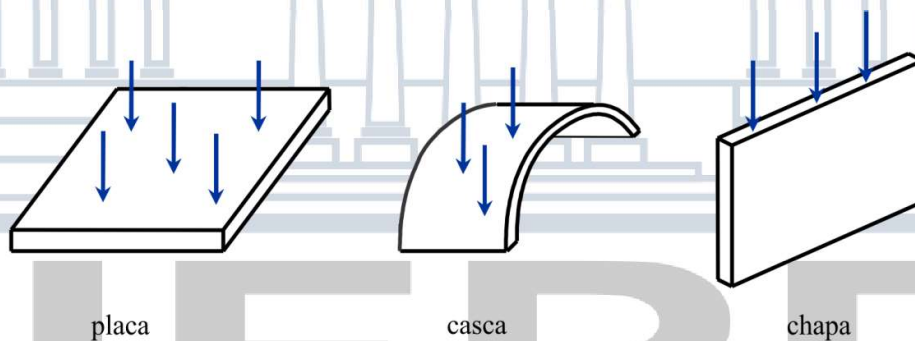
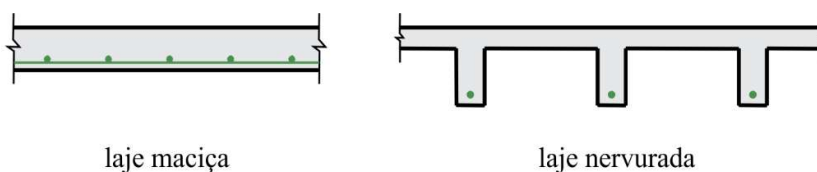


Figura 8.1 – Estruturas laminares

As lajes maciças de concreto armado constituem estruturas laminares, tipo placa. Em casos especiais, onde se requer lajes com maior rigidez (maior altura), pode-se fazer uso de lajes nervuradas (



Figura 8.2).



⁹ Este capítulo é uma cópia adaptada da publicação LAJES USUAIS DE CONCRETO ARMADO de Roberto Dalledone Machado.

Figura 8.2 – Lajes maciças e nervuradas

Quando for desejado que a superfície inferior das lajes nervuradas se torne contínua e plana, fecham-se os vazios com elementos inertes

(tijolos, blocos vazados de concreto, isopor, etc.), como mostrado na



Figura 8.3. Esta laje é denominada mista.

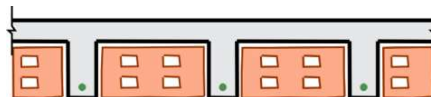


Figura 8.3 – Lajes mistas

As lajes que se apóiam diretamente sobre pilares são denominadas lajes lisas e as lajes que se apóiam sobre pilares com capitéis denominam-se lajes cogumelo.

Neste Capítulo somente serão abordadas as lajes maciças apoiadas em vigas.

8.2 VÃOS EFETIVOS DE LAJES

Segundo a ABNT NBR 6118, item 14.7.2.2, quando os apoios puderem ser considerados suficientemente rígidos quanto à translação

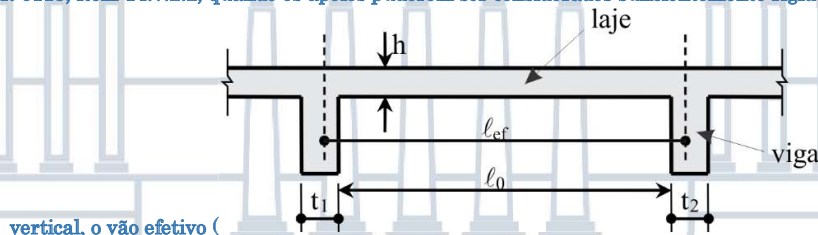


Figura 8.4) deve ser calculado pela seguinte expressão:

$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2$$

Equação 8.1

com

$$a_1 = \min \begin{bmatrix} 0,5t_1 \\ 0,3h \end{bmatrix}$$

$$a_2 = \min \begin{bmatrix} 0,5t_2 \\ 0,3h \end{bmatrix}$$

onde:

- l_{ef} vão efetivo da laje;
- l_0 distância entre faces de dois apoios (vigas) consecutivos;
- t comprimento do apoio paralelo ao vão da laje analisada;
- h espessura da laje.

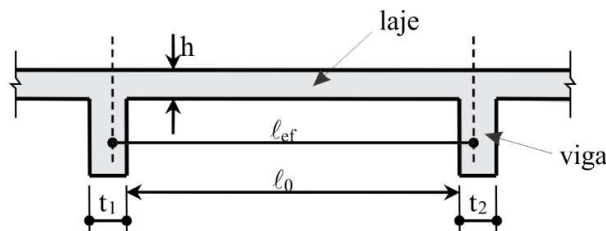
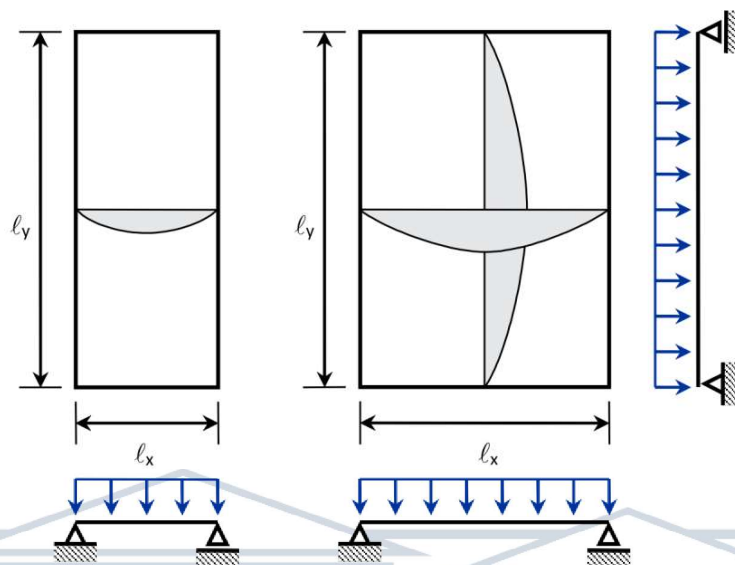


Figura 8.4 – Vão efetivo de laje



As lajes maciças de concreto armado (

Figura 8.5) podem apresentar:

- curvatura em uma só direção; ou
- curvaturas em duas direções ortogonais.

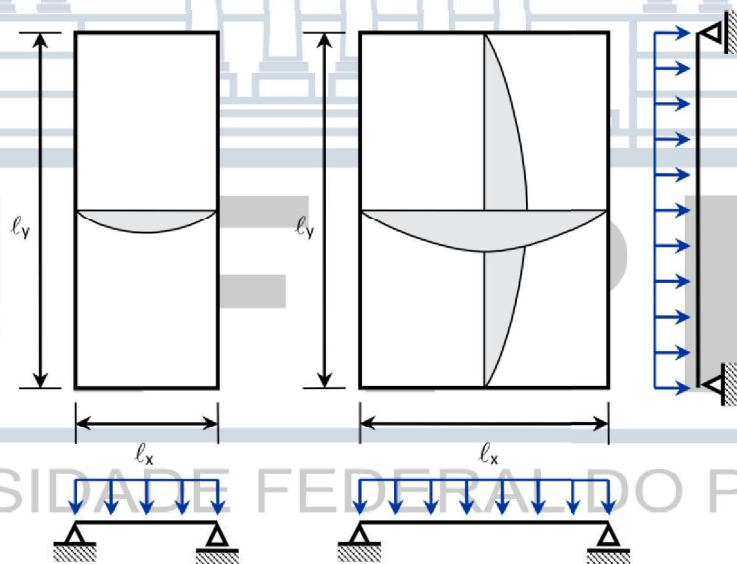


Figura 8.5 – Curvaturas de lajes

Quando a laje apresenta curvatura em uma só direção, seu comportamento é idêntico ao de uma viga de larga base e pouca altura. As lajes com curvaturas em duas direções ortogonais têm comportamento de placa.

As lajes com curvatura em uma só direção são apoiadas nas bordas perpendiculares ao eixo da curvatura, ao passo que as lajes com curvaturas em duas direções ortogonais são apoiadas em todo seu contorno (

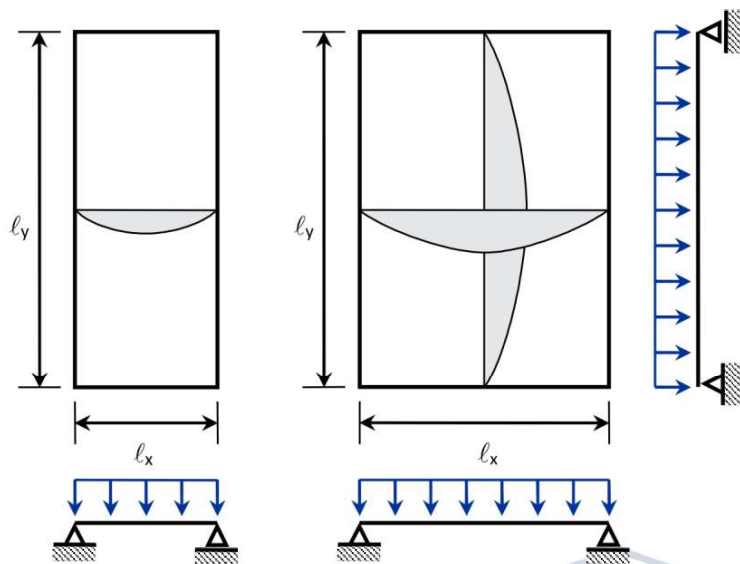


Figura 8.5).

Quando a relação entre o vão maior (l_y) e vão menor (l_x) superar dois, a critério do projetista, a curvatura na direção do vão maior pode ser desprezada. Nesta condição somente a curvatura (esforços) na direção do vão menor será considerada.

As lajes consideradas como de curvatura em uma só direção são também chamadas lajes armadas em uma só direção. As de curvaturas em duas direções ortogonais são denominadas armadas em duas direções (

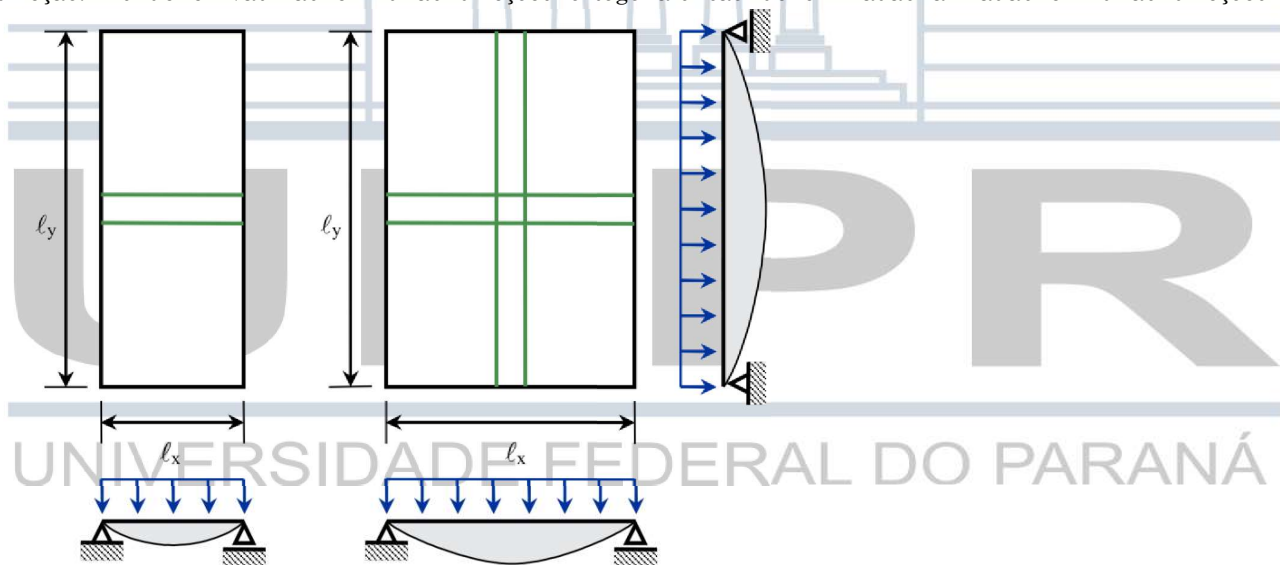


Figura 8.6).

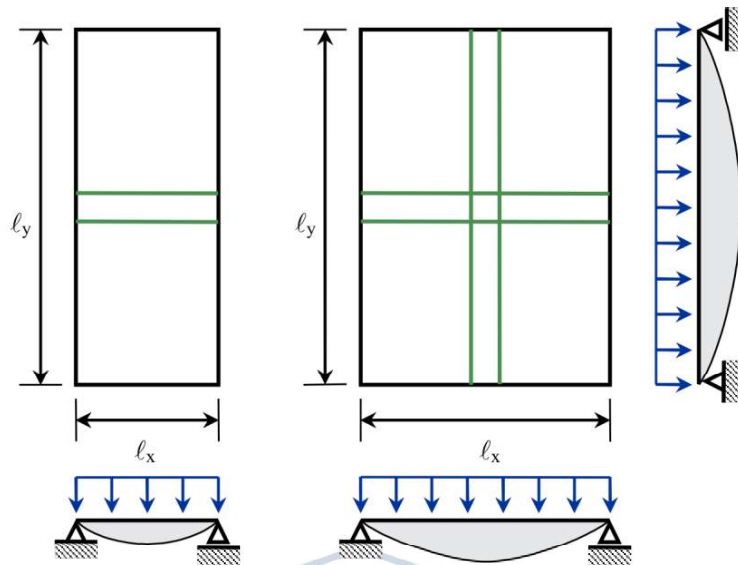


Figura 8.6 – Lajes armadas em uma ou duas direções

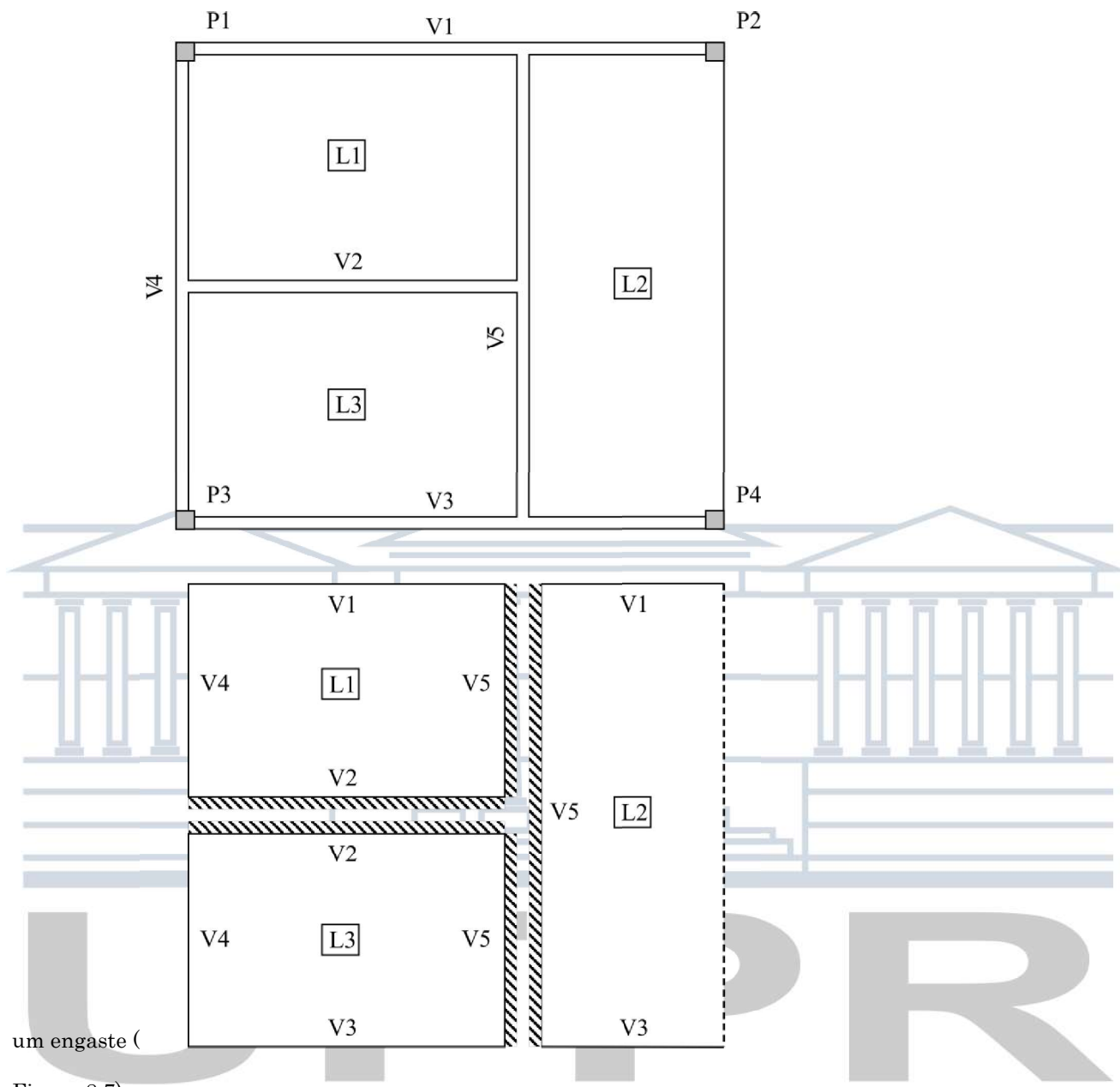
8.4 LAJES CONTÍNUAS

Assim como as vigas, as lajes apresentam, também, condições de continuidade. Desta forma os apoios podem ser:

- apoio simples, onde a extremidade da laje é considerada rotulada, transmitindo à viga suporte somente cargas verticais (reação de apoio);
- apoio contínuo, onde duas lajes contíguas transmitem somente cargas verticais (reação de apoio) para a viga suporte; e
- borda livre, onde a extremidade da laje é considerada em balanço.

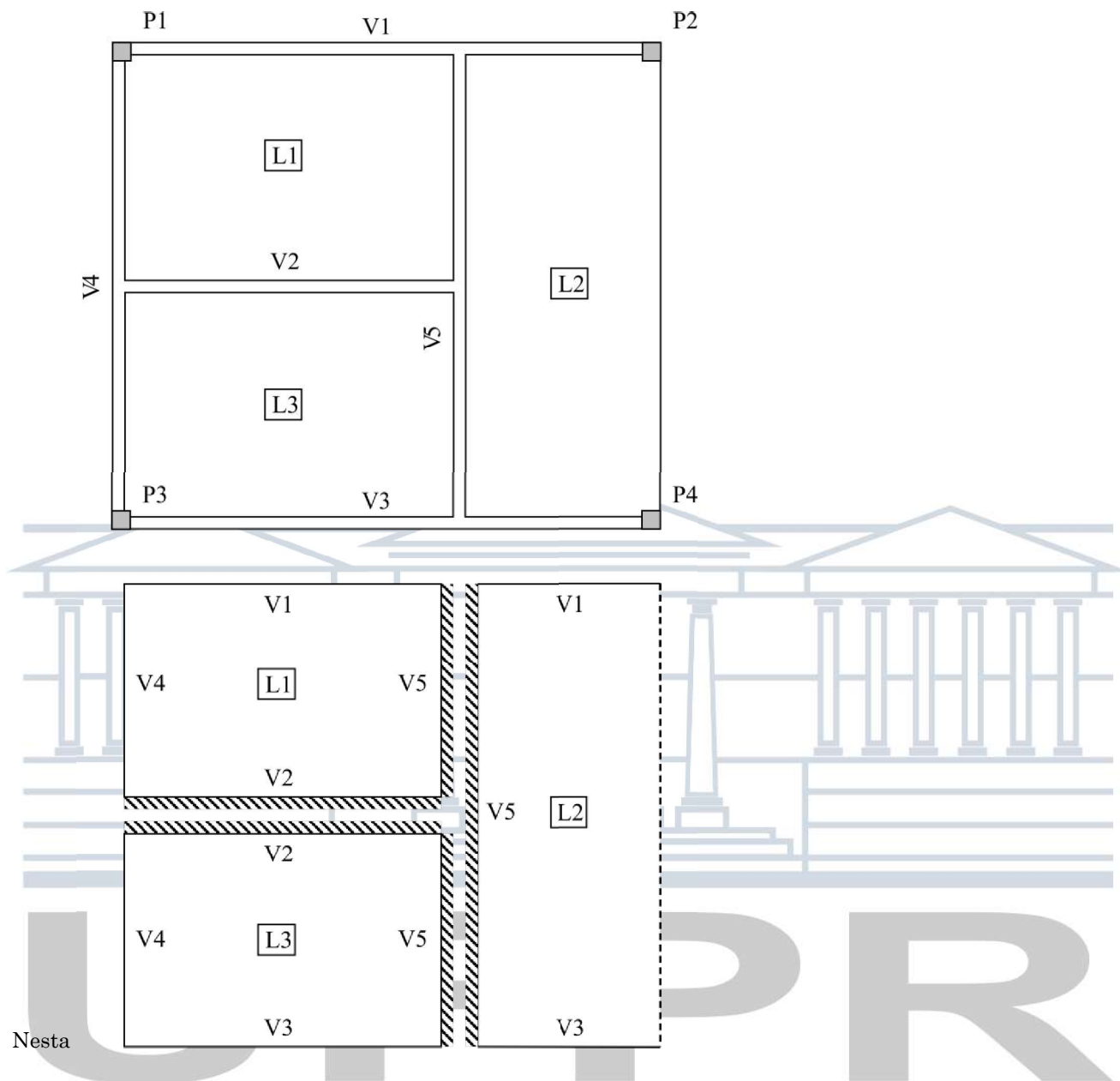
A consideração de apoios simples em lajes de extremidade evita que sejam transmitidos momentos torçores para as vigas suportes.

Na determinação dos esforços de um painel de laje, é prática comum considerar as lajes isoladamente. Como em regiões de continuidade de lajes existe momento negativo, este pode ser representado, nas lajes isoladas, por



um engaste (

Figura 8.7).



Nesta

Figura 8.7,

- o apoio simples é representado por uma linha contínua;
- o engaste é representado pela hachura; e
- a borda livre é representada por uma linha tracejada.

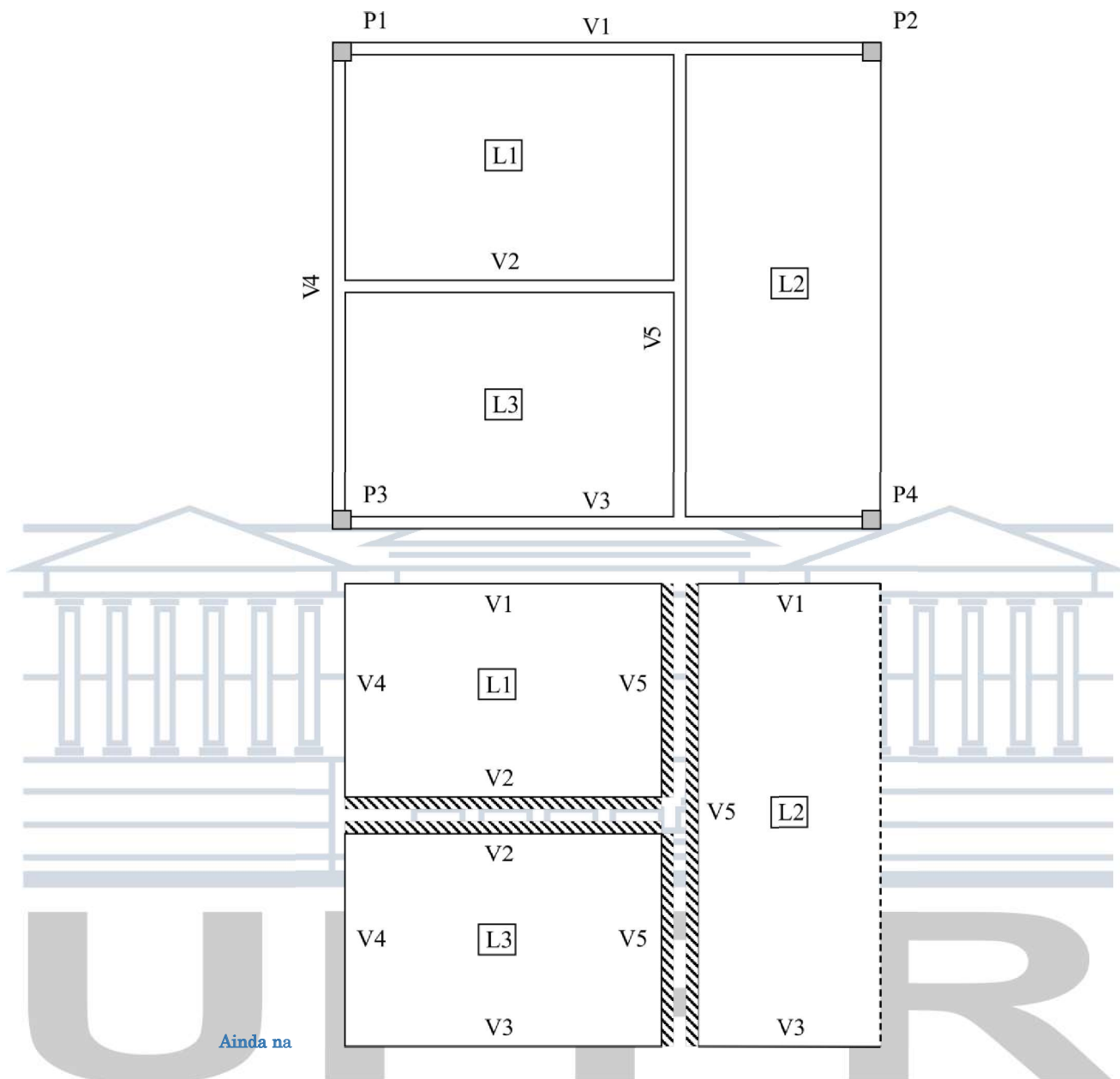


Figura 8.7,

- a laje L1 é considerada simplesmente apoiada nas vigas V1 e V4, contínua na direção da laje L2 (apoiada sobre a V5) e contínua na direção da laje L3 (apoiada sobre a V2);
- a laje L2 é considerada simplesmente apoiada nas vigas V1 e V3, contínua na direção das lajes L1 e L3 (apoiada sobre a V5) e com uma borda livre; e
- a laje L3 é considerada simplesmente apoiada nas vigas V3 e V4, contínua na direção da laje L1 (apoiada sobre a V2) e contínua na direção da laje L2 (apoiada sobre a V5).

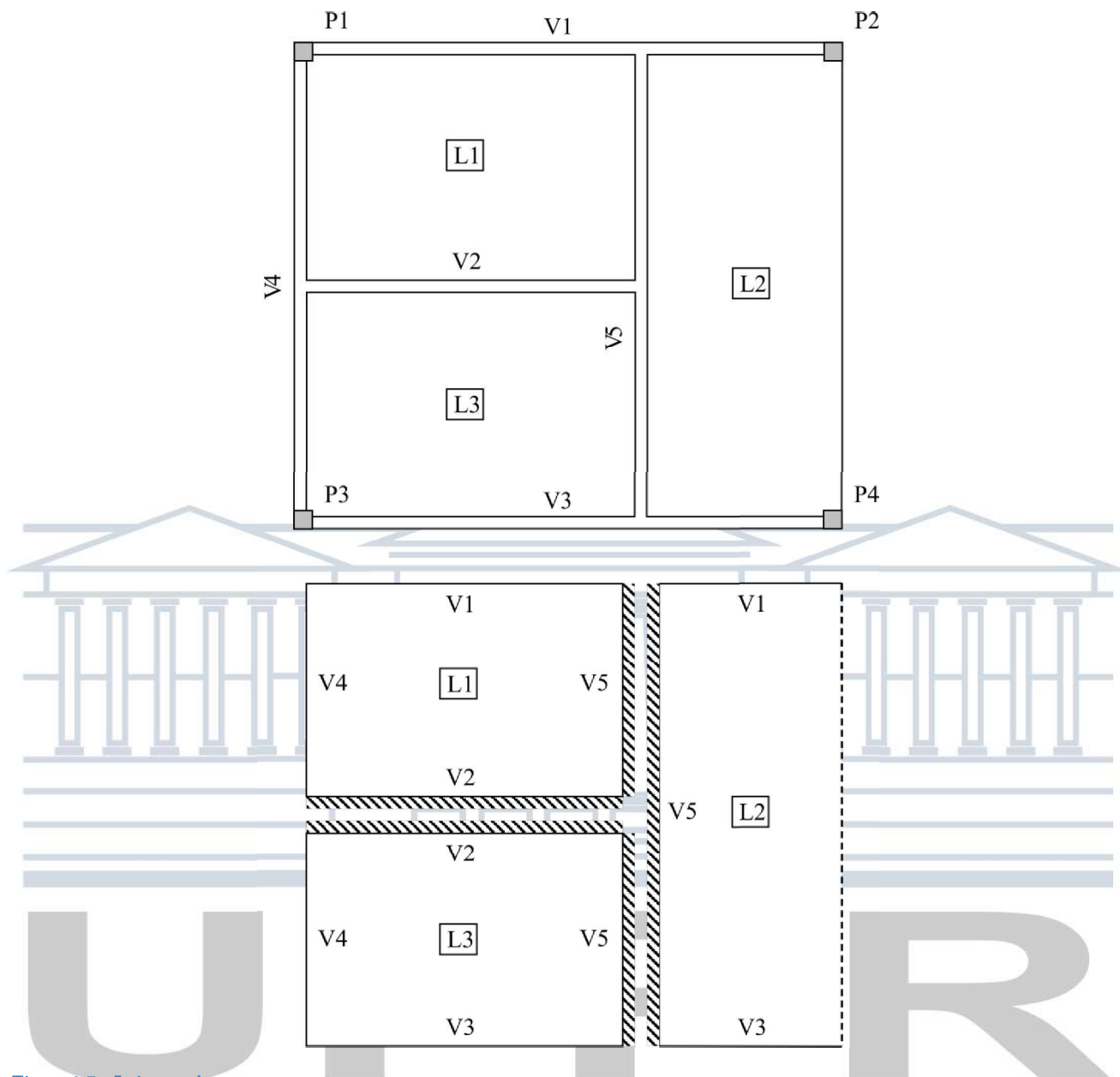


Figura 8.7 – Lajes contínuas

Quando sobre um apoio comum, duas lajes contíguas apresentarem diferentes dimensões, considera-se o engaste no vão maior se este for igual ou superior a $\frac{2}{3}$ do vão menor (Figura 8.8).

Deve ser observado na Figura 8.8 que a laje L1 deverá sempre ser considerada como engastada na direção da laje L2.

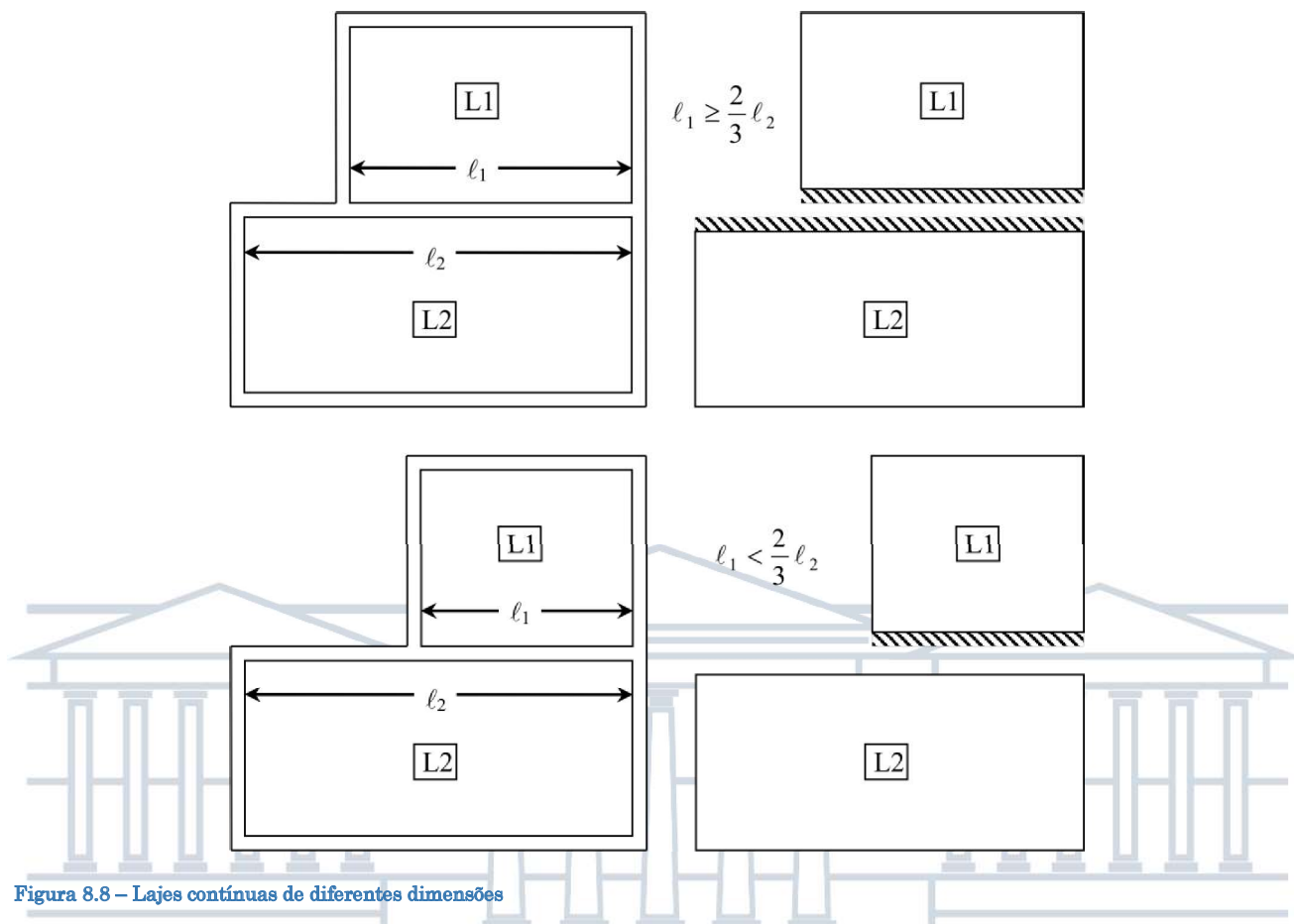


Figura 8.8 – Lajes contínuas de diferentes dimensões

8.5 ESPESSURA DE LAJES

A fixação da espessura das lajes deve atender às exigências dos esforços solicitantes (momento fletor e força cortante) para o estado limite último, bem como às verificações do estado limite de serviço (flechas, vibrações, fissuração, etc).

Segundo a ABNT NBR 6118, item 13.2.4.1, nas lajes maciças devem ser respeitados os seguintes limites mínimos para as espessuras:

- 5 cm para lajes de cobertura não em balanço;
- 7 cm para lajes de piso ou de cobertura em balanço;
- 10 cm para lajes que suportem veículos de peso total menor ou igual a 30 kN; e
- 12 cm para lajes que suportem veículos de peso total maior que 30 kN.

8.6 CARGAS ATUANTES NAS LAJES

As cargas atuantes nas lajes podem ser:

- permanentes, devidas ao peso próprio, contra-piso, revestimento, paredes, etc.; e
- acidentais, decorrentes das condições de uso da laje (residência, escritório, escola, biblioteca, etc.).

8.6.1 CARGAS PERMANENTES

Segundo a ABNT NBR 6120, os pesos específicos dos materiais de construção que eventualmente possam constituir carregamento em lajes podem ser tomados como sendo:

argamassa de cal, cimento e areia	19,0 kN/m ³
argamassa de cimento e areia	21,0 kN/m ³

argamassa de gesso	12,5 kN/m ³
reboco	20,0 kN/m ³
concreto simples	24,0 kN/m ³
concreto armado	25,0 kN/m ³

O carregamento atuante na laje (peso por unidade de área) é dado pela expressão:

$$g = \gamma_{\text{mat}} h \quad \text{Equação 8.2}$$

onde:

g carga permanente uniformemente distribuída, geralmente em kN/m²;
 γ_{mat} peso específico do material, geralmente em kN/m³; e
h espessura do material, geralmente em m.

Para materiais de acabamento ou coberturas, podem ser adotados os seguintes valores, considerando pesos por unidade de área:

cerâmica	0,70 kN/m ²
tacos	0,65 kN/m ²
cobertura de telhas francesas (com vigamento)	0,90 kN/m ²
cobertura de telhas coloniais (com vigamento)	1,20 kN/m ²
cobertura de fibro-cimento (com vigamento)	0,30 kN/m ²
cobertura de alumínio (com vigamento)	0,16 kN/m ²

8.6.2 CARGAS ACIDENTAIS

A ABNT NBR 6120 apresenta uma série de valores que podem ser assumidos para as cargas acidentais que venham a constituir carregamento em lajes. Alguns valores são reproduzidos a seguir:

arquibancadas	4,0 kN/m ²
---------------------	-----------------------

bibliotecas

sala de leitura	2,5 kN/m ²
sala para depósito de livros	4,0 kN/m ²
sala com estantes	6,0 kN/m ²

cinemas

platéia com assentos fixos	3,0 kN/m ²
estúdio e platéia com assentos móveis	4,0 kN/m ²
banheiro	2,0 kN/m ²

corredores

com acesso ao público	3,0 kN/m ²
sem acesso ao público	2,0 kN/m ²

edifícios residenciais

dormitório, sala, copa, cozinha e banheiro	1,5 kN/m ²
dispensa, área de serviço e lavanderia	2,0 kN/m ²

escadas

com acesso ao público	3,0 kN/m ²
sem acesso ao público	2,5 kN/m ²

escolas

anfiteatro, corredor e sala de aula	3,0 kN/m ²
outras salas	2,0 kN/m ²
escritórios	2,0 kN/m ²
forros sem acesso de pessoas	0,5 kN/m ²
ginásio de esportes	5,0 kN/m ²

hospitais

dormitório, enfermarias, sala de recuperação ou cirurgia, banheiro	2,0 kN/m ²
corredor	3,0 kN/m ²
lojas	4,0 kN/m ²
restaurantes	3,0 kN/m ²

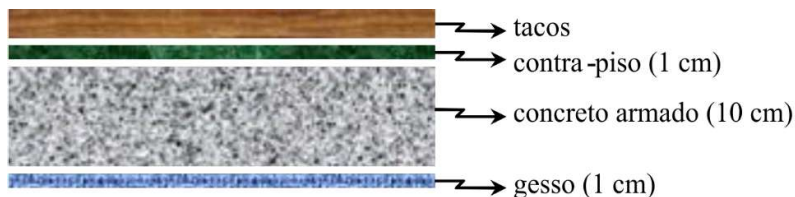
teatros

palco	5,0 kN/m ²
platéia com assentos fixos	3,0 kN/m ²
estúdio e platéia com assentos móveis	4,0 kN/m ²
banheiro	2,0 kN/m ²

EXEMPLO 8.1

Determinar o carregamento em uma laje de edifício comercial. A laje terá de 10 cm de espessura, contra-piso (argamassa de cimento e areia) de 1 cm, acabamento superior com tacos e acabamento inferior com forro de gesso com 1 cm de espessura.

Solução: As cargas permanentes (Equação 8.2) e acidentais deverão ser determinadas por unidade de área (kN/m²). Os pesos do concreto armado, contra-piso e gesso correspondem a 25 kN/m³, 21 kN/m³ e 12,5 kN/m³, respectivamente. Os tacos pesam 0,65 kN/m². A carga acidental de um edifício comercial deve ser considerada como sendo 2 kN/m².



a) Dados – uniformização de unidades (kN e m)

$$\gamma_{\text{concarm}} = 25 \text{ kN/m}^3$$

$$\gamma_{\text{contpiso}} = 21 \text{ kN/m}^3$$

$$\gamma_{\text{gesso}} = 12,5 \text{ kN/m}^3$$

$$g_{\text{taco}} = 0,65 \text{ kN/m}^2$$

$$h_{\text{concarm}} = 10 \text{ cm} = 0,10 \text{ m}$$

$$h_{\text{contpiso}} = 1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$$

$$h_{\text{gesso}} = 1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$$

$$q_{\text{edif com}} = 2 \text{ kN/m}^2$$

b) Carga permanente

$$\text{pp:} \quad 25,0 \times 0,10 = 2,50 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{contra-piso:} \quad 21,0 \times 0,01 = 0,21 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{gesso:} \quad 12,5 \times 0,01 = 0,13 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{tacos:} \quad = 0,65 \text{ kN/m}^2$$

$$g_k = 3,49 \text{ kN/m}^2 \quad (\approx 3,50 \text{ kN/m}^2)$$

c) Carga acidental

$$q_k = 2,00 \text{ kN/m}^2$$

d) Carga total

$$g_k = 3,50 \text{ kN/m}^2$$

$$q_k = 2,00 \text{ kN/m}^2$$

$$p_k = 5,50 \text{ kN/m}^2$$

8.6.3 PAREDES

O peso das paredes depende do tipo de tijolo (maciço ou furado) e da espessura do reboco. Este peso normalmente é apresentado por metro quadrado de parede (parede de 1 m de largura por 1 m de altura), como mostrado na Figura 8.9.

O peso por unidade de área de uma parede rebocada em ambas as faces pode ser representado por:

$$p_{\text{par}} = \gamma_{\text{tij}} e_{\text{tij}} + 2\gamma_{\text{reb}} e_{\text{reb}}$$

Equação 8.3

onde

- p_{par} peso da parede por unidade de área, geralmente em kN/m^2 ;
- γ_{tij} peso específico do tijolo, geralmente em kN/m^3 ;
- e_{tij} espessura (menor dimensão em planta) do tijolo, geralmente em m.
- γ_{reb} peso específico do reboco, geralmente em kN/m^3 ; e
- e_{reb} espessura do reboco, geralmente em m.

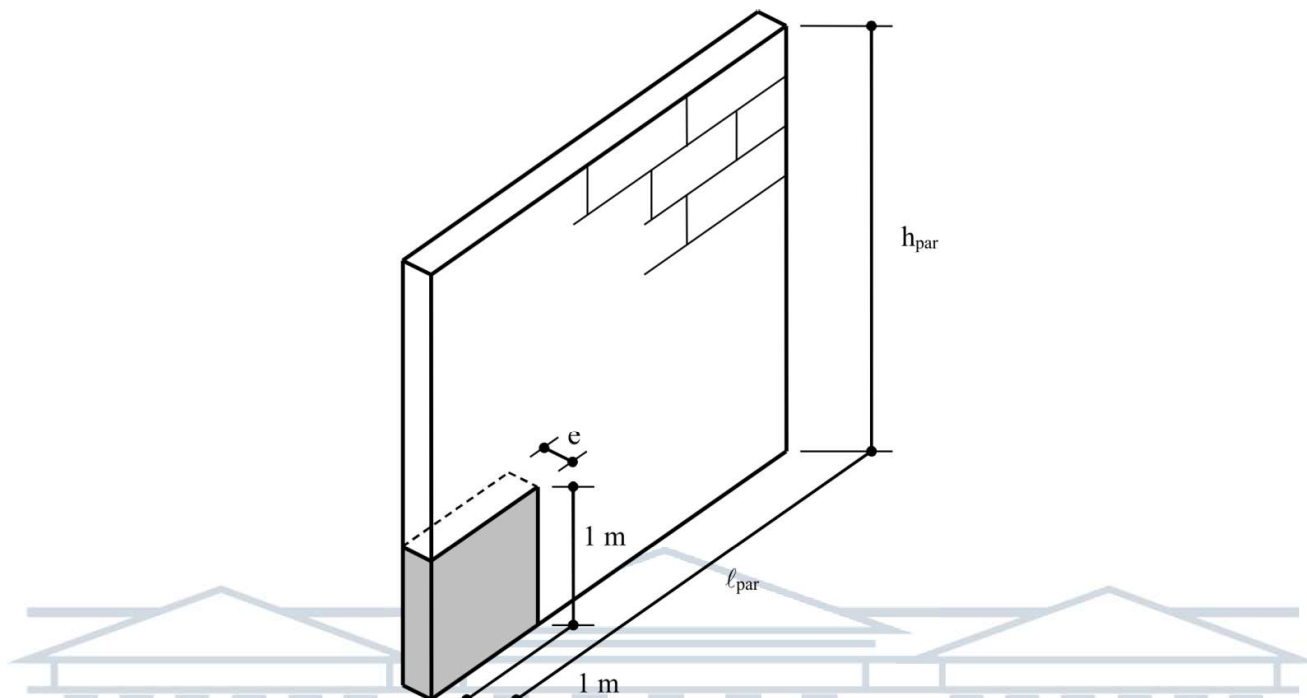


Figura 8.9 – Carga de paredes

Para materiais componentes de parede, podem ser usados os seguintes valores:

tijolo de furado	12 kN/m ³
tijolo de maciço	16 kN/m ³
reboco	20 kN/m ³

A Tabela 8.1 mostra alguns valores de peso de parede. Na Tabela foi considerado reboco de 2,5 cm de espessura por face.

parede sem reboco			parede com reboco		
tijolo (cm)	tijolo furado (kN/m ²)	tijolo maciço (kN/m ²)	parede (cm)	tijolo furado (kN/m ²)	tijolo maciço (kN/m ²)
10	1,20	1,60	15	2,20	2,60
12	1,44	1,92	17	2,44	2,92
15	1,80	2,40	20	2,80	3,40
20	2,40	3,20	25	3,40	4,20

Tabela 8.1 – Pesos de paredes

8.6.3.1 CARGAS DE PAREDES EM LAJES DE DUPLA CURVATURA

As cargas de paredes apoiadas em lajes de dupla curvatura (

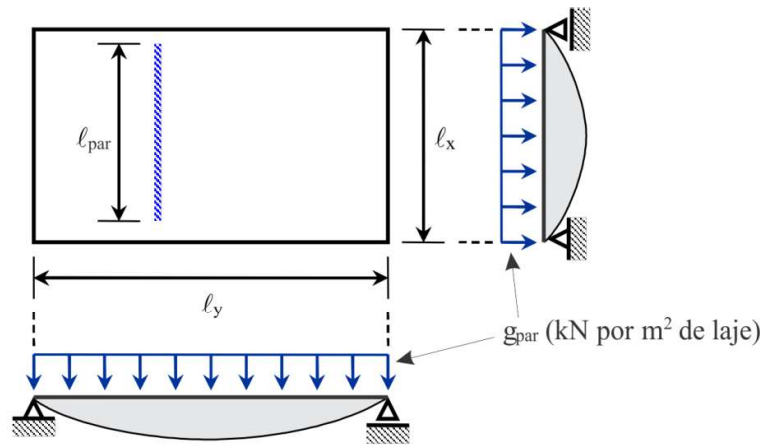


Figura 8.10) podem ser consideradas como equivalentes a uma carga uniformemente distribuída em toda esta laje. Para este caso, considera-se o peso total da parede e divide-se este valor pela área total da laje, como apresentado a seguir:

$$g_{\text{par}} = \frac{p_{\text{par}} \times l_{\text{par}} \times h_{\text{par}}}{l_x \times l_y}$$

Equação 8.4

onde:

- g_{par} carga uniformemente distribuída, devida à parede, por unidade de área, atuando em toda laje, geralmente em kN/m²;
- p_{par} peso da parede por unidade de área, geralmente em kN/m²;
- l_{par} largura da parede, geralmente em metro;
- h_{par} altura da parede, geralmente em metro;
- l_x menor dimensão da laje, geralmente em metro; e
- l_y maior dimensão da laje, geralmente em metro

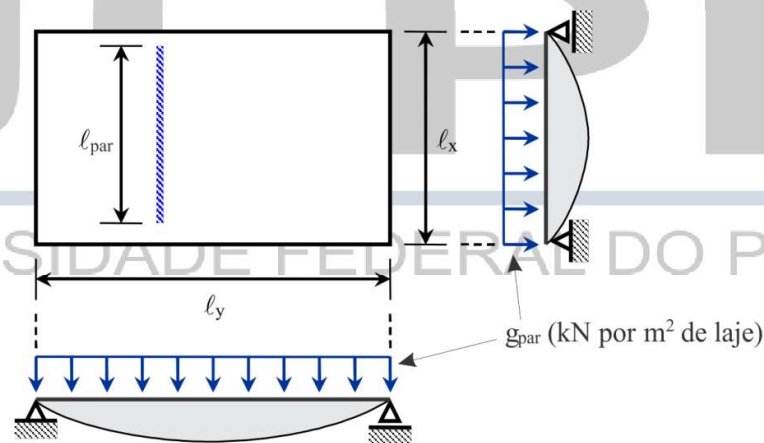
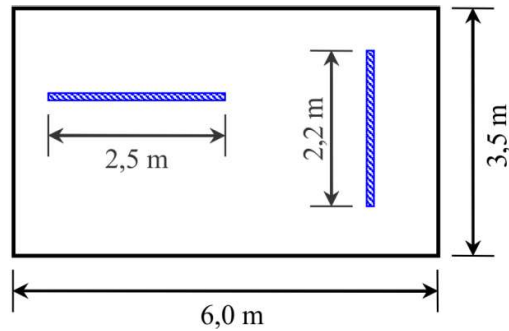


Figura 8.10 – Parede sobre laje de dupla curvatura

EXEMPLO 8.2

Determinar a carga das paredes atuantes na laje abaixo representada. A altura das paredes corresponde a 2,7 m e são constituídas de tijolo furado de 10 cm, reboco de 1,5 cm em cada face.



Solução: O peso por metro quadrado de parede é determinado pela Equação 8.3 e a carga uniformemente distribuída sobre a laje é determinada pela Equação 8.4.

a) Dados – uniformização de unidades (kN e m)

$$\gamma_{tij} = 12 \text{ kN/m}^3$$

$$\gamma_{reb} = 20 \text{ kN/m}^3$$

$$e_{tij} = 10 \text{ cm} = 0,10 \text{ m}$$

$$e_{reb} = 1,5 \text{ cm} = 0,015 \text{ m}$$

$$\ell_{par} = 2,5 + 2,2 = 4,7 \text{ m}$$

$$h_{par} = 2,7 \text{ m}$$

$$\ell_x = 3,5 \text{ m}$$

$$\ell_y = 6,0 \text{ m}$$

b) Curvatura da laje

$$\frac{\ell_y}{\ell_x} = \frac{6,0}{3,5} = 1,71 < 2 \Rightarrow \text{dupla curvatura}$$

c) Peso por metro quadrado de parede

$$p_{par} = \gamma_{tij} e_{tij} + 2 \gamma_{reb} e_{reb}$$

$$p_{par} = (12 \times 0,10) + (2 \times 20 \times 0,015) = 1,80 \text{ kN/m}^2$$

d) Carga uniformemente distribuída na laje

$$g_{par} = \frac{p_{par} \times \ell_{par} \times h_{par}}{\ell_x \times \ell_y}$$

$$g_{par} = \frac{1,80 \times 4,70 \times 2,70}{3,50 \times 6,00} = 1,09 \text{ kN/m}^2$$

8.6.3.2 CARGAS DE PAREDES EM LAJES DE UMA SÓ CURVATURA

As cargas de paredes apoiadas em lajes de uma só curvatura se situam em duas condições:

- paredes paralelas ao lado maior da laje; e
- paredes paralelas ao lado menor da laje.

A carga de parede paralela ao lado maior é considerada como uma carga linear uniformemente distribuída ao longo de sua largura (

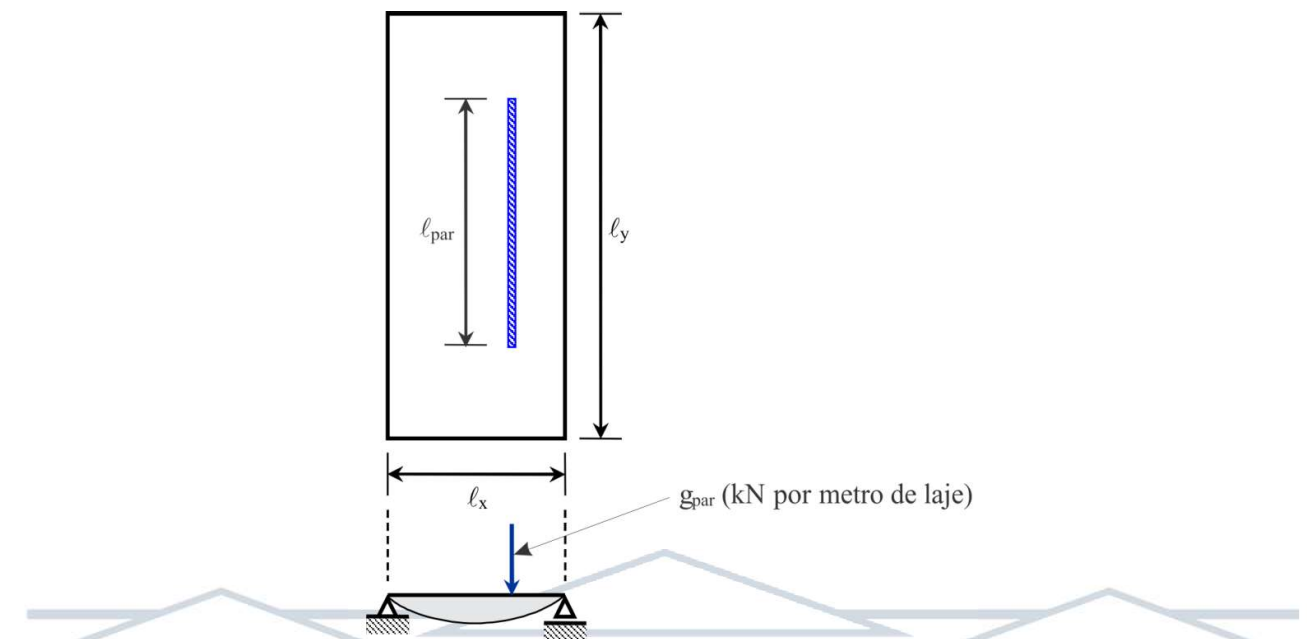


Figura 8.11), cujo valor é dado por:

$$g_{\text{par}} = p_{\text{par}} \times h_{\text{par}}$$

Equação 8.5

onde:

- g_{par} carga uniformemente distribuída, devida à parede, por unidade de comprimento (linear), atuando ao longo da largura da parede, geralmente em kN/m;
- p_{par} peso da parede por unidade de área, geralmente em kN/m²; e
- h_{par} altura da parede, geralmente em metro.

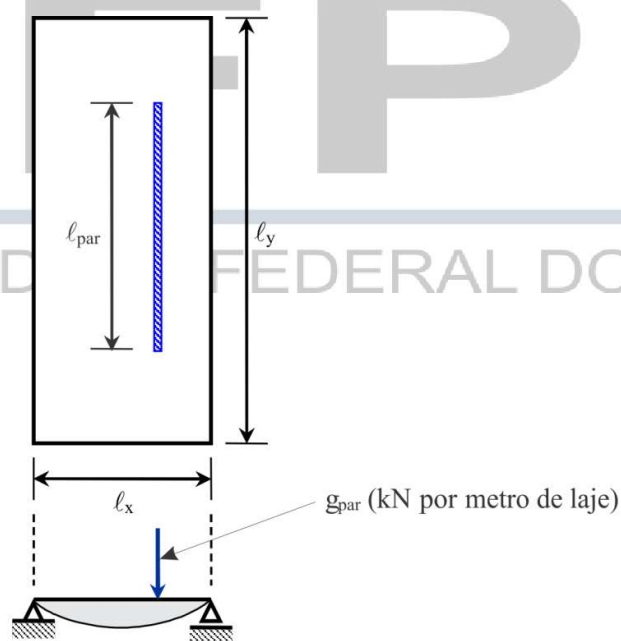


Figura 8.11 – Parede paralela ao lado maior da laje

A carga de parede paralela ao lado menor é considerada como uma carga uniformemente distribuída na área de dimensões l_x por $0,5 l_x$ (

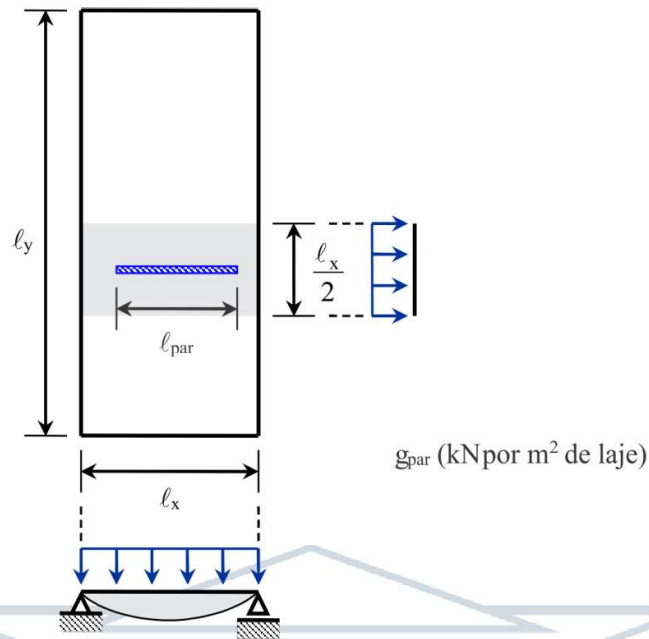


Figura 8.12), cujo valor é dado por:

$$g_{par} = \frac{p_{par} \times l_{par} \times h_{par}}{l_x \times \frac{l_x}{2}}$$

Equação 8.6

onde:

- g_{par} carga uniformemente distribuída, devida à parede, por unidade de área, atuando na área de dimensões l_x por $0,5 l_x$, geralmente em kN/m²;
- p_{par} peso da parede por unidade de área, geralmente em kN/m²;
- l_{par} largura da parede, geralmente em metro;
- h_{par} altura da parede, geralmente em metro; e
- l_x menor dimensão da laje, geralmente em metro.

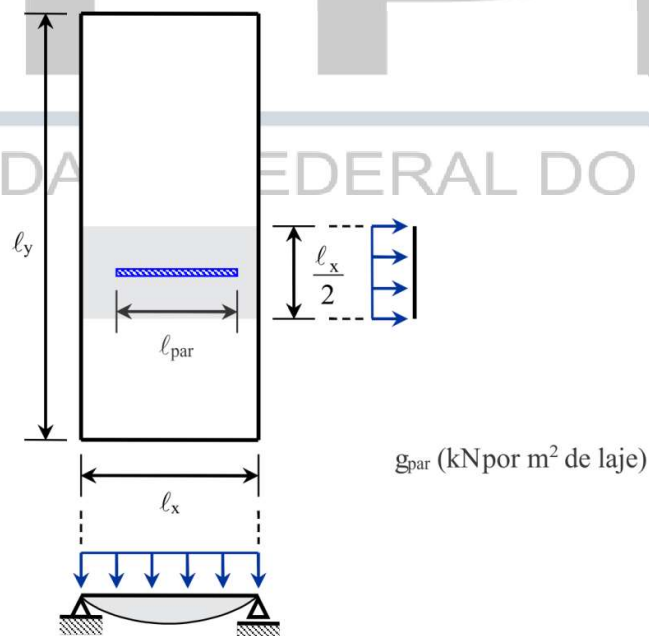
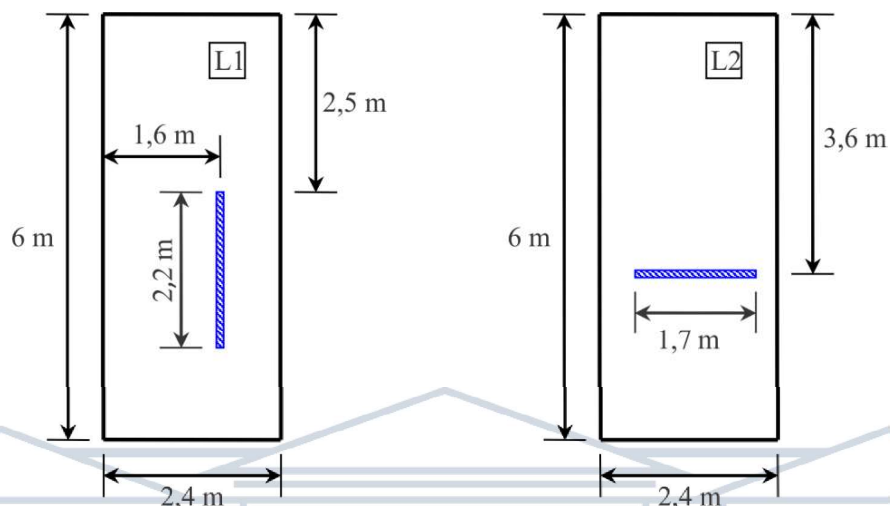


Figura 8.12 – Parede paralela ao lado menor da laje

EXEMPLO 8.3

Determinar a carga das paredes atuantes nas lajes abaixo representadas. A altura das paredes corresponde a 2,7 m e são constituídas de tijolo furado de 12 cm, reboco de 1,5 cm em cada face.



Solução: O peso por metro quadrado de parede é determinado pela Equação 8.3. A carga linear uniformemente distribuída sobre a laje L1 é determinada pela Equação 8.5 e a carga uniformemente distribuída na região ℓ_x por $0,5 \ell_x$ da laje L2 é determinada pela Equação 8.6.

- a) Dados – uniformização de unidades (kN e m)

$$\gamma_{\text{tij}} = 12 \text{ kN/m}^3$$

$$\gamma_{\text{reb}} = 20 \text{ kN/m}^3$$

$$e_{\text{tij}} = 12 \text{ cm} = 0,12 \text{ m}$$

$$e_{\text{reb}} = 1,5 \text{ cm} = 0,015 \text{ m}$$

$$\ell_{\text{par1}} = 2,2 \text{ m}$$

$$\ell_{\text{par2}} = 1,7 \text{ m}$$

$$h_{\text{par1}} = h_{\text{par2}} = 2,7 \text{ m}$$

$$\ell_{x1} = \ell_{x2} = 2,4 \text{ m}$$

$$\ell_{y1} = \ell_{y2} = 6,0 \text{ m}$$

- b) Curvatura da laje

$$\frac{\ell_y}{\ell_x} = \frac{6,0}{2,4} = 2,50 > 2 \Rightarrow \text{uma só curvatura}$$

- c) Peso por metro quadrado de parede

$$p_{\text{par}} = \gamma_{\text{tij}} e_{\text{tij}} + 2 \gamma_{\text{reb}} e_{\text{reb}}$$

$$p_{\text{par}} = (12 \times 0,12) + (2 \times 20 \times 0,015) = 2,04 \text{ kN/m}^2$$

- d) Laje L1 - peso por metro linear de parede

$$g_{\text{par}} = p_{\text{par}} \times h_{\text{par}}$$

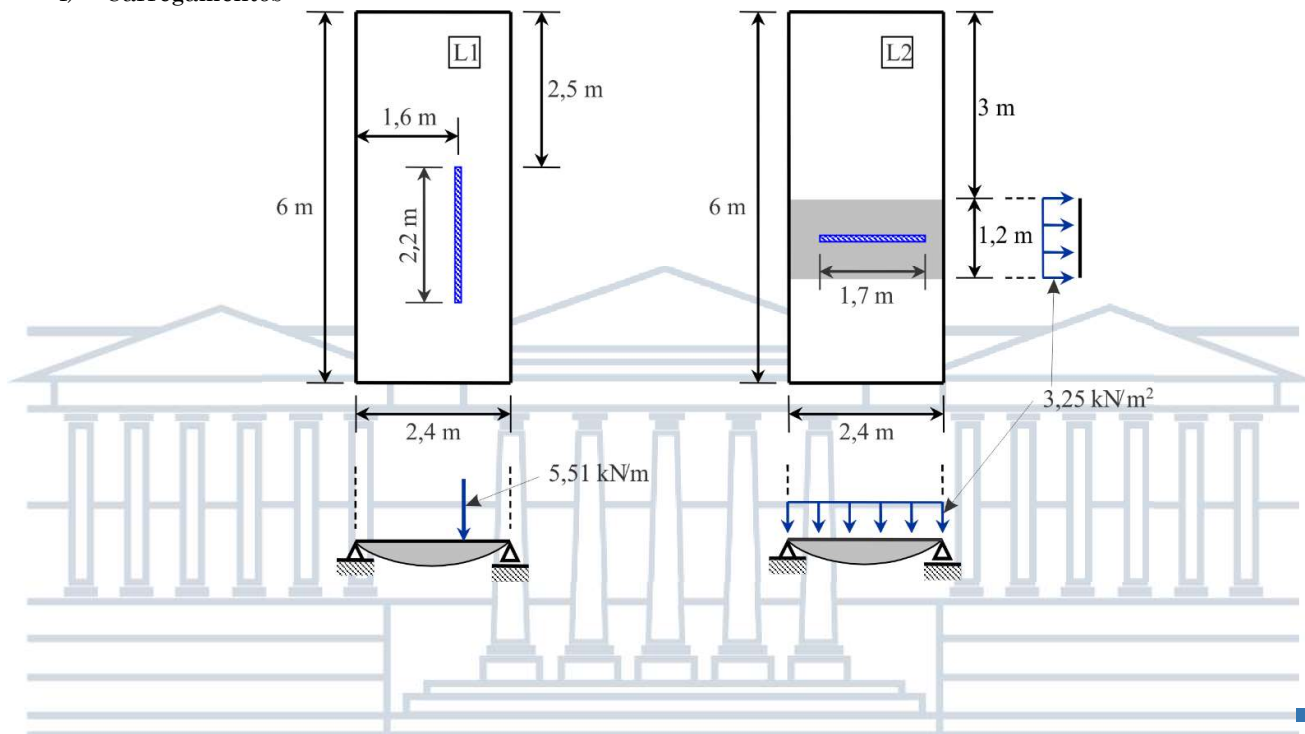
$$g_{\text{par}} = 2,04 \times 2,70 = 5,51 \text{ kN/m}$$

- e) Laje L2 – peso por metro quadrado de parede

$$g_{\text{par}} = \frac{p_{\text{par}} \times \ell_{\text{par}} \times h_{\text{par}}}{\ell_x \times \frac{\ell_x}{2}}$$

$$g_{\text{par}} = \frac{2,04 \times 1,70 \times 2,70}{2,40 \times \frac{2,40}{2}} = 3,25 \text{ kN/m}^2$$

f) Carregamentos



8.6.4 PARAPEITOS E BALCÕES

Ao longo dos parapeitos e balcões devem ser consideradas aplicadas, uma carga horizontal de 0,8 kN/m na altura do corrimão e uma carga vertical mínima de 2 kN/m (ABNT NBR 6120, item 2.2.15), como mostrado na

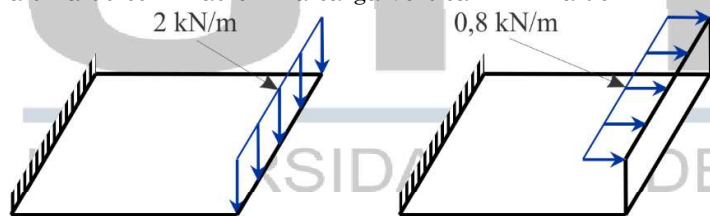


Figura 8.13.

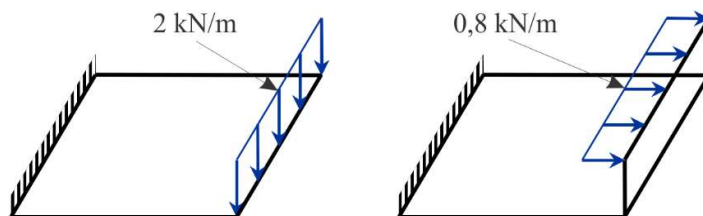


Figura 8.13 – Parapeitos e balcões

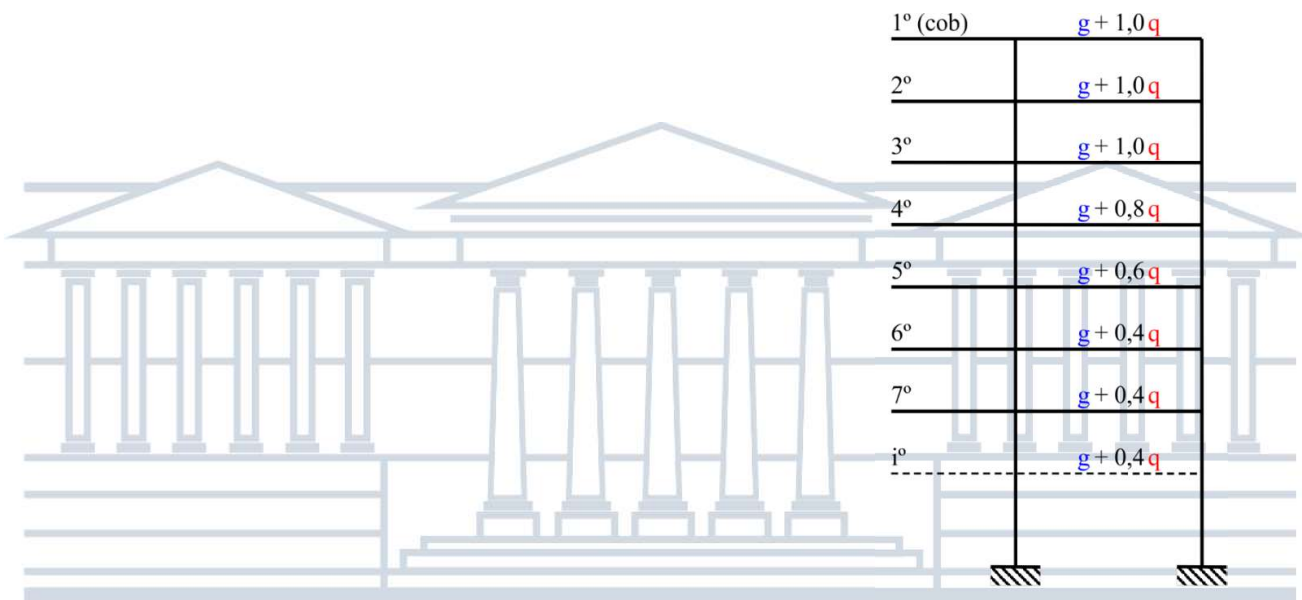
8.6.5 REDUÇÃO DE CARGAS ACIDENTAIS EM PILARES E FUNDAÇÕES

No cálculo dos pilares e das fundações de edifícios para escritórios, residências e casas comerciais não

destinadas a depósitos, as cargas acidentais podem ser reduzidas de acordo com os valores indicados na Tabela 8.2 (ABNT NBR 6120, item 2.2.1.8).

Nº de pisos que atuam sobre o elemento	Redução percentual das cargas acidentais
1, 2 e 3	0%
4	20%
5	40%
6 ou mais	60%

Tabela 8.2 – Redução de cargas acidentais



Na aplicação da Tabela 8.2, o forro deve ser considerado como piso (

Figura 8.14).

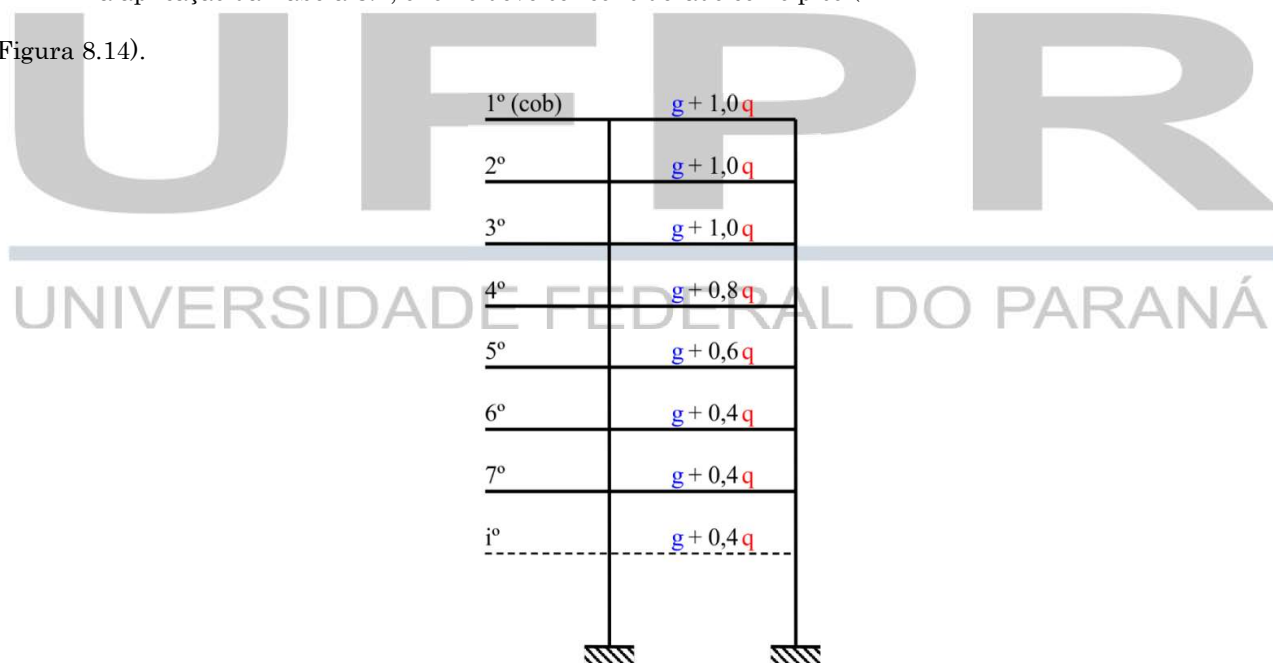


Figura 8.14 - Redução de cargas acidentais

8.7 DETERMINAÇÃO DE ESFORÇOS EM LAJES

Para a determinação dos esforços em lajes maciças de concreto armado, duas simplificações são admitidas:

- existe uma separação virtual entre as lajes e as vigas que suportam o painel de lajes; e
- a reação de apoio das vigas suporte do painel de lajes se faz de forma uniformemente distribuída.

Embora concretadas de forma monolítica, admite-se que as lajes e vigas sejam separadas virtualmente, de tal forma que possam ser projetadas individualmente (

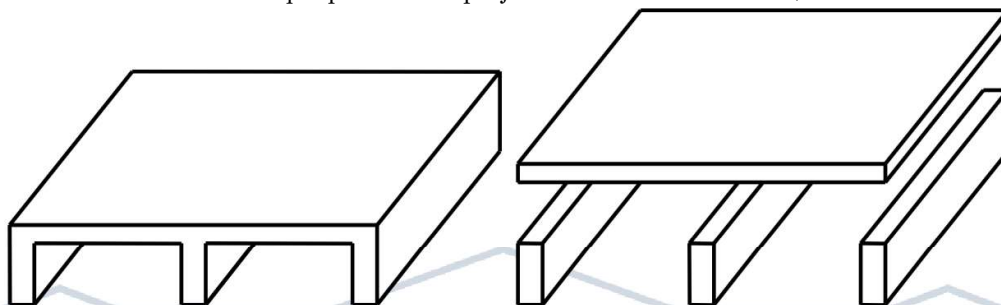


Figura 8.15). As vigas suporte das lajes são consideradas como apoios indeslocáveis.

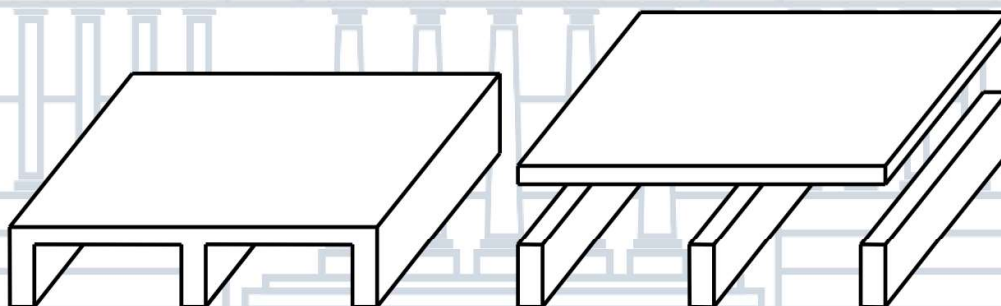


Figura 8.15 – Separação virtual entre lajes e vigas

Uma vez que as vigas suportes das lajes são consideradas como indeslocáveis, pode-se admitir que as reações de apoio existentes nas interfaces lajes/vigas sejam consideradas como uniformemente distribuídas (

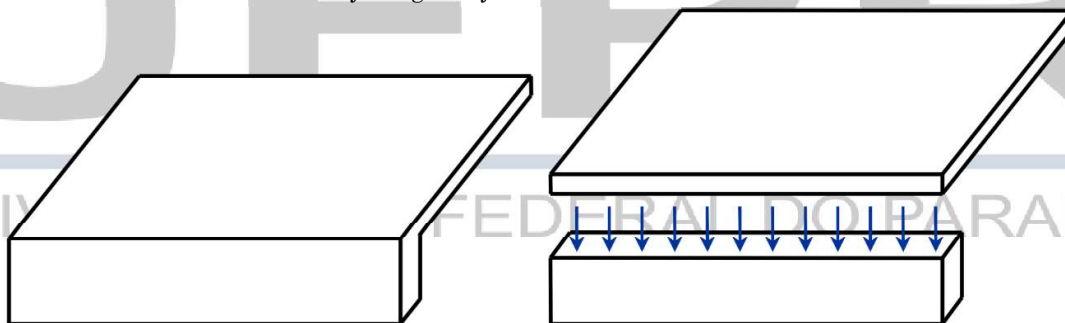


Figura 8.16). Rigorosamente isto não ocorre pois existe uma tendência de levantamento nos cantos das lajes.

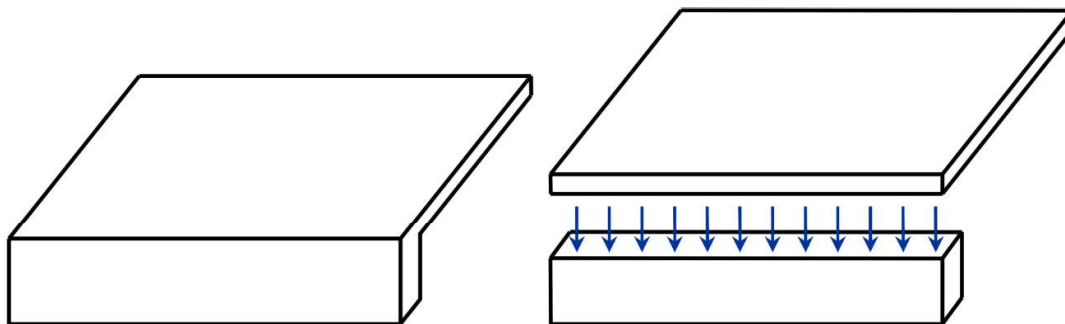


Figura 8.16 – Reação de apoio de lajes

8.7.1 LAJES ISOLADAS

A determinação dos esforços em lajes isoladas pode ser feita por processos aproximados (MARCUS), pela teoria das placas (BARES), pela teoria das charneiras plásticas (LANGENDONCK), etc.. Dentre o conjunto de soluções apresentadas na literatura mundial, destacam-se as tabelas de CZERNY, para determinação dos momentos fletores atuantes em lajes isoladas. A notação a ser usada para CZERNY está mostrada na Figura 8.17 e o conjunto de tabelas é apresentado em 8.11.

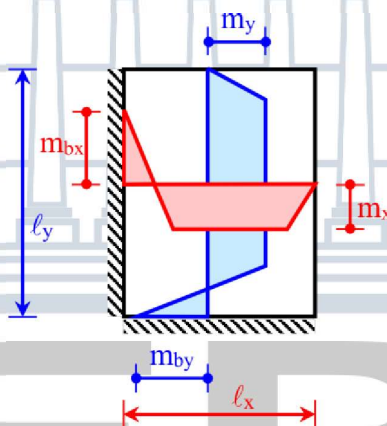


Figura 8.17 – Notação das tabelas de CZERNY

As tabelas de CZERNY foram confeccionadas para varias condições de contorno e carga. Os momentos fletores são dados pelas seguintes expressões:

$$m_x = \frac{p \ell_x^2}{\alpha_x} \quad m_{bx} = \frac{p \ell_x^2}{\beta_x}$$

$$m_y = \frac{p \ell_x^2}{\alpha_y} \quad m_{by} = \frac{p \ell_x^2}{\beta_y}$$

Equação 8.7

onde:

- ℓ_x menor vão;
- ℓ_y maior vão;
- m_x momento fletor positivo na direção x;
- m_y momento fletor positivo na direção y;
- m_{bx} momento fletor negativo (borda) na direção x;
- m_{by} momento fletor negativo (borda) na direção y;
- p carga uniformemente distribuída em toda laje;

α_x	coeficiente para definição do momento fletor positivo na direção x;
α_y	coeficiente para definição do momento fletor positivo na direção y;
β_x	coeficiente para definição do momento fletor negativo (borda) na direção x;
β_y	coeficiente para definição do momento fletor negativo (borda) na direção y.

Se a carga uniformemente distribuída corresponder a um valor característico ($p_k = g_k + q_k$) os momentos fletores resultarão característicos (m_k). Se a carga corresponder a um valor de cálculo ($p_d = \gamma_g g_k + \gamma_q q_k$), os momentos fletores resultarão de cálculo (m_d).

8.7.2 LAJES CONTÍNUAS

Como as tabelas de CZERNY determinam momentos fletores isolados em bordas que são contínuas em um painel de lajes, torna-se necessário uniformizar estes momentos negativos atuantes nestas regiões de continuidade de lajes (Figura 8.18).

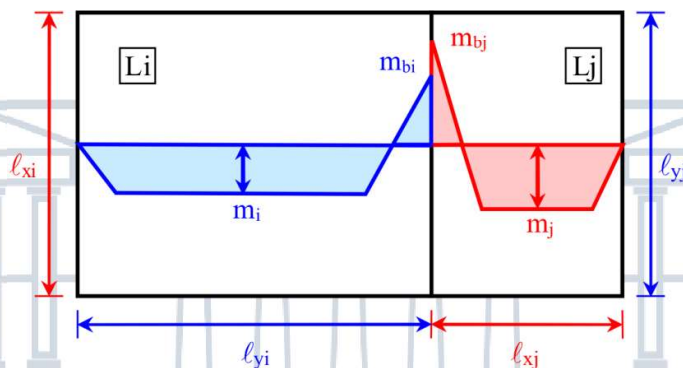


Figura 8.18 – Momentos fletores em lajes contínuas

O momento negativo de borda, atuante na junção das lajes Li e Lj, é dado pela seguinte expressão:

$$m_{bij} = \max \left[\frac{m_{bi} + m_{bj}}{2}, 0,8m_{bj} \right] \quad |m_{bj}| > |m_{bi}| \quad \text{Equação 8.8}$$

A uniformização dos momentos fletores negativos atuantes na junção das lajes Li e Lj implica em alterações (correções) nos momentos fletores positivos m_i e m_j (Figura 8.19). O momento m_i tem seu valor reduzido ao passo que o momento m_j tem seu valor aumentado.

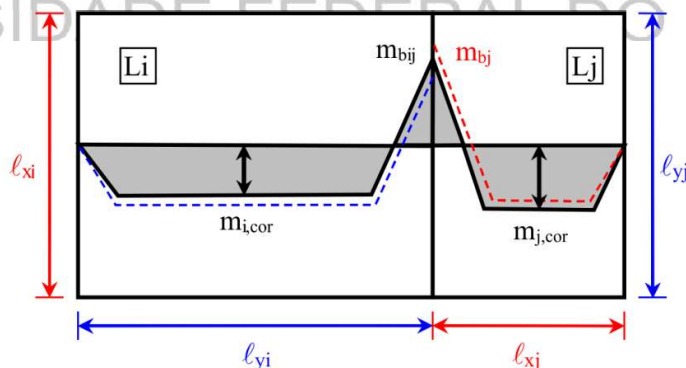


Figura 8.19 – Momentos fletores uniformizados em lajes contínuas

O ajuste de momentos fletores positivos nas lajes Li e Lj corresponde a:

$$m_{i,cor} = m_i$$

$$|m_{bj}| > |m_{bi}|$$

$$m_{j,cor} = m_j + \frac{m_{bj} - m_{bij}}{2}$$

Equação 8.9

Como pode ser observado na Equação 8.9, a correção de momentos positivos só é feita para o momento m_j (momento que sofre acréscimo). Caso m_{bi} seja maior que m_{bj} , os índices i e j devem ser invertidos na Equação 8.8 e na Equação 8.9.

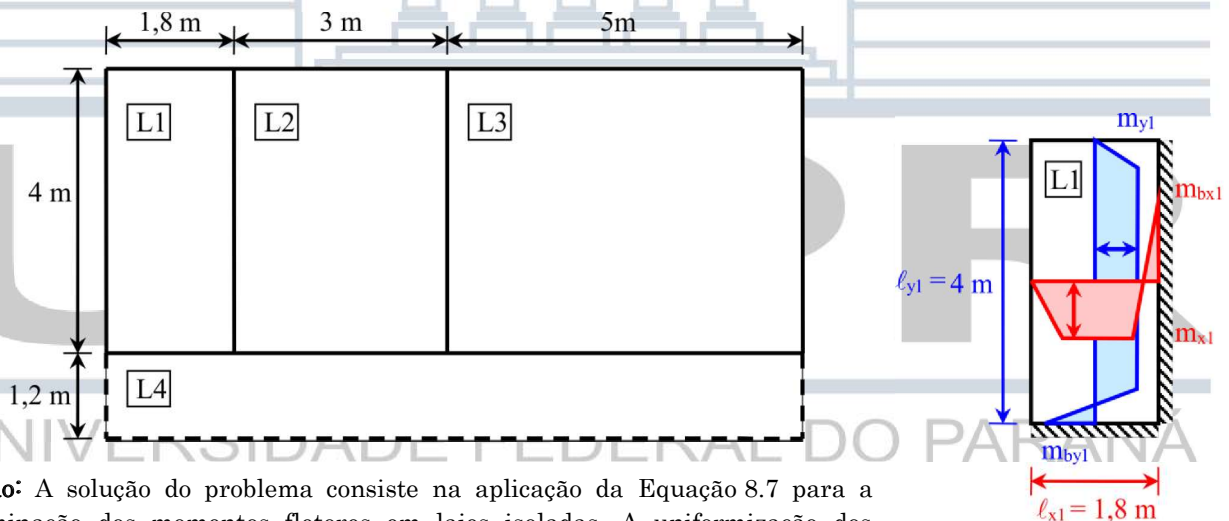
Deve ser observado também que na Figura 8.18 e na Figura 8.19, bem como na Equação 8.8 e na Equação 8.9, os índices x e y correspondentes as direções das lajes L_i e L_j não foram considerados (aprecem na Figura 8.17). A relação entre os valores apresentados sem os índices x e y (direções) corresponde a:

m_i	m_{yi}	momento fletor positivo na direção y da laje L_i ;
m_j	m_{xj}	momento fletor positivo na direção x da laje L_j ;
m_{bi}	m_{byi}	momento fletor negativo na direção y da laje L_i ; e
m_{bj}	m_{bxj}	momento fletor negativo na direção x da laje L_j .

EXEMPLO 8.4

Determinar os momentos fletores de cálculo atuantes no painel de lajes abaixo indicado. Considerar:

- estado limite último, combinações últimas normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$ e $\gamma_q = 1,4$);
- carga permanente uniformemente distribuída (g_k): 4 kN/m²; e
- carga acidental uniformemente distribuída (q_k): 2 kN/m².



Solução: A solução do problema consiste na aplicação da Equação 8.7 para a determinação dos momentos fletores em lajes isoladas. A uniformização dos momentos negativos nas regiões de continuidade de lajes é feita com a utilização da Equação 8.8. Para a correção dos momentos positivos deve-se usar a Equação 8.9.

a) Carregamento das lajes (valores de cálculo)

$$p_d = \gamma_g g_k + \gamma_q q_k$$

$$p_d = 1,4 \times 4,0 + 1,4 \times 2,0 = 8,4 \text{ kN/m}^2$$

b) Laje L1

$$\ell_{x1} = 1,8 \text{ m}$$

$$\ell_{y1} = 4,0 \text{ m}$$

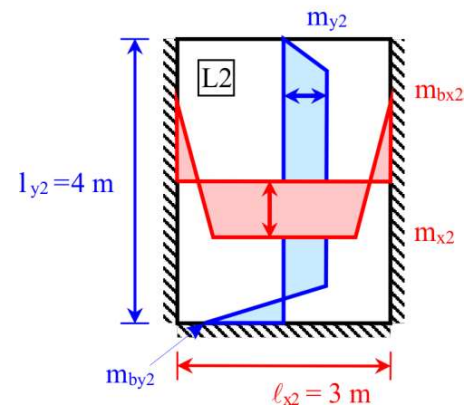
$$\frac{\ell_{y1}}{\ell_{x1}} = \frac{4,0}{1,8} = 2,22 \Rightarrow \text{tab} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_{x1} = 14,20 \\ \alpha_{y1} = 40,20 \\ \beta_{x1} = 8,00 \\ \beta_{y1} = 12,00 \end{cases}$$

$$m_{x1,d} = \frac{p_d \ell_{x1}^2}{\alpha_{x1}} = \frac{8,4 \times 1,8^2}{14,20} = 1,92 \text{ kNm/m}$$

$$m_{y1,d} = \frac{p_d \ell_{x1}^2}{\alpha_{y1}} = \frac{8,4 \times 1,8^2}{40,20} = 0,68 \text{ kNm/m}$$

$$m_{bx1,d} = -\frac{p_d \ell_{x1}^2}{\beta_{x1}} = -\frac{8,4 \times 1,8^2}{8,00} = -3,40 \text{ kNm/m}$$

$$m_{by1,d} = -\frac{p_d \ell_{x1}^2}{\beta_{y1}} = -\frac{8,4 \times 1,8^2}{12,00} = -2,27 \text{ kNm/m}$$



c) Laje L2

$$\ell_{x2} = 3,0 \text{ m}$$

$$\ell_{y2} = 4,0 \text{ m}$$

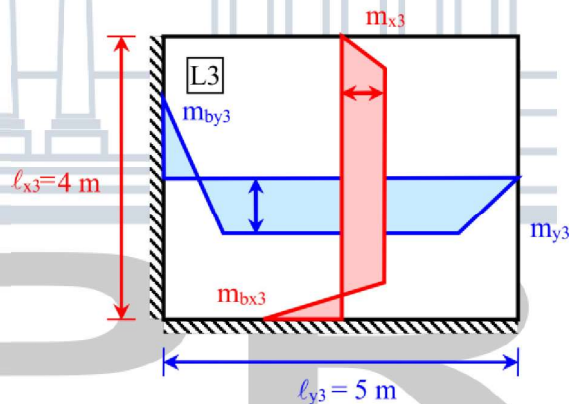
$$\frac{\ell_{y2}}{\ell_{x2}} = \frac{4,0}{3,0} = 1,33 \Rightarrow \text{tab} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_{x2} = 27,87 \\ \alpha_{y2} = 47,83 \\ \beta_{x2} = 13,00 \\ \beta_{y2} = 17,50 \end{cases}$$

$$m_{x2,d} = \frac{p_d \ell_{x2}^2}{\alpha_{x2}} = \frac{8,4 \times 3,0^2}{27,87} = 2,71 \text{ kNm/m}$$

$$m_{y2,d} = \frac{p_d \ell_{x2}^2}{\alpha_{y2}} = \frac{8,4 \times 3,0^2}{47,83} = 1,58 \text{ kNm/m}$$

$$m_{bx2,d} = -\frac{p_d \ell_{x2}^2}{\beta_{x2}} = -\frac{8,4 \times 3,0^2}{13,00} = -5,82 \text{ kNm/m}$$

$$m_{by2,d} = -\frac{p_d \ell_{x2}^2}{\beta_{y2}} = -\frac{8,4 \times 3,0^2}{17,50} = -4,32 \text{ kNm/m}$$



d) Laje L3

$$\ell_{x3} = 4,0 \text{ m}$$

$$\ell_{y3} = 5,0 \text{ m}$$

$$\frac{\ell_{y3}}{\ell_{x3}} = \frac{5,0}{4,0} = 1,25 \Rightarrow \text{tab} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_{x3} = 24,90 \\ \alpha_{y3} = 34,40 \\ \beta_{x3} = 11,10 \\ \beta_{y3} = 12,90 \end{cases}$$

$$m_{x3,d} = \frac{p_d \ell_{x3}^2}{\alpha_{x3}} = \frac{8,4 \times 4,0^2}{24,90} = 5,40 \text{ kNm/m}$$

$$m_{y3,d} = \frac{p_d \ell_{x3}^2}{\alpha_{y3}} = \frac{8,4 \times 4,0^2}{34,40} = 3,91 \text{ kNm/m}$$

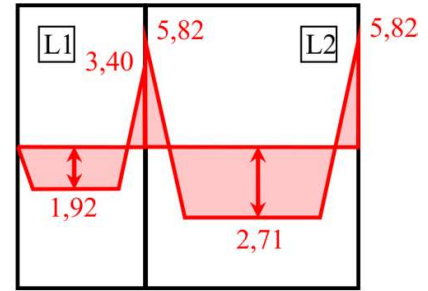
$$m_{bx3,d} = -\frac{p_d \ell_{x3}^2}{\beta_{x3}} = -\frac{8,4 \times 4,0^2}{11,10} = -12,11 \text{ kNm/m}$$

$$m_{by3,d} = -\frac{p_d \ell_{x3}^2}{\beta_{y3}} = -\frac{8,4 \times 4,0^2}{12,90} = -10,42 \text{ kNm/m}$$

e) Laje L4 (laje isostática – laje em balanço)

$$\ell_{x4} = 1,2 \text{ m}$$

$$m_{bx4,d} = -\frac{p_d \ell_{x4}^2}{2} = -\frac{8,4 \times 1,2^2}{2} = -6,05 \text{ kNm/m}$$



f) Uniformização de momentos fletores – Lajes L1/L2

$$m_{b12,d} = \max \left[\frac{m_{b1,d} + m_{b2,d}}{2}, 0,8m_{b2,d} \right] \quad |m_{b2,d}| > |m_{b1,d}|$$

$$m_{b12,d} = \max \left[\frac{3,40 + 5,82}{2}, 0,8 \times 5,82 \right]$$

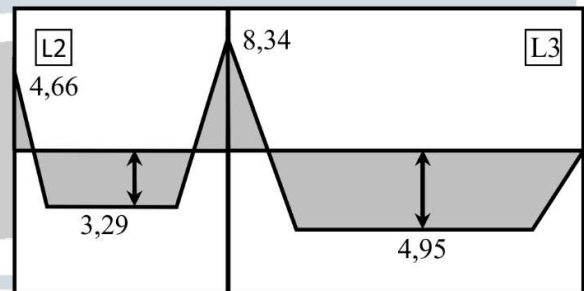
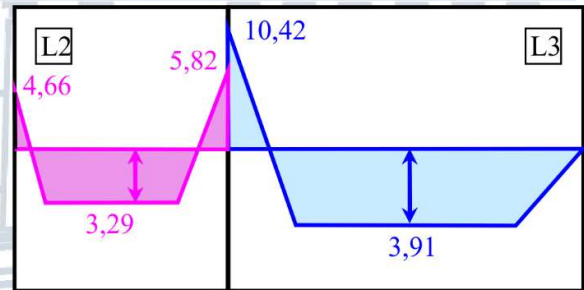
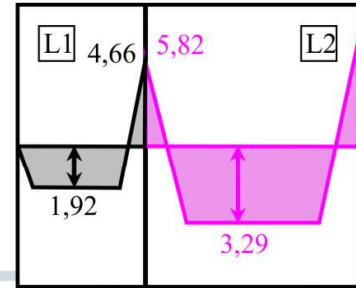
$$m_{b12,d} = \max \left[4,61, 4,66 \right]$$

$$m_{b12,d} = 4,66 \text{ kNm/m} \blacktriangleleft$$

$$m_{2,d,cor} = m_{2,d} + \frac{m_{b2,d} - m_{b12,d}}{2} \quad |m_{b2,d}| > |m_{b1,d}|$$

$$m_{2,d,cor} = 2,71 + \frac{5,82 - 4,66}{2}$$

$$m_{2,d,cor} = 3,29 \text{ kNm/m} \blacktriangleleft$$



g) Uniformização de momentos fletores – Lajes L2/L3

$$m_{b23,d} = \max \left[\frac{m_{b2,d} + m_{b3,d}}{2}, 0,8m_{b3,d} \right] \quad |m_{b3,d}| > |m_{b2,d}|$$

$$m_{b23,d} = \max \left[\frac{5,82 + 10,42}{2}, 0,8 \times 10,42 \right]$$

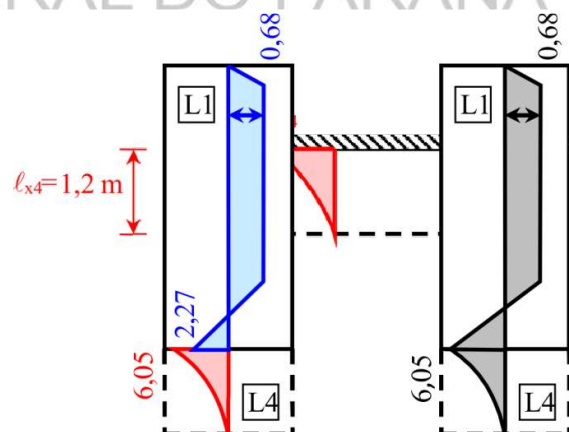
$$m_{b23,d} = \max \left[8,12, 8,34 \right]$$

$$m_{b23,d} = 8,34 \text{ kNm/m} \blacktriangleleft$$

$$m_{3,d,cor} = m_{3,d} + \frac{m_{b3,d} - m_{b23,d}}{2} \quad |m_{b3,d}| > |m_{b2,d}|$$

$$m_{3,d,cor} = 3,91 + \frac{10,42 - 8,34}{2}$$

$$m_{3,d,cor} = 4,95 \text{ kNm/m} \blacktriangleleft$$



h) Uniformização de momentos fletores – Lajes L1/L4

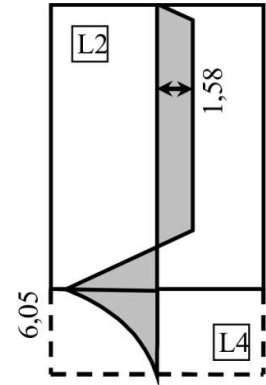
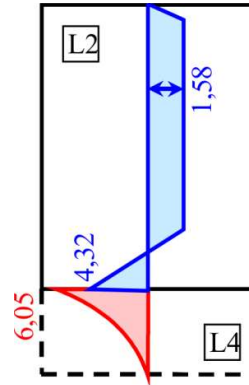
Como a laje L4 corresponde a um trecho isostático (laje em balanço), obrigatoriamente o momento fletor atuante na junção das lajes L1 e L4 é o da laje L4 (6,05 kNm/m).

Não há correção do momento positivo da laje L1 pois o momento da borda desta laje (2,27 kNm/m)

é inferior ao momento da borda da laje L4 (6,05 kNm/m).

$$m_{b14,d} = m_{b4,d} = 6,05 \text{ kNm/m} \blacktriangleleft$$

$$m_{1,d} = 0,68 \text{ kNm/m}$$



i) Uniformização de momentos fletores – Lajes L2/L4

Como a laje L4 corresponde a um trecho isostático (laje em balanço), obrigatoriamente o momento fletor atuante na junção das lajes L2 e L4 é o da laje L4 (6,05 kNm/m).

Não há correção do momento positivo da laje L2 pois o momento da borda desta laje (4,32 kNm/m) é inferior ao momento da borda da laje L4 (6,05 kNm/m).

$$m_{b24,d} = m_{b4,d} = 6,05 \text{ kNm/m} \blacktriangleleft$$

$$m_{2,d} = 1,58 \text{ kNm/m} \blacktriangleleft$$

j) Uniformização de momentos fletores – Lajes L3/L4

Como a laje L4 corresponde a um trecho isostático (laje em balanço), obrigatoriamente o momento fletor atuante na junção das lajes L3 e L4 é o da laje L4 (6,05 kNm/m).

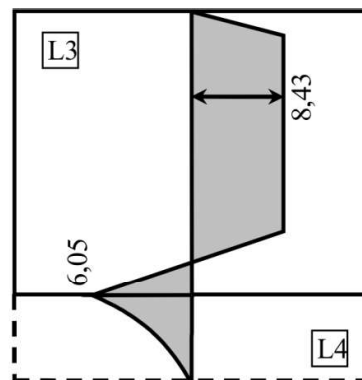
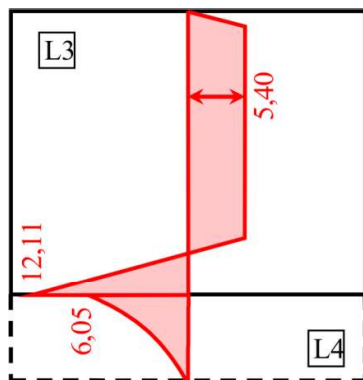
Há correção do momento positivo da laje L4 pois o momento da borda desta laje (10,42 kNm/m) é superior ao momento da borda da laje L4 (6,05 kNm/m).

$$m_{b34,d} = m_{b4,d} = 6,05 \text{ kNm/m} \blacktriangleleft$$

$$m_{4,d,cor} = m_{4,d} + \frac{m_{b3,d} - m_{b34,d}}{2} \quad |m_{b3,d}| > |m_{b4,d}|$$

$$m_{4,d,cor} = 5,40 + \frac{12,11 - 6,05}{2}$$

$$m_{4,d,cor} = 8,43 \text{ kNm/m} \blacktriangleleft$$

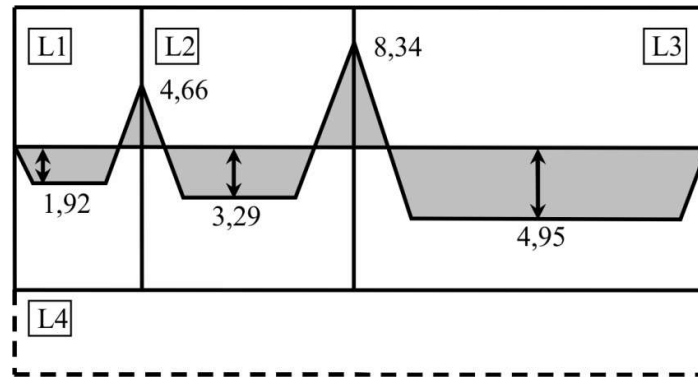




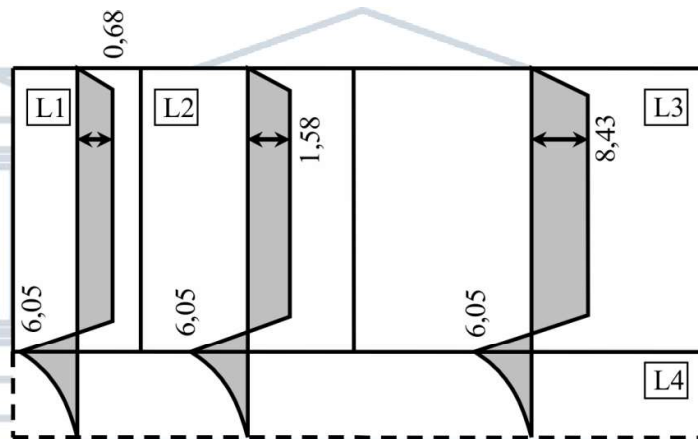
UFPR

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

k) Momentos fletores (kNm/m) na direção L1/L2/L3



l) Momentos fletores (kNm/m) nas direções L1/L4, L2/L4 e L3/L4



m) Observação

Embora a relação entre o vão maior (4 m) e o vão menor (1,8 m) da laje L1 supere dois, a dupla curvatura desta laje foi considerada.

Caso a curvatura na direção do vão maior fosse desprezada (consideração de laje armada em uma só direção), o resultado final praticamente não se alteraria pois o momento fletor positivo na direção do balanço resultou bem próximo de zero (0,68 kNm/m) e o momento fletor negativo (6,05 kNm/m) foi definido pela laje em balanço.

8.8 ARMADURA DE FLEXÃO

8.8.1.1 ARMADURA PRINCIPAL E ARMADURA SECUNDÁRIA

Para as lajes armadas em duas direções (curvatura em duas direções ortogonais), todas as armaduras de flexão (armaduras longitudinais) são consideradas como principal.

Para as lajes armadas em uma só direção (uma só curvatura na direção do vão menor), a armadura considerada como principal é aquela posicionada na direção do vão menor. Na direção do vão maior deve-se, obrigatoriamente, colocar uma armadura de distribuição denominada armadura secundária (Figura 8.20).

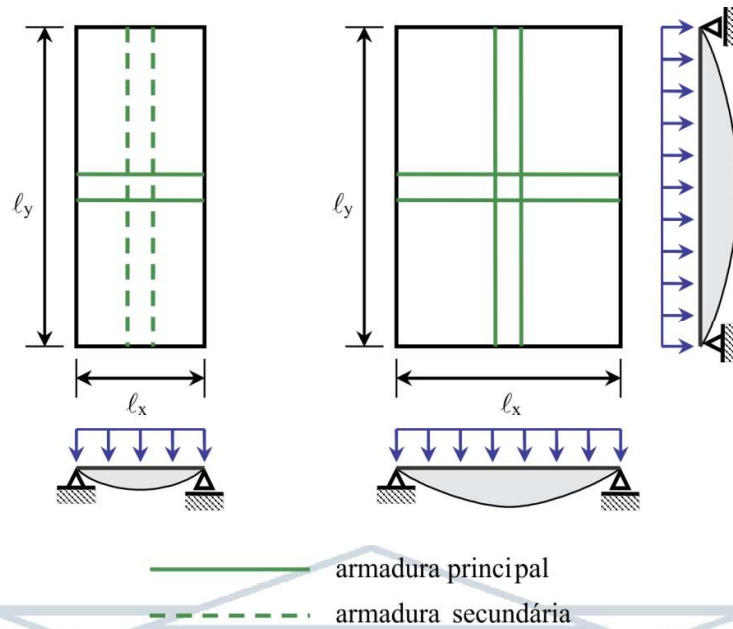


Figura 8.20 – Armadura principal e secundária de lajes

8.8.2 EQUAÇÕES GERAIS

Na determinação da armadura de flexão (momentos fletores) de lajes devem ser seguidos os mesmos princípios estabelecidos no Capítulo [5]. A armadura será determinada para cada metro de laje ($b_w = 1 \text{ m}$). Para a determinação da altura útil é conveniente adotar-se a altura útil da armadura mais afastada da borda tracionada (Figura 8.21).

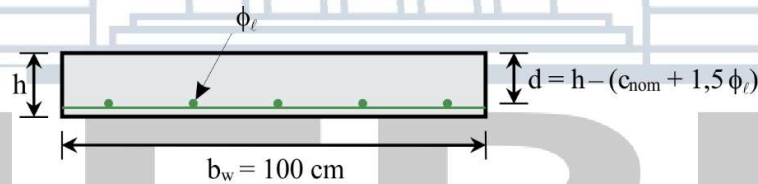


Figura 8.21 – Seção transversal de laje

$$d = h - (c_{\text{nom}} + 1,5 \phi_{\ell})$$

Equação 8.10

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Para as lajes de pouca altura, as armaduras de compressão devem ser evitadas. Desta forma as equações para determinação ou verificação da armadura longitudinal de lajes correspondem a:

$$m_{Rd1,lim} = \begin{cases} 0,272b_w d^2 f_{cd} & \langle f_{ck} \leq 35\text{MPa} \rangle \\ 0,228b_w d^2 f_{cd} & \langle f_{ck} > 35\text{MPa} \rangle \end{cases}$$

$$b_w = 100\text{cm}$$

$$m_{Sd} \leq m_{Rd1,lim} \Rightarrow \text{n\acute{o} h\acute{a} necessidade de armadura de compress\~{a}o}$$

$$m_{Sd} = m_{Rd} = m_{Rd1}$$

$$\left\{ \beta_c = \frac{m_{Rd1}}{b_w d^2 f_{cd}} \leq \begin{cases} 0,272 & \langle f_{ck} \leq 35\text{MPa} \rangle \\ 0,228 & \langle f_{ck} > 35\text{MPa} \rangle \end{cases} \Rightarrow \text{tab} \Rightarrow \begin{cases} \beta_z \\ \beta_s \end{cases} \right.$$

ou

$$\left\{ \beta_x = 1,25 - \sqrt{1,5625 - \frac{m_{Rd1}}{0,272b_w d^2 f_{cd}}} \leq \begin{cases} 0,500 & \langle f_{ck} \leq 35\text{MPa} \rangle \\ 0,400 & \langle f_{ck} > 35\text{MPa} \rangle \end{cases} \right.$$

Equa\c{c}\~{a}o 8.11

$$\beta_z = 1 - 0,4\beta_x$$

$$\beta_s = \begin{cases} 1,0 & \langle \beta_x \leq 0,259 \rangle \\ \frac{E_s}{f_{yd}} \left(\frac{1 - \beta_x}{\beta_x} \right) \times 3,5\text{‰} \leq 1,0 & \langle \beta_x > 0,259 \rangle \end{cases}$$

$$A_s = \frac{m_{Rd1}}{\beta_z d \beta_s f_{yd}} \geq A_{s,min}$$

$$\beta_s = \left(\frac{0,68b_w d f_{cd}}{A_s f_{yd}} \right) \beta_x$$

8.8.3 ARMADURA MÍNIMA

Os valores das armaduras mínimas para lajes maciças de concreto armado est\~{a}o estabelecidos no item 19.3.3.3 da ABNT NBR 6118 e correspondem a:

- armadura negativa

$$A_{s,min} = 0,035 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} A_c \text{ (por metro de laje)}$$

Equa\c{c}\~{a}o 8.12

- armadura positiva de lajes armadas em duas dire\c{c}\~{o}es

$$A_{s,min} = 0,023 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} A_c \text{ (por metro de laje)}$$

Equa\c{c}\~{a}o 8.13

- armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma dire\c{c}\~{a}o

$$A_{s,min} = 0,035 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} A_c \text{ (por metro de laje)}$$

Equa\c{c}\~{a}o 8.14

- armadura positiva (secund\~{a}ria) de lajes armadas em uma dire\c{c}\~{a}o

$$A_{s,min} = \max \left[\begin{array}{l} 0,20 A_{s,princ} \\ 0,9\text{cm}^2 \\ 0,018 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} A_c \end{array} \right] \text{ (por metro de laje)}$$

Equa\c{c}\~{a}o 8.15

8.8.4 DIÂMETRO DA ARMADURA DE FLEXÃO

Segundo o item 20.1 da ABNT NBR 6118, qualquer barra de armadura de flexão de lajes deve ter seu diâmetro limitado a 1/8 da espessura da laje (Figura 8.22 e Equação 8.16).

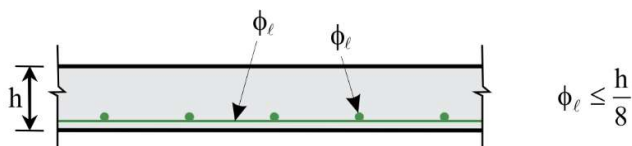


Figura 8.22 – Diâmetro máximo da armadura de flexão

$$\phi_\ell \leq \frac{h}{8}$$

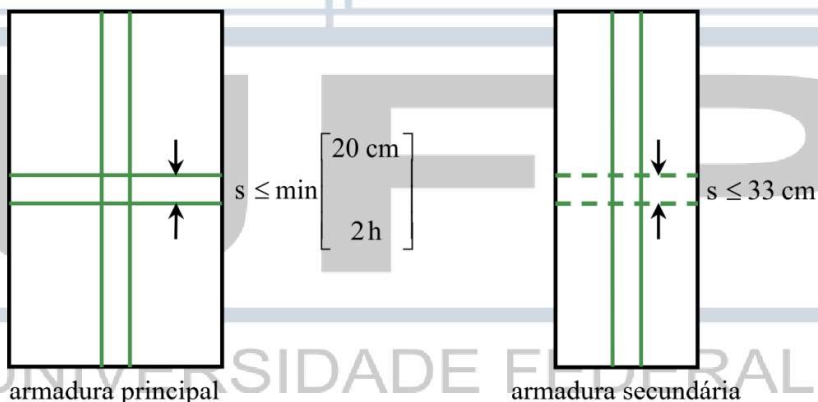
Equação 8.16

8.8.5 ESPAÇAMENTO DA ARMADURA DE FLEXÃO

ABNT NBR 6118, item 20.1

“As barras da armadura principal de flexão devem apresentar espaçamento no máximo igual $2h$ ou 20 cm , prevalecendo o menor desses dois valores na região dos maiores momentos fletores.

A armadura secundária de flexão deve ser igual ou superior a 20% da armadura principal, mantendo-se, ainda, um espaçamento entre barras de, no máximo, 33 cm. A emenda dessas barras deve respeitar os mesmos critérios de emenda das barras da armadura principal.”



A

Figura 8.23 mostra os espaçamentos máximos da armadura de flexão para lajes maciças de concreto armado.

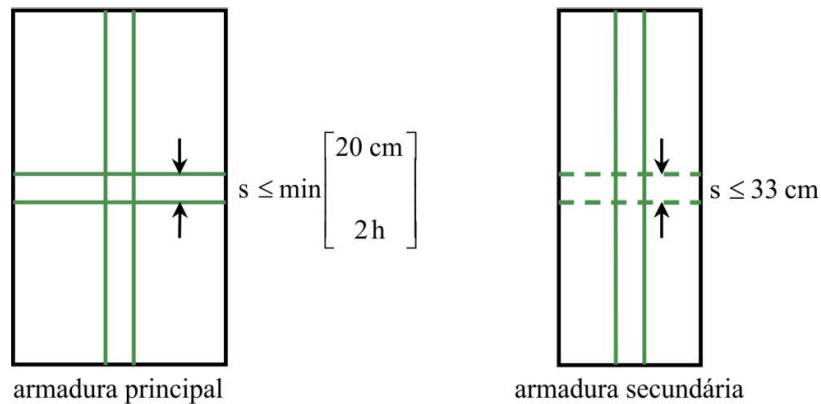


Figura 8.23 - Espaçamento máximo da armadura de flexão

Deve ser observado também que o item 20.1 da ABNT NBR 6118 não faz referência ao espaçamento mínimo entre as barras de flexão de lajes de concreto armado. Por razões construtivas, é conveniente não se posicionar barras com afastamentos inferiores a 7 cm.

De modo geral, pode-se estabelecer para as barras de flexão de lajes de concreto armado:

- armadura principal

$$7\text{ cm} \leq s \leq \min \begin{bmatrix} 20\text{ cm} \\ 2h \end{bmatrix}$$

Equação 8.17

- armadura secundária

$$10\text{ cm} \leq s \leq 33\text{ cm}$$

Equação 8.18

Observar que na Equação 8.18 o espaçamento mínimo para armadura secundária foi fixado em 10 cm.

EXEMPLO 8.5

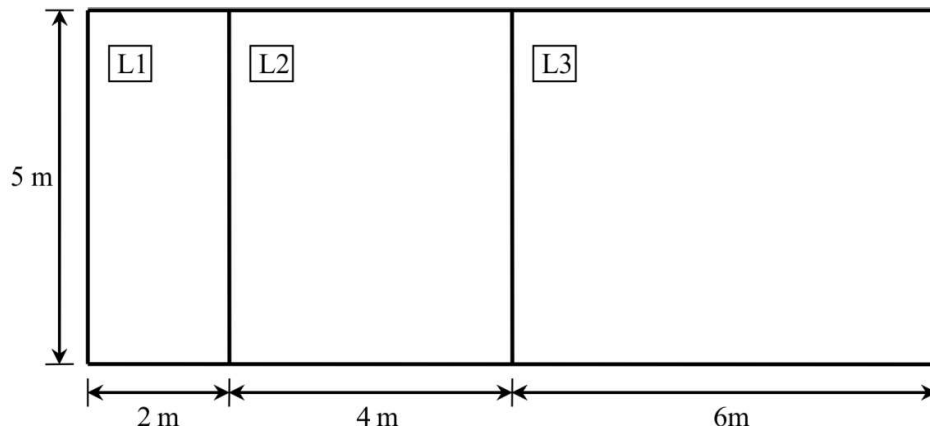
Determinar as armaduras necessárias para o painel de lajes abaixo representada.

Dados:

- concreto: C25; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- estado limite último, combinações últimas normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- espessura das lajes (h): 12 cm;
- cobrimento nominal (c_{nom}): 2,5 cm;
- barras de flexão não alternadas;
- carga permanente uniformemente distribuída (g_k): 5 kN/m²; e
- carga acidental uniformemente distribuída (q_k): 1,5 kN/m².



Solução: A solução do problema consiste na aplicação da Equação 8.7 para a determinação dos momentos fletores em lajes isoladas. A uniformização dos momentos negativos na região de continuidade de lajes é feita com a utilização da Equação 8.8. Para a correção dos momentos positivos deve-se usar a Equação 8.9. As armaduras devem ser determinadas com a aplicação da Equação 8.10, Equação 8.11, Equação 8.12, Equação 8.13, Equação 8.14, Equação 8.15, Equação 8.16, Equação 8.17 e Equação 8.18.

a) Dados - uniformização de unidades (kN e cm)

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa} = 2,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$\gamma_c = 1,40 \text{ (ELU - combinação normal)}$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{2,5}{1,40} = 1,79 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{yk} = 600 \text{ MPa} = 60 \text{ kN/cm}^2$$

$$\gamma_s = 1,15 \text{ (ELU - combinação normal)}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{60}{1,15} = 52,2 \text{ kN/cm}^2$$

$$b_w = 100 \text{ cm}$$

$$h = 12 \text{ cm}$$

$$c_{nom} = 2,5 \text{ cm}$$

$$d = h - (c_{nom} + 1,5 \phi_t)$$

$$d = 12 - (2,5 + 1,5 \times 10) = 8 \text{ cm (assumido } \phi_t = 10 \text{ mm)}$$

$$A_c = b_w h = 100 \times 12 = 1200 \text{ cm}^2$$

armadura negativa

$$A_{s,min} = 0,035 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} A_c$$

$$A_{s,min} = 0,035 \times \frac{1,79}{52,2} \times 1200 = 1,44 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

armadura positiva de lajes armadas em duas direções

$$A_{s,min} = 0,023 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} A_c$$

$$A_{s,min} = 0,023 \times \frac{1,79}{52,2} \times 1200 = 0,95 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção

$$A_{s,min} = 0,035 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} A_c$$

$$A_{s,min} = 0,035 \times \frac{1,79}{52,2} \times 1200 = 1,44 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção

$$A_{s,min} = \max \begin{bmatrix} 0,20 A_{s,princ} \\ 0,9 \text{ cm}^2 \\ 0,018 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} A_c \end{bmatrix}$$

$$A_{s,min} = \max \begin{bmatrix} 0,20 A_{s,princ} \\ 0,9 \text{ cm}^2 \\ 0,018 \times \frac{1,79}{52,2} \times 1200 = 0,74 \text{ cm}^2 / \text{m} \end{bmatrix}$$

$$A_{s,min} = \max \begin{bmatrix} 0,20 A_{s,princ} \\ 0,90 \text{ cm}^2 / \text{m} \end{bmatrix}$$

$$\phi_\ell \leq \frac{h}{8}$$

$$\phi_\ell \leq \frac{12}{8} = 1,50 \text{ cm} \Rightarrow \phi_{\ell,max} = 12,5 \text{ mm}$$

$$7 \text{ cm} \leq s \leq \min \begin{bmatrix} 20 \text{ cm} \\ 2h \end{bmatrix}$$

$$7 \text{ cm} \leq s \leq \min \begin{bmatrix} 20 \text{ cm} \\ 2 \times 12 = 24 \text{ cm} \end{bmatrix}$$

$$7 \text{ cm} \leq s \leq 20 \text{ cm} \text{ (armadura principal)}$$

$$10 \text{ cm} \leq s \leq 33 \text{ cm} \text{ (armadura secundária)}$$

$$m_{Rd1,lim} = 0,272 b_w d^2 f_{cd} \quad (f_{ck} \leq 35 \text{ MPa})$$

$$m_{Rd1,lim} = 0,272 \times 100 \times 8^2 \times 1,79 = 3116 \text{ kNcm/m}$$

$$m_{Rd1,lim} = 31,16 \text{ kNm/m} \leftarrow \text{máximo momento permitido na laje}$$

para que não haja

armadura de compressão

b) Carregamento das lajes (valores de cálculo)

$$p_d = \gamma_g g_k + \gamma_q q_k$$

$$p_d = 1,4 \times 5,0 + 1,4 \times 15 = 9,1 \text{ kN/m}^2$$

c) Laje L1

$$\ell_{x1} = 2,0 \text{ m}$$

$$\ell_{y1} = 5,0 \text{ m}$$

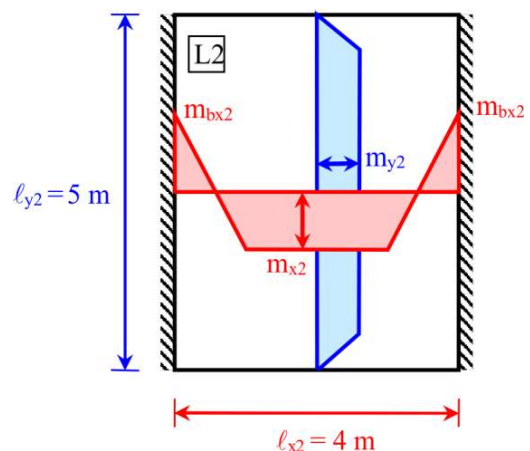
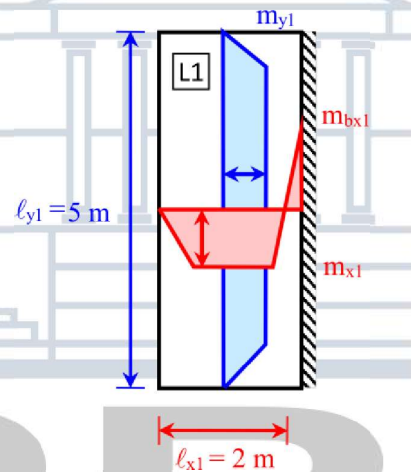
$$\frac{\ell_{y1}}{\ell_{x1}} = \frac{5,0}{2,0} = 2,50 \Rightarrow \text{tab} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_{x1} = 14,20 \\ \alpha_{y1} = 42,50 \\ \beta_{x1} = 8,00 \end{cases}$$

$$m_{x1,d} = \frac{p_d \ell_{x1}^2}{\alpha_{x1}} = \frac{9,1 \times 2,0^2}{14,20} = 2,56 \text{ kNm/m}$$

$$m_{y1,d} = \frac{p_d \ell_{x1}^2}{\alpha_{y1}} = \frac{9,1 \times 2,0^2}{42,50} = 0,86 \text{ kNm/m}$$

$$m_{bx1,d} = -\frac{p_d \ell_{x1}^2}{\beta_{x1}} = -\frac{9,1 \times 2,0^2}{8,00} = -4,55 \text{ kNm/m}$$

d) Laje L2



$$\ell_{x2} = 4,0\text{m}$$

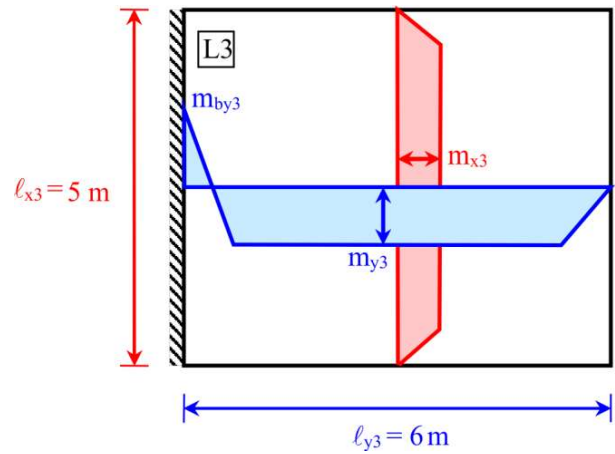
$$\ell_{y2} = 5,0\text{m}$$

$$\frac{\ell_{y2}}{\ell_{x2}} = \frac{5,0}{4,0} = 1,25 \Rightarrow \text{tab} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_{x2} = 26,40 \\ \alpha_{y2} = 48,20 \\ \beta_{x2} = 12,70 \end{cases}$$

$$m_{x2,d} = \frac{p_d \ell_{x2}^2}{\alpha_{x2}} = \frac{9,1 \times 4,0^2}{26,40} = 5,52 \text{ kNm/m}$$

$$m_{y2,d} = \frac{p_d \ell_{x2}^2}{\alpha_{y2}} = \frac{9,1 \times 4,0^2}{48,20} = 3,02 \text{ kNm/m}$$

$$m_{bx2,d} = -\frac{p_d \ell_{x2}^2}{\beta_{x2}} = -\frac{9,1 \times 4,0^2}{12,70} = -11,46 \text{ kNm/m}$$



e) Laje L3

$$\ell_{x3} = 5,0\text{m}$$

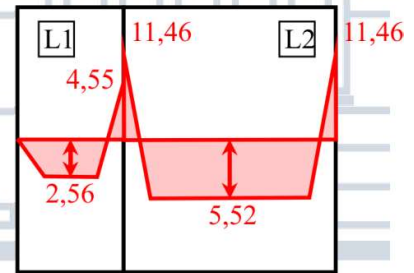
$$\ell_{y3} = 6,0\text{m}$$

$$\frac{\ell_{y3}}{\ell_{x3}} = \frac{6,0}{5,0} = 1,20 \Rightarrow \text{tab} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_{x3} = 22,00 \\ \alpha_{y3} = 23,80 \\ \beta_{y3} = 10,10 \end{cases}$$

$$m_{x3,d} = \frac{p_d \ell_{x3}^2}{\alpha_{x3}} = \frac{9,1 \times 5,0^2}{22,00} = 10,34 \text{ kNm/m}$$

$$m_{y3,d} = \frac{p_d \ell_{x3}^2}{\alpha_{y3}} = \frac{9,1 \times 5,0^2}{23,80} = 9,56 \text{ kNm/m}$$

$$m_{by3,d} = -\frac{p_d \ell_{x3}^2}{\beta_{y3}} = -\frac{9,1 \times 5,0^2}{10,10} = -22,52 \text{ kNm/m}$$



f) Uniformização de momentos fletores – Lajes L1/L2

$$m_{b12,d} = \max \left[\frac{m_{b1,d} + m_{b2,d}}{2}, 0,8 m_{b2,d} \right] \quad |m_{b2,d}| > |m_{b1,d}|$$

$$m_{b12,d} = \max \left[\frac{4,55 + 11,46}{2}, 0,8 \times 11,46 \right]$$

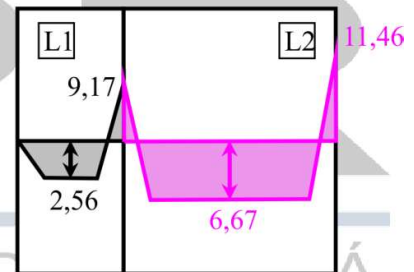
$$m_{b12,d} = \max [8,01, 9,17]$$

$$m_{b12,d} = 9,17 \text{ kNm/m}$$

$$m_{2,d,cor} = m_{2,d} + \frac{m_{b2,d} - m_{b12,d}}{2} \quad |m_{b2,d}| > |m_{b1,d}|$$

$$m_{2,d,cor} = 5,52 + \frac{11,46 - 9,17}{2}$$

$$m_{2,d,cor} = 6,67 \text{ kNm/m}$$



g) Uniformização de momentos fletores – Lajes L2/L3

$$m_{b23,d} = \max \left[\frac{m_{b2,d} + m_{b3,d}}{2}, 0,8m_{b3,d} \right] \quad |m_{b3,d}| > |m_{b2,d}|$$

$$m_{b23,d} = \max \left[\frac{11,46 + 22,52}{2}, 0,8 \times 22,52 \right]$$

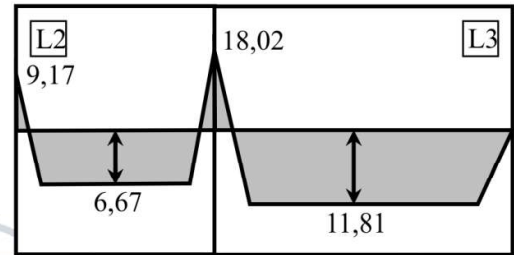
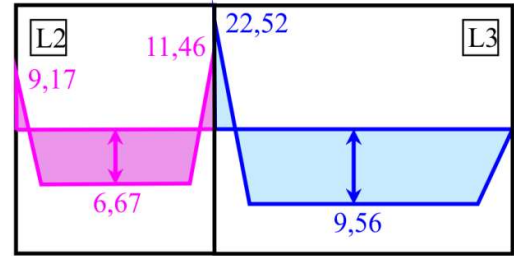
$$m_{b23,d} = \max \left[16,99, 18,02 \right]$$

$$m_{b23,d} = 18,02 \text{ kNm/m}$$

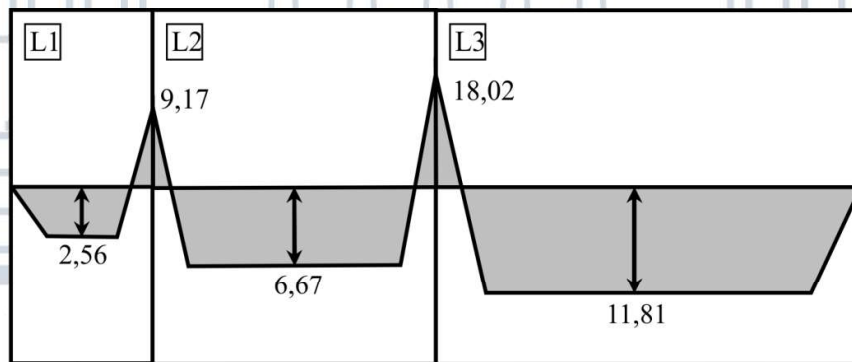
$$m_{3,d,cor} = m_{3,d} + \frac{m_{b3,d} - m_{b23,d}}{2} \quad |m_{b3,d}| > |m_{b2,d}|$$

$$m_{3,d,cor} = 9,56 + \frac{22,52 - 18,02}{2}$$

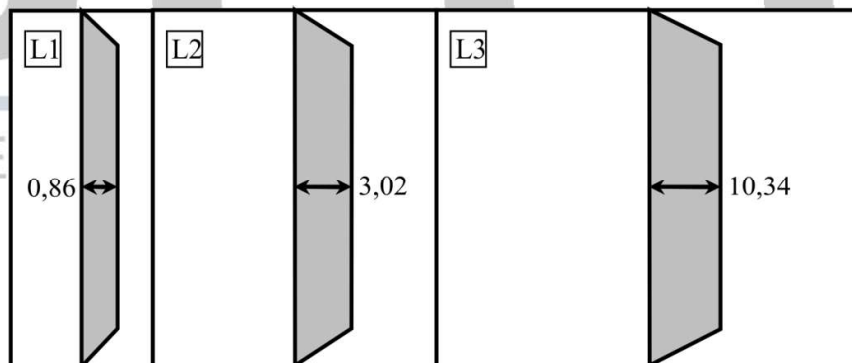
$$m_{3,d,cor} = 11,81 \text{ kNm/m}$$



h) Momentos fletores (kNm/m) na direção L1/L2/L3



i) Momentos fletores (kNm/m) das lajes sem continuidades (L1, L2 e L3)



j) Armadura para os momentos fletores na direção L1/L2/L3

$$m_{sd} = 2,56 \text{ kNm/m}$$

$$\underbrace{m_{sd}}_{2,56 \text{ kNm/m}} < \underbrace{m_{Rd,lim}}_{31,16 \text{ kNm/m}} \Rightarrow \text{não há necessidade de armadura de compressão}$$

$$m_{sd} = m_{Rd} = m_{Rd1} = 256 \text{ kNm/m}$$

$$\beta_c = \frac{m_{Rd1}}{b_w d^2 f_{cd}} \leq 0,272 \quad (f_{ck} \leq 35 \text{ MPa})$$

$$\beta_c = \frac{256}{100 \times 8^2 \times 1,79} = 0,022 < 0,272 \text{ OK}$$

$$\beta_c = 0,022 \Rightarrow \Rightarrow \underbrace{\quad}_{\text{tabela}} \begin{cases} \beta_z = 0,987 \\ \beta_s = 1,000 \end{cases}$$

$$A_s = \frac{m_{Rdt}}{\beta_z d \beta_s f_{yd}} \geq A_{s,min}$$

$$A_{s,min} = 0,95 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_s = \frac{256}{0,987 \times 8 \times 1,000 \times 52,2} = 0,62 \text{ cm}^2 / \text{m} < 0,95 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_s = 0,95 \text{ cm}^2 / \text{m} \blacktriangleleft$$

$$7 \text{ cm} \leq s \leq 20 \text{ cm}$$

ϕ (mm)	$A_{s,bar}$ (cm ²)	s (cm)	$A_{s,ef}$ (cm ² /m)
► 5	0,196	► 20	0,98

$$s \text{ cm} \rightarrow 0,196 \text{ cm}^2$$

$$100 \text{ cm} \rightarrow 0,95 \text{ cm}^2$$

$$m_{Sd} = -9,17 \text{ kNm/m}$$

$$\underbrace{m_{Sd}}_{9,17 \text{ kNm/m}} < \underbrace{m_{Rdt,lim}}_{31,16 \text{ kNm/m}} \Rightarrow \text{n\~{o} h\~{a} necessidade de armadura de compress\~{a}o}$$

$$m_{Sd} = m_{Rd} = m_{Rdt} = 917 \text{ kNm/m}$$

$$\beta_c = \frac{917}{100 \times 8^2 \times 1,79} = 0,080 < 0,272 \text{ OK}$$

$$\beta_c = 0,080 \Rightarrow \Rightarrow \underbrace{\quad}_{\text{tabela}} \begin{cases} \beta_z = 0,950 \\ \beta_s = 1,000 \end{cases}$$

$$A_{s,min} = 1,44 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_s = \frac{917}{0,950 \times 8 \times 1,000 \times 52,2} = 2,31 \text{ cm}^2 / \text{m} > 1,44 \text{ cm}^2 / \text{m} \text{ OK}$$

$$A_s = 2,31 \text{ cm}^2 / \text{m} \blacktriangleleft$$

$$7 \text{ cm} \leq s \leq 20 \text{ cm}$$

ϕ (mm)	$A_{s,bar}$ (cm ²)	s (cm)	$A_{s,ef}$ (cm ² /m)
5	0,196	8	2,45
► 6	0,283	► 12	2,36
7	0,385	16	2,41

$$s \text{ cm} \rightarrow 0,196 \text{ cm}^2$$

$$100 \text{ cm} \rightarrow 2,31 \text{ cm}^2$$

$$m_{Sd} = 6,67 \text{ kNm/m}$$

$$\underbrace{m_{Sd}}_{6,67 \text{ kNm/m}} < \underbrace{m_{Rdt,lim}}_{31,16 \text{ kNm/m}} \Rightarrow \text{n\~{o} h\~{a} necessidade de armadura de compress\~{a}o}$$

$$m_{Sd} = m_{Rd} = m_{Rdt} = 667 \text{ kNm/m}$$

$$\beta_c = \frac{667}{100 \times 8^2 \times 1,79} = 0,058 < 0,272 \text{ OK}$$

$$\beta_c = 0,058 \Rightarrow \Rightarrow \underbrace{\quad}_{\text{tabela}} \begin{cases} \beta_z = 0,964 \\ \beta_s = 1,000 \end{cases}$$

$$A_{s,min} = 0,95 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_s = \frac{667}{0,964 \times 8 \times 1,000 \times 52,2} = 1,66 \text{ cm}^2 / \text{m} > 0,95 \text{ cm}^2 / \text{m} \text{ OK}$$

$$A_s = 1,66 \text{ cm}^2 / \text{m} \blacktriangleleft$$

$$7\text{ cm} \leq s \leq 20\text{ cm}$$

ϕ (mm)	$A_{s,\text{bar}}$ (cm ²)	s (cm)	$A_{s,\text{ef}}$ (cm ² /m)
► 5	0,196	► 11	1,78
6	0,283	17	1,66

$$m_{Sd} = -18,02 \text{ kNm/m}$$

$$\underbrace{m_{Sd}}_{18,02 \text{ kNm/m}} < \underbrace{m_{Rd1,\text{lim}}}_{31,16 \text{ kNm/m}} \Rightarrow \text{n\~{a}o h\~{a} necessidade de armadura de compress\~{a}o}$$

$$m_{Sd} = m_{Rd} = m_{Rd1} = 1802 \text{ kNcm/m}$$

$$\beta_c = \frac{1802}{100 \times 8^2 \times 1,79} = 0,157 < 0,272 \text{ OK}$$

$$\beta_c = 0,157 \Rightarrow \Rightarrow \begin{cases} \beta_z = 0,897 \\ \beta_s = 1,000 \end{cases}$$

$$A_{s,\text{min}} = 1,44 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_s = \frac{1802}{0,897 \times 8 \times 1,000 \times 52,2} = 4,81 \text{ cm}^2/\text{m} > 1,44 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ OK}$$

$$A_s = 4,81 \text{ cm}^2/\text{m} \blacktriangleleft$$

$$7\text{ cm} \leq s \leq 20\text{ cm}$$

ϕ (mm)	$A_{s,\text{bar}}$ (cm ²)	s (cm)	$A_{s,\text{ef}}$ (cm ² /m)
► 8	0,503	► 10	5,03
10	0,785	16	4,91

$$m_{Sd} = 11,81 \text{ kNm/m}$$

$$\underbrace{m_{Sd}}_{11,81 \text{ kNm/m}} < \underbrace{m_{Rd1,\text{lim}}}_{31,16 \text{ kNm/m}} \Rightarrow \text{n\~{a}o h\~{a} necessidade de armadura de compress\~{a}o}$$

$$m_{Sd} = m_{Rd} = m_{Rd1} = 1181 \text{ kNcm/m}$$

$$\beta_c = \frac{1181}{100 \times 8^2 \times 1,79} = 0,103 < 0,272 \text{ OK}$$

$$\beta_c = 0,103 \Rightarrow \Rightarrow \begin{cases} \beta_z = 0,935 \\ \beta_s = 1,000 \end{cases}$$

$$A_{s,\text{min}} = 0,95 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_s = \frac{1181}{0,935 \times 8 \times 1,000 \times 52,2} = 3,02 \text{ cm}^2/\text{m} > 0,95 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ OK}$$

$$A_s = 3,02 \text{ cm}^2/\text{m} \blacktriangleleft$$

$$7\text{ cm} \leq s \leq 20\text{ cm}$$

ϕ (mm)	$A_{s,\text{bar}}$ (cm ²)	s (cm)	$A_{s,\text{ef}}$ (cm ² /m)
► 6	0,283	► 9	3,14
8	0,503	16	3,14

k) Armad sem continuidades (L1, L2 e L3)

$$m_{Sd} = 0,86 \text{ kNm/m}$$

$$\underbrace{m_{Sd}}_{0,86 \text{ kNm/m}} < \underbrace{m_{Rd1,\text{lim}}}_{31,16 \text{ kNm/m}} \Rightarrow \text{n\~{a}o h\~{a} necessidade de armadura de compress\~{a}o}$$

$$m_{Sd} = m_{Rd} = m_{Rd1} = 86 \text{ kNcm/m}$$

$$\beta_c = \frac{86}{100 \times 8^2 \times 1,79} = 0,008 < 0,272 \text{ OK}$$

$$\beta_c = 0,008 \Rightarrow \Rightarrow \underbrace{\quad}_{\text{tabela}} \begin{cases} \beta_z = 0,996 \\ \beta_s = 1,000 \end{cases}$$

$$A_{s,\min} = 0,95 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_s = \frac{86}{0,996 \times 8 \times 1,000 \times 52,2} = 0,21 \text{ cm}^2 / \text{m} < 0,95 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_s = 0,95 \text{ cm}^2 / \text{m} \blacktriangleleft$$

$$7 \text{ cm} \leq s \leq 20 \text{ cm}$$

ϕ (mm)	$A_{s,\text{bar}}$ (cm ²)	s (cm)	$A_{s,\text{ef}}$ (cm ² /m)
► 5	0,196	► 20	0,98

$$m_{Sd} = 3,02 \text{ kNm/m}$$

$$\underbrace{m_{Sd}}_{3,02 \text{ kNm/m}} < \underbrace{m_{Rd1,\text{lim}}}_{31,16 \text{ kNm/m}} \Rightarrow \text{n\~{o} h\~{a} necessidade de armadura de compress\~{a}o}$$

$$m_{Sd} = m_{Rd} = m_{Rd1} = 302 \text{ kNcm/m}$$

$$\beta_c = \frac{302}{100 \times 8^2 \times 1,79} = 0,026 < 0,272 \text{ OK}$$

$$\beta_c = 0,026 \Rightarrow \Rightarrow \underbrace{\quad}_{\text{tabela}} \begin{cases} \beta_z = 0,984 \\ \beta_s = 1,000 \end{cases}$$

$$A_{s,\min} = 0,95 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_s = \frac{302}{0,984 \times 8 \times 1,000 \times 52,2} = 0,73 \text{ cm}^2 / \text{m} < 0,95 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_s = 0,95 \text{ cm}^2 / \text{m} \blacktriangleleft$$

$$7 \text{ cm} \leq s \leq 20 \text{ cm}$$

ϕ (mm)	$A_{s,\text{bar}}$ (cm ²)	s (cm)	$A_{s,\text{ef}}$ (cm ² /m)
► 5	0,196	► 20	0,98

$$m_{Sd} = 10,34 \text{ kNm/m}$$

$$\underbrace{m_{Sd}}_{10,34 \text{ kNm/m}} < \underbrace{m_{Rd1,\text{lim}}}_{31,16 \text{ kNm/m}} \Rightarrow \text{n\~{o} h\~{a} necessidade de armadura de compress\~{a}o}$$

$$m_{Sd} = m_{Rd} = m_{Rd1} = 1034 \text{ kNcm/m}$$

$$\beta_c = \frac{1034}{100 \times 8^2 \times 1,79} = 0,090 < 0,272 \text{ OK}$$

$$\beta_c = 0,090 \Rightarrow \Rightarrow \underbrace{\quad}_{\text{tabela}} \begin{cases} \beta_z = 0,944 \\ \beta_s = 1,000 \end{cases}$$

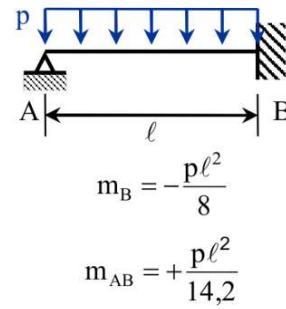
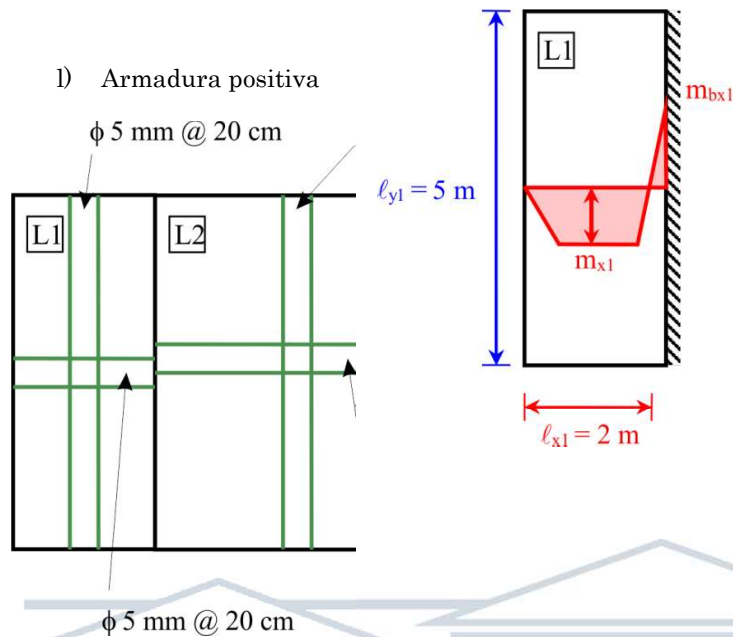
$$A_{s,\min} = 0,95 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_s = \frac{1034}{0,944 \times 8 \times 1,000 \times 52,2} = 2,62 \text{ cm}^2 / \text{m} > 0,95 \text{ cm}^2 / \text{m} \text{ OK}$$

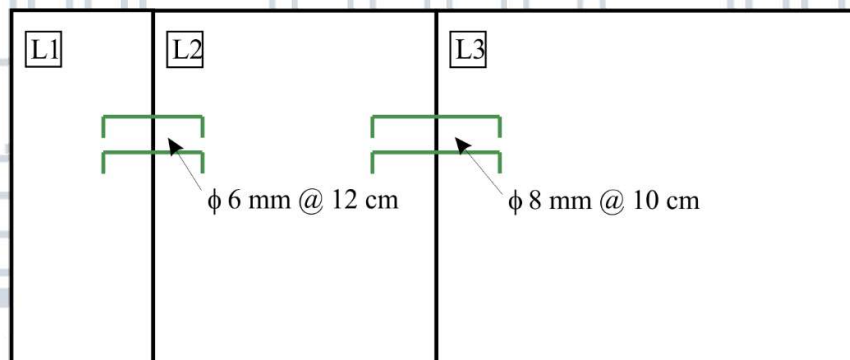
$$A_s = 2,62 \text{ cm}^2 / \text{m} \blacktriangleleft$$

$$7 \text{ cm} \leq s \leq 20 \text{ cm}$$

ϕ (mm)	$A_{s,\text{bar}}$ (cm ²)	s (cm)	$A_{s,\text{ef}}$ (cm ² /m)
5	0,196	7	2,80
► 6	0,283	► 10	2,83
7	0,385	14	2,75



m) Armadura negativa



n) Consideração da laje L1 com curvatura em uma só direção

Embora a relação entre o vão maior (5 m) e o vão menor (2 m) da laje L1 supere dois, a dupla curvatura desta laje foi considerada, resultando na armadura mostrada no item m (todas armaduras consideradas como principais).

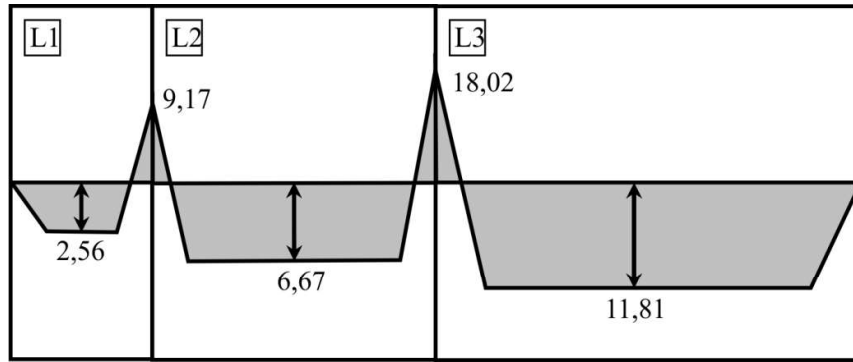
Caso a curvatura na direção do vão maior fosse desprezada (consideração de laje armada em uma só direção), os momentos fletores da laje L1 resultariam:

$$\ell_{x1} = 2,0 \text{ m}$$

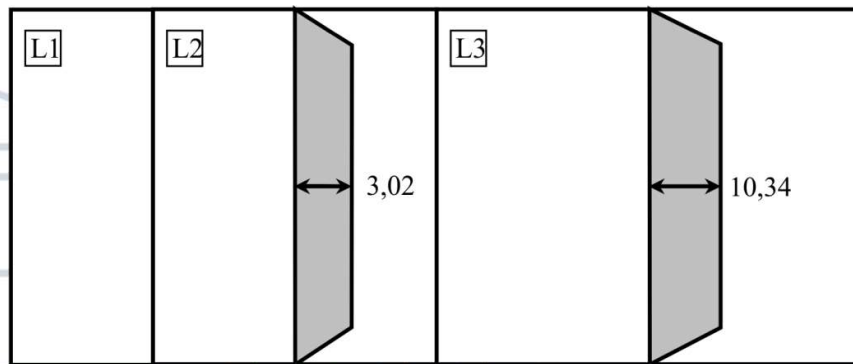
$$l_{y1} = 5,0 \text{ m} \quad \frac{\ell_{y1}}{\ell_{x1}} = \frac{5,0}{2,0} = 2,50 > 2,0 \quad m_{x1,d} = \frac{p_d \ell_{x1}^2}{14,2} = \frac{9,1 \times 2,0^2}{14,2} = 2,56 \text{ kNm/m}$$

$$m_{bx1,d} = -\frac{p_d \ell_{x1}^2}{8,0} = -\frac{9,1 \times 2,0^2}{8,0} = -4,55 \text{ kNm/m}$$

Como não houve modificações nos momentos fletores na direção L1/L2, a distribuição de momentos e armadura nesta direção permanecerá inalterada para todo o painel de laje.



A única modificação deverá ser feita para a laje L1, na direção do maior vão (5 m), onde não haverá momento positivo atuando e deverá ser posicionada apenas uma armadura de distribuição, função do momento positivo na outra direção (2,56 kNm/m).



É importante observar que a armadura positiva para o momento fletor positivo da laje L1 (2,56 kNm/m) resultou em 0,95 cm²/m, correspondente ao valor de armadura mínima para laje armada em duas direções. Como agora a laje será armada em uma só direção, o valor da armadura mínima deve ser alterado para 1,44 cm²/m (1 ϕ de 5 mm @ 13 cm). Para a armadura de distribuição, tem-se:

$$A_{s,min} = \max \left[\begin{matrix} 0,20 A_{s,princ} \\ 0,90 \text{ cm}^2 / \text{m} \end{matrix} \right]$$

$$A_{s,princ} = 1,44 \text{ cm}^2 / \text{m} \quad (m_{Sd} = 2,56 \text{ kNm} / \text{m})$$

$$A_{s,min} = \max \left[\begin{matrix} 0,20 \times 1,44 = 0,29 \text{ cm}^2 / \text{m} \\ 0,90 \text{ cm}^2 / \text{m} \end{matrix} \right]$$

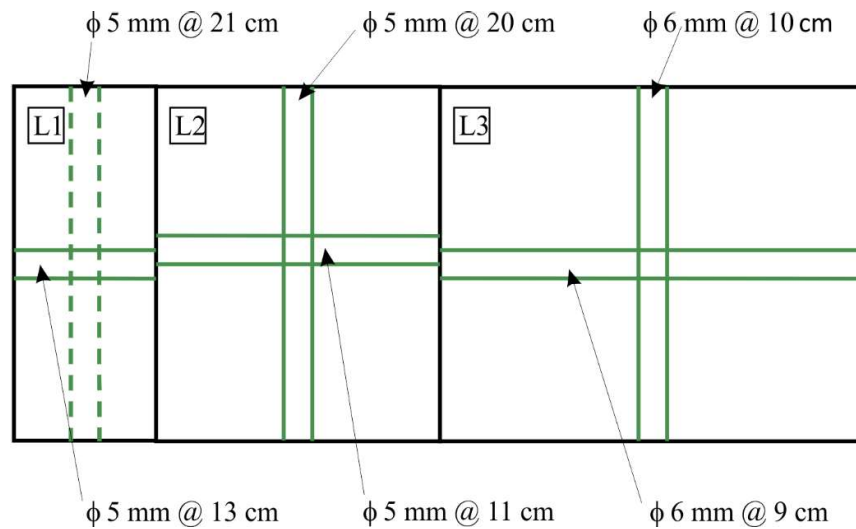
$$A_{s,min} = 0,90 \text{ cm}^2 / \text{m} \blacktriangleleft$$

$$10 \text{ cm} \leq s \leq 33 \text{ cm}$$

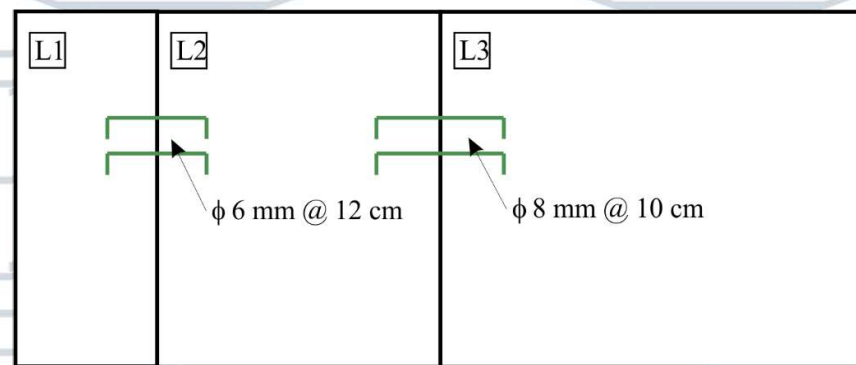
ϕ (mm)	As,bar (cm²)	s (cm)	As,ef (cm²/m)
► 5	0,196	► 21	0,93
6,3	0,312	33	0,95

A distribuição de armaduras do painel de lajes fica como a seguir indicado.

Armadura positiva



Armadura negativa (inalterada)



8.8.6 COMPRIMENTO DE BARRAS

8.8.6.1 ARMADURA POSITIVA

8.8.6.1.1 BARRAS NÃO ALTERNADAS

Os comprimentos horizontais das armaduras positivas (c_{bx} e c_{by}) de barras não alternadas devem seguir o indicado na Figura 8.24. O comprimento total das barras, antes das dobras, será igual ao comprimento horizontal somado aos comprimentos dos ganchos das extremidades.

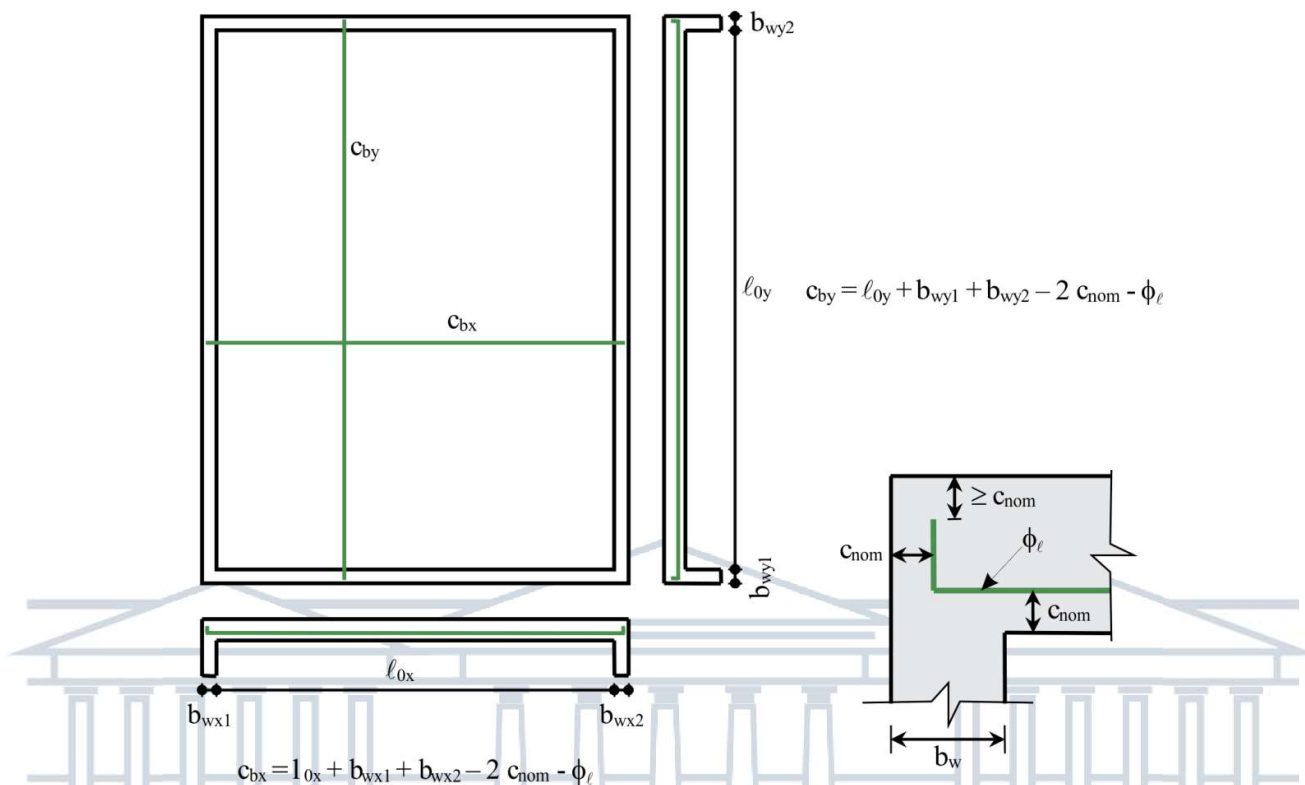


Figura 8.24 – Comprimento de barras não alternadas – armadura positiva

Observar na Figura 8.24 que as barras que constituem a armadura positiva das lajes maciças de concreto devem terminar em gancho. Isto deve ser feito para melhorar as condições de ancoragem. O gancho de 90°, como mostrado na Figura 8.24, é o mais conveniente, embora nem sempre possa ser usado. A ponta superior deste gancho deve, também, respeitar o cobrimento nominal, o que nem sempre é possível. Quando o gancho de 90° não puder ser utilizado, pode-se fazer uso dos ganchos de 135° ou 180°, como mostrado na Figura [7.7] e na Figura 8.25.

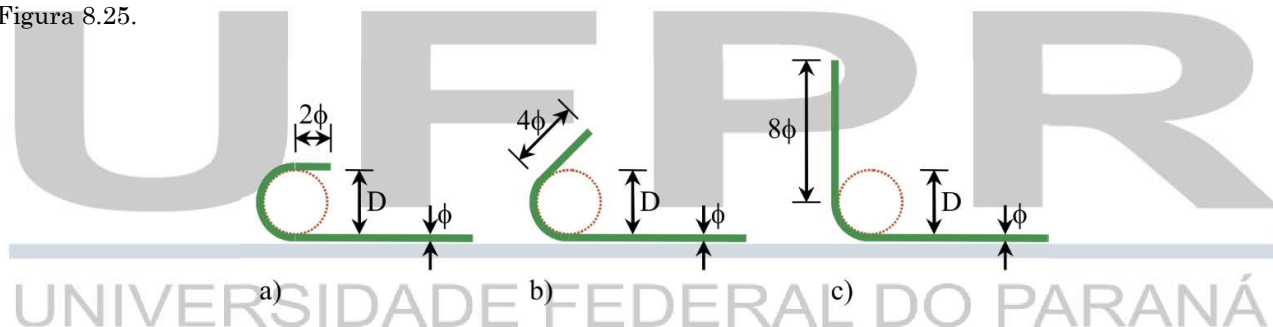


Figura 8.25 – Ganchos da armadura positiva

O diâmetro interno da curvatura (D) dos ganchos das armaduras longitudinais de tração deve ser pelo menos igual ao estabelecido na Tabela [7.4] e na Tabela 7.4.

Bitola (mm)	Tipo de Aço		
	CA-25	CA-50	CA-60
<20	4φ	5φ	6φ
≥20	5φ	8φ	-

Tabela 8.3 – Diâmetro dos pinos de dobramento

8.8.6.1.2 BARRAS ALTERNADAS

Os comprimentos horizontais das armaduras positivas (c_{bx} e c_{by}) de barras alternadas, para lajes contínuas, devem seguir o indicado na Figura 8.26. O comprimento total das barras, antes das dobras, será igual ao comprimento horizontal somado ao comprimento do gancho da extremidade que chega ao apoio.

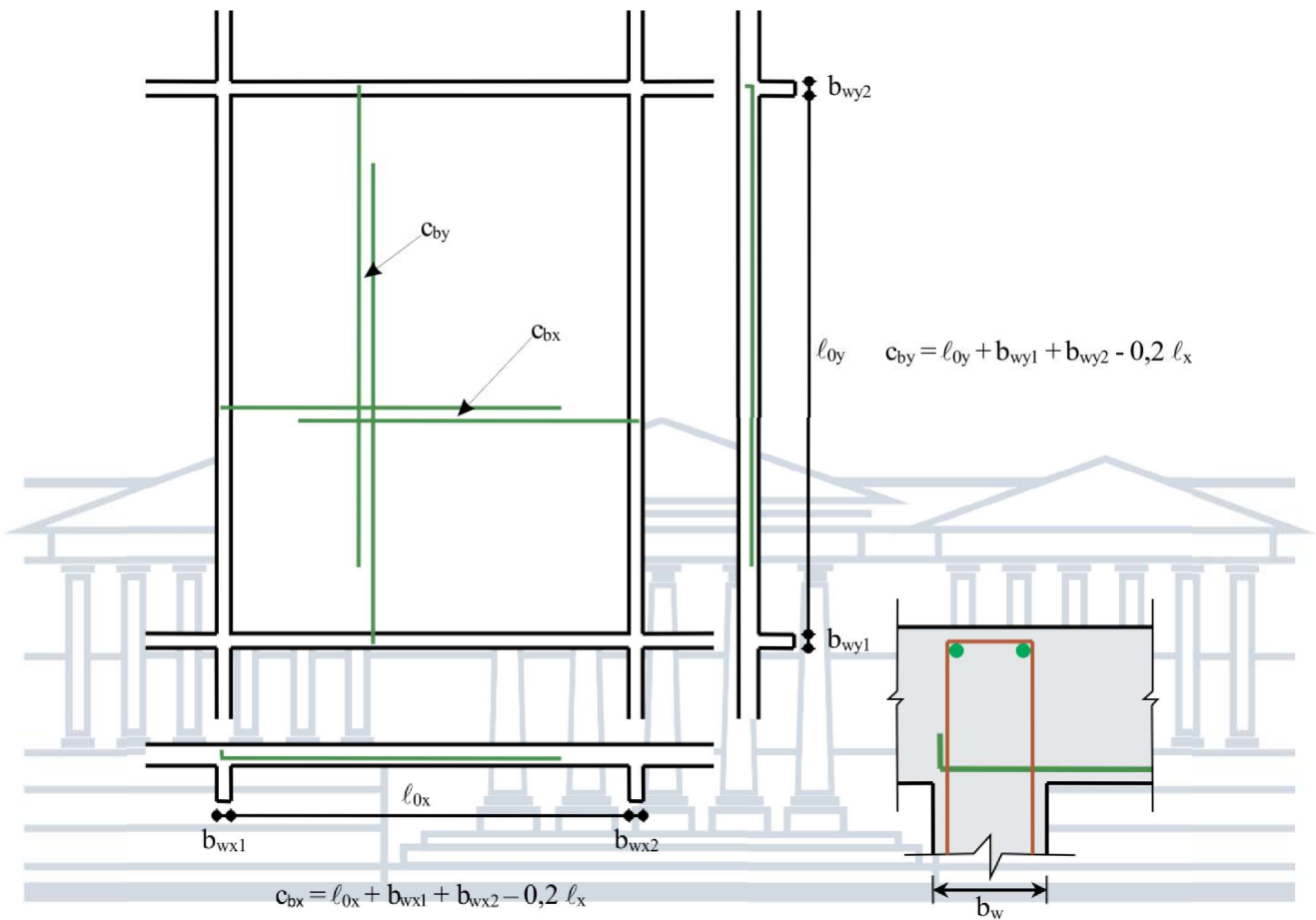
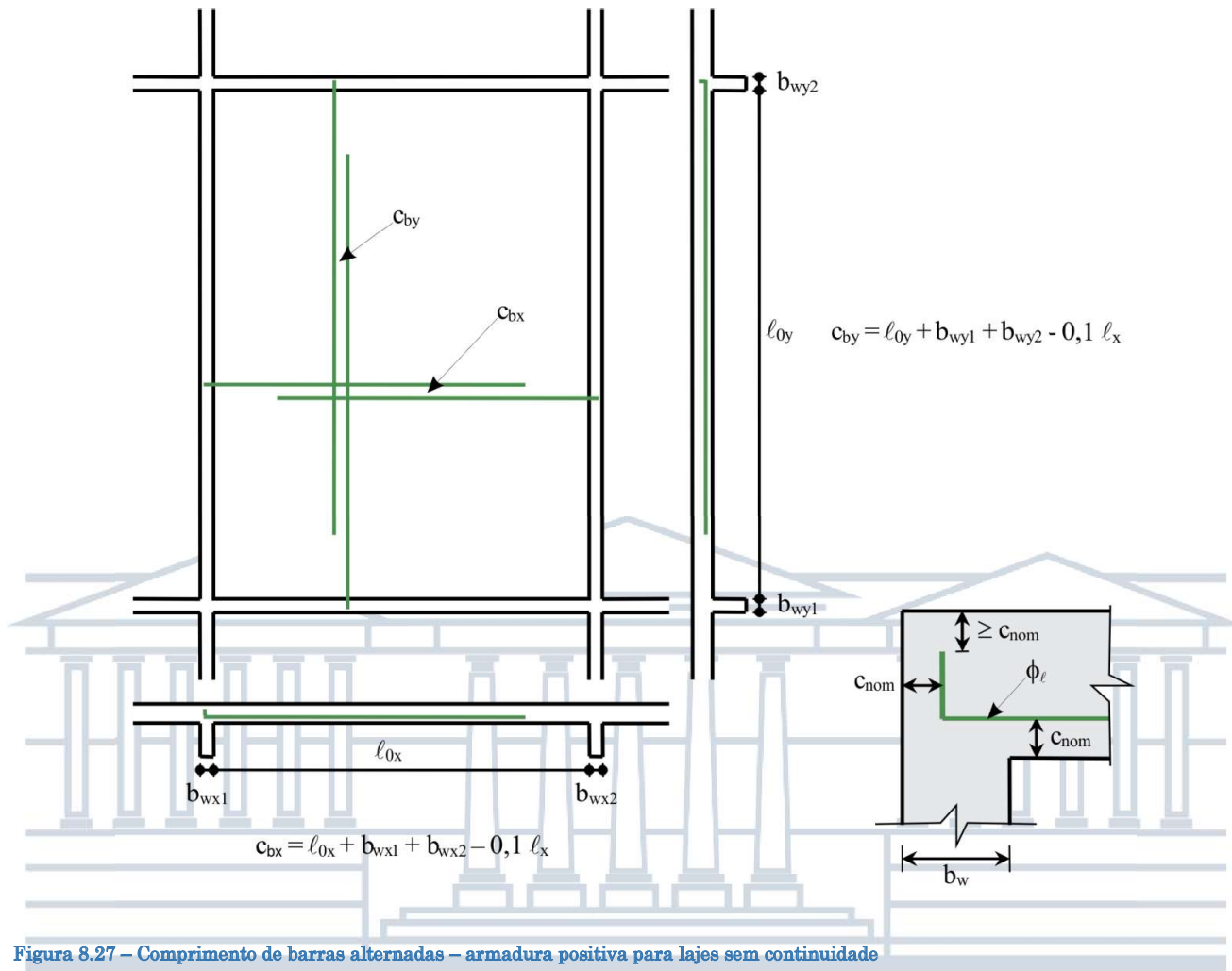


Figura 8.26 – Comprimento de barras alternadas – armadura positiva para lajes contínuas

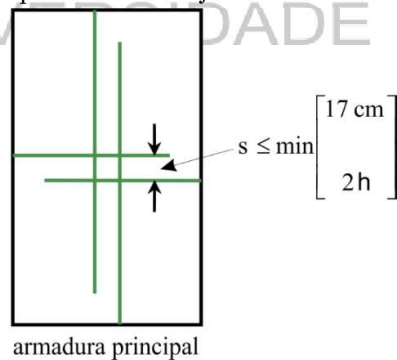
Os comprimentos horizontais das armaduras positivas (c_{bx} e c_{by}) de barras alternadas, para lajes sem continuidade, devem seguir o indicado na Figura 8.27. O comprimento total das barras, antes das dobras, será igual ao comprimento horizontal somado ao comprimento do gancho da extremidade que chega ao apoio.



Para as lajes que apresentam continuidade em uma só direção, os comprimentos horizontais das armaduras positivas (C_{bx} e C_{by}) de barras alternadas, devem ser determinados de tal forma que:

- na direção da continuidade, seja seguido o indicado na Figura 8.26; e
- na direção onde não existe continuidade, seja seguido o indicado na Figura 8.27.

É importante observar que a ABNT NBR 6118, item 20.1, não faz referência aos espaçamentos máximo e mínimo da armadura de flexão de lajes maciças de concreto constituídas por barras alternadas. Como o mínimo de três barras por metro de laje deve ser mantido, o espaçamento máximo das barras alternadas deve seguir o



indicado na

Figura 8.28 $\{3 \text{ bar} \times (2 \times 17 \text{ cm})\} = 102 \text{ cm} \approx 1 \text{ m}\}.$

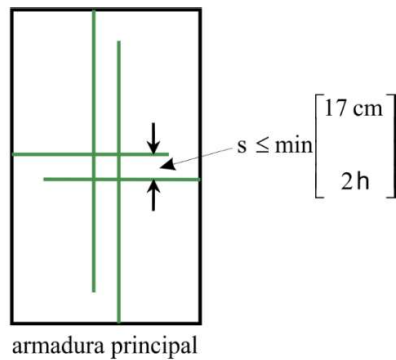


Figura 8.28 – Espaçamento máximo da armadura de flexão – barras alternadas

Quanto ao espaçamento mínimo deve-se ser mantido o estabelecido na Equação 8.17. Desta forma, pode-se estabelecer para armadura de flexão de lajes maciças de concreto constituídas por barras alternadas:

$$7\text{ cm} \leq s \leq \min \begin{bmatrix} 17\text{ cm} \\ 2h \end{bmatrix} \quad \text{Equação 8.19}$$

8.8.6.2 ARMADURA NEGATIVA

8.8.6.2.1 – LAJES CONTÍNUAS - BARRAS NÃO ALTERNADAS

Os comprimentos horizontais das armaduras negativas (c_b) de barras não alternadas de lajes contínuas devem seguir o indicado na Figura 8.29. O comprimento total das barras, antes das dobras, será igual ao comprimento horizontal somado aos comprimentos dos ganchos das extremidades.

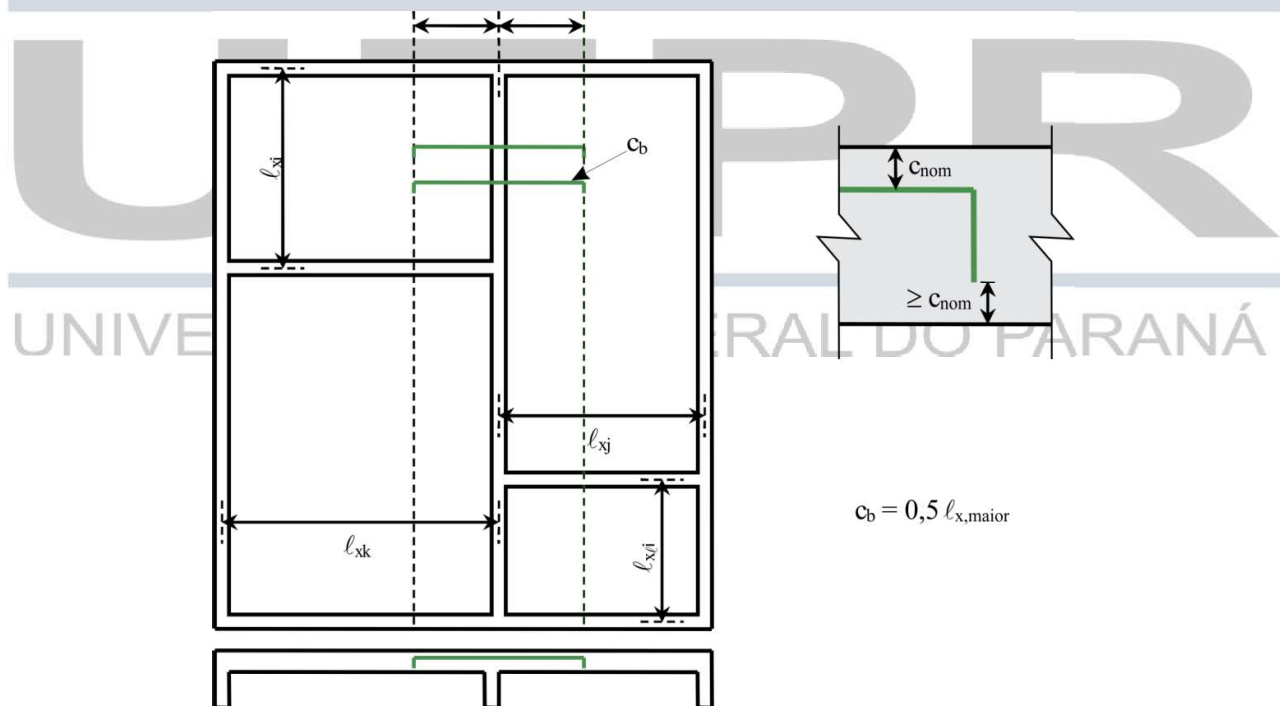


Figura 8.29 - Comprimento de barras não alternadas de lajes contínuas – armadura negativa

As barras que constituem a armadura negativa das lajes contínuas devem terminar em gancho de 90°, com mostrado na Figura 8.29. Os detalhes do gancho devem respeitar o indicado na Figura 8.25 e na Tabela 7.4.

8.8.6.2.2 – LAJES CONTÍNUAS - BARRAS ALTERNADAS

Os comprimentos horizontais das armaduras negativas (c_b) de barras alternadas de lajes contínuas devem seguir o indicado na Figura 8.30. O comprimento total das barras, antes das dobras, será igual ao comprimento horizontal somado aos comprimentos dos ganchos das extremidades.

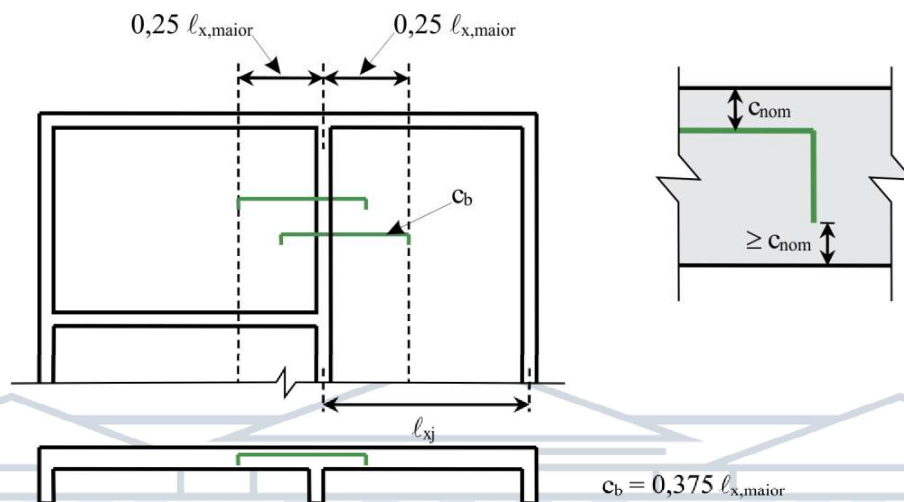


Figura 8.30 - Comprimento de barras alternadas de lajes contínuas – armadura negativa

8.8.6.2.3 LAJES EM BALANÇO – BARRAS NÃO ALTERNADAS

Os comprimentos horizontais das armaduras negativas (c_b) de barras não alternadas de lajes em balanço devem seguir o indicado na Figura 8.31. O comprimento total das barras, antes das dobras, será igual ao comprimento horizontal somado aos comprimentos dos ganchos das extremidades.

As barras que constituem a armadura negativa das lajes em balanço devem terminar em gancho de 90°, com mostrado na Figura 8.31. Os detalhes do gancho devem respeitar o indicado na Figura 8.25 e na Tabela 7.4.

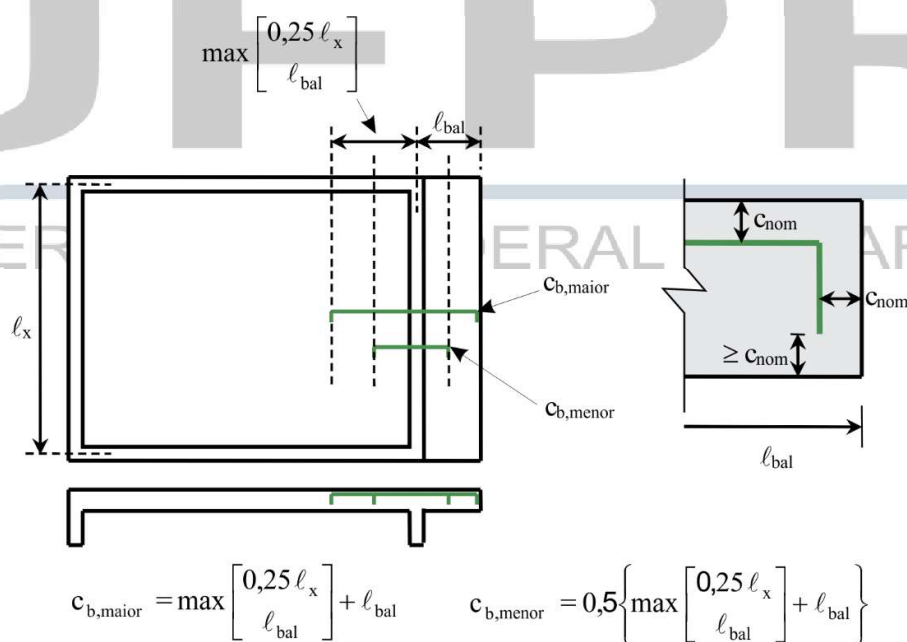


Figura 8.31 – Comprimento de barras não alternadas de lajes em balanço – armadura negativa

8.8.6.2.4 LAJES EM BALANÇO – BARRAS ALTERNADAS

Os comprimentos horizontais das armaduras negativas ($c_{b,maior}$ e $c_{b,menor}$) de barras alternadas de lajes em balanço devem seguir o indicado na Figura 8.32. O comprimento total das barras, antes das dobras, será igual ao comprimento horizontal somado aos comprimentos dos ganchos das extremidades.

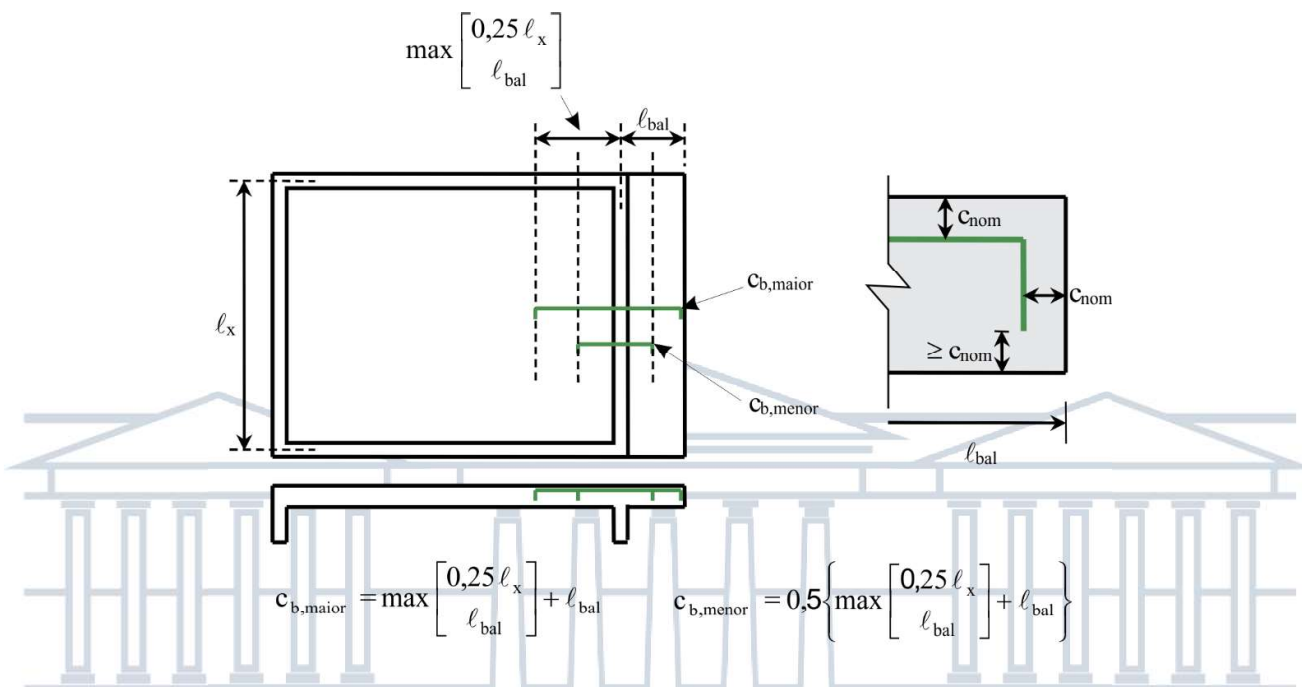


Figura 8.32 – Comprimento de barras alternadas de lajes em balanço – armadura negativa

8.8.6.3 ARMADURA DE FISSURAÇÃO – VIGAS DE CONTORNO

Nas vigas de contorno, embora consideradas como apoio simples (sem momento negativo), é sempre conveniente colocar uma armadura de fissuração como indicado na Figura 8.33

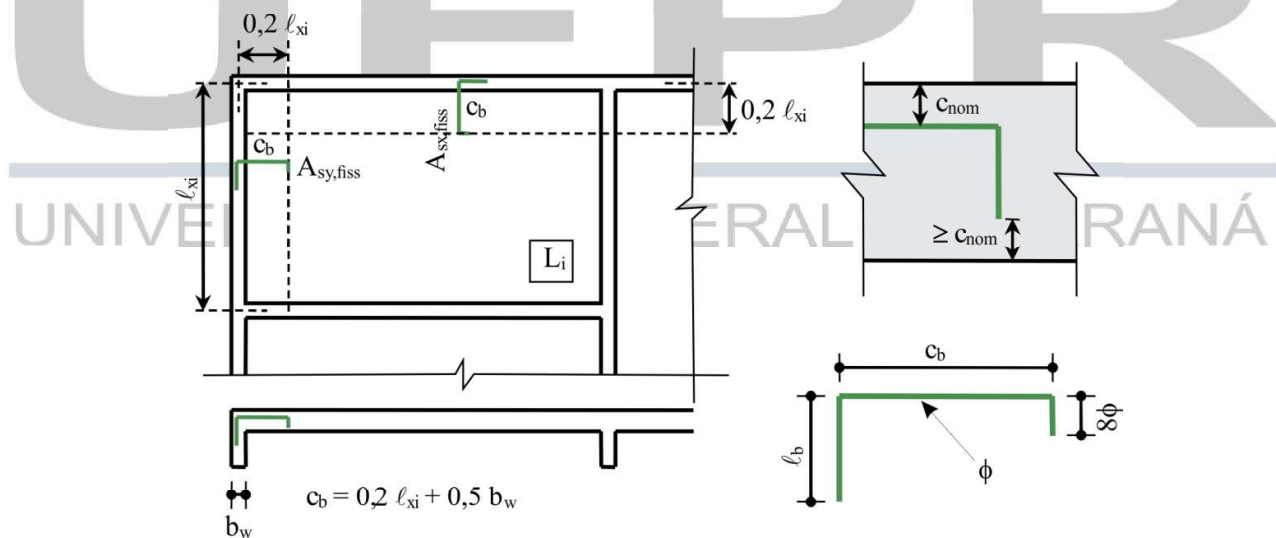


Figura 8.33 – Vigas de contorno – armadura de fissuração

A armadura de fissuração, como mostrada na Figura 8.33, deverá corresponder a:

$$A_{sx,fiss} = \max \begin{bmatrix} 0,25 A_{sx,pos} \\ 0,9 \text{ cm}^2 \\ 0,018 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} A_c \end{bmatrix} \quad (\text{por metro de laje})$$

Equação 8.20

$$A_{sy,fiss} = \max \begin{bmatrix} 0,25 A_{sy,pos} \\ 0,9 \text{ cm}^2 \\ 0,018 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} A_c \end{bmatrix} \quad (\text{por metro de laje})$$

8.9 REAÇÕES DE APOIO

Segundo a ABNT NBR 6118, item 14.7.6.1, as reações de apoio das lajes maciças retangulares com carga uniformemente distribuída, em cada apoio, são as correspondentes às cargas atuantes nos triângulos ou trapézios determinados por retas inclinadas, a partir dos vértices com os seguintes ângulos:

- 45° entre dois apoios do mesmo tipo;
- 60° a partir do apoio considerado engastado, se o outro for considerado simplesmente apoiado; e
- 90° a partir do apoio, quando a borda vizinha for livre.

A Figura 8.34 mostra o esquema para cálculo de reações de apoio de lajes.

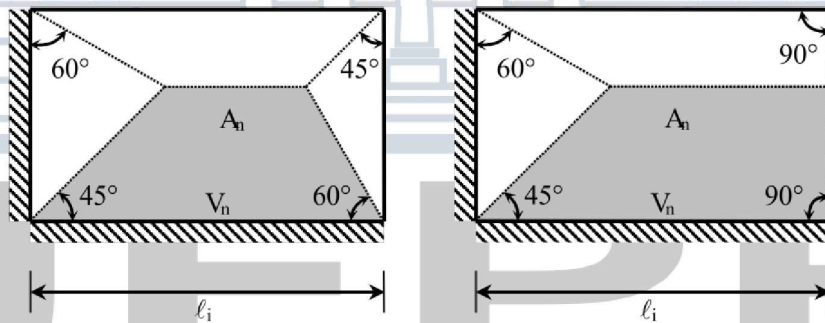


Figura 8.34 – Reações de apoio de lajes

Para a viga V_n , sobre a qual as lajes mostradas na Figura 8.34 estão apoiadas, a reação de apoio será dada por:

$$r_{Vn} = \frac{p_k A_n}{\ell_i} \quad \text{Equação 8.21}$$

onde:

- r_{Vn} reação de apoio na viga V_n ;
- p_k valor característico da carga uniformemente distribuída na laje;
- A_n área n definida pelo trapézio de base ℓ_i da Figura 8.34;
- ℓ_i vão da laje e da viga V_n , correspondente a base do trapézio da Figura 8.34.

A Equação 8.21 é válida para qualquer trapézio ou triângulo mostrado na Figura 8.34. A reação de apoio em qualquer viga suporte das lajes mostradas na Figura será sempre dada pelo produto da carga uniformemente distribuída pela área do triângulo ou trapézio onde atua esta carga, dividido pela base do trapézio ou triângulo (vão da viga suporte).

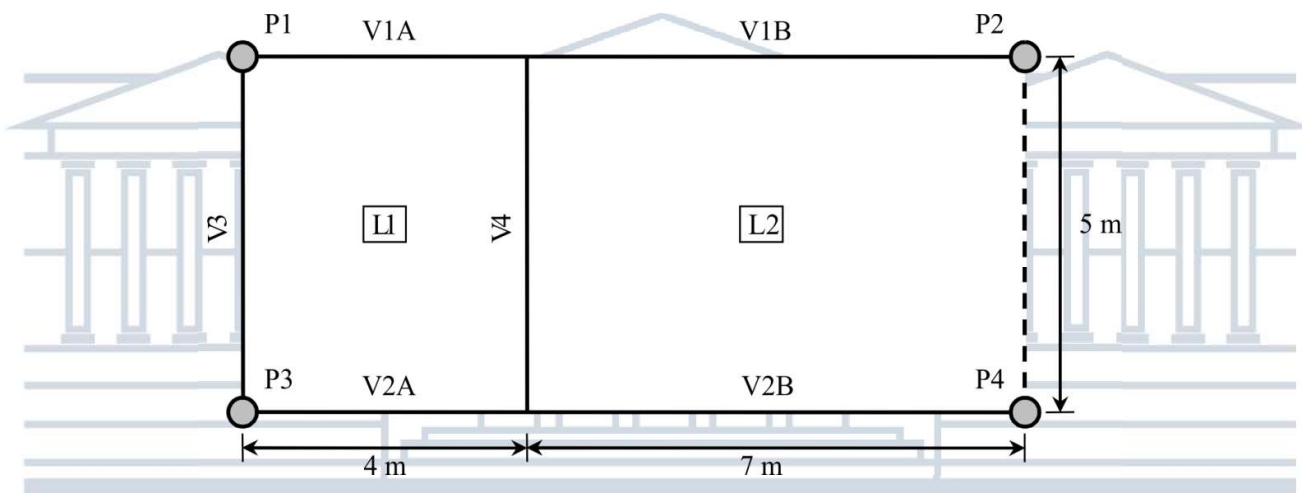
EXEMPLO 8.6

Determinar os esquemas de carregamento das vigas do painel abaixo representado. Determinar, também, os carregamentos nos pilares.

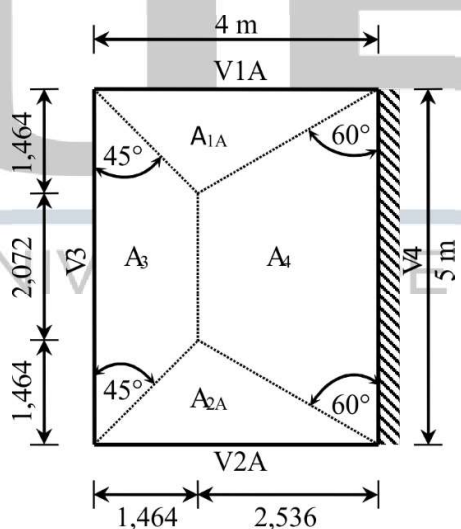
Dados:

- carga permanente atuante nas lajes (peso próprio incluído): $3,5 \text{ kN/m}^2$;
- carga acidental atuante nas lajes: $1,5 \text{ kN/m}^2$;
- paredes atuantes sobre as vigas de contorno (tijolo furado de 10 cm, reboco de 1,5 cm e 2,5 m de altura): $4,5 \text{ kN/m}$; e
- peso próprio das vigas (20 cm x 50 cm): $2,5 \text{ kN/m}$.

Solução: A solução do problema consiste na determinação, para as lajes, dos triângulos e trapézios conforme o item 14.7.6.1 da ABNT NBR 6118. Os carregamentos sobre as vigas são determinados pela aplicação da Equação 8.21. Os carregamentos nos pilares são determinados pelo cálculo das reações de apoio das vigas.



a) Laje L1 - carga permanente ($g_k = 3,5 \text{ kN/m}^2$)



$$A_{L1} = 4 \text{ m} \times 5 \text{ m} = 20 \text{ m}^2$$

$$P_{L1} = 20 \text{ m}^2 \times 3,5 \text{ kN/m}^2 = 70 \text{ kN}$$

$$A_{1A} = \frac{4 \times 1,464}{2} = 2,928 \text{ m}^2$$

$$A_3 = \left(\frac{5 + 2,072}{2} \right) \times 1,464 = 5,177 \text{ m}^2$$

$$A_4 = \left(\frac{5 + 2,072}{2} \right) \times 2,536 = 8,967 \text{ m}^2$$

$$A_{2A} = \frac{4 \times 1,464}{2} = 2,928 \text{ m}^2$$

$$\sum A_n = 2,928 + 5,177 + 8,967 + 2,928 = 20 \text{ m}^2 \text{ OK}$$

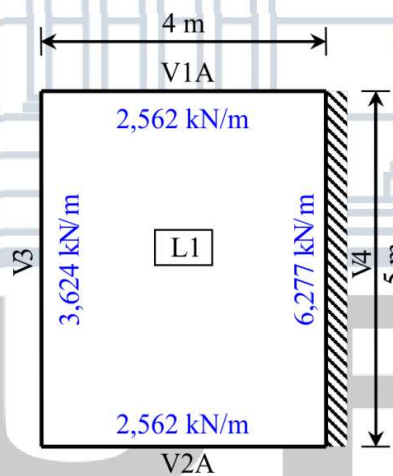
$$r_{Vn} = \frac{p_k A_n}{\ell_i}$$

$$r_{V1A} = \frac{3,5 \times 2,928}{4} = 2,562 \text{ kN/m}$$

$$r_{V3} = \frac{3,5 \times 5,177}{5} = 3,624 \text{ kN/m}$$

$$r_{V4} = \frac{3,5 \times 8,967}{5} = 6,277 \text{ kN/m}$$

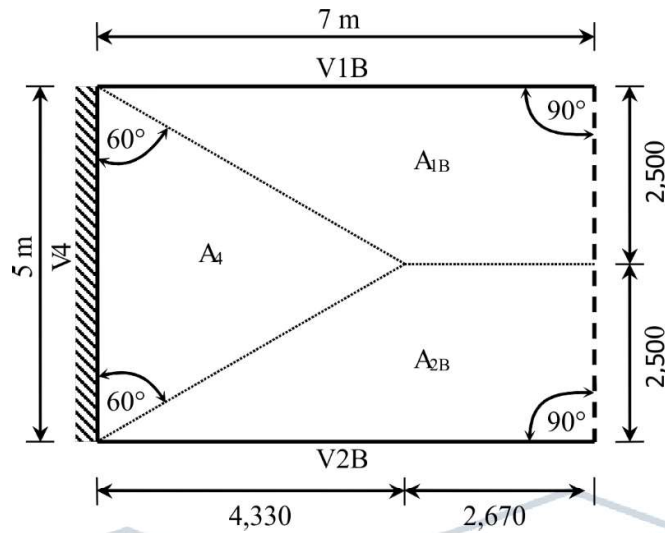
$$r_{V2A} = \frac{3,5 \times 2,928}{4} = 2,562 \text{ kN/m}$$



$$\sum P_n = (4 \times 2,562) + (5 \times 3,624) + (5 \times 6,277) + (4 \times 2,562) = 70 \text{ kN OK}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

b) Laje L2 - carga permanente ($g_k = 3,5 \text{ kN/m}^2$)



$$A_{L2} = 5 \text{ m} \times 7 \text{ m} = 35 \text{ m}^2$$

$$P_{L2} = 35 \text{ m}^2 \times 3,5 \text{ kN/m}^2 = 122,5 \text{ kN}$$

$$A_{1B} = \left(\frac{7 + 2,670}{2} \right) \times 2,500 = 12,088 \text{ m}^2$$

$$A_4 = \left(\frac{5 \times 4,330}{2} \right) = 10,825 \text{ m}^2$$

$$A_{2B} = \left(\frac{7 + 2,670}{2} \right) \times 2,500 = 12,088 \text{ m}^2$$

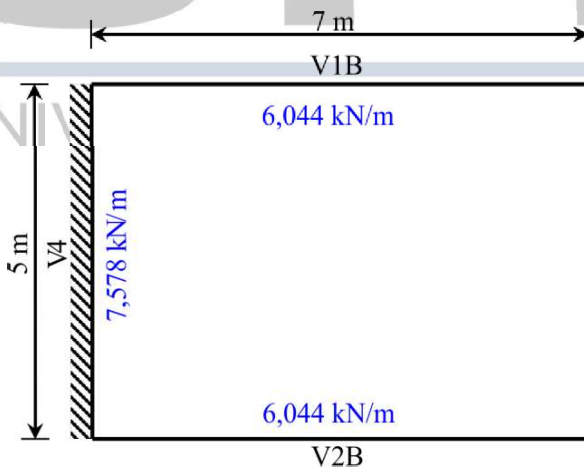
$$\sum A_n = 12,088 + 10,825 + 12,088 = 35 \text{ m}^2 \text{ OK}$$

$$r_{Vn} = \frac{p_k A_n}{\ell_i}$$

$$r_{V1B} = \frac{3,5 \times 12,088}{7} = 6,044 \text{ kN/m}$$

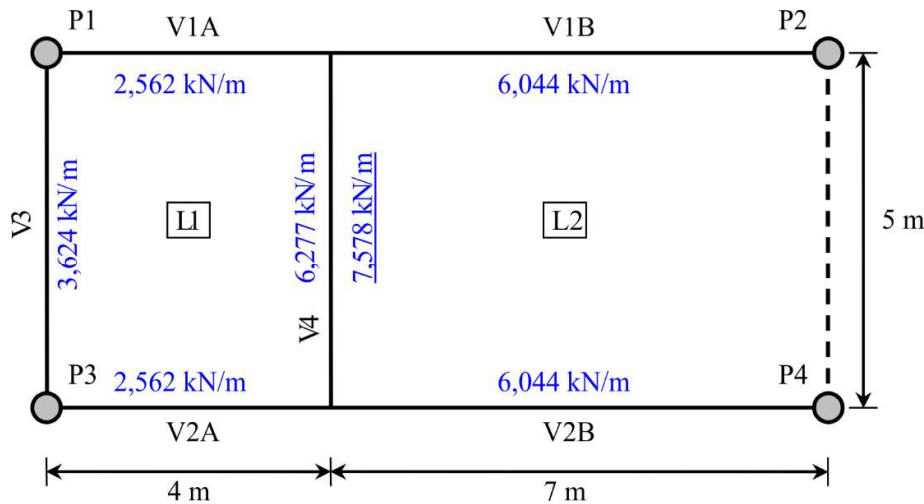
$$r_{V4} = \frac{3,5 \times 10,825}{5} = 7,578 \text{ kN/m}$$

$$r_{V2B} = \frac{3,5 \times 12,088}{7} = 6,044 \text{ kN/m}$$

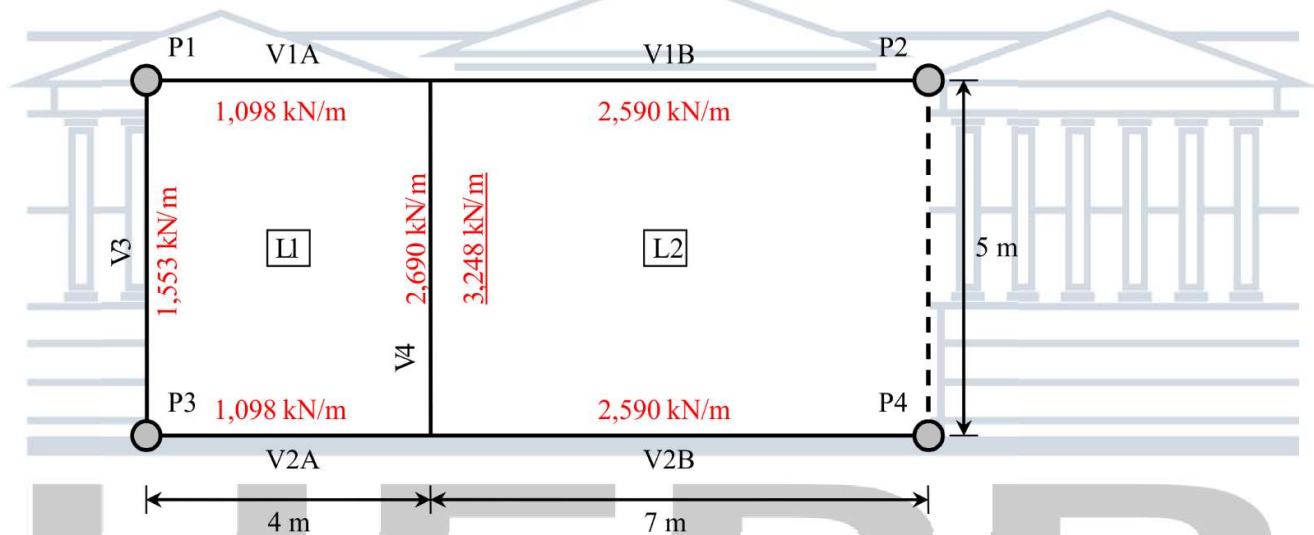


$$\sum P_n = (7 \times 6,044) + (5 \times 7,578) + (7 \times 6,044) = 122,5 \text{ kN OK}$$

c) Painel de lajes - carga permanente ($g_k = 3,5 \text{ kN/m}^2$)



d) Pannel de lajes - carga accidental ($q_k = 1,5 \text{ kN/m}^2$)



Os procedimentos para a obtenção dos valores mostrados no pannel de carga accidental são os mesmos efetuados para o pannel de cargas permanentes (itens a, b e c). Trocou-se a carga permanente ($g_k = 3,5 \text{ kN/m}^2$) pela carga accidental ($q_k = 1,5 \text{ kN/m}^2$). Como não há variação de cargas de uma laje para outra, o pannel mostrado neste item foi obtido do pannel mostrado no item c, na proporção 1,5/3,5 (carga accidental / carga permanente).

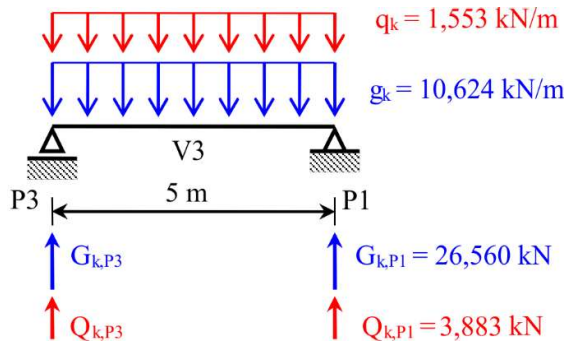
e) V3 – carregamento e reações de apoio

carga accidental:	$q_k = 1,553 \text{ kN/m}$
carga permanente:	
reação da laje:	3,624 kN/m
parede:	4,500 kN/m
peso próprio da viga:	<u>2,500 kN/m</u>

$$g_k = 10,624 \text{ kN/m}$$

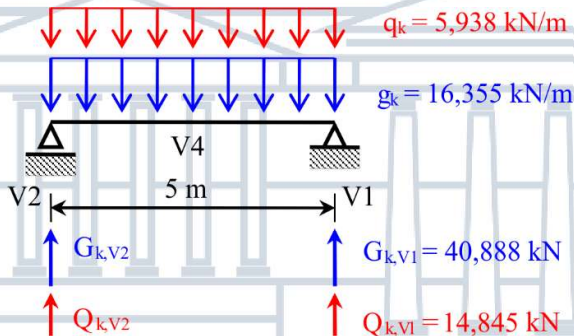
$$G_{k,P1} = G_{k,P3} = \frac{10,624 \times 5}{2} = 26,560 \text{ kN}$$

$$Q_{k,P1} = Q_{k,P3} = \frac{1,553 \times 5}{2} = 3,883 \text{ kN}$$



f) V4 – carregamento e reações de apoio

carga acidental: $q_k = 5,938 \text{ kN/m}$
 carga permanente:
 reação da laje: $13,855 \text{ kN/m}$
 peso próprio da viga: $\underline{2,500 \text{ kN/m}}$
 $g_k = 16,355 \text{ kN/m}$



$$G_{k,V1} = G_{k,V2} = \frac{16,355 \times 5}{2} = 40,888 \text{ kN}$$

$$Q_{k,V1} = Q_{k,V2} = \frac{5,938 \times 5}{2} = 14,845 \text{ kN}$$

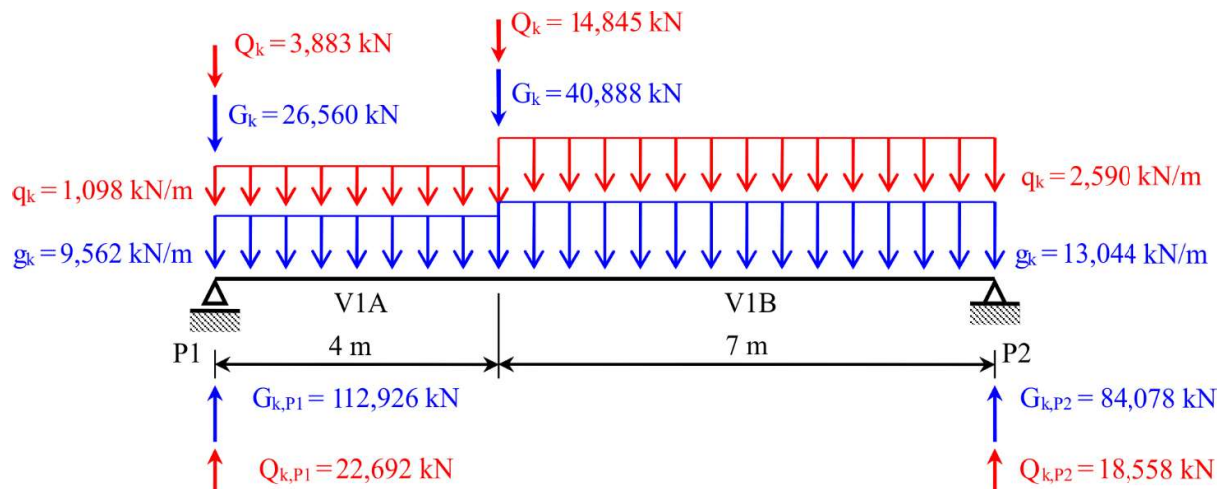
g) V1 = V2 – carregamento e reações de apoio

V1A

carga acidental: $q_k = 1,098 \text{ kN/m}$
 carga permanente:
 reação da laje: $2,562 \text{ kN/m}$
 parede: $4,500 \text{ kN/m}$
 peso próprio da viga: $\underline{2,500 \text{ kN/m}}$
 $g_k = 9,562 \text{ kN/m}$

V1B

carga acidental: $q_k = 2,590 \text{ kN/m}$
 carga permanente:
 reação da laje: $6,044 \text{ kN/m}$
 parede: $4,500 \text{ kN/m}$
 peso próprio da viga: $\underline{2,500 \text{ kN/m}}$
 $g_k = 13,044 \text{ kN/m}$



$$G_{k,P1} = G_{k,P3} = 26,560 + \left(9,562 \times 4 \times \frac{9}{11} \right) + \left(13,044 \times 7 \times \frac{3,5}{11} \right) + \left(40,888 \times \frac{7}{11} \right) = 112,926 \text{ kN}$$

$$G_{k,P2} = G_{k,P4} = \left(9,562 \times 4 \times \frac{2}{11} \right) + \left(13,044 \times 7 \times \frac{7,5}{11} \right) + \left(40,888 \times \frac{4}{11} \right) = 84,078 \text{ kN}$$

$$Q_{k,P1} = Q_{k,P3} = 3,883 + \left(1,098 \times 4 \times \frac{9}{11} \right) + \left(2,590 \times 7 \times \frac{3,5}{11} \right) + \left(14,845 \times \frac{7}{11} \right) = 22,692 \text{ kN}$$

$$Q_{k,P2} = Q_{k,P4} = \left(1,098 \times 4 \times \frac{2}{11} \right) + \left(2,590 \times 7 \times \frac{7,5}{11} \right) + \left(14,845 \times \frac{4}{11} \right) = 18,558 \text{ kN}$$

h) Verificação

carga permanente:

$$\text{lajes: } (20 \text{ m}^2 + 35 \text{ m}^2) \times 3,5 \text{ kN/m}^2 \dots\dots\dots 192,5 \text{ kN}$$

$$\text{pp das vigas: } [2 \times (4 \text{ m} + 7 \text{ m} + 5 \text{ m})] \times 2,5 \text{ kN/m} \dots\dots\dots 80,0 \text{ kN}$$

$$\text{paredes: } \{ [2 \times (4 \text{ m} + 7 \text{ m})] + 5 \text{ m} \} \times 4,5 \text{ kN/m} \dots\dots\dots 121,5 \text{ kN}$$

$$\text{total: } \dots\dots\dots 394,0 \text{ kN}$$

carga acidental:

$$\text{lajes: } (20 \text{ m}^2 + 35 \text{ m}^2) \times 1,5 \text{ kN/m}^2 \dots\dots\dots 82,5 \text{ kN}$$

carga permanente (V1 + V2):

$$2 \times (G_{k,P1} + G_{k,P2}) = 2 \times (112,926 + 84,078) \dots\dots\dots 394,0 \text{ kN} \quad \text{OK}$$

carga acidental (V1 + V2):

$$2 \times (Q_{k,P1} + Q_{k,P2}) = 2 \times (22,692 + 18,558) \dots\dots\dots 82,5 \text{ kN} \quad \text{OK}$$

i) Observação

Neste exemplo foram usados números com três casas decimais, o que não é necessário para cálculos normais de estruturas de concreto. Este número exagerado de casas decimais foi usado para demonstrar a precisão da verificação apresentada no item h.

Segundo o item 19.4.1 da ABNT NBR 6118, as lajes maciças podem prescindir de armadura transversal para resistir aos esforços de tração oriundos da força cortante, quando a força cortante solicitante de cálculo obedecer à expressão¹⁰:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1}$$

Equação 8.22

onde:

- V_{Sd} força cortante solicitante de cálculo (por metro de laje), podendo ser assumidas as reações de apoio como mostrado em 8.9; e
 V_{Rd1} força cortante resistente de cálculo (por metro de laje).

A força cortante resistente de cálculo¹¹ é dada por:

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} k (1,2 + 40 \rho_1)] d$$

Equação 8.23

onde:

- τ_{Rd} tensão resistente de cálculo ao cisalhamento;
 k coeficiente função da taxa de armadura existente na região próxima ao apoio onde está sendo considerada a força cortante;
 ρ_1 taxa de armadura existente na região próxima ao apoio onde está sendo considerada a força cortante; e
 d altura útil da laje.

A tensão resistente de cálculo ao cisalhamento é dada por:

$$\tau_{Rd} = \frac{0,0525}{\gamma_c} \sqrt[3]{f_{ck}^2} \langle f_{ck} \text{ em MPa} \rangle$$

Equação 8.24

O coeficiente k deve ser determinado da seguinte forma:

- a) para elementos onde 50% da armadura inferior não chega até o apoio:

$$k = 1,0$$

Equação 8.25

- b) para os demais casos:

$$k = \max \left[\frac{1,6 - d}{1,0} \right] \langle d \text{ em metros} \rangle$$

Equação 8.26

A taxa de armadura ρ_1 , na região próxima ao apoio onde está sendo considerada a força cortante, é dada pela expressão:

¹⁰ A ABNT NBR 6118 apresenta a equação de verificação de força cortante como sendo $V_{Sd} \leq V_{Rd1}$, ou seja, verificação de forças pontuais (kN). A Equação 8.22 faz a verificação de forças cortantes por unidade de comprimento (kN/m).

¹¹ A expressão apresentada pela ABNT NBR 6118 corresponde a $V_{Rd1} = [\tau_{Rd} k (1,2 + 40 \rho_1) + 0,15 \sigma_{cp}] b_w d$. Nesta expressão estão incluídos o valor de b_w , para que a expressão resulte em força pontual (kN), e o valor σ_{cp} , relativo à força de protensão. A Equação 8.23 não tem b_w (resulta em força cortante por unidade de comprimento - kN/m) e não tem σ_{cp} (não considera força de protensão).

$$\rho_1 = \min \left[\begin{array}{l} \frac{A_{s1}}{b_w d} \\ 2\% \end{array} \right]$$

Equação 8.27

onde:

- A_{s1} área da armadura de tração que se estende até não menos de $d + \ell_{b,nec}$ além da seção considerada (Figura 8.35)¹²;
 b_w largura mínima da seção ao longo da altura útil d (1 metro); e
 d altura útil da laje.

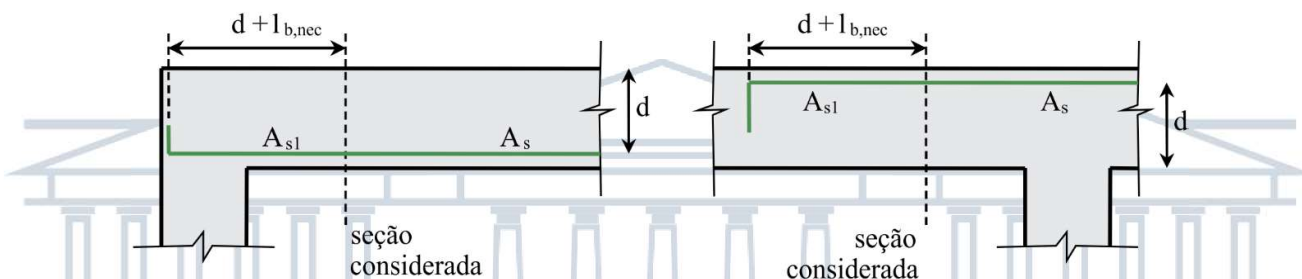


Figura 8.35 – Armadura a ser considerada na verificação de força cortante em lajes

De modo geral pode-se adotar para valores de A_{s1} :

- 100% da armadura principal que chega ao apoio onde está sendo considerada a força cortante, para o caso de armadura não alternada; e
- 50% da armadura principal que chega ao apoio onde está sendo considerada a força cortante, para o caso de armadura alternada.

EXEMPLO 8.7

Verificar, para o painel abaixo representado, se as lajes podem prescindir de armadura transversal para resistir aos esforços de tração oriundos da força cortante.

Dados:

- concreto: C25; e
- aço: CA-60.

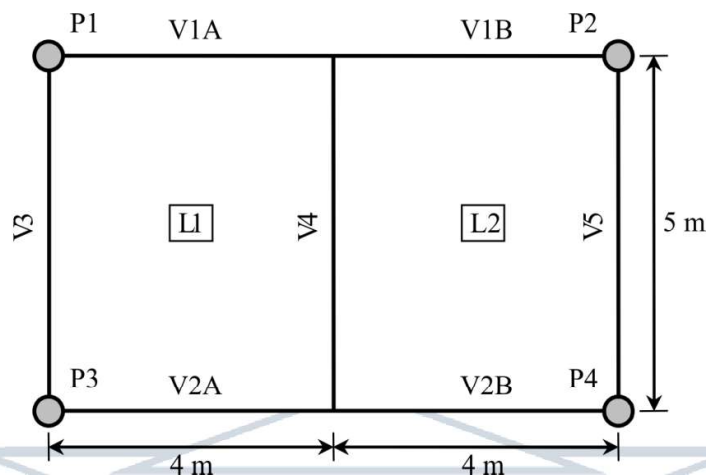
Considerar:

- estado limite último, combinações últimas normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- espessura das lajes (h): 10 cm;
- cobrimento nominal (c_{nom}): 2,5 cm;
- barras de flexão alternadas;
- carga permanente atuante nas lajes (peso próprio incluído): 3,5 kN/m²; e
- carga acidental atuante nas lajes: 1,5 kN/m².

Solução: A solução do problema consiste na aplicação da Equação 8.7 para a determinação dos momentos fletores em lajes isoladas. A uniformização dos momentos negativos na região de continuidade de lajes é feita

¹² Alguns autores preferem considerar, sempre, a armadura positiva que chega ao apoio, ignorando as armaduras tracionadas negativas.

com a utilização da Equação 8.8. Para a correção dos momentos positivos deve-se usar a Equação 8.9. As armaduras devem ser determinadas com a aplicação da Equação 8.10 a Equação 8.19. A determinação das reações de apoio das lajes (força cortante) deve ser feita conforme o item 14.7.6.1 da ABNT NBR 6118, com a aplicação da Equação 8.21. A verificação da força cortante é feita com o uso da Equação 8.22 a Equação 8.27.



a) Dados - uniformização de unidades (kN e cm)

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa} = 2,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$\gamma_c = 1,40 \text{ (ELU - combinação normal)}$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{2,5}{1,40} = 1,79 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{yk} = 600 \text{ MPa} = 60 \text{ kN/cm}^2$$

$$\gamma_s = 1,15 \text{ (ELU - combinação normal)}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{60}{1,15} = 52,2 \text{ kN/cm}^2$$

$$b_w = 100 \text{ cm}$$

$$h = 10 \text{ cm}$$

$$c_{nom} = 2,5 \text{ cm}$$

$$d = h - (c_{nom} + 1,5\phi_\ell)$$

$$d = 10 - (2,5 + 1,5 \times 0,8) = 6,3 \text{ cm (assumido } \phi_\ell = 8 \text{ mm)}$$

$$A_c = b_w h = 100 \times 10 = 1000 \text{ cm}^2$$

armadura negativa

$$A_{s,min} = 0,035 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} A_c$$

$$A_{s,min} = 0,035 \times \frac{1,79}{52,2} \times 1000 = 1,20 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

armadura positiva de lajes armadas em duas direções

$$A_{s,min} = 0,023 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} A_c$$

$$A_{s,min} = 0,023 \times \frac{1,79}{52,2} \times 1000 = 0,79 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção

$$A_{s,min} = 0,035 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} A_c$$

$$A_{s,min} = 0,035 \times \frac{1,79}{52,2} \times 1000 = 1,20 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção

$$A_{s,min} = \max \begin{bmatrix} 0,20 A_{s,princ} \\ 0,9 \text{ cm}^2 \\ 0,018 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} A_c \end{bmatrix}$$

$$A_{s,min} = \max \begin{bmatrix} 0,20 A_{s,princ} \\ 0,9 \text{ cm}^2 \\ 0,018 \times \frac{1,79}{52,2} \times 1000 = 0,62 \text{ cm}^2 / \text{m} \end{bmatrix}$$

$$A_{s,min} = \max \begin{bmatrix} 0,20 A_{s,princ} \\ 0,90 \text{ cm}^2 / \text{m} \end{bmatrix}$$

$$\phi_\ell \leq \frac{h}{8}$$

$$\phi_\ell \leq \frac{10}{8} = 1,25 \text{ cm} \Rightarrow \phi_{\ell,max} = 12,5 \text{ mm}$$

$$7 \text{ cm} \leq s \leq \min \begin{bmatrix} 17 \text{ cm} \\ 2h \end{bmatrix} \quad (\text{barras alternadas})$$

$$7 \text{ cm} \leq s \leq \min \begin{bmatrix} 17 \text{ cm} \\ 2 \times 10 = 20 \text{ cm} \end{bmatrix}$$

$$7 \text{ cm} \leq s \leq 17 \text{ cm} \quad (\text{armadura principal, barras alternadas})$$

$$10 \text{ cm} \leq s \leq 33 \text{ cm} \quad (\text{armadura secundária})$$

$$m_{Rd1,lim} = 0,272 b_w d^2 f_{cd} \quad (f_{ck} \leq 35 \text{ MPa})$$

$$m_{Rd1,lim} = 0,272 \times 100 \times 6,3^2 \times 1,79 = 1932 \text{ kNm} / \text{m}$$

$$m_{Rd1,lim} = 19,32 \text{ kNm} / \text{m} \leftarrow \text{máximo momento permitido na laje para que não haja armadura de compressão}$$

b) Carregamento das lajes (valores de cálculo)

$$p_d = \gamma_g g_k + \gamma_q q_k$$

$$p_d = 1,4 \times 3,5 + 1,4 \times 1,5 = 7,0 \text{ kN} / \text{m}^2$$

c) Laje L1

$$\ell_{x1} = 4,0 \text{ m}$$

$$\ell_{y1} = 5,0 \text{ m}$$

$$\frac{\ell_{y1}}{\ell_{x1}} = \frac{5,0}{4,0} = 1,25 \Rightarrow \text{tab} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_{x1} = 21,4 \\ \alpha_{y1} = 35,2 \\ \beta_{x1} = 9,9 \end{cases}$$

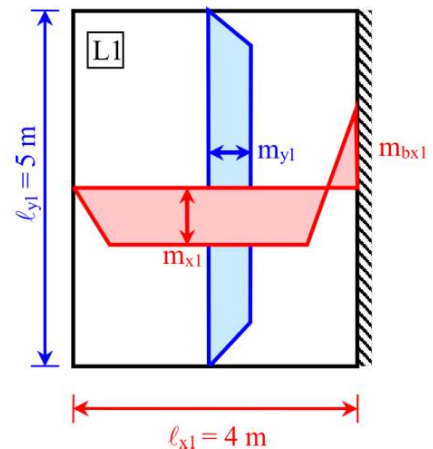
$$m_{x1,d} = \frac{p_d \ell_{x1}^2}{\alpha_{x1}} = \frac{7,0 \times 4,0^2}{21,4} = 5,23 \text{ kNm} / \text{m}$$

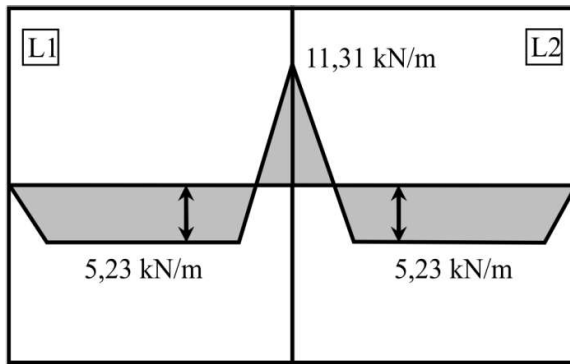
$$m_{y1,d} = \frac{p_d \ell_{x1}^2}{\alpha_{y1}} = \frac{7,0 \times 4,0^2}{35,2} = 3,18 \text{ kNm} / \text{m}$$

$$m_{bx1,d} = -\frac{p_d \ell_{x1}^2}{\beta_{x1}} = -\frac{7,0 \times 4,0^2}{9,9} = -11,31 \text{ kNm} / \text{m}$$

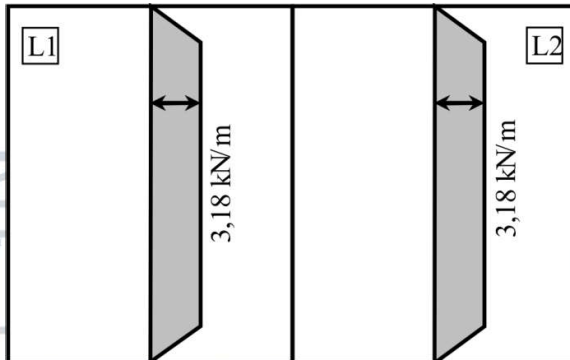
d) Momentos fletores das lajes com continuidade (L1/L2)

A uniformização de momentos é feita pela própria simetria do painel de lajes.





e) Momentos fletores das lajes sem continuidades (L1 e L2)



f) Armadura para os momentos fletores

$$m_{sd} = 5,23 \text{ kNm/m}$$

$$\underbrace{m_{sd}}_{5,23 \text{ kNm/m}} < \underbrace{m_{Rd1,lim}}_{19,32 \text{ kNm/m}} \Rightarrow \text{não há necessidade de armadura de compressão}$$

$$m_{sd} = m_{Rd} = m_{Rd1} = 523 \text{ kNm/m}$$

$$\beta_c = \frac{m_{Rd1}}{b_w d^2 f_{cd}} \leq 0,272 \quad (f_{ck} \leq 35 \text{ MPa})$$

$$\beta_c = \frac{523}{100 \times 6,3^2 \times 1,79} = 0,074 < 0,272 \text{ OK}$$

$$\beta_c = 0,074 \Rightarrow \underbrace{\left\{ \begin{array}{l} \beta_z = 0,954 \\ \beta_s = 1,000 \end{array} \right\}}_{\text{tabela}}$$

$$A_s = \frac{m_{Rd1}}{\beta_z d \beta_s f_{yd}} \geq A_{s,min}$$

$$A_{s,min} = 0,79 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_s = \frac{523}{0,954 \times 6,3 \times 1,000 \times 52,2} = 1,67 \text{ cm}^2 / \text{m} > 0,79 \text{ cm}^2 / \text{m} \text{ OK}$$

$$A_s = 1,67 \text{ cm}^2 / \text{m} \blacktriangleleft$$

$$7 \text{ cm} \leq s \leq 17 \text{ cm}$$

ϕ (mm)	$A_{s,bar}$ (cm ²)	s (cm)	$A_{s,ef}$ (cm ² /m)
► 5	0,196	► 11	1,78
6	0,283	16	1,77
7	0,385	17	2,26

$$s \text{ cm} \rightarrow 0,196 \text{ cm}^2$$

$$100 \text{ cm} \rightarrow 1,67 \text{ cm}^2$$

$$m_{Sd} = -11,31 \text{ kNm/m}$$

$$\underbrace{m_{Sd}}_{11,31 \text{ kNm/m}} < \underbrace{m_{Rd1,lim}}_{19,32 \text{ kNm/m}} \Rightarrow \text{n\~{a}o h\~{a} necessidade de armadura de compress\~{a}o}$$

$$m_{Sd} = m_{Rd} = m_{Rd1} = 1131 \text{ kNcm/m}$$

$$\beta_c = \frac{1131}{100 \times 6,3^2 \times 1,79} = 0,159 < 0,272 \text{ OK}$$

$$\beta_c = 0,159 \Rightarrow \Rightarrow \begin{cases} \beta_z = 0,896 \\ \beta_s = 1,000 \end{cases} \text{ tabela}$$

$$A_{s,min} = 1,20 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_s = \frac{1131}{0,896 \times 6,3 \times 1,000 \times 52,2} = 3,84 \text{ cm}^2 / \text{m} > 1,20 \text{ cm}^2 / \text{m} \text{ OK}$$

$$A_s = 3,84 \text{ cm}^2 / \text{m} \blacktriangleleft$$

$$7 \text{ cm} \leq s \leq 17 \text{ cm}$$

ϕ (mm)	$A_{s,bar}$ (cm ²)	s (cm)	$A_{s,ef}$ (cm ² /m)
6	0,283	7	4,04
7	0,385	10	3,85
► 8	0,503	► 13	3,87

$$s \text{ cm} \rightarrow 0,283 \text{ cm}^2$$

$$100 \text{ cm} \rightarrow 3,84 \text{ cm}^2$$

$$m_{Sd} = 3,18 \text{ kNm/m}$$

$$\underbrace{m_{Sd}}_{3,18 \text{ kNm/m}} < \underbrace{m_{Rd1,lim}}_{19,32 \text{ kNm/m}} \Rightarrow \text{n\~{a}o h\~{a} necessidade de armadura de compress\~{a}o}$$

$$m_{Sd} = m_{Rd} = m_{Rd1} = 318 \text{ kNcm/m}$$

$$\beta_c = \frac{318}{100 \times 6,3^2 \times 1,79} = 0,045 < 0,272 \text{ OK}$$

$$\beta_c = 0,045 \Rightarrow \Rightarrow \begin{cases} \beta_z = 0,973 \\ \beta_s = 1,000 \end{cases} \text{ tabela}$$

$$A_{s,min} = 0,79 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

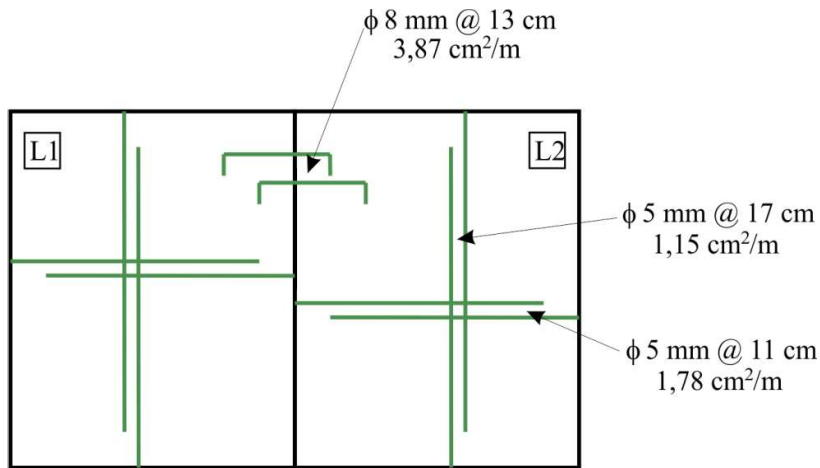
$$A_s = \frac{318}{0,973 \times 6,3 \times 1,000 \times 52,2} = 0,99 \text{ cm}^2 / \text{m} > 0,79 \text{ cm}^2 / \text{m} \text{ OK}$$

$$A_s = 0,99 \text{ cm}^2 / \text{m} \blacktriangleleft$$

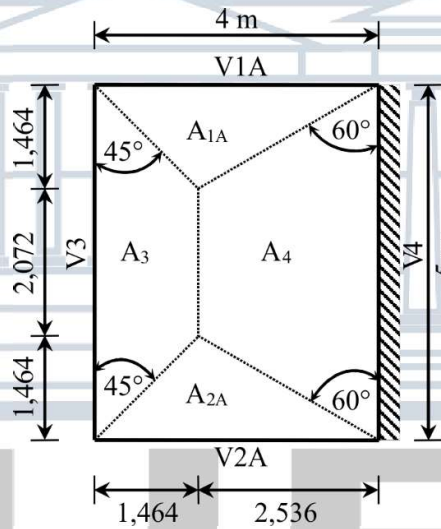
$$7 \text{ cm} \leq s \leq 17 \text{ cm}$$

ϕ (mm)	$A_{s,bar}$ (cm ²)	s (cm)	$A_{s,ef}$ (cm ² /m)
► 5	0,196	► 17	1,15
6	0,283	17	1,66

g) Armadura



h) Reação de apoio - laje L1 - carga permanente ($g_k = 3,5 \text{ kN/m}^2$) - valores característicos



$$A_{L1} = 4 \text{ m} \times 5 \text{ m} = 20 \text{ m}^2$$

$$P_{L1} = 20 \text{ m}^2 \times 3,5 \text{ kN/m}^2 = 70 \text{ kN}$$

$$A_{1A} = \frac{4 \times 1,464}{2} = 2,928 \text{ m}^2$$

$$A_3 = \left(\frac{5 + 2,072}{2} \right) \times 1,464 = 5,177 \text{ m}^2$$

$$A_4 = \left(\frac{5 + 2,072}{2} \right) \times 2,536 = 8,967 \text{ m}^2$$

$$A_{2A} = \frac{4 \times 1,464}{2} = 2,928 \text{ m}^2$$

$$\sum A_n = 2,928 + 5,177 + 8,967 + 2,928 = 20 \text{ m}^2 \text{ OK}$$

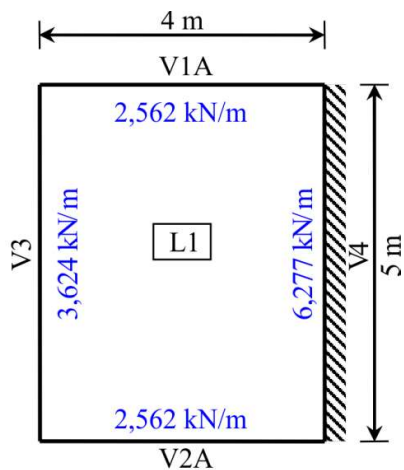
$$r_{Vn} = \frac{p_k A_n}{\ell_i}$$

$$r_{V1A} = \frac{3,5 \times 2,928}{4} = 2,562 \text{ kN/m}$$

$$r_{V3} = \frac{3,5 \times 5,177}{5} = 3,624 \text{ kN/m}$$

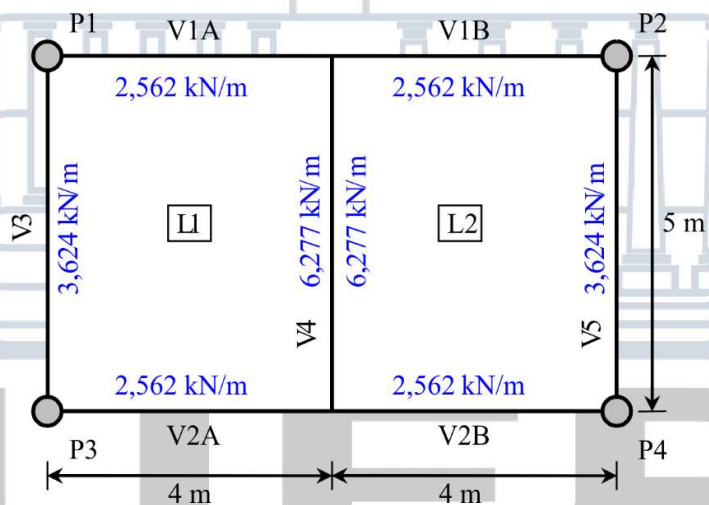
$$r_{V4} = \frac{3,5 \times 8,967}{5} = 6,277 \text{ kN/m}$$

$$r_{V2A} = \frac{3,5 \times 2,928}{4} = 2,562 \text{ kN/m}$$

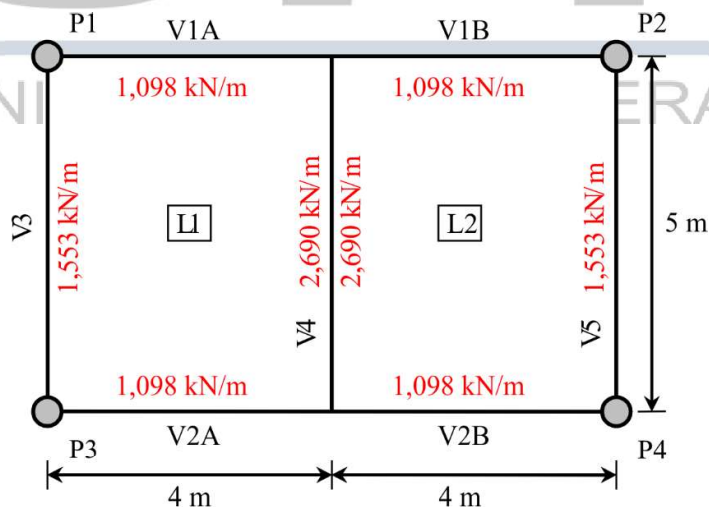


$$\sum P_n = (4 \times 2,562) + (5 \times 3,624) + (5 \times 6,277) + (4 \times 2,562) = 70 \text{ kN OK}$$

i) Paineis de lajes - carga permanente ($g_k = 3,5 \text{ kN/m}^2$) - valores característicos



j) Paineis de lajes - carga acidental ($q_k = 1,5 \text{ kN/m}^2$) - valores característicos



Os procedimentos para a obtenção dos valores mostrados no painel de carga acidental são os mesmos efetuados para o painel de cargas permanentes (itens h e i). Trocou-se a carga permanente ($g_k = 3,5 \text{ kN/m}^2$) pela carga acidental ($q_k = 1,5 \text{ kN/m}^2$). Como não há variação de cargas de uma laje para a outra, o painel mostrado neste item foi obtido do painel mostrado no item i, na proporção 1,5/3,5

(carga acidental / carga permanente).

- k) Apoio V1A – verificação da força cortante (igual para V1B, V2A e V2B)

$$v_{Sd} = 1,4r_{gk} + 1,4r_{qk}$$

$$r_{gk,V1A} = 2,562 \text{ kN/m}$$

$$r_{qk,V1A} = 1,098 \text{ kN/m}$$

$$v_{Sd} = 1,4 \times 2,562 + 1,4 \times 1,098 = 5,1 \text{ kN/m}$$

$$\tau_{Rd} = \frac{0,0525}{\gamma_c} \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad (f_{ck} \text{ em MPa})$$

$$\tau_{Rd} = \frac{0,0525}{1,4} \sqrt[3]{25^2} = 0,321 \text{ MPa} = 0,032 \text{ kN/cm}^2$$

$$k = 1,0 \text{ (barras alternadas)}$$

$$A_{s1} = \frac{A_{s,ef}}{2} \text{ (barras alternadas)}$$

$$A_{s,ef} = 1,15 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ (1 } \phi \text{ 5 mm @ 17 cm) – armadura positiva que chega na V1A}$$

$$\rho_1 = \min \left[\frac{A_{s1}}{b_w d} \right]$$

$$\rho_1 = \min \left[\frac{1,15}{2} \right] = \min \left[\frac{0,091\%}{2\%} \right] = 0,091\%$$

$$v_{Rd1} = [\tau_{Rd} k (1,2 + 40 \rho_1)] d$$

$$v_{Rd1} = \left[0,032 \times 1,0 \times \left(1,2 + 40 \times \frac{0,091}{100} \right) \right] \times 6,3 = 0,249 \text{ kN/cm} = 24,9 \text{ kN/m}$$

$$v_{Sd} \leq v_{Rd1}$$

$$\frac{v_{Sd}}{5,1 \text{ kN/m}} < \frac{v_{Rd1}}{24,9 \text{ kN/m}} \quad \text{OK}$$

- l) Apoio V3 – verificação da força cortante (igual para V5)

$$r_{gk,V3} = 3,624 \text{ kN/m}$$

$$r_{qk,V3} = 1,553 \text{ kN/m}$$

$$v_{Sd} = 1,4 \times 3,624 + 1,4 \times 1,553 = 7,2 \text{ kN/m}$$

$$\tau_{Rd} = 0,032 \text{ kN/cm}^2$$

$$k = 1,0 \text{ (barras alternadas)}$$

$$A_{s,ef} = 1,78 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ (1 } \phi \text{ 5 mm @ 11 cm) – armadura positiva que chega na V3 (V5)}$$

$$\rho_1 = \min \left[\frac{1,78}{2} \right] = \min \left[\frac{0,141\%}{2\%} \right] = 0,141\%$$

$$v_{Rd1} = \left[0,032 \times 1,0 \times \left(12 + 40 \times \frac{0,141}{100} \right) \right] \times 6,3 = 0,253 \text{ kN/cm} = 25,3 \text{ kN/m}$$

$$\underbrace{v_{Sd}}_{7,2 \text{ kN/m}} < \underbrace{v_{Rd1}}_{25,3 \text{ kN/m}} \quad \text{OK}$$

m) Apoio V4 – verificação da força cortante

$$r_{gk,V4} = 6,277 \text{ kN/m}$$

$$r_{qk,V4} = 2,690 \text{ kN/m}$$

$$v_{Sd} = 1,4 \times 6,277 + 1,4 \times 2,690 = 12,6 \text{ kN/m}$$

$$\tau_{Rd} = 0,032 \text{ kN/cm}^2$$

$k = 1,0$ (barras alternadas)

$$A_{s,ef} = 3,87 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ (1 } \phi \text{ 8 mm @ 13 cm) – armadura negativa sobre a V4}^{13}$$

$$\rho_1 = \min \left[\frac{\frac{3,87}{2}}{100 \times 6,3}, 2\% \right] = \min \left[\frac{0,307\%}{2\%} \right] = 0,307\%$$

$$v_{Rd1} = \left[0,032 \times 1,0 \times \left(12 + 40 \times \frac{0,307}{100} \right) \right] \times 6,3 = 0,267 \text{ kN/cm} = 26,7 \text{ kN/m}$$

$$\underbrace{v_{Sd}}_{12,6 \text{ kN/m}} < \underbrace{v_{Rd1}}_{26,7 \text{ kN/m}} \quad \text{OK}$$

8.11 TABELAS DE CZERNY

As tabelas as seguir apresentadas são válidas para lajes retangulares apoiadas em todas as suas bordas, com carregamento uniformemente distribuído. Estas tabelas apresentadas por CZERNY no volume I do Beton Kalender de 1976 foram adaptadas por BURKE para coeficiente de Poisson (ν) igual a 0,20.

Nas tabelas que se seguem valem as seguintes notações:

ℓ_x	menor vão da laje;
ℓ_y	maior vão da laje;
m_x	momento fletor positivo na direção x;
m_y	momento fletor positivo na direção y;
m_{bx}	momento fletor negativo (borda) na direção x;
m_{by}	momento fletor negativo (borda) na direção y;
a	flecha máxima da laje;
p	carga uniformemente distribuída em toda laje;
α_x	coeficiente para definição do momento fletor positivo na direção x;
α_y	coeficiente para definição do momento fletor positivo na direção y;
β_x	coeficiente para definição do momento fletor negativo (borda) na direção x;
β_y	coeficiente para definição do momento fletor negativo (borda) na direção y;
α_a	coeficiente para definição da flecha;
E_c	módulo de elasticidade secante do concreto (E_{cs}); e
h	espessura da laje.

¹³ Alguns autores consideram as armaduras positivas que chegam ao apoio ($1,78 \text{ cm}^2/\text{m} - 1 \phi \text{ de } 5 \text{ mm @ } 11 \text{ cm}$).

$$m_x = \frac{p \ell_x^2}{\alpha_x} \quad m_y = \frac{p \ell_x^2}{\alpha_y} \quad m_{bx} = -\frac{p \ell_x^2}{\beta_x} \quad m_{by} = -\frac{p \ell_x^2}{\beta_y} \quad a = \frac{p \ell_x^4}{E_c h^3 \alpha_a}$$

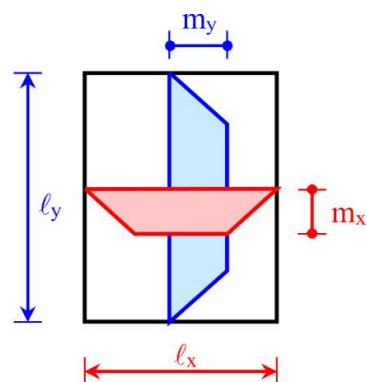


UFRJ

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

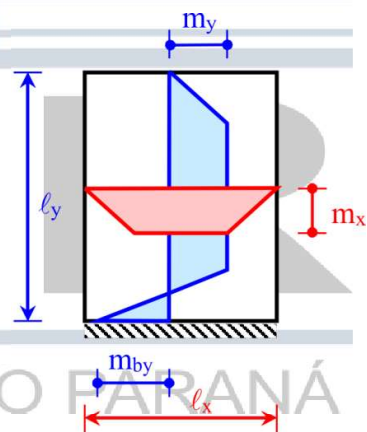
8.11.1 QUATRO BORDAS COM APOIOS SIMPLES

l_y/l_x	α_x	α_y	β_x	β_y	α_a
1,00	22,7	22,7			21,4
1,05	20,8	22,5			19,4
1,10	19,3	22,3			17,8
1,15	18,1	22,3			16,5
1,20	16,9	22,3			15,4
1,25	15,9	22,4			14,3
1,30	15,2	22,7			13,6
1,35	14,4	22,9			12,9
1,40	13,8	23,1			12,3
1,45	13,2	23,3			11,7
1,50	12,7	23,5			11,2
1,55	12,3	23,5			10,8
1,60	11,9	23,5			10,4
1,65	11,5	23,5			10,1
1,70	11,2	23,5			9,8
1,75	10,8	23,5			9,5
1,80	10,7	23,5			9,3
1,85	10,4	23,5			9,1
1,90	10,2	23,5			8,9
1,95	10,1	23,5			8,7
2,00	9,9	23,5			8,6
>2	8,0	23,5			6,7



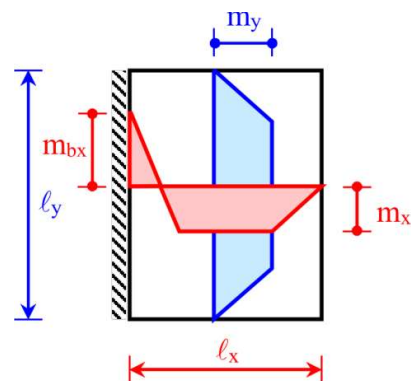
8.11.2 TRÊS BORDAS COM APOIOS SIMPLES E UM ENGASTE EM l_x

l_y/l_x	α_x	α_y	β_x	β_y	α_a
1,00	32,4	26,5		11,9	31,2
1,05	29,2	25,0		11,3	27,6
1,10	26,1	24,4		10,9	24,7
1,15	23,7	23,9		10,4	22,3
1,20	22,0	23,8		10,1	20,3
1,25	20,2	23,6		9,8	18,7
1,30	19,0	23,7		9,6	17,3
1,35	17,8	23,7		9,3	16,1
1,40	16,8	23,8		9,2	15,1
1,45	15,8	23,9		9,0	14,2
1,50	15,1	24,0		8,9	13,5
1,55	14,3	24,0		8,8	12,8
1,60	13,8	24,0		8,7	12,2
1,65	13,2	24,0		8,6	11,7
1,70	12,8	24,0		8,5	11,2
1,75	12,3	24,0		8,45	10,8
1,80	12,0	24,0		8,4	10,5
1,85	11,5	24,0		8,35	10,1
1,90	11,3	24,0		8,3	9,9
1,95	10,9	24,0		8,25	9,6
2,00	10,8	24,0		8,2	9,4
>2	8,0	24,0		8,0	6,7



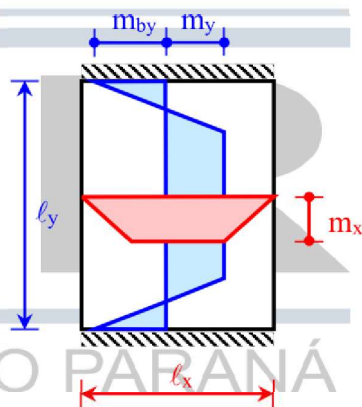
8.11.3 TRÊS BORDAS COM APOIOS SIMPLES E UM ENGASTE EM ℓ_y

ℓ_y/ℓ_x	α_x	α_y	β_x	β_y	α_a
1,00	26,5	32,4	11,9		31,2
1,05	25,7	33,3	11,3		29,2
1,10	24,4	33,9	10,9		27,4
1,15	23,3	34,5	10,5		26,0
1,20	22,3	34,9	10,2		24,8
1,25	21,4	35,2	9,9		23,8
1,30	20,7	35,4	9,7		22,9
1,35	20,1	37,8	9,4		22,1
1,40	19,7	39,9	9,3		21,5
1,45	19,2	41,1	9,1		20,9
1,50	18,8	42,5	9,0		20,4
1,55	18,3	42,5	8,9		20,0
1,60	17,8	42,5	8,8		19,6
1,65	17,5	42,5	8,7		19,3
1,70	17,2	42,5	8,6		19,0
1,75	17,0	42,5	8,5		18,7
1,80	16,8	42,5	8,4		18,5
1,85	16,5	42,5	8,3		18,3
1,90	16,4	42,5	8,3		18,1
1,95	16,3	42,5	8,3		18,0
2,00	16,2	42,5	8,3		17,8
>2	14,2	42,5	8,0		16,7



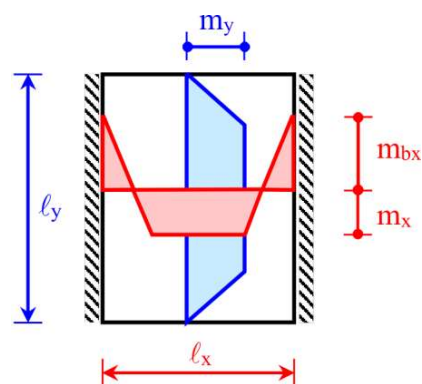
8.11.4 DUAS BORDAS COM APOIOS SIMPLES E DOIS ENGASTES EM ℓ_x

ℓ_y/ℓ_x	α_x	α_y	β_x	β_y	α_a
1,00	46,1	31,6		14,3	45,3
1,05	39,9	29,8		13,4	39,2
1,10	36,0	28,8		12,7	34,4
1,15	31,9	27,9		12,0	30,4
1,20	29,0	26,9		11,5	27,2
1,25	26,2	26,1		11,1	24,5
1,30	24,1	25,6		10,7	22,3
1,35	22,1	25,1		10,3	20,4
1,40	20,6	24,8		10,0	18,8
1,45	19,3	24,6		9,75	17,5
1,50	18,1	24,4		9,5	16,3
1,55	17,0	24,3		9,3	15,3
1,60	16,2	24,3		9,2	14,4
1,65	15,4	24,3		9,05	13,7
1,70	14,7	24,3		8,9	13,0
1,75	14,0	24,3		8,8	12,4
1,80	13,5	24,3		8,7	11,9
1,85	13,0	24,3		8,6	11,4
1,90	12,6	24,3		8,5	11,0
1,95	12,1	24,3		8,4	10,6
2,00	11,8	24,3		8,4	10,3
>2	8,0	24,3		8,0	6,7



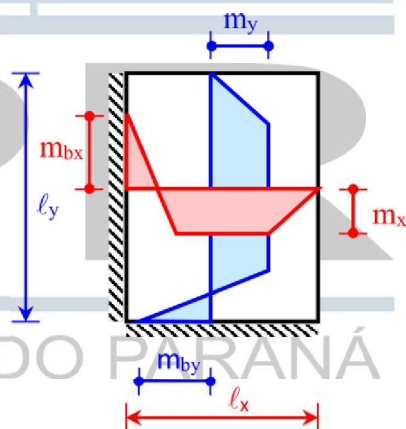
8.11.5 DUAS BORDAS COM APOIOS SIMPLES E DOIS ENGASTES EM ℓ_y

ℓ_y/ℓ_x	α_x	α_y	β_x	β_y	α_a
1,00	31,6	46,1	14,3		45,3
1,05	29,9	46,4	13,8		43,2
1,10	29,0	47,2	13,5		41,5
1,15	28,0	47,7	13,2		40,1
1,20	27,2	48,1	13,0		39,0
1,25	26,4	48,2	12,7		37,9
1,30	25,8	48,1	12,6		37,2
1,35	25,3	47,9	12,4		36,5
1,40	24,8	47,8	12,3		36,0
1,45	24,4	47,7	12,2		35,6
1,50	24,2	47,6	12,2		35,1
1,55	24,0	47,6	12,1		34,7
1,60	24,0	47,6	12,0		34,5
1,65	24,0	47,6	12,0		34,2
1,70	24,0	47,4	12,0		33,9
1,75	24,0	47,3	12,0		33,8
1,80	24,0	47,2	12,0		33,7
1,85	24,0	47,1	12,0		33,6
1,90	24,0	47,1	12,0		33,5
1,95	24,0	47,1	12,0		33,4
2,00	24,0	47,0	12,0		33,3
>2	24,0	47,0	12,0		32,0



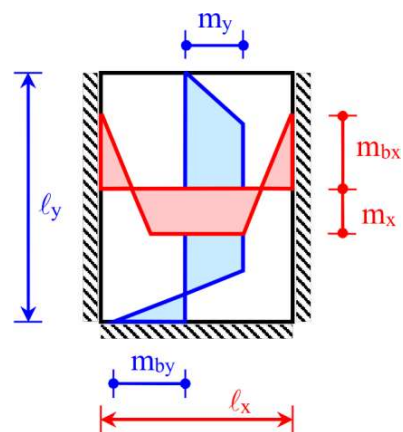
8.11.6 DUAS BORDAS COM APOIOS SIMPLES, UM ENGASTE EM ℓ_x E OUTRO EM ℓ_y

ℓ_y/ℓ_x	α_x	α_y	β_x	β_y	α_a
1,00	34,5	34,5	14,3	14,3	41,3
1,05	32,1	33,7	13,3	13,8	37,1
1,10	30,1	33,9	12,7	13,6	34,5
1,15	28,0	33,9	12,0	13,3	31,7
1,20	26,4	34,0	11,5	13,1	29,9
1,25	24,9	34,4	11,1	12,9	28,2
1,30	23,8	35,0	10,7	12,8	26,8
1,35	23,0	36,6	10,3	12,7	25,5
1,40	22,2	37,8	10,0	12,6	24,5
1,45	21,4	39,1	9,8	12,5	23,5
1,50	20,7	40,2	9,6	12,4	22,7
1,55	20,2	40,2	9,4	12,3	22,1
1,60	19,7	40,2	9,2	12,3	21,5
1,65	19,2	40,2	9,1	12,2	21,0
1,70	18,8	40,2	8,9	12,2	20,5
1,75	18,4	40,2	8,8	12,2	20,1
1,80	18,1	40,2	8,7	12,2	19,7
1,85	17,8	40,2	8,6	12,2	19,4
1,90	17,5	40,2	8,5	12,2	19,0
1,95	17,2	40,2	8,4	12,2	18,8
2,00	17,1	40,2	8,4	12,2	18,5
>2	14,2	40,2	8,0	12,0	16,7



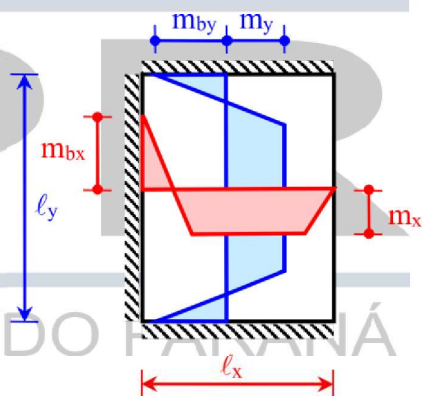
8.11.7 TRÊS BORDAS ENGASTADAS E UM APOIO SIMPLES EM ℓ_x

ℓ_y/ℓ_x	α_x	α_y	β_x	β_y	α_a
1,00	38,1	44,6	16,2	18,3	55,4
1,05	35,5	44,8	15,3	17,9	51,6
1,10	33,7	45,7	14,8	17,7	48,7
1,15	32,0	47,1	14,2	17,6	46,1
1,20	30,7	47,6	13,9	17,5	44,1
1,25	29,5	47,7	13,5	17,5	42,5
1,30	28,4	47,7	13,2	17,5	41,2
1,35	27,6	47,9	12,9	17,5	39,9
1,40	26,8	48,1	12,7	17,5	38,9
1,45	26,2	48,3	12,6	17,5	38,0
1,50	25,7	48,7	12,5	17,5	37,2
1,55	25,2	49,0	12,4	17,5	36,5
1,60	24,8	49,4	12,3	17,5	36,0
1,65	24,5	49,8	12,2	17,5	35,4
1,70	24,2	50,2	12,2	17,5	35,0
1,75	24,0	50,7	12,1	17,5	34,6
1,80	24,0	51,3	12,1	17,5	34,4
1,85	24,0	52,0	12,0	17,5	34,2
1,90	24,0	52,6	12,0	17,5	33,9
1,95	24,0	53,4	12,0	17,5	33,8
2,00	24,0	54,1	12,0	17,5	33,7
>2	24,0	54,0	12,0	17,5	32,0



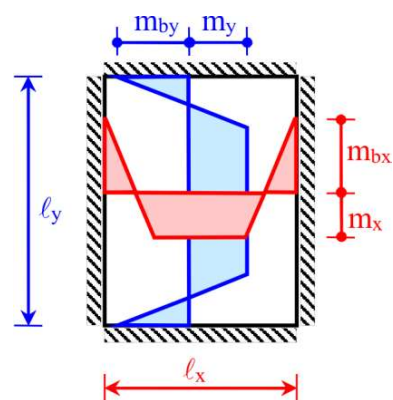
8.11.8 TRÊS BORDAS ENGASTADAS E UM APOIO SIMPLES EM ℓ_y

ℓ_y/ℓ_x	α_x	α_y	β_x	β_y	α_a
1,00	44,6	38,1	18,3	16,2	55,4
1,05	41,7	37,3	16,6	15,4	49,1
1,10	38,1	36,7	15,4	14,8	44,1
1,15	34,9	36,4	14,4	14,3	40,1
1,20	32,1	36,2	13,5	13,9	36,7
1,25	29,8	36,1	12,7	13,5	33,8
1,30	28,0	36,2	12,2	13,3	31,7
1,35	26,4	36,6	11,6	13,1	29,7
1,40	25,2	37,0	11,2	13,0	28,1
1,45	24,0	37,5	10,9	12,8	26,6
1,50	23,1	38,3	10,6	12,7	25,5
1,55	22,3	39,3	10,3	12,6	24,5
1,60	21,7	40,3	10,1	12,6	23,6
1,65	21,1	41,4	9,9	12,5	22,8
1,70	20,4	42,7	9,7	12,5	22,1
1,75	20,0	43,8	9,5	12,4	21,5
1,80	19,5	44,8	9,4	12,4	21,0
1,85	19,1	45,9	9,2	12,3	20,5
1,90	18,7	46,7	9,0	12,3	20,1
1,95	18,4	47,7	8,9	12,3	19,7
2,00	18,0	48,6	8,8	12,3	19,3
>2	14,2	48,6	8,0	12,0	16,7



8.11.9 QUATRO BORDAS ENGASTADAS

l_y/l_x	α_x	α_y	β_x	β_y	α_a
1,00	47,3	47,3	19,4	19,4	68,5
1,05	43,1	47,3	18,2	18,8	62,4
1,10	40,0	47,8	17,1	18,4	57,6
1,15	37,3	48,3	16,3	18,1	53,4
a1,20	35,2	49,3	15,5	17,9	50,3
1,25	33,4	50,5	14,9	17,7	47,6
1,30	31,8	51,7	14,5	17,6	45,3
1,35	30,7	53,3	14,0	17,5	43,4
1,40	29,6	54,8	13,7	17,5	42,0
1,45	28,6	56,4	13,4	17,5	40,5
1,50	27,8	57,3	13,2	17,5	39,5
1,55	27,2	57,6	13,0	17,5	38,4
1,60	26,6	57,8	12,8	17,5	37,6
1,65	26,1	57,9	12,7	17,5	36,9
1,70	25,5	57,8	12,5	17,5	36,3
1,75	25,1	57,7	12,4	17,5	35,8
1,80	24,8	57,6	12,3	17,5	35,4
1,85	24,5	57,5	12,2	17,5	35,1
1,90	24,2	57,4	12,1	17,5	34,7
1,95	24,0	57,2	12,0	17,5	33,8
2,00	24,0	57,1	12,0	17,5	34,5
>2	24,0	57,0	12,0	17,5	34,3



UFPR

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

8.12 SIMBOLOGIA ESPECÍFICA

8.12.1 SÍMBOLOS BASE

a	dimensão flecha
b_w	largura da laje largura mínima da seção ao longo da altura útil d
b_{wxi}	largura da viga i na direção x
b_{wxj}	largura da viga j na direção x
b_{wyi}	largura da viga i na direção y
b_{wyj}	largura da viga j na direção y
c_b	comprimento horizontal de barra
$c_{b,maior}$	comprimento horizontal maior de barra
$c_{b,menor}$	comprimento horizontal menor de barra
c_{bx}	comprimento horizontal de barra na direção x
c_{by}	comprimento horizontal de barra na direção y
c_{nom}	cobrimento nominal
d	altura útil da laje
e_{reb}	espessura do reboco
e_{tij}	espessura (menor dimensão em planta) do tijolo
f_{cd}	resistência à compressão do concreto de cálculo
f_{ck}	resistência à compressão do concreto característica
f_{yd}	resistência ao escoamento do aço de cálculo
f_{yk}	resistência ao escoamento do aço característica
g	carga permanente uniformemente distribuída
g_k	valor característico da carga permanente
g_{par}	carga uniformemente distribuída, devida à parede, por unidade de área carga uniformemente distribuída, devida à parede, por unidade de comprimento
g_{taco}	peso do taco por metro quadrado
h	espessura da laje espessura do material
$h_{conc arm}$	espessura do concreto armado
$h_{cont piso}$	espessura do contra-piso
h_{gesso}	espessura do gesso
h_{par}	altura da parede
k	coeficiente função da taxa de armadura existente na região próxima ao apoio
ℓ	vão de laje vão de viga
ℓ_b	comprimento de ancoragem
$\ell_{b,nec}$	comprimento de ancoragem necessário
ℓ_{bal}	vão de laje em balanço
ℓ_{ef}	vão efetivo da laje
ℓ_i	vão de laje vão de viga
ℓ_{par}	largura da parede
ℓ_x	menor dimensão da laje
$\ell_{x,maior}$	maior dos vãos ℓ_x
ℓ_{xi}	menor dimensão da laje L_i
ℓ_{xj}	menor dimensão da laje L_j
ℓ_y	maior dimensão da laje
ℓ_{yi}	maior dimensão da laje L_i
ℓ_{yj}	maior dimensão da laje L_j

ℓ_0	distância entre faces de dois apoios (vigas) consecutivos
ℓ_{0x}	distância entre faces de dois apoios (vigas) consecutivos na direção x
ℓ_{0y}	distância entre faces de dois apoios (vigas) consecutivos na direção y
m_{bi}	momento fletor negativo (borda) da laje L_i
$m_{bi,d}$	momento fletor negativo (borda) de cálculo da laje L_i
m_{bij}	momento fletor negativo (borda) na junção das lajes L_i e L_j
$m_{bij,d}$	momento fletor negativo (borda) de cálculo na junção das lajes L_i e L_j
m_{bj}	momento fletor negativo (borda) da laje L_j
$m_{bj,d}$	momento fletor negativo (borda) de cálculo da laje L_j
m_{bx}	momento fletor negativo (borda) na direção x
$m_{bxi,d}$	momento fletor negativo (borda) de cálculo na direção x da laje L_i
m_{by}	momento fletor negativo (borda) na direção y
$m_{byi,d}$	momento fletor negativo (borda) de cálculo na direção y da laje L_i
m_i	momento fletor positivo da laje L_i
$m_{i,cor}$	momento fletor positivo corrigido da laje L_i
$m_{i,d,cor}$	momento fletor positivo corrigido de cálculo da laje L_i
m_j	momento fletor positivo da laje L_j
$m_{j,cor}$	momento fletor positivo corrigido da laje L_j
m_x	momento fletor positivo na direção x
$m_{xi,d}$	momento fletor positivo de cálculo na direção x da laje L_i
m_y	momento fletor positivo na direção y
$m_{yi,d}$	momento fletor positivo de cálculo na direção y da laje L_i
m_{AB}	momento fletor positivo no vão AB
m_B	momento fletor negativo (engaste) no apoio B
m_{Rd}	momento fletor resistente de cálculo
m_{Rd1}	momento fletor resistente de cálculo sem a consideração de armadura comprimida
$m_{Rd1,lim}$	momento fletor resistente de cálculo corresponde ao limite de ductilidade da seção transversal ($\beta_x = \beta_{x,lim}$)
m_{Sd}	momento fletor solicitante de cálculo
p	carga uniformemente distribuída correspondente à somatória da carga permanente mais a carga acidental
	carga uniformemente distribuída na laje
	carga uniformemente distribuída na viga
p_d	valor de cálculo da somatória carga permanente mais carga acidental
p_k	valor característico da carga uniformemente distribuída na laje
	valor característico da somatória carga permanente mais carga acidental
p_{par}	peso da parede por unidade de área
	peso da parede por unidade de área
q	carga acidental uniformemente distribuída
$q_{edif com}$	carga acidental de edifícios comerciais
q_k	valor característico da carga acidental
r_{gk}	reação de apoio característica devida à carga permanente
r_{gk,V_i}	reação de apoio característica devida à carga permanente na viga V_i
r_{qk}	reação de apoio característica devida à carga acidental
r_{qk,V_i}	reação de apoio característica devida à carga acidental na viga V_i
r_{Vn}	reação de apoio na viga
s	espaçamento entre as barras que constituem a armadura longitudinal
t	comprimento do apoio
v_{Rd1}	força cortante resistente de cálculo
v_{Sd}	força cortante solicitante de cálculo
A_{s1}	área da armadura de tração que se estende até não menos de $d + \ell_{b,nec}$ além da seção considerada
A_c	área de concreto
A_n	área de triângulo ou trapézio

A_s	área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada
$A_{s,bar}$	área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada de uma barra
$A_{s,min}$	área da seção transversal mínima da armadura longitudinal tracionada
$A_{s,princ}$	área da seção transversal principal da armadura longitudinal tracionada
$A_{s,ef}$	área da seção transversal efetiva da armadura longitudinal tracionada
$A_{sx,fiss}$	armadura de fissuração na direção x
$A_{sx,pos}$	armadura positiva na direção x
$A_{sy,fiss}$	armadura de fissuração na direção y
$A_{sy,pos}$	armadura positiva na direção y
A_{Li}	área da laje L_i
D	diâmetro interno da curvatura
E_s	módulo de elasticidade do aço
E_c	módulo de elasticidade secante do concreto
G_{k,P_i}	Reação de apoio devida à carga permanente no pilar P_i
G_{k,V_i}	Reação de apoio devida à carga permanente na viga V_i
P_{Li}	força resultante atuante na laje L_i
Q_{k,P_i}	Reação de apoio devida à carga acidental no pilar P_i
Q_{k,V_i}	Reação de apoio devida à carga acidental na viga V_i
α_a	coeficiente para definição da flecha
α_x	coeficiente para definição do momento fletor positivo na direção x
α_y	coeficiente para definição do momento fletor positivo na direção y
β_c	valor adimensional auxiliar
β_s	valor adimensional que define a tensão de tração referente à armadura A_s
β_x	coeficiente para definição do momento fletor negativo (borda) na direção x
β_x	valor adimensional que define a posição da linha neutra
β_y	coeficiente para definição do momento fletor negativo (borda) na direção y
β_z	valor adimensional que define o braço de alavanca do binário de forças R_{cd1} , R_{sd1}
ϕ	diâmetro das barras da armadura
ϕ_ℓ	diâmetro da barra longitudinal
γ_c	coeficiente de ponderação da resistência do concreto
$\gamma_{conc arm}$	peso específico do concreto armado
$\gamma_{cont piso}$	peso específico do contra-piso
γ_g	coeficiente de ponderação para ações permanentes diretas
γ_{gesso}	peso específico do gesso
γ_{mat}	peso específico do material
γ_q	coeficiente de ponderação para ações variáveis diretas
γ_{reb}	peso específico do reboco
γ_s	coeficiente de ponderação da resistência do aço
γ_{tij}	peso específico do tijolo
ρ_1	taxa de armadura existente na região próxima ao apoio
τ_{Rd}	tensão resistente de cálculo ao cisalhamento

8.12.2 SÍMBOLOS SUBSCRITOS

bal	balanço
bar	barra
conc arm	concreto armado
cont piso	contra-piso
cor	corrigido
edif com	edifício comercial
ef	efetivo
fiss	fissuração
gesso	gesso
lim	limite
maior	maior
mat	material
menor	menor
min	mínimo
nec	necessário
par	parede
pos	positivo
princ	principal
reb	reboco
taco	taco
tij	tijolo



UFPR

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

8.13 EXERCÍCIOS

EX. 8.1

Dimensionar e detalhar as armaduras positivas e negativas do painel de lajes abaixo representado.

Dados:

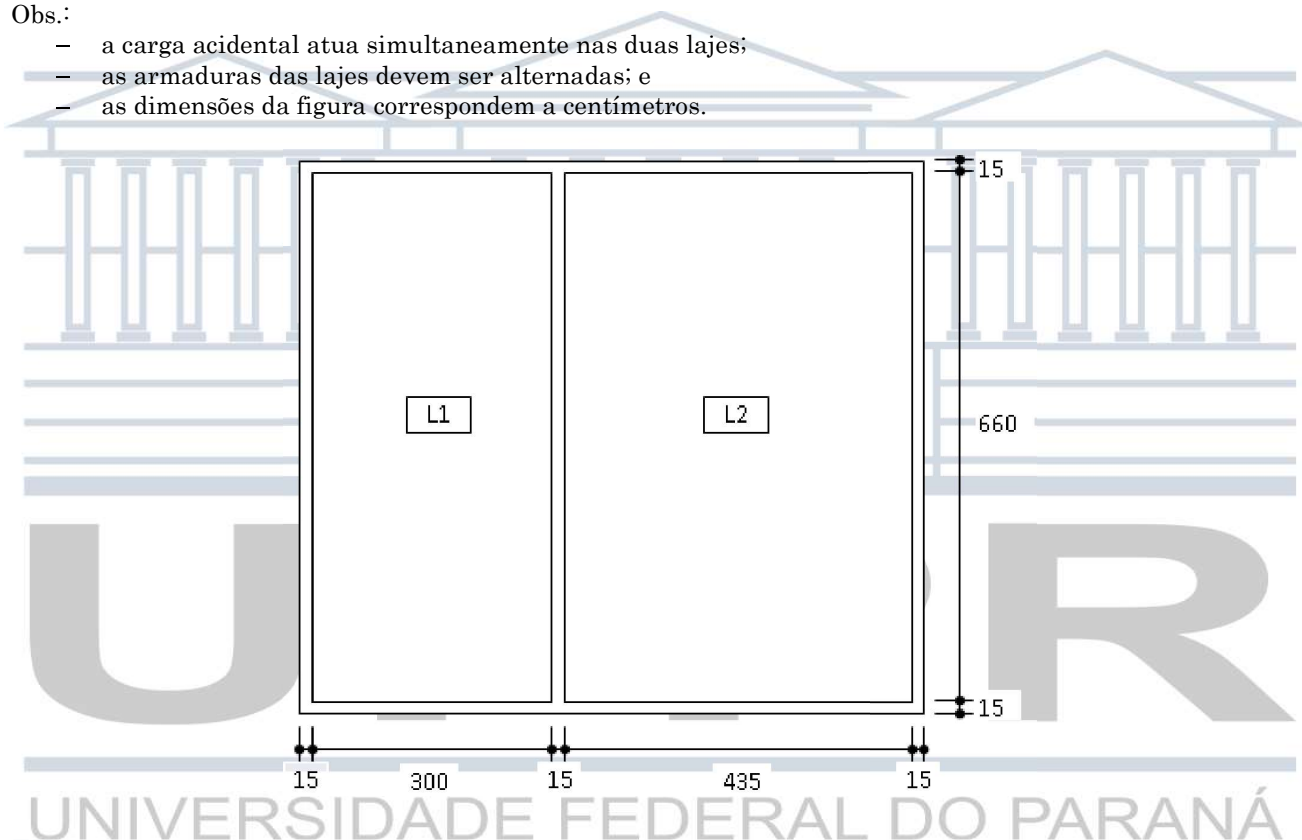
- concreto: C20; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- espessura da laje (h): 11 cm;
- altura útil da laje (d): 8 cm;
- carga permanente (g_k): 4,5 kN/m² (peso próprio incluído); e
- carga acidental (q_k): 2,0 kN/m².

Obs.:

- a carga acidental atua simultaneamente nas duas lajes;
- as armaduras das lajes devem ser alternadas; e
- as dimensões da figura correspondem a centímetros.



EX. 8.2

Para o painel abaixo indicado, determinar o valor da carga acidental uniformemente distribuída (q_k) que as lajes podem suportar.

Dados:

- concreto: C20; e
- aço: CA-50.

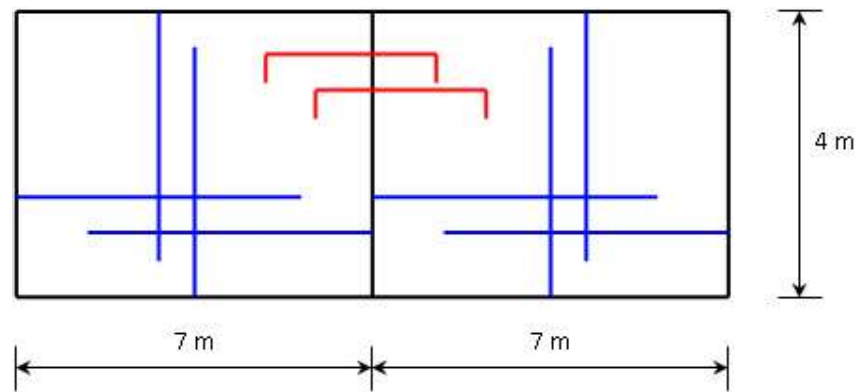
Considerar:

somente solicitações normais (momento fletor);

- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- espessura da laje (h): 12 cm;
- altura útil da laje (d): 9 cm;
- armadura positiva: 1 ϕ de ϕ 8 mm @ 15 cm nas duas direções;
- armadura negativa: 1 ϕ de ϕ 8 mm @ 10 cm; e
- carga permanente (g_k): 5 kN/m² (peso próprio incluído).

Obs.:

- a carga acidental atua simultaneamente nas duas lajes.



EX. 8.3

Dimensionar e detalhar as armaduras positivas e negativas do painel de lajes abaixo representado.

Dados:

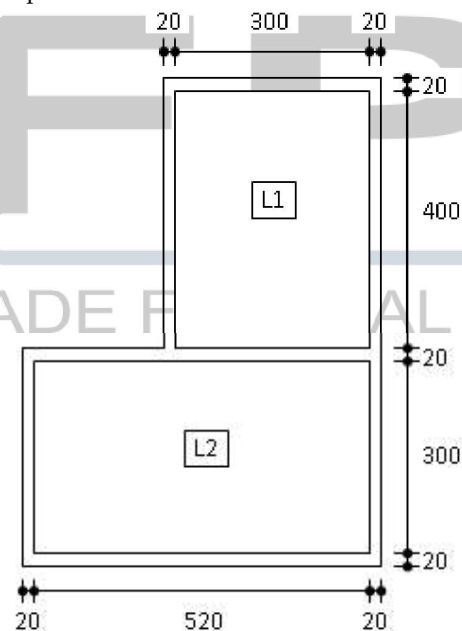
- concreto: C25; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- espessura da laje (h): 10 cm;
- altura útil da laje (d): 7 cm;
- carga permanente (g_k): 4 kN/m² (peso próprio incluído); e
- carga acidental (q_k): 2 kN/m².

Obs.:

- a carga acidental atua simultaneamente nas duas lajes;
- as armaduras das lajes devem ser alternadas; e
- as dimensões da figura correspondem a centímetros.



EX. 8.4

A figura abaixo representa a forma de um pavimento de um edifício. Sabendo-se que as lajes serão carregadas, além do peso próprio, por uma carga de revestimentos de 1,50 kN/m² e por uma carga acidental igual a

2,0 kN/m², pede-se determinar e detalhar as armaduras positivas e negativas do painel de lajes.

Dados:

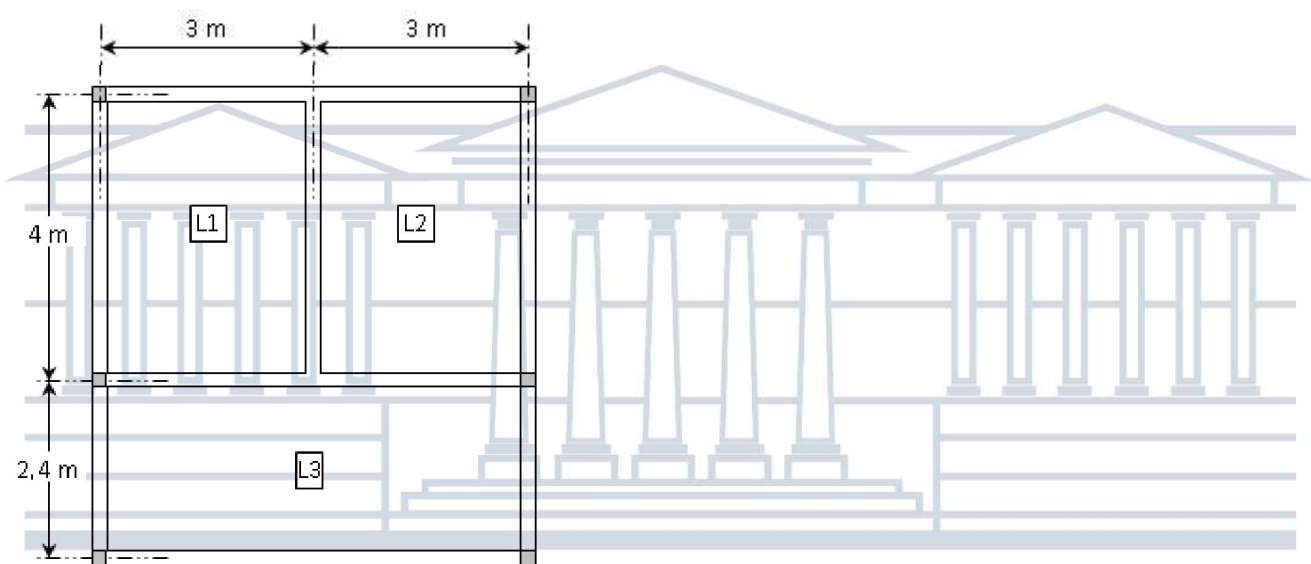
- concreto: C25; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- espessura da laje (h): 10 cm;
- altura útil da laje (d): 7 cm; e
- peso específico do concreto armado: 25 kN/m³.

Obs.:

- a carga acidental atua simultaneamente nas três lajes; e
- as armaduras das lajes devem ser alternadas.



EX. 8.5

A figura abaixo representa um painel de lajes de um pavimento de um edifício. Sabendo-se que as lajes estão carregadas, além do peso próprio, por uma carga de revestimentos de 1,50 kN/m² e por uma carga acidental igual a 2,0 kN/m², pede-se determinar as armaduras positivas e negativas da laje L3.

Dados:

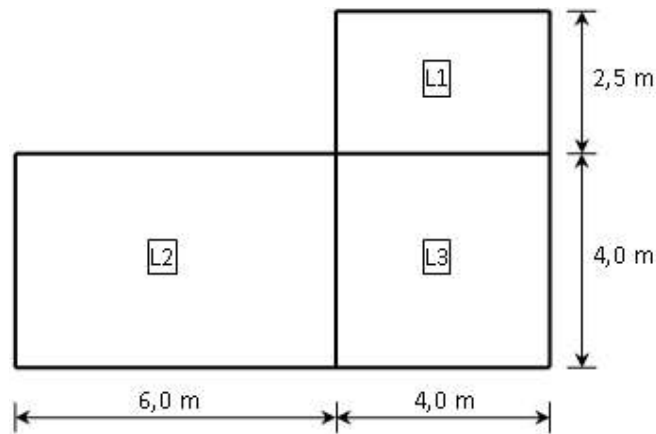
- concreto: C25; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- espessura da laje (h): 11 cm;
- altura útil da laje (d): 8 cm; e
- peso específico do concreto armado: 25 kN/m³.

Obs.:

- a carga acidental atua simultaneamente nas três lajes; e
- as armaduras das lajes devem ser alternadas.



EX. 8.6

Apresenta-se, na figura abaixo, esquema estrutural de um pavimento constituído por três lajes maciças de concreto armado. Determinar as armaduras necessárias nas posições N1, N2 e N3 (cm^2/m).

Dados:

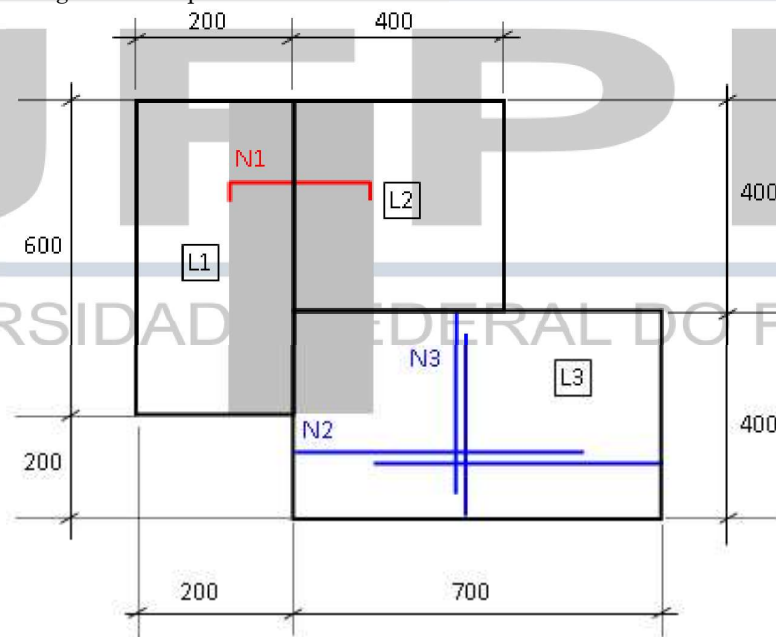
- concreto: C25; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- espessura da laje (h): 10 cm;
- altura útil da laje (d): 7 cm;
- carga permanente (g_k): 4 kN/m^2 (peso próprio incluído); e
- carga acidental (q_k): 2 kN/m^2 .

Obs.:

- a carga acidental atua simultaneamente nas três lajes; e
- as dimensões da figura correspondem a centímetros.



EX. 8.7

Determinar a máxima carga acidental (q_k) que o painel de laje abaixo representado pode suportar.

Dados:

- concreto: C25; e

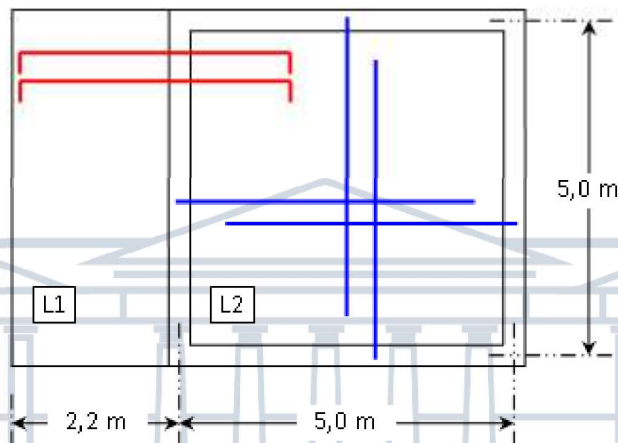
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- espessura da laje (h): 11 cm;
- altura útil da laje (d): 8 cm;
- armadura positiva: 1 ϕ de $\square 10$ mm @ 15 cm nas duas direções;
- armadura negativa: 1 ϕ de $\square 10$ mm @ 10 cm; e
- carga permanente (g_k): 4 kN/m² (peso próprio incluído).

Obs.:

- a carga acidental atua simultaneamente nas duas lajes.



Ex. 8.8

Determinar, para o painel de lajes abaixo representado:

- o diagrama de momentos fletores (valores de cálculo) na direção x;
- a armadura negativa necessária na borda (encontro) das lajes L1/L2; e
- a armadura positiva, na direção x, da laje L3.

Dados:

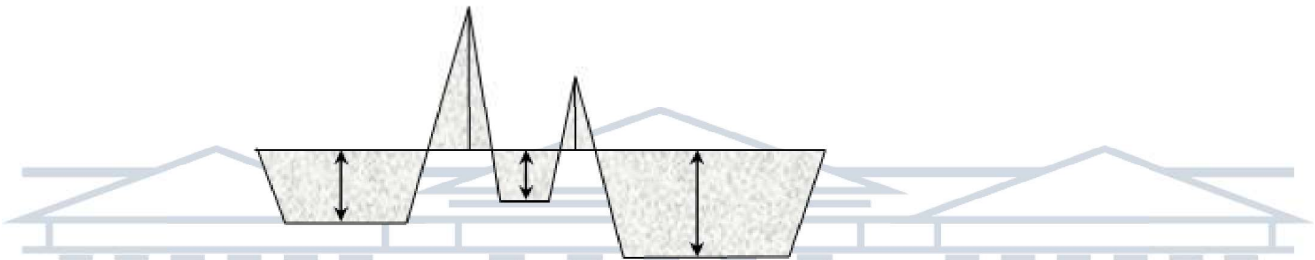
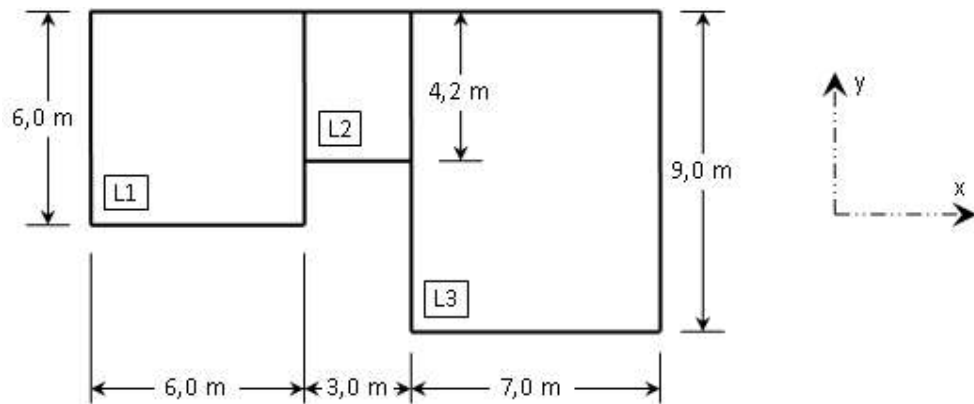
- concreto: C25; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 1 ($\gamma_g = 1,35$, $\gamma_q = 1,5$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- espessura da laje (h): 12 cm;
- altura útil da laje (d): 9 cm;
- revestimento: 1 kN/m²;
- carga acidental (q_k): 6 kN/m²; e
- peso específico do concreto armado: 25 kN/m³.

Obs.:

- a carga acidental atua simultaneamente nas três lajes; e
- as armaduras das lajes devem ser alternadas.



EX. 8.9

Determinar o diagrama de momentos fletores de cálculo sobre os eixos u e v do painel de lajes abaixo representado.

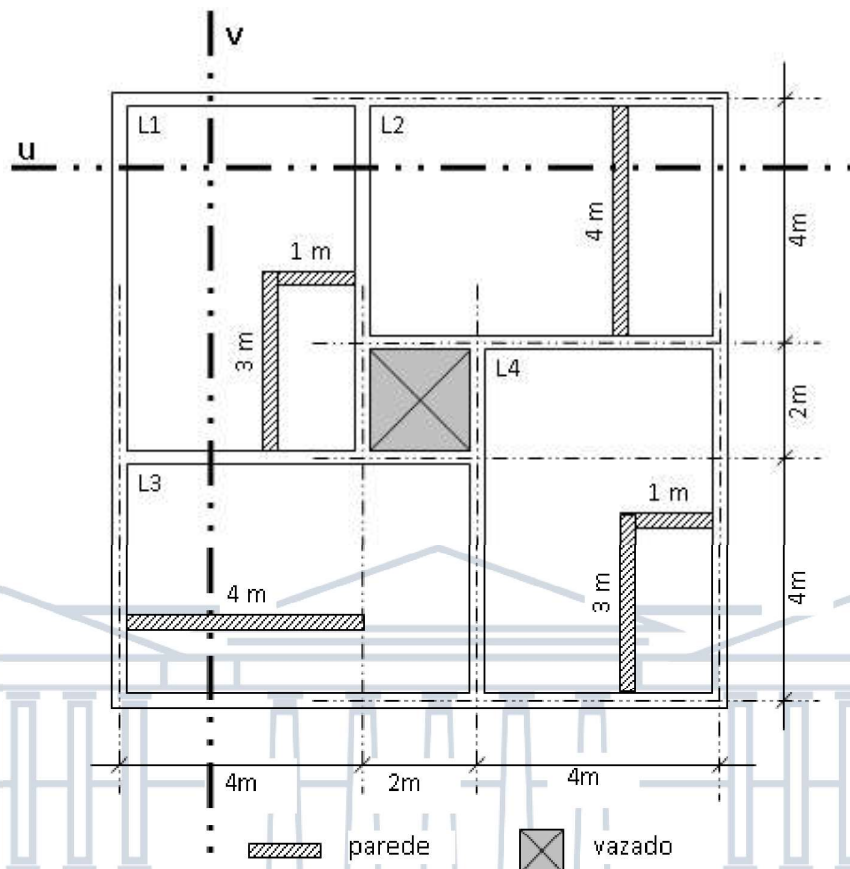
Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- carga permanente nas lajes (g_k): 4 kN/m² (peso próprio incluído);
- carga accidental nas lajes (q_k): 2 kN/m²; e
- peso da parede (p_{par}): 4,8 kN/m.

Obs.:

- a carga accidental atua simultaneamente em todas as lajes.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ



EX. 8.10

Determinar a máxima carga acidental (q_k) que o painel de lajes abaixo representado podem suportar.

Dados:

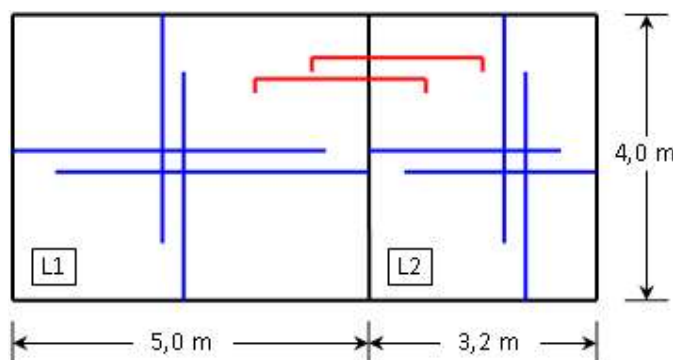
- concreto: C25; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- espessura da laje (h): 10 cm;
- altura útil da laje (d): 7 cm;
- armadura positiva: 1 ϕ de $\square 6,3$ mm @ 12 cm nas duas direções;
- armadura negativa: 1 ϕ de $\square 8$ mm @ 10 cm; e
- carga permanente (g_k): 4 kN/m² (peso próprio incluído).

Obs.:

- a carga acidental atua simultaneamente nas duas lajes.



EX. 8.11

Determinar o espaçamento necessário para as barras N1 e N2 do painel de laje abaixo representado.

Dados:

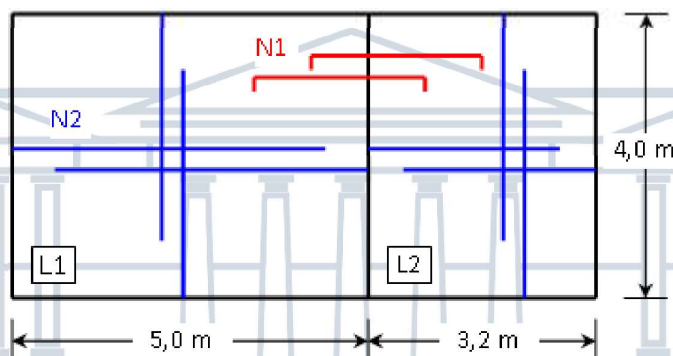
- concreto: C20; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_e = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- espessura da laje (h): 10 cm;
- altura útil da laje (d): 7 cm;
- carga permanente (g_k): 4 kN/m² (peso próprio incluído);
- carga acidental (q_k): 2 kN/m²;
- armadura positiva (N2): ϕ de $\square 6,3$ mm; e
- armadura negativa (N1): ϕ de $\square 8$ mm.

Obs.:

- a carga acidental atua simultaneamente nas duas lajes.
-



EX. 8.12

Para a laje abaixo indicada, determinar:

- a) o diagrama de momentos fletores de cálculo das lajes L1, L2 e L3, na direção x;
- b) a armadura positiva (cm²/m) da laje L2, na direção y; e
- c) a armadura negativa (cm²/m) entre as lajes L2 e L3, na direção x.

Dados:

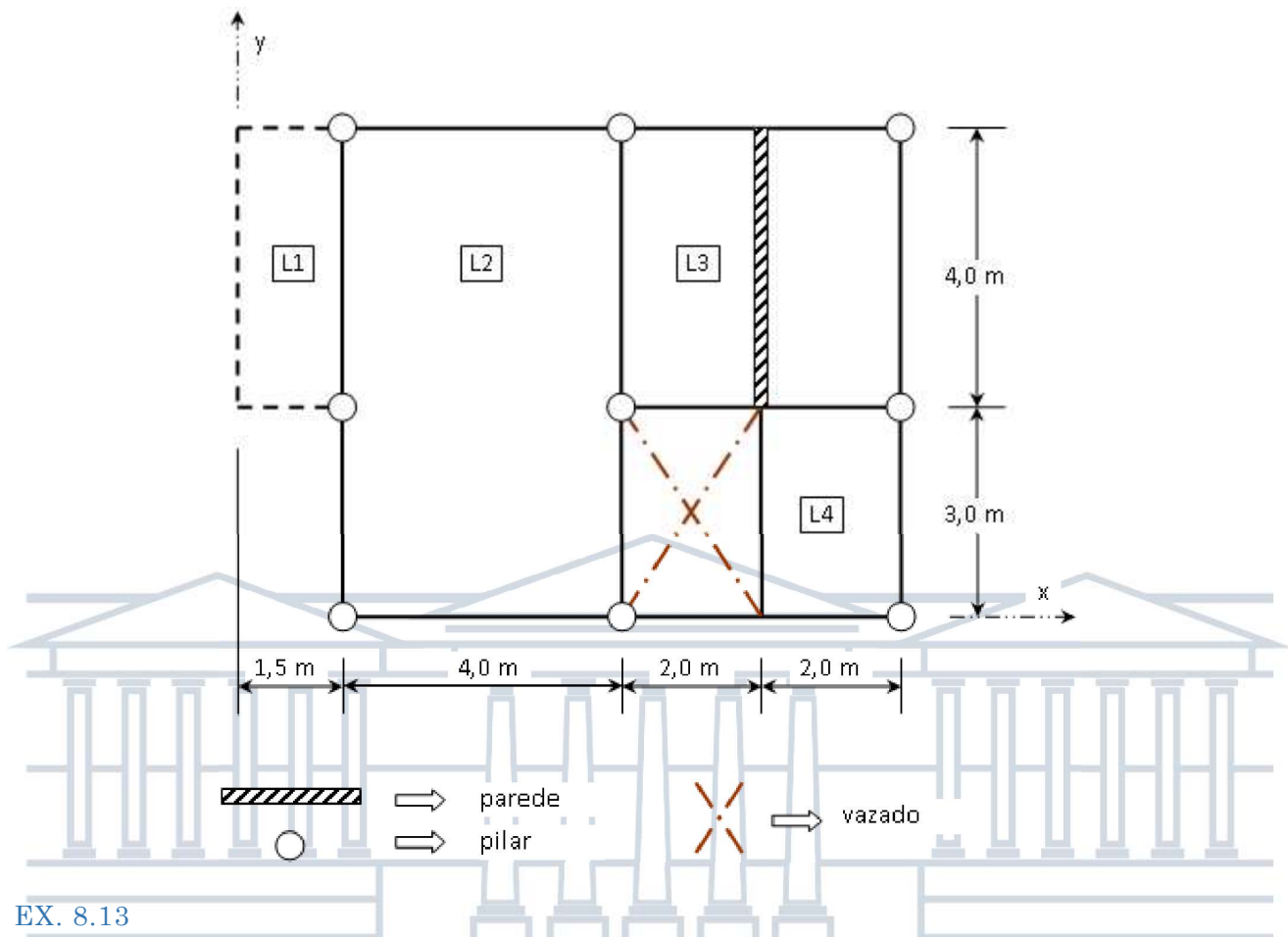
- concreto: C25; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_e = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- espessura da laje (h): 10 cm;
- altura útil da laje (d): 7 cm;
- carga permanente (g_k): 4 kN/m² (peso próprio incluído); e
- carga acidental (q_k): 2 kN/m².

Obs.:

- a laje L1 é em balanço, apoiada apenas na sua borda direita (ligação com a laje L2);
- as demais lajes são suportadas por vigas;
- a região entre as lajes L2 e L4 não tem laje (vazio);
- a laje L3 tem uma parede com peso de 2,5 kN/m² e altura 2,8 m (área hachureada); e
- as cargas acidentais atuam simultaneamente em todas as lajes.



EX. 8.13

Determinar as armaduras positivas e negativas (cm^2/m) na direção x do conjunto de lajes abaixo representado.

Dados:

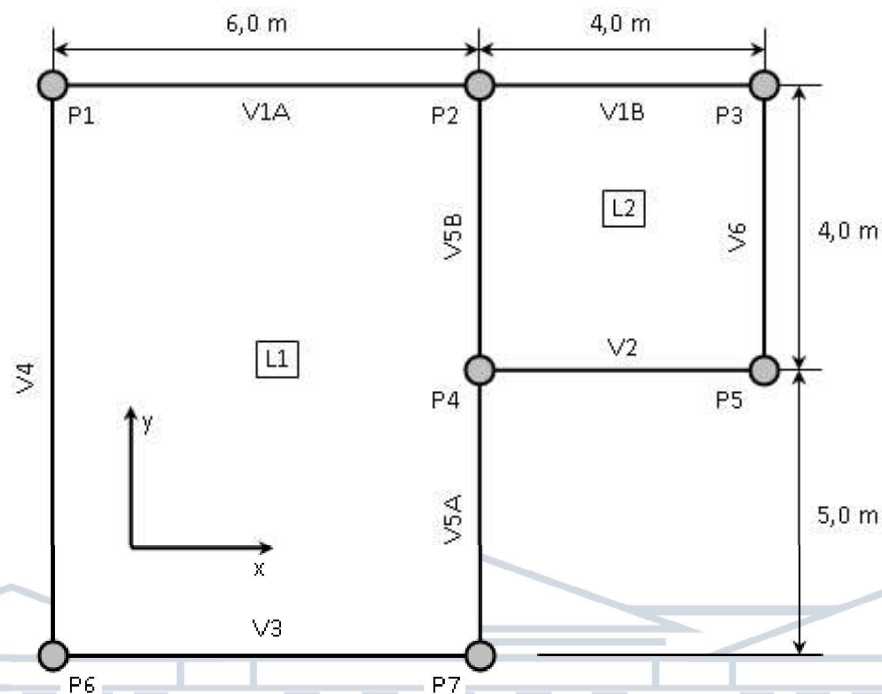
- concreto: C25; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- espessura da laje (h): 12 cm;
- altura útil da laje (d): 9 cm;
- carga permanente (g_k): 5 kN/m^2 (peso próprio incluído); e
- carga acidental (q_k): 3 kN/m^2 .

Obs.:

- a carga acidental atua simultaneamente nas duas lajes;
- as armaduras das lajes devem ser alternadas; e
- apresentar, ao final dos cálculos, o esquema das armaduras, com as indicações das áreas (cm^2/m).



EX. 8.14

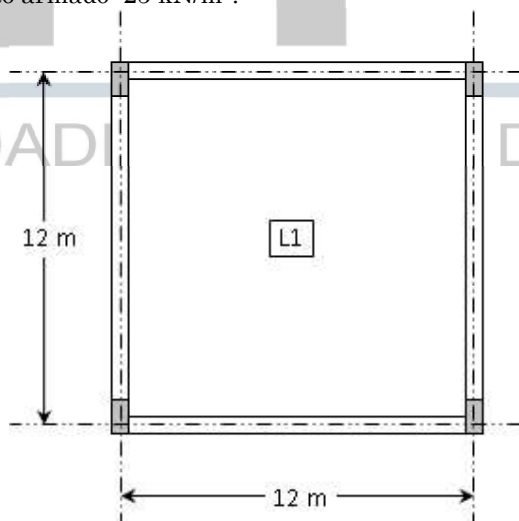
Determinar, para a laje abaixo representada, a altura h mínima (múltiplo de 5 cm), de tal modo que a resistência aos momentos fletores ocorra sem a necessidade de armadura de compressão.

Dados:

- concreto: C25; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 1 ($\gamma_g = 1,35$, $\gamma_q = 1,5$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- espessura da laje: $h = d + 4$ cm;
- revestimento: 1 kN/m^2 ;
- carga acidental (q_k): 10 kN/m^2 ; e
- peso específico do concreto armado: 25 kN/m^3 .



EX. 8.15

A planta de formas abaixo indicada representa um conjunto de quatro lajes maciças de concreto armado. Levando-se em consideração que na extremidade livre das lajes em balanço L3 e L4 atua uma carga de 2 kN/m na vertical e uma carga horizontal de 0,8 kN/m posicionada a 80 cm do piso, determinar:

- as armaduras positivas (cm^2/m) para a laje L1; e
- as armaduras negativas (cm^2/m) para as lajes L2 e L3.

Dados:

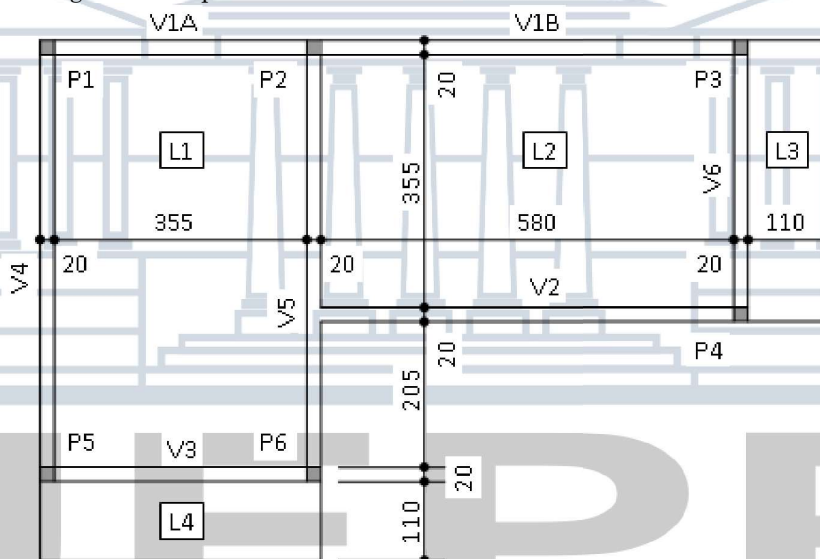
- concreto: C25; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- espessura da laje (h): 10 cm;
- altura útil da laje (d): 7 cm;
- carga permanente (g_k): 4 kN/m² (peso próprio incluído); e
- carga acidental (q_k): 3 kN/m².

Obs.:

- a carga acidental atua simultaneamente nas lajes; e
- as dimensões da figura correspondem a centímetros.



EX. 8.16

Para o painel de laje abaixo representado, determinar:

- o esquema de carga atuante na viga V2; e
- as condições de segurança quanto ao estado limite último, solicitações tangenciais.

Sobre todas as vigas do pavimento existe parede de peso equivalente a 2,2 kN/m² e altura 2,2 m.

Dados:

- concreto: C25; e
- aço: CA-60.

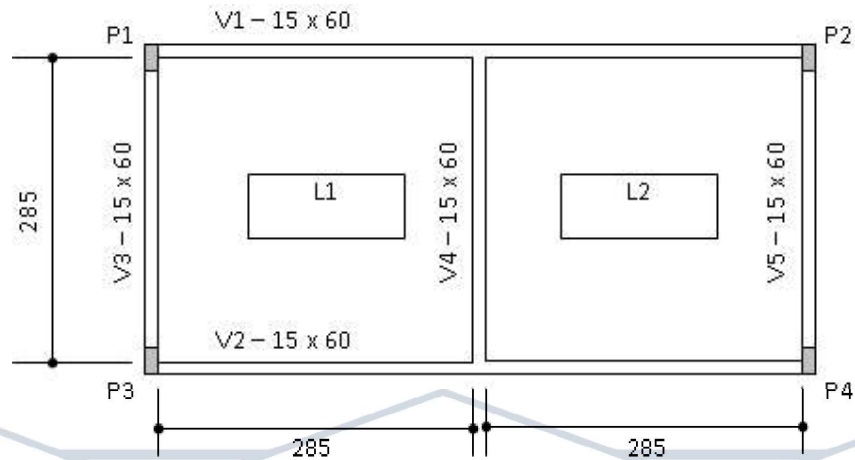
Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- espessura da laje (h): 10 cm;
- altura útil da laje (d): 7 cm;
- acabamento dos pisos;
- regularização: 0,5 kN/m²;
- revestimento: 0,7 kN/m²;
- carga acidental (q_k): 3 kN/m²; e

- peso específico do concreto armado: 25 kN/m^3 .

Obs.:

- as dimensões da figura correspondem a centímetros; e
- as vigas devem ser admitas como simplesmente apoiada nos pilares.



EX. 8.17

Para o painel de laje abaixo representado, determinar:

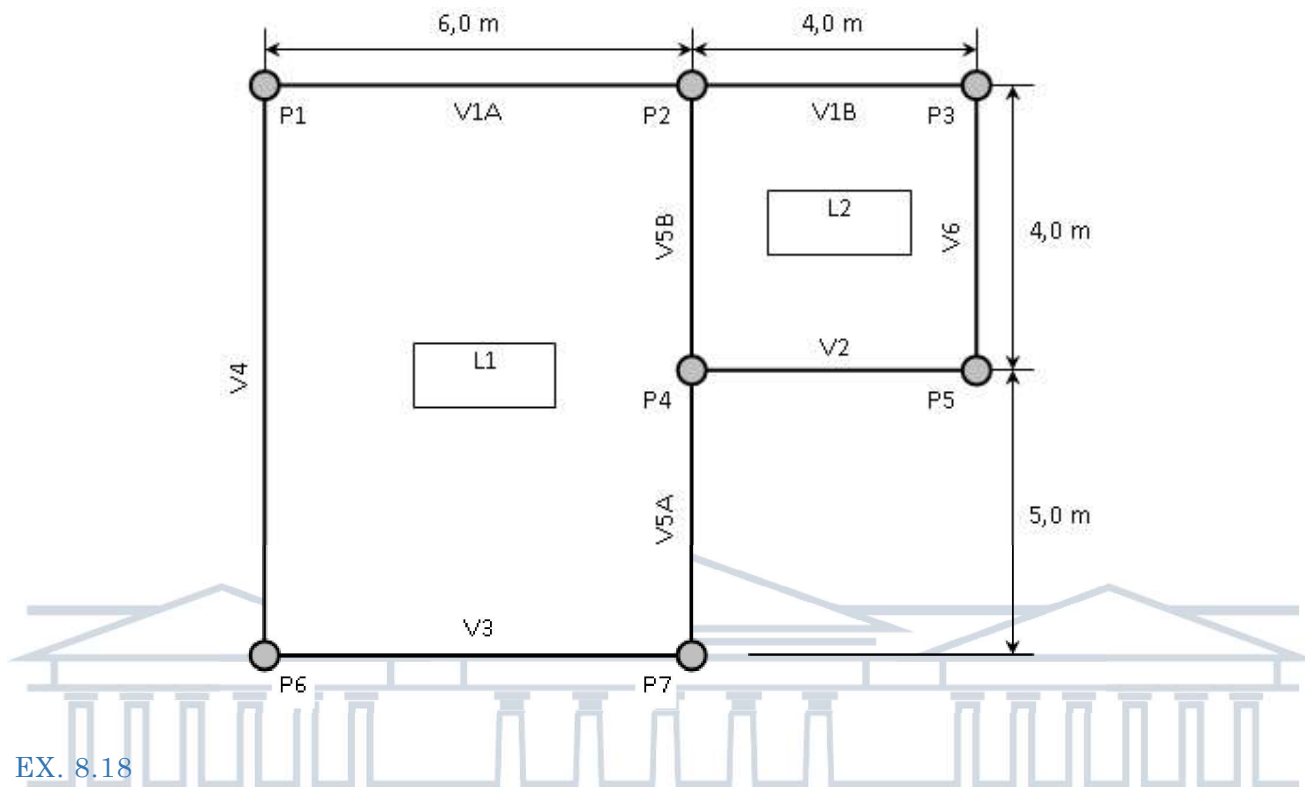
- o esquema de cargas (permanente e acidental) atuantes na viga V5; e
- as condições de segurança quanto ao estado limite último, solicitações tangenciais.

Dados:

- concreto: C25; e
- aço: CA-60.
- Considerar:
 - somente solicitações tangenciais (força cortante);
 - estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
 - espessura das lajes (h):
 - L1: 12 cm;
 - L2: 8 cm;
 - altura útil das lajes: $d = h - 3 \text{ cm}$;
 - acabamento dos pisos:
 - regularização: $0,5 \text{ kN/m}^2$;
 - revestimento: $1,0 \text{ kN/m}^2$;
 - carga acidental (q_k): $2,0 \text{ kN/m}^2$;
 - dimensões das vigas: $20 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}$; e
 - peso específico do concreto armado: 25 kN/m^3 .

Obs.:

- as vigas devem ser admitas como simplesmente apoiada nos pilares.



EX. 8.18

O condomínio de um certo edifício pretende aproveitar a laje de cobertura para construir um depósito e decidiu consultar um especialista para opinar sobre a viabilidade da proposta.

O depósito a ser construído será em alvenaria de tijolos furados, 15 cm de espessura (tijolos de 10 cm + reboco de 2,5 cm por face) com 2,8 m de altura. Possuirá laje de cobertura (L2) impermeabilizada com carga total (valor característico) de 3,0 kN/m².

Levantando informações do projeto estrutural a época da construção, soube-se que:

- a laje de cobertura existente (L1) foi dimensionada para suportar um momento fletor solicitante de cálculo igual a 10 kNm/m na direção x e 20 kNm/m na direção y.
- A viga V1 foi dimensionada para suportar um momento fletor solicitante de cálculo igual a 120 kNm.

Considerando as informações fornecidas, você autorizaria ou não a construção do depósito? Justifique sua resposta.

Dados:

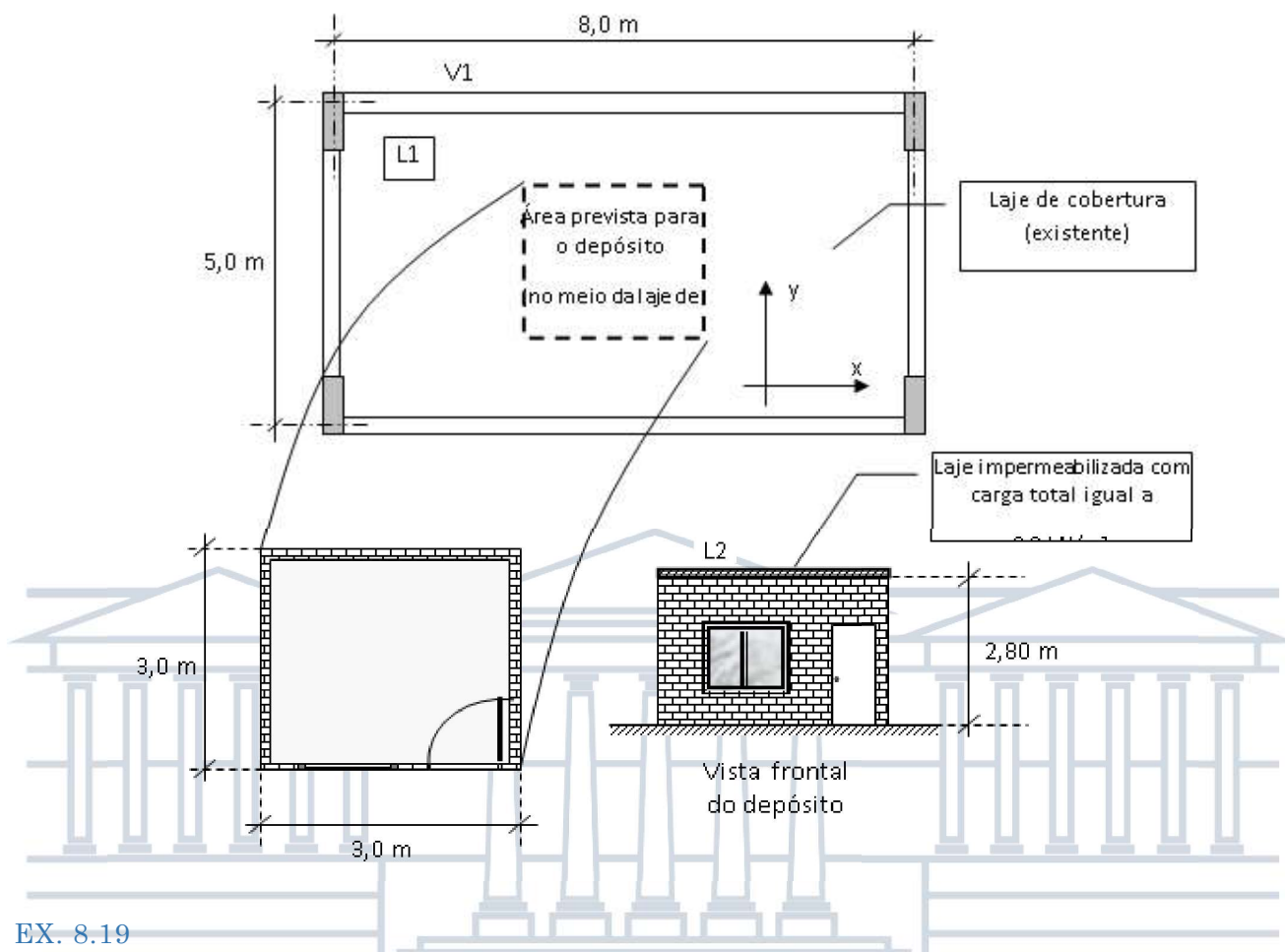
- concreto: C25; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- espessura da laje L1: 10 cm;
- acabamento do piso da laje L1;
- regularização: 0,5 kN/m²;
- impermeabilização: 0,5 kN/m²;
- carga acidental da laje L1: 0,5 kN/m²;
- dimensões da viga V1: 20 cm x 50 cm; e
- peso específico do concreto armado: 25 kN/m³.

Obs.:

- para o levantamento de cargas, desprezar as aberturas de portas e janelas;
- a viga V1 só recebe carga da laje (L1) existente (não existe parede sobre ela);
- a viga V1 pode ser considerada como simplesmente apoiada nos pilares; e
- ignorar as verificações de força cortante nas lajes e vigas.



EX. 8.19

No projeto de lajes comuns de edifícios de concreto armado (lajes sem armadura de compressão), após o pré-dimensionamento (fixação da altura da laje), deve-se:

- verificar os esforços de cisalhamento;
- dimensionar a armadura de flexão; e
- verificar as deformações (flechas).

Considerando apenas os itens a e b acima (ignorar as deformações), determine o máximo valor possível de ℓ_x para a laje abaixo representada.

Dados:

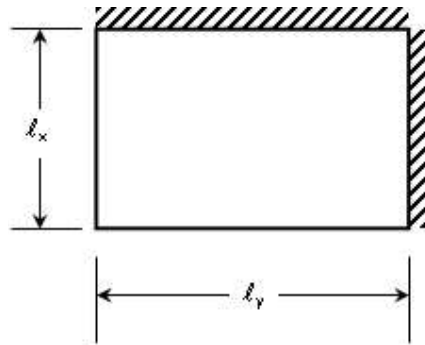
- concreto: C20; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- solicitações normais (momento fletor) e solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- espessura da laje (h): 12 cm;
- altura útil da laje (d): 9,5 cm;
- relação entre vãos (ℓ_y / ℓ_x): 1,5;
- carga permanente (g_k): 4 kN/m² (peso próprio incluído); e
- carga acidental (q_k): 1,5 kN/m².

Obs.:

- adotar para ℓ_x um valor múltiplo de 5 cm.



EX. 8.20

Para a estrutura abaixo representada, determinar:

- o esquema de carga atuante na viga V7; e
- as condições de segurança das lajes quanto ao estado limite último, solicitações tangenciais.

Sobre todas as vigas do pavimento existe parede de peso equivalente a $2,2 \text{ kN/m}^2$ e altura $2,3 \text{ m}$.

Dados:

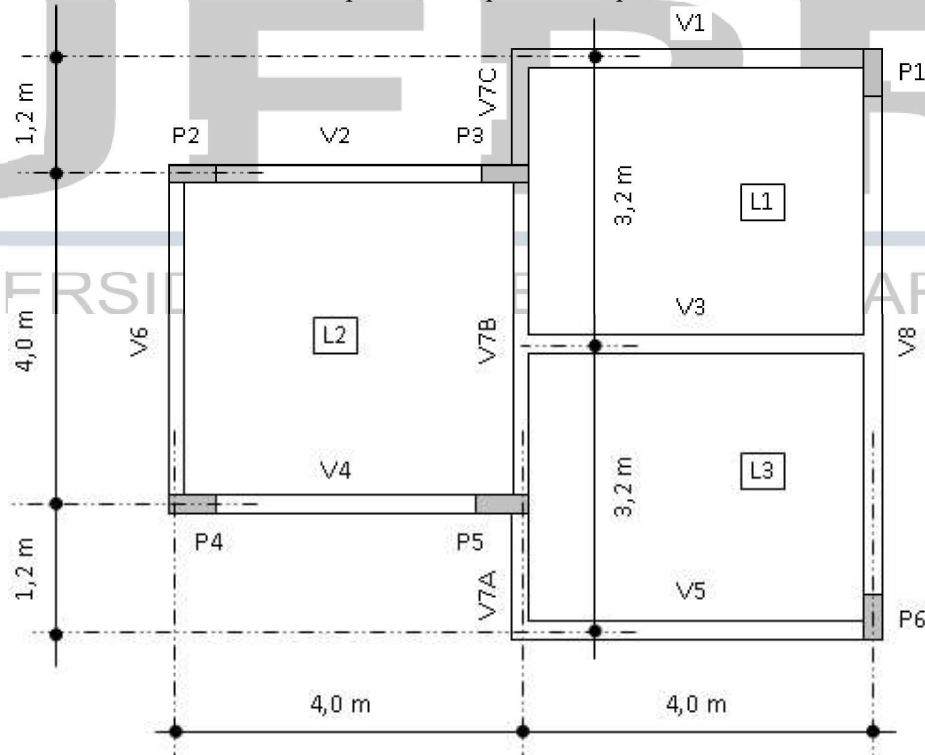
- concreto: C25; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- espessura da laje (h): 10 cm ;
- altura útil da laje (d): 7 cm ;
- carga permanente nas lajes (g_k): 4 kN/m^2 (peso próprio incluído);
- carga acidental nas lajes (q_k): 2 kN/m^2 ; e
- peso próprio das vigas: 3 kN/m .

Obs.:

- as vigas devem ser admitidas como simplesmente apoiadas nos pilares.



EX. 8.21

Para a estrutura abaixo representada, determinar:

- o esquema de carga atuante na viga V2; e
- as condições de segurança das lajes quanto ao estado limite último, solicitações tangenciais.

Sobre todas as vigas do pavimento existe parede de peso equivalente a $2,8 \text{ kN/m}^2$ e altura $2,2 \text{ m}$.

Dados:

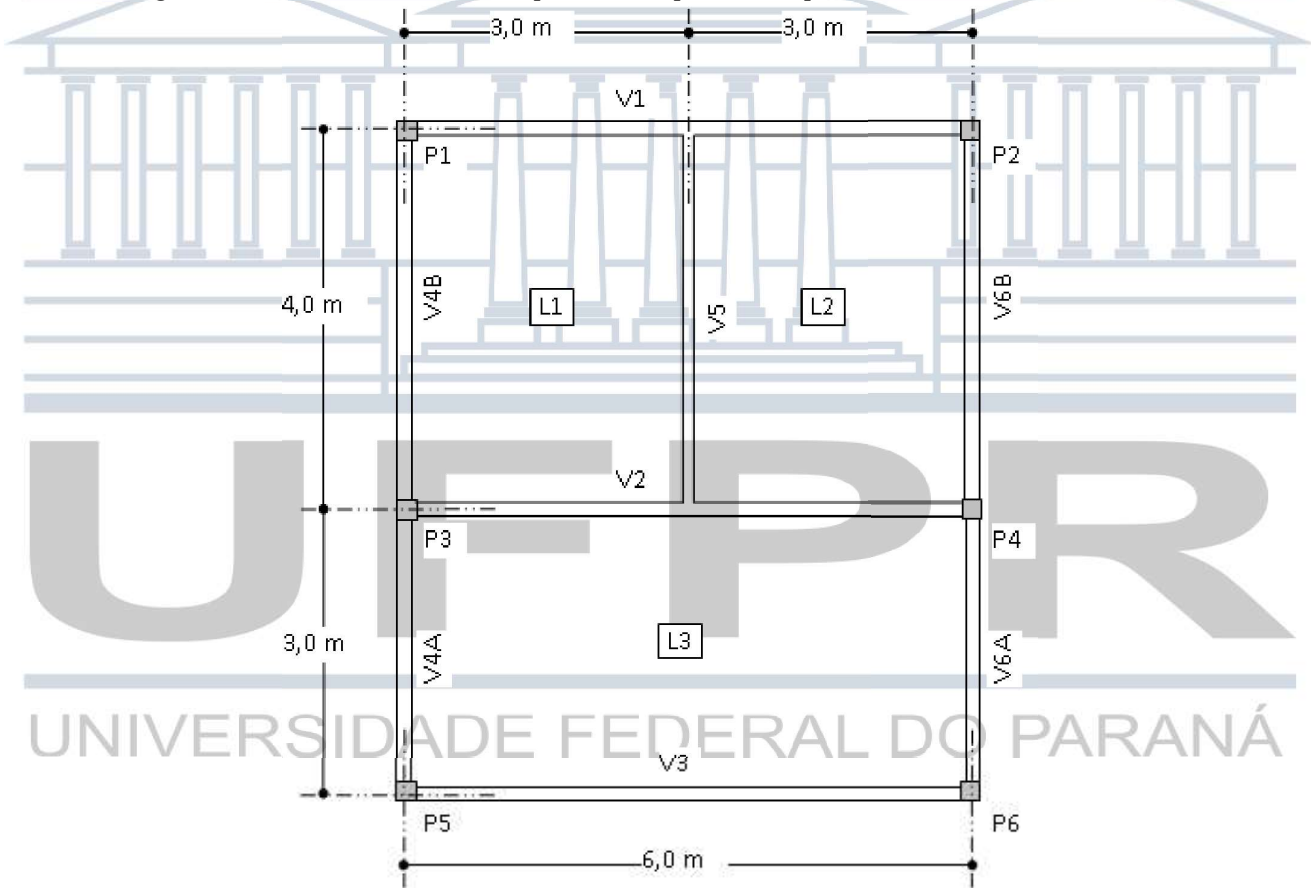
- concreto: C25; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- espessura da laje (h): 10 cm ;
- altura útil da laje (d): 7 cm ;
- acabamento dos pisos (revestimento + regularização): $1,5 \text{ kN/m}^2$;
- carga acidental (q_k): 2 kN/m^2 ; e
- peso específico do concreto armado: 25 kN/m^3 .

Obs.:

- as vigas devem ser admitas como simplesmente apoiada nos pilares.



EX. 8.22

Para a estrutura abaixo representada, determinar:

- o máximo momento fletor solicitante de cálculo atuante na viga V4; e
- as condições de segurança das lajes quanto ao estado limite último, solicitações tangenciais.

Sobre todas as vigas do pavimento existe parede de peso equivalente a 8 kN/m .

Dados:

- concreto: C25; e

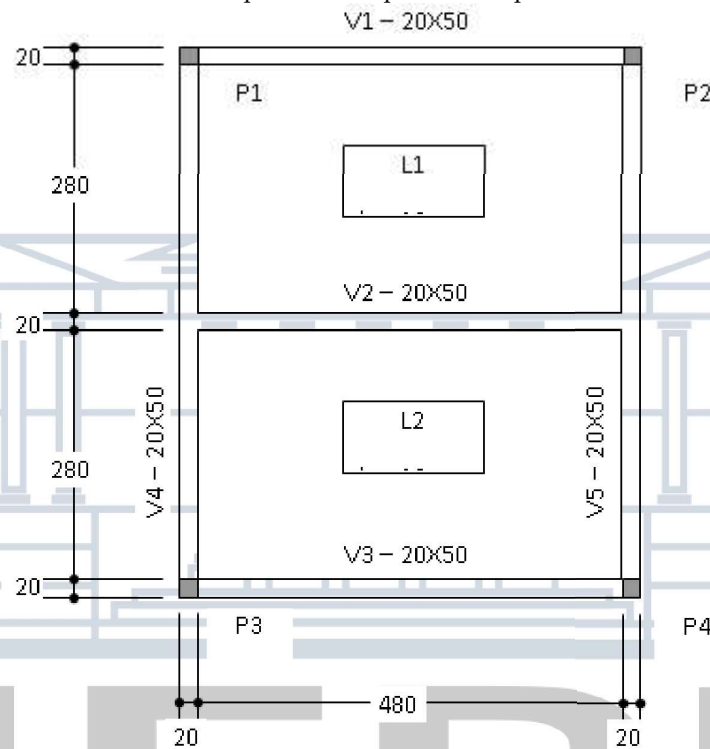
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- espessura da laje (h): 10 cm;
- altura útil da laje (d): 7 cm;
- acabamento dos pisos (revestimento + regularização): $1,5 \text{ kN/m}^2$;
- carga acidental (q_k): 2 kN/m^2 ; e
- peso específico do concreto armado: 25 kN/m^3 .

Obs.:

- as dimensões da figura correspondem a centímetros; e
- as vigas devem ser admitas como simplesmente apoiada nos pilares.



EX. 8.23

Determinar o carregamento atuante nos pilares da estrutura abaixo representada.

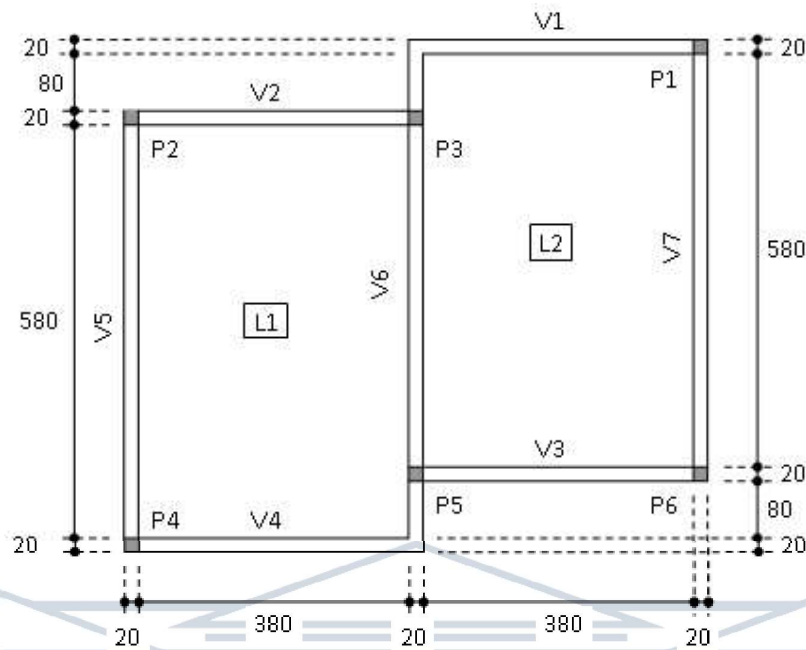
Sobre todas as vigas do pavimento existe parede de peso equivalente a 9 kN/m .

Considerar:

- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- espessura da laje (h): 10 cm;
- acabamento dos pisos:
- regularização: $0,5 \text{ kN/m}^2$;
- revestimento: $1,0 \text{ kN/m}^2$;
- carga acidental (q_k): $3,0 \text{ kN/m}^2$;
- dimensões das vigas: 20 cm x 50 cm; e
- peso específico do concreto armado: 25 kN/m^3 .

Obs.:

- as dimensões da figura correspondem a centímetros; e
- as vigas devem ser admitas como simplesmente apoiada nos pilares.



EX. 8.24

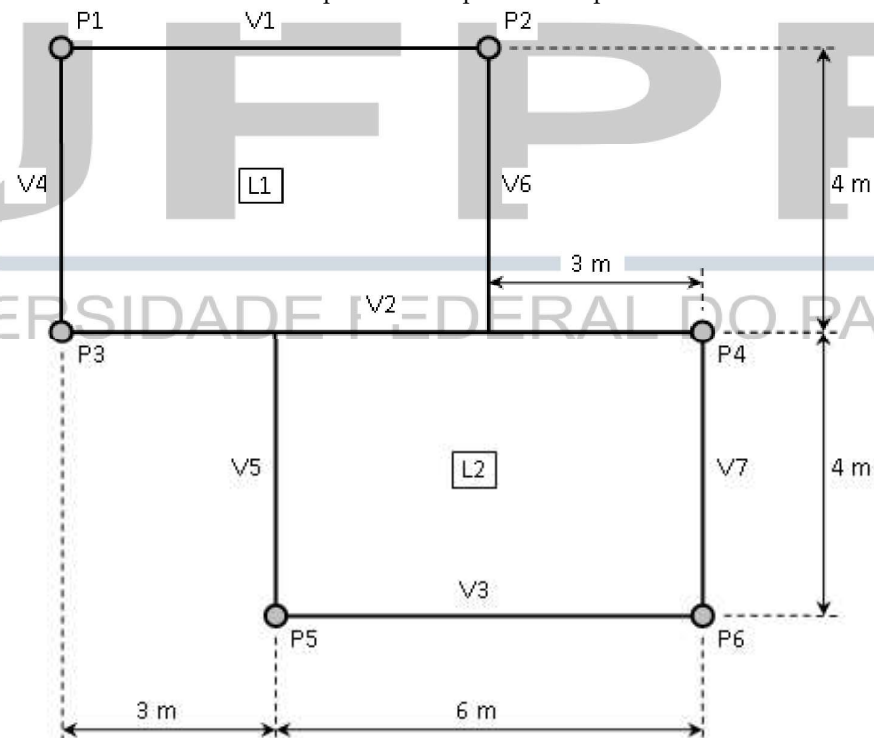
Determinar o carregamento atuante nos pilares da estrutura abaixo representada.

Considerar:

- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- carga permanente nas lajes (g_k): 4 kN/m^2 (peso próprio incluído);
- carga acidental nas lajes (q_k): 2 kN/m^2 ; e
- peso próprio das vigas: 3 kN/m .

Obs.:

- as vigas devem ser admitidas como simplesmente apoiadas nos pilares.



EX. 8.25

Determinar a máxima carga acidental q_k que as lajes L1 e L2 são capazes de suportar, sabendo-se que:

- as armaduras positivas (N1, N2, N3 e N4) são constituídas por barras de 5 mm espaçadas a cada 10 cm;
- a armadura negativa (N5) é constituída por barras de 8 mm espaçadas a cada 10 cm; e
- o carregamento máximo que a viga V4 é capaz de suportar, decorrente das reações das lajes e de seu peso próprio, é igual a 25 kN/m (valor característico).

Dados:

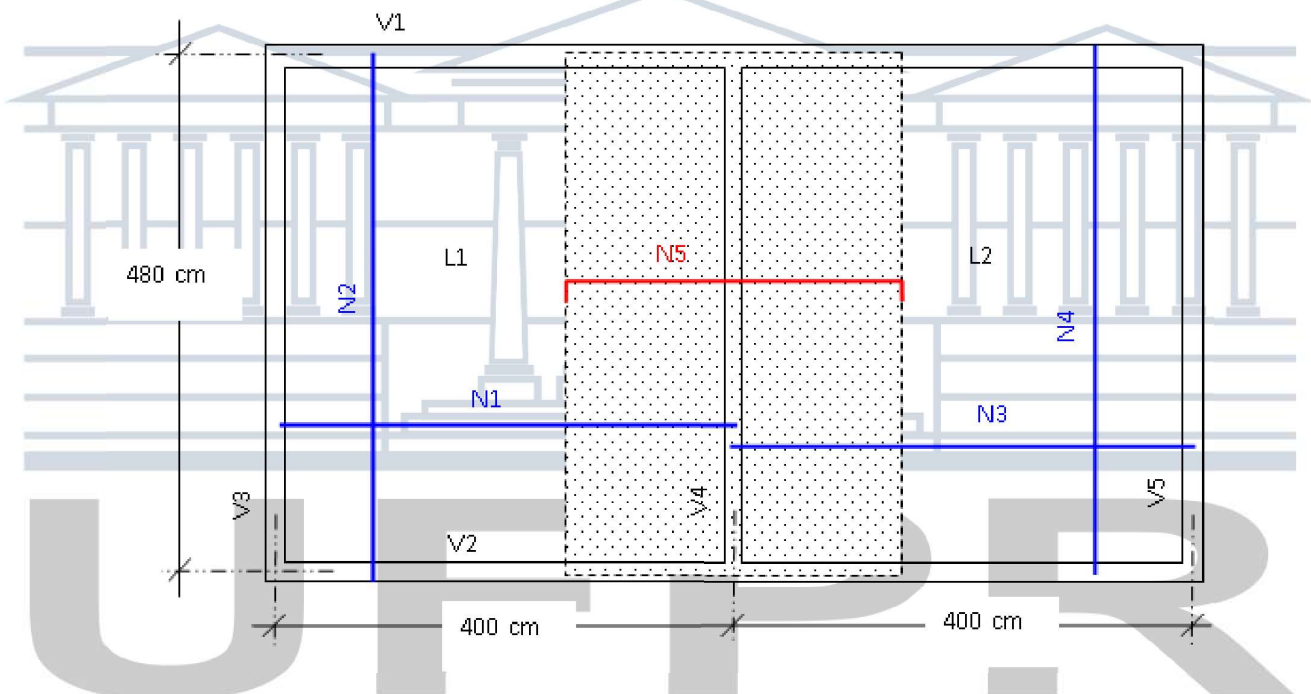
- concreto: C20; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- espessura da laje (h): 10 cm;
- altura útil da laje (d): 7 cm;
- carga permanente (g_k): 4 kN/m² (peso próprio incluído);
- peso próprio das vigas: 1,5 kN/m.

Obs.:

- a carga acidental atua simultaneamente nas duas lajes.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ