

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

EDUARDO FELIPE KOVALCZUK

GABRIEL AUGUSTO MUNARETTO

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

PUNÇÃO EM LAJES LISAS: INFLUÊNCIA DA ALTURA ÚTIL DA LAJE NO
DIMENSIONAMENTO

CURITIBA - PR

2014

EDUARDO FELIPE KOVALCZUK

GABRIEL AUGUSTO MUNARETTO

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

PUNÇÃO EM LAJES LISAS: INFLUÊNCIA DA ALTURA ÚTIL DA LAJE NO
DIMENSIONAMENTO

Trabalho de conclusão de curso, do
curso de graduação de Engenharia
Civil, da Universidade Federal do
Paraná.

Orientador: Marco André Argenta

UFPR

CURITIBA - PR

2014

RESUMO

O presente trabalho tem por motivo apresentar um estudo para dimensionamento e verificação de lajes lisas ao fenômeno da punção, através de uma revisão bibliográfica, apresentando expressões e critérios presentes em normas para a correta solução dos problemas referentes à punção bem como apresentar as diferentes armaduras para resistir aos esforços de cisalhamento e diferentes métodos de cálculo utilizando armadura de punção internamente a armadura de flexão com uma altura útil reduzida.

Palavra Chave: Punção. Laje Lisa. Laje Cogumelo. Cisalhamento. Altura útil reduzida.

ABSTRACT

The present work is due to present a study for design and verification of the phenomenon of flat slabs puncture, through a literature review, showing expressions and criteria present in norms for the correct solution of the problems related to the puncture as well as present the different armors for resist shear stress and different methods of calculation using puncture armor between the armor of flexion with a reduced effective height.

Key Word: Puncture. Flat slab. Mushroom slab. Shear. Reduced height.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 - FISSURAS NA REGIÃO SUPERIOR DA LAJE DEVIDO A PUNÇÃO (A- CARGA DE UTILIZAÇÃO) (B-CARGA DE RUÍNA) FONTE: MELGES (1995).....	15
FIGURA 2 - COMPORTAMENTO DA LIGAÇÃO LAJE-PILAR APÓS A RUÍNA POR PUNÇÃO COM ARMADURA INFERIOR. FONTE: LIMA (2001).....	17
FIGURA 3 - ESQUEMA DE ARMADURA DE COLAPSO PROGRESSIVO. FONTE: LIMA (2001).....	18
FIGURA 4 - TIPOS DE ESTRIBOS. FONTE: MELGES (2001).....	19
FIGURA 5 - INCLINAÇÃO DOS ESTRIBOS. FONTE: MELGES (2001).....	20
FIGURA 6 - ANCORAGEM DOS GANCHOS E POSICIONAMENTO DOS ESTRIBOS. FONTE: MELGES, 2001.	21
FIGURA 7 - ESQUEMA DOS ESTRIBOS INCLINADOS, USADOS POR OLIVEIRA (1998). FONTE: MELGES, 2001.	22
FIGURA 8 - ESQUEMA DOS ESTRIBOS INCLINADOS, USADOS POR OLIVEIRA (1998). FONTE: MELGES, 2001.	22
FIGURA 9 - ANCORAGEM DE BARRAS DOBRADAS. FONTE: TAKEYA, 1981.	23
FIGURA 10 - ANCORAGEM DOS CONECTORES TIPO STUD. FONTE: LIMA, 2001.....	24
FIGURA 11 - DETALHE DE CONECTORES TIPO PINO. FONTE: MELGES, 1995.	24
FIGURA 12 - DISPOSIÇÃO DA ARMADURA DE PUNÇÃO EM CORTE. FONTE: NBR 6118/2003.	25
FIGURA 13 - DETALHE DA FIXAÇÃO DOS STUDS À FÔRMA. FONTE: MELGES, 2001.	25
FIGURA 14 - APLICAÇÃO DE CONECTORES TIPO PINO EM LAJE PLANA PROTENDIDA. FONTE: MELGES, 2001.	26
FIGURA 15 - ARMADURA UTILIZADA POR CORDOVIL E FUSCO. FONTE: CORDOVIL E FUSCO, 1995.....	26
FIGURA 16 - ANCORAGEM DA ARMADURA DE CISALHAMENTO. FONTE: ANDRADE, 1999.	27
FIGURA 17 - ARMADURA UTILIZADA POR TRAUTWEIN. FONTE: TRAUTWEIN, 2006.....	28

FIGURA 18 - ARMADURA EM PERFIL I. FONTE: TRAUTWEIN, 2006.	29
FIGURA 19 - ARMADURA UTILIZADA NOS ENSAIOS DE GOMES (1991). FONTE: TRAUTWEIN, 2006.	29
FIGURA 20 – SHERBANDS. FONTE: RABELLO, 2010.	30
FIGURA 21 - ARMADURA DE CISALHAMENTO UFO. FONTE: TRAUTWEIN, 2006.	31
FIGURA 22 - RUPTURA NA FACE DO PILAR. FONTE: OS AUTORES (2014).	33
FIGURA 23 - RUPTURA NA REGIÃO ARMADA. FONTE: OS AUTORES (2014).	33
FIGURA 24 - RUPTURA ALÉM DA REGIÃO ARMADA. FONTE: OS AUTORES (2014).	33
FIGURA 25 - PERÍMETRO CRÍTICO. FONTE: LIMA, 2001.	34
FIGURA 26 - PERÍMETRO 3D DA FACE DO PILAR. FONTE: LIMA (2001).....	37
FIGURA 27 - PERÍMETRO CRÍTICO C", AFASTADO 2D DA ÚLTIMA LINHA DE ARMADURA DE PUNÇÃO FONTE: NBR 6118/2003.	40
FIGURA 28 - DETERMINAÇÃO DE FSD E MSD. FONTE: LIMA, 2001.	41
FIGURA 29 - PERÍMETRO CRÍTICO EXTERNO. FONTE: MELGES, 1995.....	42
FIGURA 30 - PERÍMETRO CRÍTICO REDUZIDO PARA PILARES DE BORDA. FONTE: NBR 6118, 2003.	47
FIGURA 31 - EXCENRICIDADE DO PERÍMETRO CRÍTICO PARA PILARES DE BORDA. FONTE: LIMA, 2001.....	48
FIGURA 32 - ESQUEMA DE CÁLCULO DE W_{p1} E DE E^* . FONTE: MELGES, 1995.....	50
FIGURA 33 - PERÍMETRO CRÍTICO EM PILARES DE CANTO. FONTE: NBR 6118, 2003.	51
FIGURA 34 - PERÍMETRO CRÍTICO JUNTO À ABERTURA NA LAJE. FONTE: NBR 6118, 2003.	52
FIGURA 35 - ALTURA ÚTIL COM A PRESENÇA DE CAPITEL. FONTE: NBR 6118, 2003.....	52
FIGURA 36 - DETERMINAÇÃO DE C' EM PILARES COM REENTRÂNCIAS. FONTE: NBR 6118, 2003.	53
FIGURA 37 - PLANTA: PILAR P48. FONTE: OS AUTORES (2014).	54
FIGURA 38 - ESFORÇOS CARACTERÍSTICOS RETIRADOS DO TQS. FONTE: OS AUTORES (2014).....	55

FIGURA 39 - ALTURA ÚTIL "D" NORMAL, SEGUNDO A NBR 6118. FONTE: OS AUTORES (2014).....	56
FIGURA 40 - ALTURA ÚTIL "D" REDUZIDA. FONTE: OS AUTORES (2014).....	56
FIGURA 41 - ESQUEMA DAS ARAMDURAS A 3D DA FACE DO PILAR. FONTE: OS AUTORES (2014).....	58
FIGURA 42 - ESQUEMA DA DISTRIBUIÇÃO DAS ARMADURAS. FONTE: OS AUTORES (2014).....	65
FIGURA 43 - PERÍMETRO CRÍTICO C". FONTE: OS AUTORES (2014).....	66
FIGURA 44 - DETERMINAÇÃO DE WPX. FONTE: OS AUTORES (2014).....	67
FIGURA 45 - DETERMINAÇÃO DO WPY. FONTE: OS AUTORES (2014).	69
FIGURA 46 - ESQUEMA DA DISTRIBUIÇÃO DAS ARMADURAS. FONTE: OS AUTORES (2014).....	79
FIGURA 47 - ESQUEMA DAS ARMADURAS A 3D DA FACE DO PILAR QUADRADO. FONTE: OS AUTORES (2014).	80
FIGURA 48 - ESQUEMA DA DISTRIBUIÇÃO DAS ARMADURAS. FONTE: OS AUTORES (2014).....	87
FIGURA 49 - PERÍMETRO CRÍTICO C" PARA PILAR QUADRADO. FONTE: OS AUTORES (2014).....	88
FIGURA 50 - DETERMINAÇÃO DO WP PARA O PILAR QUADRADO. FONTE: OS AUTORES (2014).....	89
FIGURA 51 - DISTRIBUIÇÃO DAS ARMADURAS PARA A ALTURA ÚTIL REDUZIDA. FONTE: OS AUTORES (2014).	98

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - PERÍMETROS CRÍTICOS PARA PILARES INTERNOS.....	41
TABELA 2 - VALORES DE K (TABELA 19.2 - NBR 6118/03).....	43
TABELA 3 - PERÍMETRO CRÍTICO REDUZIDO PARA PILARES DE BORDA	47
TABELA 4 - PERÍMETRO CRÍTICO REDUZIDO PARA PILARES DE CANTO	51
TABELA 5 - PARÂMETROS DE CÁLCULO DO PILAR RETANGULAR PARA O PERÍMETRO C'.....	100
TABELA 6 - PARÂMETROS DE CÁLCULO DO PILAR QUADRADO PARA O PERÍMETRO C'.....	102
TABELA 7 - COMPARAÇÃO ENTRE PILAR RETANGULAR E QUADRADO: “D” NORMAL.....	103
TABELA 8 - COMPARAÇÃO ENTRE PILAR RETANGULAR E QUADRADO: “D” REDUZIDO.....	104

LISTA DE SIGLAS

ACI - AMERICAN CONCRET INSTITUTE

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS

CEB - COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON

EUROCODE - EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDISATION

NBR – NORMA BRASILEIRA

LISTA DE SÍMBOLOS

α_v - coeficiente de efetividade do concreto;

α - é o ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;

θ, η = ângulos dados em graus e relacionados, respectivamente, a x' e a y' ;

ρ - taxa geométrica de armadura de flexão aderente (armadura não aderente deve ser desprezada);

ρ_x, ρ_y - taxas de armadura nas duas direções ortogonais;

a - menor valor entre $1,5d$ e $0,5c_1$;

A_{sw} - área da armadura de punção num contorno completo paralelo a C' ;

c_1 e c_2 – dimensões do pilar;

C – contorno crítico na face do pilar;

C' – contorno crítico distante a $2d$ da face pilar;

C'' – contorno crítico distante a $2d$ a última linha de armadura;

d - altura útil da laje;

$\underline{d}$ – altura útil da laje no contorno C_2' (para capitel);

d_c – altura útil da laje na face do pilar (para capitel);

d_a – altura útil da laje no contorno C_1' (para capitel);

dl - comprimento infinitesimal no perímetro crítico u ;

D – diâmetro do pilar.

e - distância de dl ao eixo que passa pelo centro do pilar e sobre o qual atua o momento fletor MSd .

e^* - excentricidade do perímetro crítico reduzido no contorno C'

e_o^* - excentricidade do perímetro crítico reduzido no contorno C

e'^* - excentricidade do perímetro crítico reduzido no contorno C''

f_{cd} - resistência de cálculo à compressão do concreto;

f_{ck} - resistência característica do concreto a compressão em MPa.

f_{ywd} - resistência de cálculo da armadura de punção.

F_{sd} - força normal de cálculo;

K, K_1 e K_2 - coeficiente de forma do pilar.

l_c - distância entre a borda do capitel e a face do pilar;

M_{sd}, M_{sd1} e M_{sd2} - momento desbalanceado de cálculo;

M_{sd}^* - momento resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido u^* em relação ao centro do pilar;

p - distância da face do pilar até a última linha de armadura de punção.

s_r - espaçamento radial entre linhas de armadura de punção, não maior que 0,75d;

τ_{sd} - tensão solitante de cálculo;

τ_{rd2} - tensão resistente de compressão diagonal do concreto no perímetro C;

τ_{rd1} - tensão resistente ao cisalhamento no perímetro C' sem armadura de punção;

τ_{rd3} - tensão resistente ao cisalhamento no perímetro C' com armadura de punção;

u^* - perímetro crítico reduzido,

u - perímetro crítico do contorno considerado;

u_n - perímetro crítico externo à região armada;

W_p, W_{p1} e W_{p2} - módulo da resistência plástica do perímetro crítico C'.

W_{p0}, W_{p10} e W_{p20} - módulo da resistência plástica do perímetro crítico C.

W'_p, W'_{p1} e W'_{p2} - módulo da resistência plástica do perímetro crítico C''.

x' = distância entre a linha de conectores mais próxima do canto do pilar até o eixo paralelo ao lado c1 e que passa pelo centro do pilar;

y' = distância entre a linha de conectores mais próxima do canto do pilar até o eixo paralelo ao lado c2 e que passa pelo centro do pilar.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	JUSTIFICATIVA.....	11
3	OBJETIVOS.....	12
4	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	13
4.1	LAJES LISAS/COGUMELO	13
4.2	PUNÇÃO	14
4.3	ARMADURA DE COLAPSO PROGRESSIVO	16
4.4	ARMADURA DE PUNÇÃO.....	19
4.4.1	Estribos.....	19
4.4.2	Barras dobradas	22
4.4.3	Conectores tipo stud ou pino	23
4.4.4	Perfis metálicos	28
4.4.5	Shearband	29
4.4.6	UFO	31
4.5	MÉTODOS DE CÁLCULO.....	32
4.5.1	Método da superfície de controle.....	32
4.5.2	Cálculo das tensões	35
4.6	PRESENÇA DE ABERTURAS	51
4.7	CAPITEL	52
4.8	CASO ESPECIAL DE DETERMINAÇÃO DO CONTORNO C'.....	53
5	ESTUDO DE UMA LAJE APOIADA EM UM PILAR INTERNO	54

5.1 Caso 1: Estudo de laje apoiada sobre um pilar de seção retangular, utilizando o “d” normal. 58

5.1.1	Dados preliminares.....	59
5.1.2	Verificação da tensão de compressão diagonal do concreto na primeira superfície crítica: C = face do pilar	59
5.1.3	Verificação da tensão resistente e solicitante na superfície crítica C' (2d da face do pilar) sem armadura de punção.....	62
5.1.4	Determinação da armadura de punção	64
5.1.5	Tensão resistente a punção no contorno C'' (a 2d da última linha de conectores stud) sem armadura de punção.....	66

5.2 Caso 2: Estudo de laje apoiada sobre um pilar de seção retangular, utilizando o “d” reduzido. 71

5.2.1	Verificação da tensão de compressão diagonal do concreto na primeira superfície crítica C (“d” normal)	72
5.2.2	Verificação da tensão resistente e solicitante na superfície crítica C' sem armadura de punção (“d” normal).....	74
5.2.3	Verificação da tensão resistente e solicitante na superfície crítica C' com armadura de punção (“d” reduzido).....	76
5.2.4	Tensão resistente à punção no contorno C'' sem armadura de punção	79

5.3 Caso 3: Estudo de laje apoiada sobre um pilar de seção quadrada, utilizando o “d” normal. 80

5.3.1	Dados preliminares.....	81
5.3.2	Verificação da tensão de compressão diagonal do concreto na primeira superfície crítica: C = face do pilar	82
5.3.3	Verificação da tensão resistente e solicitante na superfície crítica C' (2d da face do pilar) sem armadura de punção.....	84
5.3.4	Dimensionamento da armadura de punção	86
5.3.5	Tensão resistente a punção no contorno C'' (a 2d da última linha de conectores stud) sem armadura de punção.....	87

5.4	Caso 4: Estudo de laje apoiada sobre um pilar de seção quadrada, utilizando o “d” reduzido.	91
5.4.1	Verificação da tensão resistente e solicitante na superfície crítica C’ (2d da face do pilar) sem armadura de punção.....	93
5.4.2	Verificação da tensão resistente e solicitante na superfície crítica C’ com armadura de punção (“d” reduzido).....	96
5.4.3	Tensão resistente à punção no contorno C” sem armadura de punção.....	99
6	ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	100
6.1	Variação da altura útil da laje apoiada no pilar retangular e no pilar quadrado	100
6.2	Comparação entre as lajes apoiada no pilar retangular e no pilar quadrado	103
7	CONCLUSÃO	106
8	REFERÊNCIAS.....	107

1 INTRODUÇÃO

Na crescente expansão imobiliária vista nos últimos anos e na busca por ferramentas construtivas mais eficientes, observa-se largamente a utilização de estruturas mais finas e elegantes com o emprego de lajes lisas, ou cogumelo, dependendo das características construtivas. Devido a esse fato, é interessante procurar entender como funciona esse tipo de estrutura, como são determinados os esforços, tanto solicitantes como resistentes, sempre buscando satisfazer as condições de segurança impostas pela norma.

Esta, por sua vez, nem sempre clara e objetiva, menciona expressões que muitas vezes podem levar ao entendimento errôneo, acarretando em soluções incorretas. Entretanto, analisando outras bibliografias, é possível chegar a uma resposta correta para a determinação dos esforços.

Logo, foi realizado um estudo sobre punção em lajes lisas – cogumelo, apresentando as expressões para o cálculo dos esforços, tanto solicitantes como resistentes da laje, através do método da superfície de controle, a qual é a base para várias normas. Também foi realizado um estudo de uma laje apoiada em um pilar interno, utilizando-se de armadura do tipo pino stud. Apresenta-se também outras fórmulas deduzidas, estas que não estão presentes na NBR 6118:2003, buscando deixar claro para qual finalidade deve ser utilizada e quando deverá ser empregada, a partir de critérios pré-definidos.

Não menos importante, serão abordados os tipos de armadura de punção existentes no mercado e desenvolvidos ao longo dos anos, de forma a mostrar quais são mais utilizados e quando se deve optar por determinado tipo de armadura.

2 JUSTIFICATIVA

Na procura de facilitar a montagem das armaduras de punção, estas são, geralmente, inseridas entre as armaduras de flexão, diminuindo a altura útil da armadura responsável por absorver os esforços cisalhantes ocasionados pelas condições de apoio da laje. Para isso, certas considerações de cálculo devem ser realizadas para que seja possível realizar um dimensionamento mais seguro com o que pode vir a ocorrer em campo. Sendo assim, o estudo será baseado na locação da armadura de punção, do tipo *stud*, internamente a armadura de flexão, levando-se em conta certas restrições nas dimensões da altura da laje a ser utilizada no cálculo. Uma vez que, em certos momentos, esse valor pode gerar subdimensionamento da armadura de punção e, consequentemente, prejudicar a estrutura originando fissuras.

3 OBJETIVOS

Sendo a altura útil da laje a principal variável no dimensionamento da armadura de punção, pelo método da superfície de controle, sendo este o método adotado pela NBR 6118, será estudada uma opção para o dimensionamento de armadura de punção, para esta locada internamente as armaduras de flexão, de forma a avaliar a variação a altura útil da laje como meio de superestimar os esforços para que se possa dimensionar a armadura responsável por resistir aos esforços de cisalhamento.

Também, será estudado no que a variação da seção do pilar influenciará no cálculo dos esforços solicitantes e resistentes, para que se possa observar o quanto a forma do pilar influencia na transferência de cargas por cisalhamento e o quanto que a seção do pilar afeta no dimensionamento da armadura de punção.

4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

4.1 LAJES LISAS/COGUMELO

Na busca de facilitar a construção e melhorar o aspecto arquitetônico como um todo, novas tecnologias construtivas foram implementadas na indústria da construção civil sendo a aplicação de lajes lisas, ou lajes cogumelo, uma tecnologia economicamente e esteticamente viável.

A definição, segundo a norma NBR 6118 (2003), para laje lisa é de lajes apoiadas diretamente nos pilares, enquanto laje cogumelo são lajes apoiadas em capitéis nos pilares. Diferenciado, em projeto, capitel é considerado um aumento da seção do pilar, enquanto “drop-panel” é dito como um aumento da espessura da laje (GHOSH, 1993 apud MELGES, 2001).

O crescente uso de lajes lisas se deve a diversos fatores positivos, dentre eles podem-se citar:

- Simplificação de formas, armaduras e concretagem, facilitando a execução em obra;
- Melhora estética, uma vez que não possui vigas;
- Ampla liberdade de definição de espaço interno devido a ausência de vigas, aumentando a área útil da edificação;
- Facilidade em instalações hidráulicas, elétricas e de ar-condicionado, devido ao fato de não existirem vigas para serem perfuradas, podendo também, embutir a tubulação elétrica dentro da laje;
- Redução da altura total do edifício, proporcionado pela ausência de vigas;

Entretanto, existem problemas em se implementar esse tipo de solução, necessitando de estudos especiais e condições de contorno para melhorar a rigidez da estrutura. Logo, as desvantagens são:

- Grandes deslocamentos transversais da laje, uma vez que não existem vigas para aumentar a rigidez da laje e distribuir os esforços aos pilares;
- Problemas relacionados à estabilidade global, mais uma vez, devido a baixa rigidez do tipo de estrutura.
- Punção das lajes pelos pilares, fenômeno este que ocorre devido a concentração de esforços ocasionados pelo peso próprio da laje e demais esforços de uso da edificação, aplicados em uma pequena região, sendo esta, a do pilar.

Para melhorar as características da estrutura, diminuindo as deformações e melhorando a distribuição de esforços, tem-se praticado em muito a utilização de protensão nas lajes, fazendo com que elas trabalhem apenas os esforços de compressão, caso ideal quando o principal material que é utilizado na construção apresenta péssimas resistências à tração e ótimas características resistentes à compressão.

Utiliza-se, ainda, uma alta taxa de armadura nas regiões dos pilares bem como armaduras de punção, explicado melhor adiante, para aumentar a rigidez da estrutura e da ligação laje – pilar, evitando que a laje rompa devido aos esforços cisalhantes, predominante em estruturas em laje lisa/cogumelo. Como não existem vigas nessas estruturas para redistribuir uniformemente os esforços existentes próximos aos pilares, surgem concentrações de esforços nessas regiões que podem acarretar na necessidade de armaduras de cisalhamento, mais conhecidas como armadura de punção.

4.2 PUNÇÃO

A punção em laje lisa, ou cogumelo, é um ponto crítico da laje, devendo ser estudado com uma análise mais criteriosa. Diversas normas abordam o tema com diferentes métodos de verificação e dimensionamento.

Para CORDOVIL (1997), o que se convencionou chamar de punção em lajes delgadas de concreto armado é a ruptura transversal, por cisalhamento, em torno de regiões relativamente pequenas submetidas a carregamentos localizados, ou seja, é a aplicação de uma demasiada carga em uma área pequena, gerando elevadas tensões cisalhantes, que por consequência, ocasionam microfissuras, evoluindo para fissurações radiais até sua ruptura. Como se pode observar na FIGURA 1 – (a) o surgimento das fissuras radiais devido a carga de utilização e na FIGURA 1 – (b) o surgimento de fissuras circulares, em torno do ponto de apoio, para a laje chegando ao ponto de ruptura.

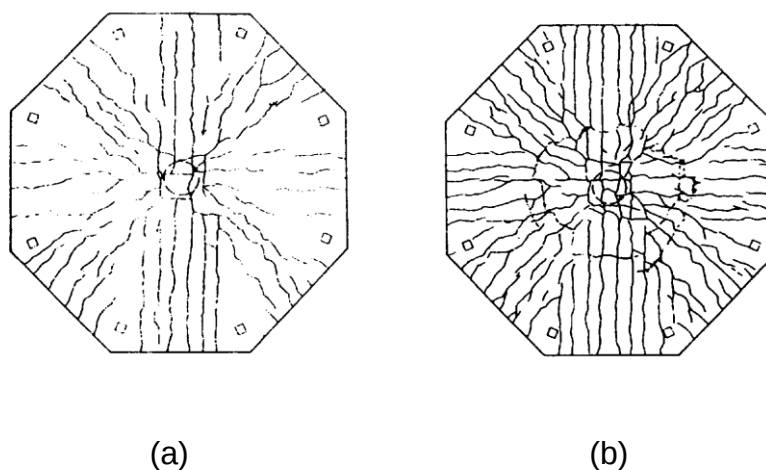


FIGURA 1 - FISSURAS NA REGIÃO SUPERIOR DA LAJE DEVIDO A PUNÇÃO (A- CARGA DE UTILIZAÇÃO) (B-CARGA DE RUÍNA) FONTE: MELGES (1995)

Seguindo a mesma temática que CORDOVIL (1997), o concreto é um material heterogêneo composto por agregados envoltos por uma massa de cimento. A região que envolve os agregados, denominada zona de transição, é uma área de baixa resistência devido à concentração de monossulfatos hidratados e etringita. Logo, o início das fissuras se origina nessa região, evoluindo gradativamente com o aumento do carregamento da estrutura, indo para a matriz e em seguida se tornando visível, de forma radial.

Através de ensaios e experimentos realizados por diversos autores, o aspecto da ruptura por puncionamento é definido inicialmente por fissuras

radiais, devido às deformações circulares serem maiores que estas. Apenas com a ruptura é observada a fissuração circular, esta podendo se estender entre $2d$ e $3d$ do contorno do pilar em lajes sem armadura de cisalhamento, sendo “ d ” a altura útil da laje.

Em lajes com armadura de cisalhamento podem ocorrer três tipos de ruptura: na região entre a armadura e o pilar, na região da armadura e após a região da armadura. A primeira ocorre pelo fato dos esforços de compressão ultrapassar os limites de resistência da biela de compressão do concreto. O segundo caso de ruptura seria o ideal, pois significaria que o aço está sendo solicitado em sua capacidade total ocorrendo o seu escoamento plástico. No último caso citado, a extensão da armadura não é suficiente para combater os esforços da biela de compressão do concreto, sendo necessário aumentar o comprimento da armadura de cisalhamento até ao ponto em que a resistência do concreto possa suportar os esforços cisalhantes, dentro das condições de segurança impostas pela norma.

Quando se trata de pilares de borda e de canto a linha de ruptura se dá de outra forma, dado que as condições de contorno são diferentes. Nessas regiões, além da elevada concentração de esforços cisalhantes, surge um momento desbalanceado devido ao fato de não existir um momento atuando na região oposta, gerando uma excentricidade no pilar, podendo elevar o momento atuante na região. Para minimizar os problemas nessas regiões, geralmente são utilizadas vigas, o que gera diferenças de rigidez entre viga, pilar e laje, melhorando a distribuição dos esforços.

4.3 ARMADURA DE COLAPSO PROGRESSIVO

A fim de proporcionar a segurança contra o colapso progressivo a NBR 6118 (2003) prescreve a colocação de armadura de colapso progressivo em todos os pilares em que há a caracterização de punção quando a estabilidade global da estrutura depender da resistência da laje à punção.

O colapso progressivo pode ser ocasionado pelo rompimento da ligação laje-pilar. No caso do rompimento, a queda da laje de um pavimento sobre o pavimento inferior, pode gerar, progressivamente, o colapso das lajes subsequentes ocasionando danos estruturais ou até a ruína da edificação, sendo esta a definição de colapso progressivo. Esse fenômeno ocorre devido à baixa capacidade resistente da ligação de absorver as tensões residuais de cisalhamento, relacionadas ao comportamento pós-punção.

A armadura de colapso progressivo esta localizada juntamente com a armadura de flexão inferior da laje conforme FIGURA 3. Ela tem como função proporcionar ductilidade ao local para que, caso ocorra o rompimento da ligação laje-pilar, haja tempo suficiente para a evacuação do local.

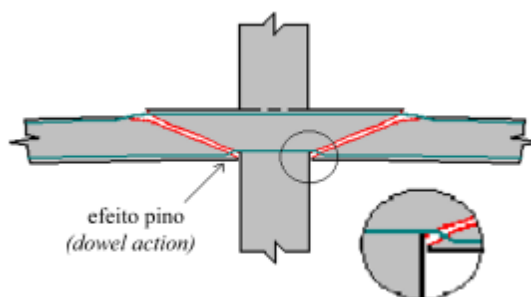


FIGURA 2 - COMPORTAMENTO DA LIGAÇÃO LAJE-PILAR APÓS A RUÍNA POR PUNÇÃO COM ARMADURA INFERIOR. FONTE: LIMA (2001)

A armadura negativa localizada nesta região também poderia resistir ao fenômeno de colapso por aumentar a resistência da ligação, porém não proporciona ductilidade. Ao se iniciar a punção, elas tendem a romper o cobrimento superior e muitas vezes a ruína não é impedida. As armaduras de punção até proporcionam certo aumento de ductilidade, porém muitas vezes insuficiente para evitar o colapso progressivo. Deste modo o que proporciona melhores resultados é a utilização de barras na face inferior da laje, passando por dentro da armadura principal do pilar, como demonstrado na FIGURA 3. Deve-se salientar que a armadura de colapso progressivo pode ser a armadura de flexão positiva, porém esta deve estar ancorada além do contorno C' ou

além do contorno C'' caso haja armadura de punção. Dado que o contorno C' é definido como o perímetro a $2d$ da face do pilar e o contorno C'' o perímetro distando a $2d$ da última linha de armadura de punção, sendo "d" é altura útil da laje.

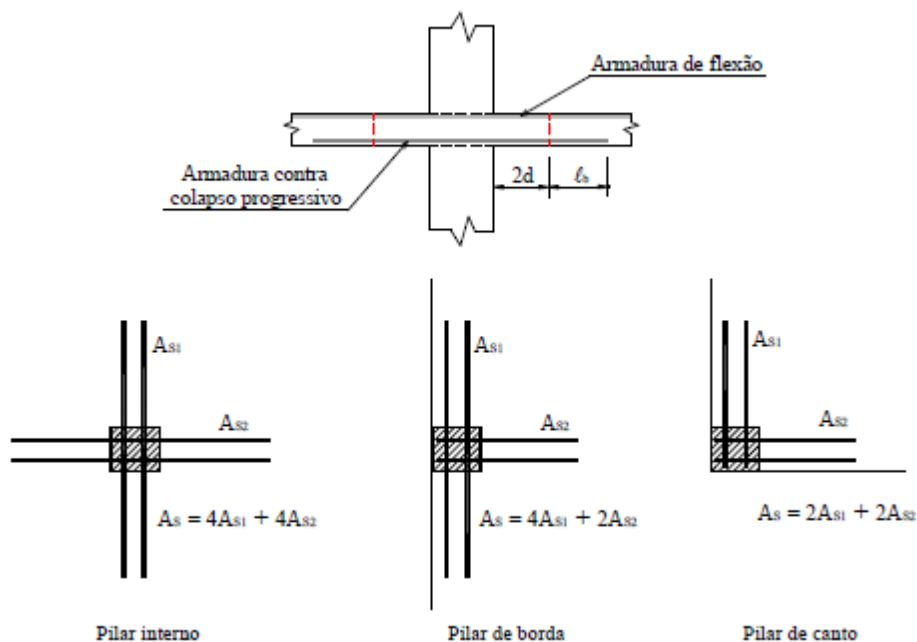


FIGURA 3 - ESQUEMA DE ARMADURA DE COLAPSO PROGRESSIVO. FONTE: LIMA (2001)

Tratando-se do dimensionamento da armadura de colapso progressivo, tem-se que a armadura deve estar ancorada a partir do contorno C' ou C'', ou seja, $2d+lb$ a partir da face do pilar transpassando o cone de punção. Dado que lb é o comprimento de ancoragem e "d" a altura útil.

Para o dimensionamento da armadura de colapso progressivo (A_s) se tem que:

$$A_s \cdot f_{yd} \leq F_{Sd},$$

Onde A_s é somatória de todas as áreas das barras que cruzam cada uma das faces do pilar.

4.4 ARMADURA DE PUNÇÃO

As armaduras de punção proporcionam um aumento na resistência da ligação laje-pilar. Esse tipo de armadura pode ser de vários tipos e formatos, e seu uso permite que se adotem espessuras mais delgadas da laje sem haver necessidade do uso de capitéis e engrossamentos da laje, mantendo, portanto, as principais vantagens do uso de lajes sem vigas.

Os principais benefícios do uso da armadura de punção são o aumento da resistência e da ductilidade da ligação laje-pilar. Isso significa que sua ruptura não ocorrerá mais de maneira frágil e sem aviso, permitindo que a estrutura se deforme antes de romper. Além de ser usada com a finalidade de aumentar a resistência e a ductilidade das ligações laje-pilar, a Norma Brasileira recomenda que, no caso da estabilidade global da estrutura depender da resistência da laje à punção, deve-se prever uma armadura de punção, mesmo que os esforços solicitantes da ligação sejam menores que os resistentes. Essa armadura deve equilibrar no mínimo 50% da força de reação proveniente da laje no pilar.

4.4.1 Estribos

Os estribos podem ser abertos em forma de ganchos ou fechados em forma de retângulos podendo ser de 1,2 ou 3 ramos. Eles podem ser inclinados ou não.

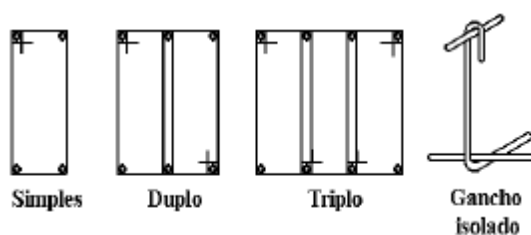


FIGURA 4 - TIPOS DE ESTRIBOS. FONTE: MELGES (2001).

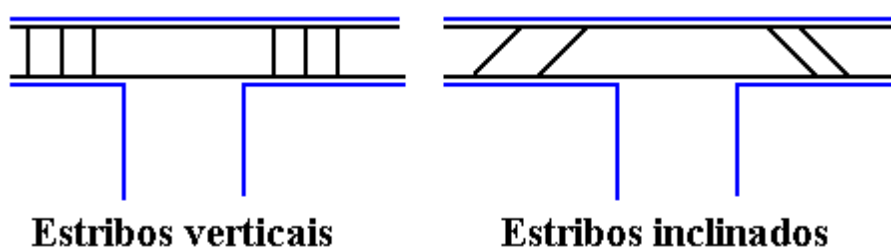


FIGURA 5 - INCLINAÇÃO DOS ESTRIBOS. FONTE: MELGES (2001).

Os estribos não são indicados para lajes delgadas pelo fato de apresentarem “escorregamento” da ancoragem do estribo. Este escorregamento ocorre nas dobras de todos os estribos e proporcionam grandes aberturas às fissuras de cisalhamento, a menos que estejam ancorados em barras longitudinais de grandes bitolas. Sendo assim, a ruína por cisalhamento se dá antes que a tensão de escoamento dos estribos seja atingida.

O desempenho dos ganchos foi considerado satisfatório em ensaios realizados por TAKEYA (1981) e MARTINELLI (1974). Os ganchos possuem a vantagem de não interferir nas armaduras de flexão da laje e nem na dos pilares, sendo de fácil montagem e execução. No entanto, os ensaios confirmaram que, para este tipo de armadura de punção, deve-se garantir que não haja folga entre o gancho e as faces superiores da armadura de flexão (MELGES, 1995). A importância desse contato deve-se ao fato da armadura de flexão servir de apoio para ancoragem do gancho. Caso esta situação não ocorra, toda a contribuição dos ganchos na resistência da ligação estará comprometida, bem como a sua segurança. Destaca-se que a garantia da não existência de folga entre a armadura de flexão e os ganchos é algo difícil de ser obtida na obra, uma vez que os operários frequentemente pisam na armadura de flexão, deslocando-a o suficiente para eliminar o contato entre as armaduras.

Nos modelos ensaiados por MARTINELLI (1974) e TAKEYA (1981), como não existia uma armadura inferior, os estribos foram ancorados no

prolongamento da armadura negativa, como pode ser observado na FIGURA 6 (MELGES, 1995).

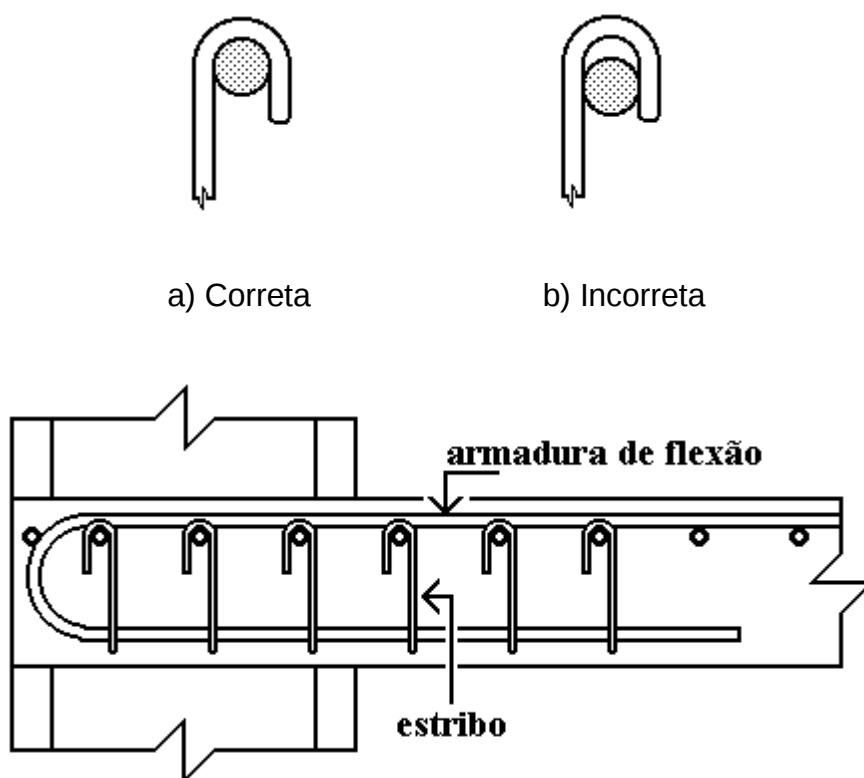


FIGURA 6 - ANCORAGEM DOS GANCHOS E POSICIONAMENTO DOS ESTRIBOS. FONTE: MELGES, 2001.

OLIVEIRA (1998) realizou vários ensaios de punção em lajes de concreto armado de elevado desempenho (resistências variando entre 60 MPa e 69 MPa), com o objetivo de comparar a eficácia de estribos retangulares convencionais com estribos inclinados, que podem ser posicionados após a colocação da armadura de flexão. Como principal conclusão, verificou-se que os estribos inclinados tiveram um desempenho significativamente melhor do que os estribos convencionais.

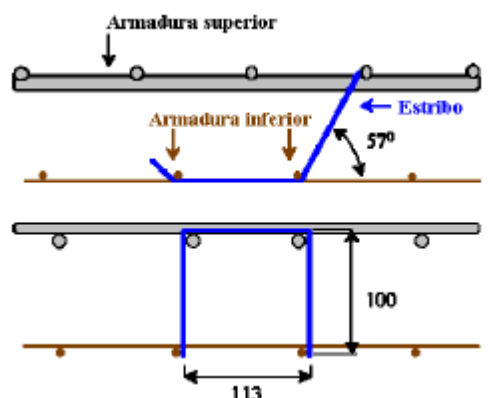


FIGURA 7 - ESQUEMA DOS ESTRIBOS INCLINADOS, USADOS POR OLIVEIRA (1998). FONTE: MELGES, 2001.

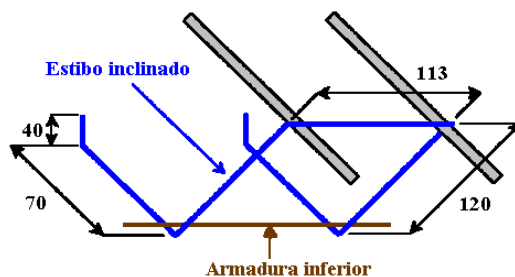


FIGURA 8 - ESQUEMA DOS ESTRIBOS INCLINADOS, USADOS POR OLIVEIRA (1998). FONTE: MELGES, 2001.

4.4.2 Barras dobradas

Barra dobrada é o prolongamento da armadura negativa de flexão sendo ancoradas na face inferior da laje (FIGURA 9).

PARK & ISLAM, (1976) apud MELGES (2001), analisando lajes carregadas simetricamente, com e sem armadura de punção, chegaram às seguintes conclusões: o uso de barras dobradas aumenta a resistência da laje, não aumentando, no entanto, a sua ductilidade.

Estudos realizados por MARTINELLI (1974) e TAKEYA (1981) comprovam que, além da ancoragem dessas barras serem problemática em lajes com pouca espessura, o seu uso é inadequado para ligações da laje com pilares de borda e de canto. Estudos realizados por eles mencionam que a disposição das barras dobradas é paralela à superfície de ruína junto às bordas

da laje. Sendo assim, esta armadura não apresenta um efeito de “costura” entre as superfícies separadas pela fissuração diagonal (MELGES, 2001).

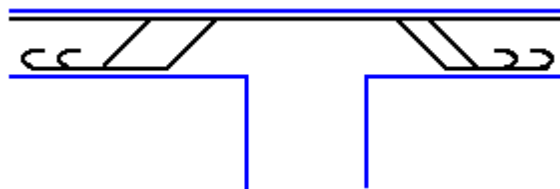


FIGURA 9 - ANCORAGEM DE BARRAS DOBRADAS. FONTE: TAKEYA, 1981.

4.4.3 Conectores tipo stud ou pino

O conector tipo pino possui extremidades alargadas, isso para melhor a ancoragem destes. O uso de pino tipo stud é recomendado pela Norma Brasileira e apresenta as seguintes vantagens, mencionadas em FIGUEIREDO FILHO, 1989 apud MELGES, 1995:

- São fáceis de instalar, mesmo em lajes esbeltas;
- Não interferem na colocação e no posicionamento das armaduras dos pilares e de flexão das lajes;
- Possibilitam ancoragem mecânica satisfatória nas duas extremidades do pino, possibilitando que a armadura atinja toda a sua capacidade resistente antes da ruptura;
- Aumentam a resistência e a ductilidade da ligação.

Algumas considerações devem ser respeitadas para se validar as vantagens mencionadas, uma delas refere-se a ancoragem destas armaduras. Como demonstrado na FIGURA 10, a extremidade mais alargada dos pinos deve ultrapassar a armadura flexão tanto negativa quanto positiva. Caso essa condição não seja cumprida a ancoragem ficará comprometida. Quando ocorrer a ruptura por puncionamento, a linha de ruptura poderá percorrer o espaço entre a face da laje, tanto superior quanto inferior, e a face do pino,

ocasionando a ruptura após a última linha de pinos, não sendo solicitada, desta forma, a armadura até o seu limite de escoamento não proporcionando a ductilidade necessária.

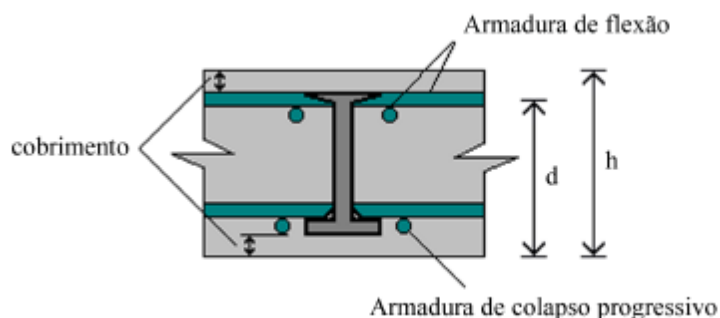


FIGURA 10 - ANCORAGEM DOS CONECTORES TIPO STUD. FONTE: LIMA, 2001.

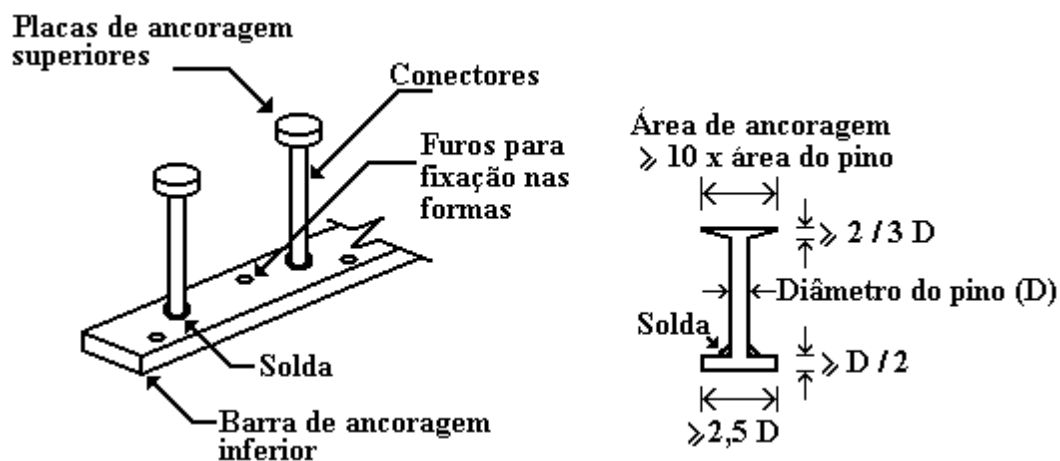


FIGURA 11 - DETALHE DE CONECTORES TIPO PINO. FONTE: MELGES, 1995.

Segundo a empresa *DECON*, a chapa metálica inferior apresenta a vantagem de posicionar corretamente os conectores na obra, além de servir de ancoragem para os pinos. Esta chapa é encaixada a um suporte plástico que, por sua vez, é pregado à fôrma, garantindo o cobrimento adequado (FIGURA 13). Esta empresa comercializa os suportes plásticos e os conectores tipo pino da marca *STUDRAILS*, que é protegida por patentes americana e canadense.

Além das especificações citadas, deve atentar-se aos espaçamentos mínimos entre linhas de conectores. Inicialmente pela distância entre o pilar e

primeira linha. Distâncias muito pequenas entre a primeira linha de armaduras e a face do pilar não proporcionam uma boa ancoragem dos conectores na zona comprimida, uma vez que eles podem ser atravessados por fissuras de pequena inclinação. A NBR 6118 propõe que a distância seja de $0,5d$, porém DILGER & GHALI, 1981 apud LIMA, 2001, já propunham a introdução de um limite mínimo para esse espaçamento, sugerindo $0,25d$. Mas REGAN, 1999 apud LIMA, 2001, com base em resultados experimentais, sugere um valor um pouco maior, $0,3d$.

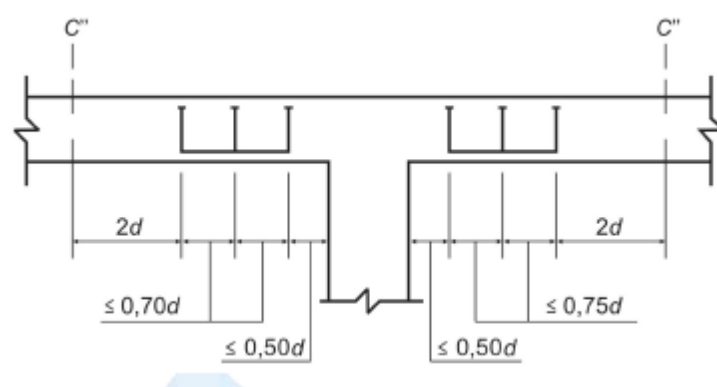


FIGURA 12 - DISPOSIÇÃO DA ARMADURA DE PUNÇÃO EM CORTE. FONTE: NBR 6118/2003.

De acordo com os ensaios realizados por GHALI, 1985 apud TRAUTWEIN, 2006, respeitando a ancoragem sobre as armaduras de flexão, conseguiu-se um aumento de até 60% da resistência a punção.

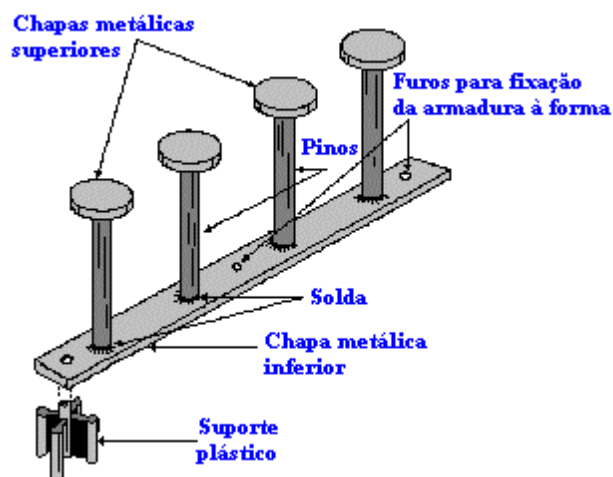


FIGURA 13 - DETALHE DA FIXAÇÃO DOS STUDS À FÔRMA. FONTE: MELGES, 2001.



FIGURA 14 - APLICAÇÃO DE CONECTORES TIPO PINO EM LAJE PLANA PROTENDIDA. FONTE: MELGES, 2001.

O aumento da resistência ao puncionamento foi estudado por CORDOVIL & FUSCO (1995). Eles aplicaram uma carga centrada e uma carga excêntrica de 40 cm na laje. Comparando-se as lajes com e sem armadura de cisalhamento observou-se um acréscimo de 17% da resistência para as lajes com carregamento simétrico e 54% para a laje com carregamento excêntrico.

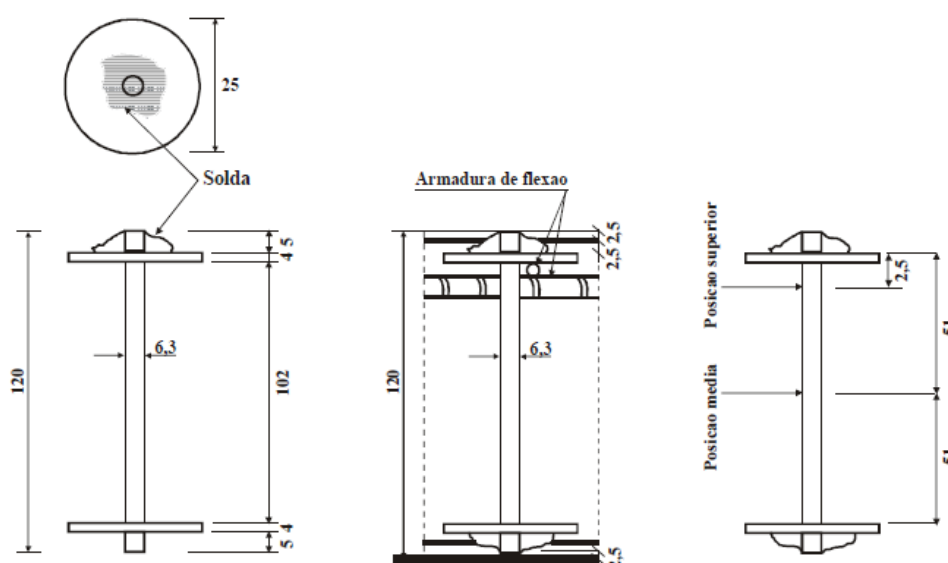


FIGURA 15 - ARMADURA UTILIZADA POR CORDOVIL E FUSCO. FONTE: CORDOVIL E FUSCO, 1995.

Referente ao tipo de ancoragem dos pinos, ANDRADE, 1999 apud TRAUTWEIN, 2006, realizou ensaios com pinos studs ancorados nas armaduras de flexão e não ancorados como mostrado na FIGURA 16. Ele utilizou de pinos com bitolas de 10 e 12,5 mm de diâmetro e com pinos soldados em uma barra única inferior.

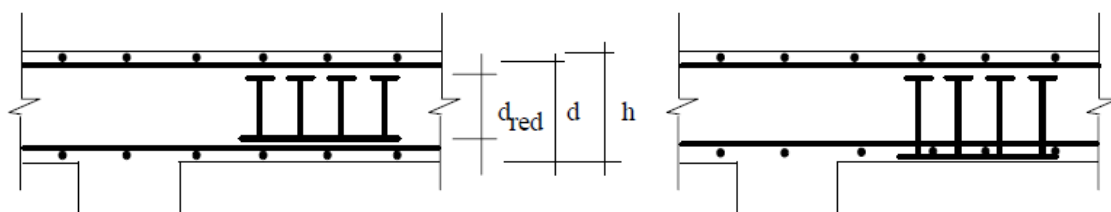


FIGURA 16 - ANCORAGEM DA ARMADURA DE CISALHAMENTO. FONTE: ANDRADE, 1999.

Na ruptura das lajes que possuíam armaduras não ancoradas apareceram fissuras horizontais entre a armadura de flexão e a de cisalhamento, mas, no entanto, concluiu-se que a utilização da armadura sem envolver a armadura de flexão é justificável, desde que, sejam reajustados alguns parâmetros de cálculo. Considerar a altura útil de cálculo como sendo a altura da armadura de cisalhamento e fazer a verificação da ruptura da região entre o pilar e a primeira linha de conectores são os parâmetros.

Dando continuação aos estudos de ANDRADE (1999), TRAUTWEIN (2006) utilizou das armaduras internas as armaduras a flexão para estudar a fissuração horizontal decorrente da não ancoragem dos pinos na armadura de flexão. Para evitar o aparecimento das fissuras foram colocados pinos na parte inferior da chapa, como mostrado na FIGURA 17, próximo ao pilar. Utilizado o artifício, não foi constatado o surgimento das fissuras, além de um acréscimo na carga de ruptura de 75%, sendo comprovada a solução.

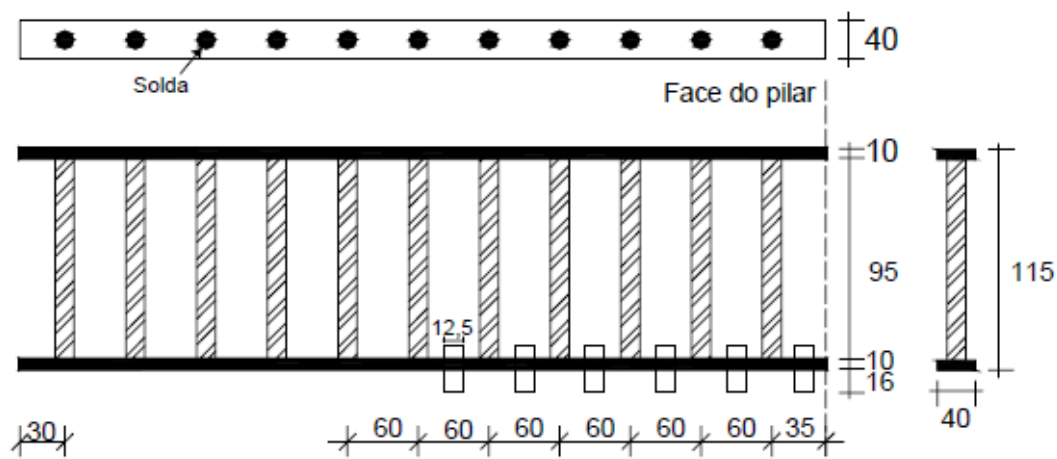


FIGURA 17 - ARMADURA UTILIZADA POR TRAUTWEIN. FONTE: TRAUTWEIN, 2006.

4.4.4 Perfis metálicos

GOMES (1991) utilizou de perfis metálicos de seção *I* para realizar estudos da influência desta armadura sobre o efeito da punção.

Ele utilizou da seção indicada a seguir, sendo os perfis cortados com uma seção “s” de acordo com a armadura transversal necessária. As lajes em estudo tinham espessura de 20cm.

Em seus ensaios variou-se a distribuição de forma radial e em dupla cruz, conseguindo obter até 100% no aumento da resistência ao puncionamento, sendo que os resultados mais eficientes ocorreram com a distribuição radial da armadura.

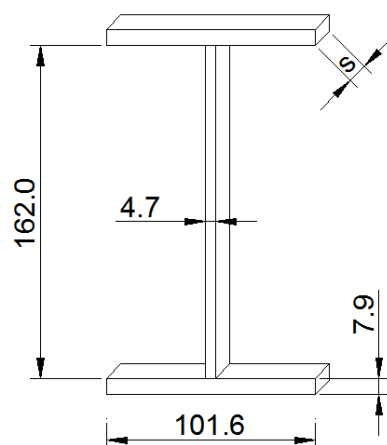


FIGURA 18 - ARMADURA EM PERFIL I. FONTE: TRAUTWEIN, 2006.

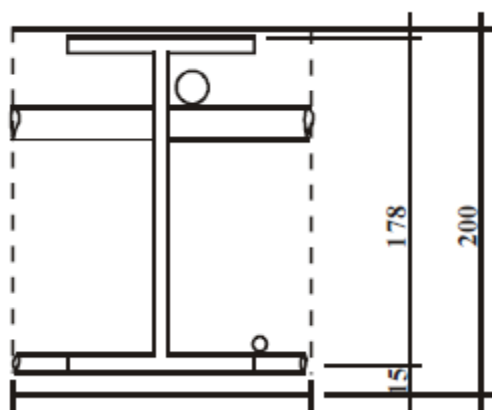


FIGURA 19 - ARMADURA UTILIZADA NOS ENSAIOS DE GOMES (1991). FONTE: TRAUTWEIN, 2006.

4.4.5 Shearband

PILAKOUTAS, 2000 apud RABELLO, 2010, Realizou ensaios a fim de analisar a eficiência de uma armadura de cisalhamento em forma de faixas maleáveis de aço tipo “fitas”, o qual chamava de “*SHEARBAND SYSTEM*”. Este sistema compõe-se de uma fina faixa metálica, de alta resistência e ductilidade, que pode ser dobrada em uma grande variedade de formas como mostrado na FIGURA 20. Suas vantagens eram de ser mais prático de instalar, mais econômico e mais eficiente quanto à ancoragem e ductilidade, em relação à armadura de cisalhamento convencional. As “*SHEARBANDS*” (FIGURA 20)

têm a possibilidade de serem ancoradas na armadura de flexão superior e inferior, graças à sua espessura reduzida a ainda usando o mínimo de recobrimento necessário, possibilitando assim o uso em lajes finas. As fitas de aço utilizadas eram perfuradas por furos de 5 mm de diâmetro e distantes a cada 50 mm. Segundo os autores, este sistema apresenta a vantagem de simplificar o seu posicionamento na ligação, podendo também ser detalhado com base nos códigos existentes.

As lajes utilizadas tinham uma espessura de 175 mm e nestas foram locados os “*SHEARBAND*” de duas formas, a primeira foi dobrada de forma inclinada e a segunda na vertical. As lajes não romperam por punção e sim por flexão, mas, do mesmo modo, pode-se analisar que a primeira forma obteve maior eficiência do que dobra vertical obtendo-se um acréscimo da resistência a flexão de 25% quando comparada a lajes sem armadura de punção.

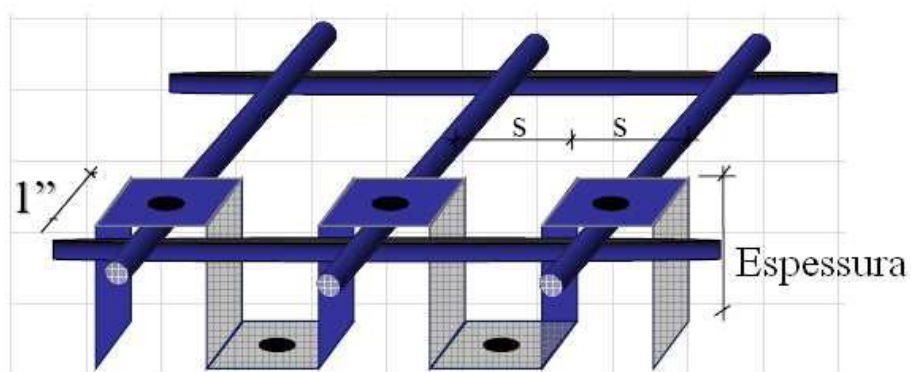


FIGURA 20 – SHERBANDS. FONTE: RABELLO, 2010.

4.4.6 UFO

UFO é armadura com formato de tronco cônico que trabalha como uma armadura de cisalhamento colocada sobre o pilar, tendo a função de resistir a punção e também servir de suporte para as armaduras negativas. Sua resistência varia conforme a espessura e seus diâmetros, este último em função do pilar.

ALANDER, 2000 apud TRAUTWEIN, 2006, realizou ensaios variando os diâmetros desta armadura em função do tamanho dos pilares, variando também a espessura das lajes. Através de seus ensaios observou-se um aumento em 30% da resistência das lajes ao puncionamento.

Analisando o formato desta armadura, conforme expostos na figura a seguir, nota-se que a montagem da armadura de pilares com alta taxa de armadura na região de transpasse fica prejudicada, podendo neste caso, surgir problemas decorrentes a má execução in loco.

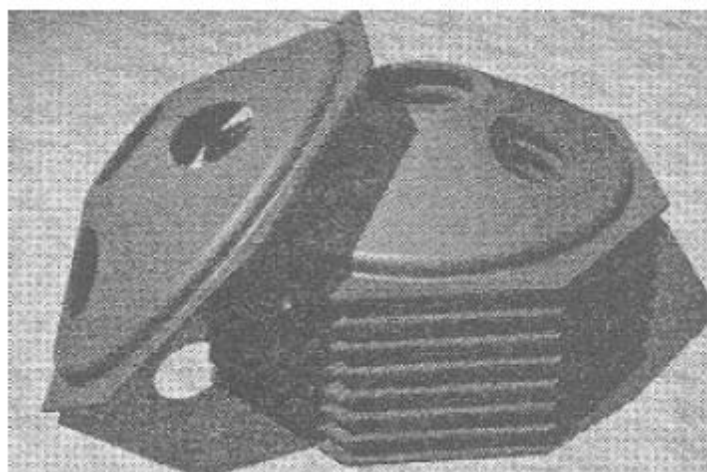


FIGURA 21 - ARMADURA DE CISALHAMENTO UFO. FONTE: TRAUTWEIN, 2006.

4.5 MÉTODOS DE CÁLCULO

O método de cálculo da superfície de controle, comumente usado, está presente em várias normas, dentre elas pode-se citar o ACI 318, EUROCODE N°2 e a NBR 6118, apresentando resultados razoáveis. O método de cálculo é bem simples e direto, apresentando resultados coerentes. Este método é o apresentado nesse presente trabalho.

Não menos importante, vale mencionar a existência de outros métodos de cálculos, ditos racionais, tais como “Modelo Mecânico” de Kinnunen e Nylander, “Teoria de Nölting”, a Teoria Plástica e o “Modelo de Andra” (MELGES, 1995).

4.5.1 Método da superfície de controle

Para o dimensionamento das lajes a punção, o método comumente utilizado para verificação da punção é o da superfície de controle, que busca comparar tensões cisalhantes atuantes em uma superfície crítica com tensões resistentes nessa mesma superfície. Tal método é a base para o dimensionamento de punção em lajes lisas presente na norma americana, europeia, brasileira, entre outras.

O método consiste em determinar uma superfície crítica, que nada mais é como uma região ao redor do pilar onde existem demasiados esforços de tensões cisalhantes, sendo um ponto de extrema fragilidade, tendo em vista que todos os esforços da estrutura, ou tensões, serão transferidos ao pilar naquela área, ou seja, onde o fenômeno da punção será mais evidente. Logo, a estrutura atenderá os requisitos de segurança se os esforços resistentes forem maiores que os solicitantes.

A característica da região que rompe por punção é apresentar uma forma cônica ao redor do pilar, para pilares internos, onde a capacidade

resistente da laje ao cisalhamento de esgota. Para pilares de borda ou extremidade, a forma é mais irregular principalmente devido aos esforços de torção e flexão. Devido estes fatores, o método da superfície de controle leva em conta essa região, sendo necessário o estudo de três casos possíveis de ruptura, sendo eles:

- 1) Rente à face do pilar, antes da armadura de punção;
- 2) Cruzando a armadura de punção, com o início da ruptura na base da laje próximo ao pilar, subindo diagonalmente, cortando a armadura;
- 3) Após a armadura de punção;

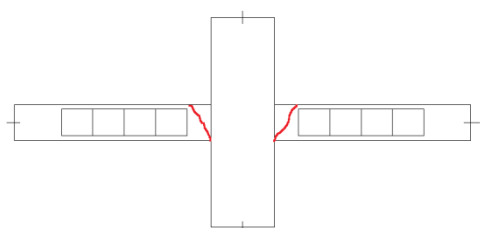


FIGURA 22 - RUPTURA NA FACE DO PILAR. FONTE: OS AUTORES (2014).

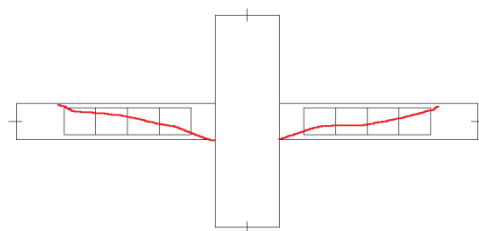


FIGURA 23 - RUPTURA NA REGIÃO ARMADA. FONTE: OS AUTORES (2014).

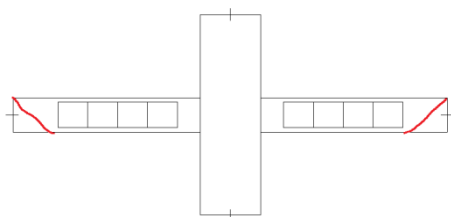


FIGURA 24 - RUPTURA ALÉM DA REGIÃO ARMADA. FONTE: OS AUTORES (2014).

O ideal é a ruptura para o segundo caso, tendo em vista que o esgotamento da capacidade de resistência da laje se dá de modo frágil, logo, de forma abrupta, a armadura absorve os esforços, chegando ao escoamento plástico e, conseqüentemente, aumentando a ductilidade da estrutura.

Para efeito de cálculo, a NBR 6118 simplifica as áreas de cálculo através do perímetro crítico, sendo:

- 1) Perímetro crítico C igual à região de aplicação da carga concentrada, ou perímetro do pilar, devido ao fato de que nessa área existe a maior concentração de esforços cisalhantes;
- 2) Perímetro crítico C' com distância do pilar igual a duas vezes a altura útil "d" da laje, tomando formas circulares ou cilíndricas, sendo uma maneira de aproximação para cálculo, que soma a resistência do concreto com a resistência da armadura.
- 3) Perímetro crítico C'' cuja distância é igual a duas vezes a altura útil "d" da laje, partindo da última linha de armadura de punção. Verificação necessária quando se tem armadura de punção. Essa verificação consiste em verificar se o concreto por si só já resiste aos esforços solicitantes, uma vez que isso não se cumpra, é necessário acrescentar mais uma linha de armadura de punção.

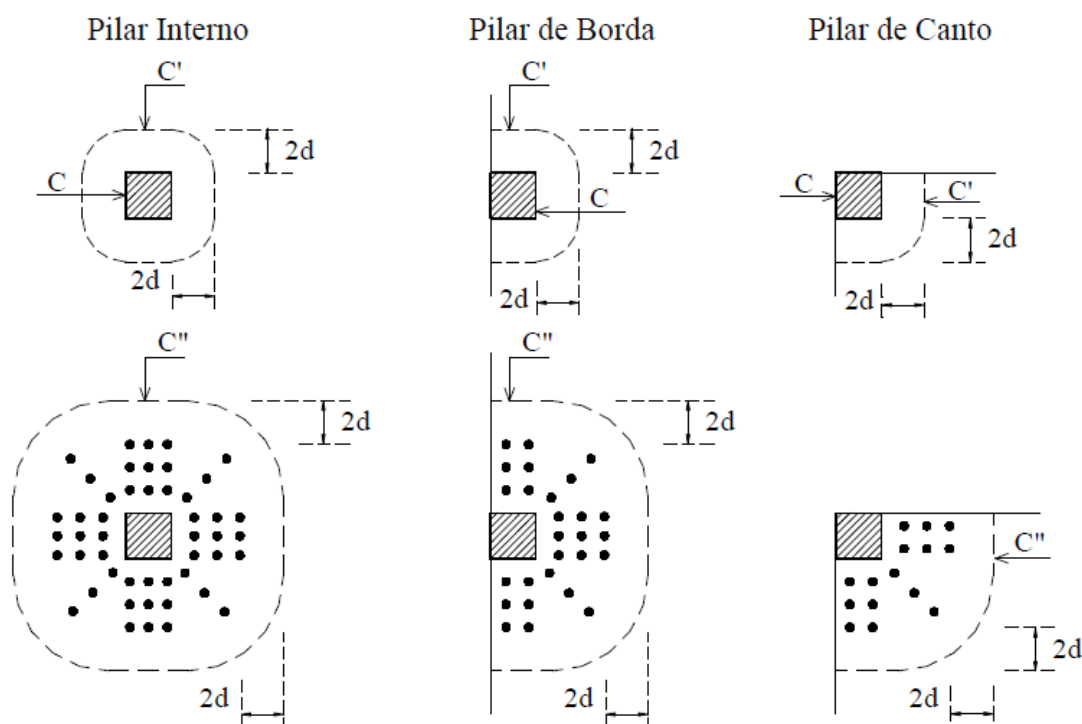


FIGURA 25 - PERÍMETRO CRÍTICO. FONTE: LIMA, 2001.

Para o caso de verificação da resistência além da armadura de punção, muitas vezes, o perímetro crítico pode tomar formas descontínuas, dificultando a determinação deste.

Levando em consideração a norma americana *ACI 318/95* e europeia *EUROCODE 2/92* na determinação do perímetro crítico, a norma americana adota como sendo o perímetro crítico C' distando igual a $0,5d$ da face do pilar, sendo “ d ” a altura útil da laje. Já o *EUROCODE* adota o perímetro crítico C' igual a $1,5d$ da face do pilar.

4.5.2 Cálculo das tensões

As verificações necessárias de punção, presentes na NBR 6118, comparam os esforços solicitantes com os esforços resistentes de cálculo, sendo este maior que aquele para que a estrutura seja segura. Para a verificação dos esforços resistentes de cálculo existem duas possibilidades:

- 1) Esforços resistentes sem armadura de punção;
- 2) Esforços resistentes com armadura de punção.

Para o primeiro caso, é verificada a compressão diagonal do concreto no contorno C e verificação da punção, associada à ruína por tração, no contorno C' .

Para o segundo caso, é necessária a verificação de ambos os casos do primeiro mais a verificação de punção no contorno C'' , que nada mais é que a verificação da resistência ao cisalhamento na região sem a armadura de punção, distando a $2d$ da última linha de armadura de cisalhamento.

4.5.2.1 Cálculo das tensões resistentes

4.5.2.1.1 Cálculo da tensão resistente no perímetro C, com ou sem armadura de punção.

As tensões cisalhantes máximas ocorrem no entorno do pilar, no perímetro crítico C. Nesse ponto, é verificada a resistência à compressão diagonal do concreto.

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \quad \text{EQ. 4 - 1}$$

Sendo:

τ_{Rd2} - tensão resistente de compressão diagonal do concreto no perímetro C;

f_{cd} - resistência de cálculo à compressão do concreto;

α_v - coeficiente de efetividade do concreto, dado por $\alpha_v = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$;

f_{ck} - resistência característica do concreto a compressão em MPa.

A norma ainda permite majorar o valor de τ_{Rd2} em 20% caso os vãos que chegam a esse pilar não diferem em mais de 50% e quando não existem aberturas nas lajes junto ao pilar.

4.5.2.1.2 Cálculo das tensões resistentes no perímetro C', sem armadura de punção.

Para a verificação da tensão resistente no perímetro crítico C', distando a 2d do pilar, surgem os valores da altura útil "d" da laje e taxa de armadura.

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} \quad \text{EQ. 4 - 2}$$

Onde:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \quad \text{EQ. 4 - 3}$$

Sendo:

τ_{Rd1} - tensão resistente ao cisalhamento no perímetro C' sem armadura de punção;

d - altura útil da laje;

ρ - taxa geométrica de armadura de flexão aderente (armadura não aderente deve ser desprezada)

f_{ck} - resistência característica do concreto em Mpa;

ρ_x, ρ_y - taxas de armadura nas duas direções ortogonais assim calculadas:

- ❖ Na largura igual à dimensão ou área carregada do pilar acrescida de $3d$ para cada um dos lados;
- ❖ No caso de proximidade da borda prevalece a distância até a borda
- ❖ quando menor que $3d$.

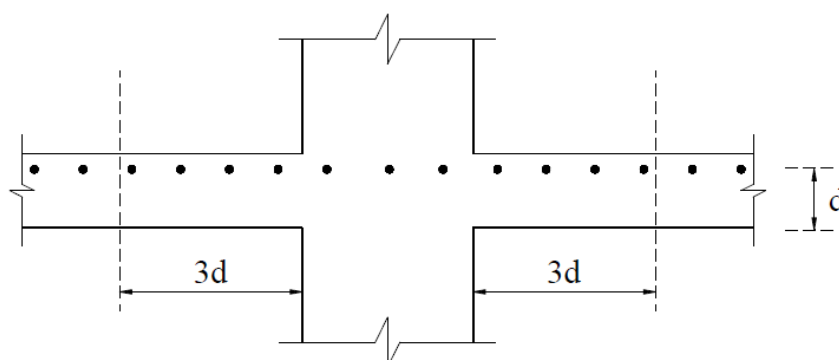


FIGURA 26 - PERÍMETRO 3D DA FACE DO PILAR. FONTE: LIMA (2001)

4.5.2.1.3 Cálculo das tensões resistentes no perímetro C', com armadura de punção.

Nesse ponto entra os valores de resistência da armadura de punção, dada pela área de armadura e o sua respectiva resistência de calculo.

$$\tau_{Rd3} = 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha}{u \cdot d} \quad \text{EQ. 4 - 4}$$

Onde:

$$s_r \leq 0,75d$$

Sendo:

τ_{Rd3} - tensão resistente ao cisalhamento no perímetro C' com armadura de punção;

d - altura útil da laje;

ρ - taxa geométrica de armadura de flexão aderente (armadura não aderente deve ser desprezada)

f_{ck} - resistência característica do concreto em Mpa;

ρ_x, ρ_y - taxas de armadura nas duas direções ortogonais assim calculadas:

- ❖ Na largura igual à dimensão ou área carregada do pilar acrescida de 3d para cada um dos lados;
- ❖ No caso de proximidade da borda prevalece a distância até a borda quando menor que 3d.

s_r - espaçamento radial entre linhas de armadura de punção, não maior que 0,75d;

A_{sw} - área da armadura de punção num contorno completo paralelo a C';

u - perímetro crítico ou perímetro crítico reduzido no caso de pilares de borda ou canto, distando a 2d da face do pilar;

α - é o ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;

f_{ywd} - resistência de cálculo da armadura de punção, não maior do que 300 MPa para conectores pino "studs" ou 250 MPa para estribos (de aço CA-50 ou CA-60). Para lajes com espessura maior que 15 cm, esses valores podem

ser aumentados conforme estabelece o item 19.4.2 da NBR 6118 (2003), que orienta a aumentar o valor da resistência para, no máximo, 435 MPa, isso para lajes de espessura igual a 35cm. No caso lajes com espessura variando no intervalo de 15cm a 35cm, é necessário interpolar o valor da resistência.

4.5.2.1.4 Cálculo das tensões resistentes para o perímetro C''

Para o cálculo das tensões resistentes no perímetro crítico C'', usa-se a expressão para o cálculo da tensão resistente sem armadura, distando a 2d da ultima linha de pilar. Caso a tensão resistente ainda seja menor que a solicitante, será necessário acrescentar mais uma linha de armadura de punção.

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \cdot \rho \cdot fck)^{1/3} \quad \text{EQ. 4 - 5}$$

Onde:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \quad \text{EQ. 4 - 6}$$

Sendo:

τ_{Rd1} - tensão resistente ao cisalhamento no perímetro C' sem armadura de punção;

d - altura útil da laje;

ρ - taxa geométrica de armadura de flexão aderente (armadura não aderente deve ser desprezada)

fck - resistência característica do concreto em Mpa;

ρ_x, ρ_y - taxas de armadura nas duas direções ortogonais assim calculadas:

- ❖ Na largura igual à dimensão ou área carregada do pilar acrescida de 3d para cada um dos lados;
- ❖ No caso de proximidade da borda prevalece a distância até a borda quando menor que 3d.

Caso a armadura de punção seja disposta de forma radial, a definição do perímetro crítico C'' se torna de fácil compreensão. Caso contrário, a armadura disposta nas duas direções x e y , a definição do perímetro crítico se torna difícil de calcular, necessitando do desenho. Como mostra a FIGURA 27, retirada na NBR 6118.

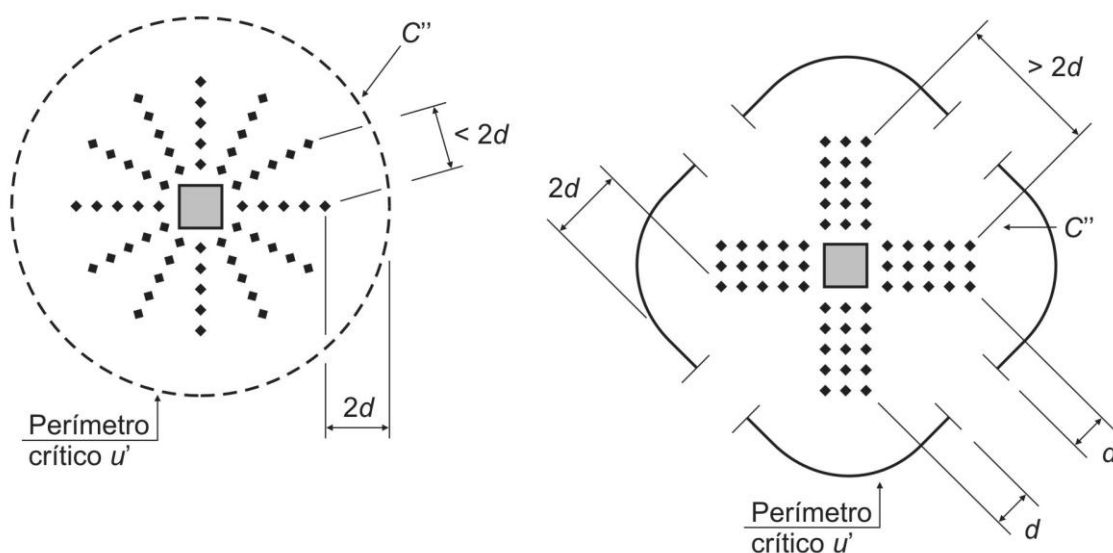


FIGURA 27 - PERÍMETRO CRÍTICO C'' , AFASTADO 2D DA ÚLTIMA LINHA DE ARMADURA DE PUNÇÃO FONTE: NBR 6118/2003.

4.5.2.2 Cálculo das tensões solicitantes

4.5.2.2.1 Pilar interno com carregamento simétrico

Para o caso em que o carregamento seja simétrico, cuja tensão atuante depende apenas da reação do pilar, a tensão solicitante será:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u \cdot d} \quad \text{EQ. 4 - 7}$$

Sendo:

τ_{Sd} – tensão solicitante de cálculo;

F_{sd} – força normal de cálculo, dado por $F_{sd} = N_{d2} - N_{d1}$ (FIGURA 28);

u – perímetro crítico do contorno considerado (TABELA 1);

d – altura útil da laje.

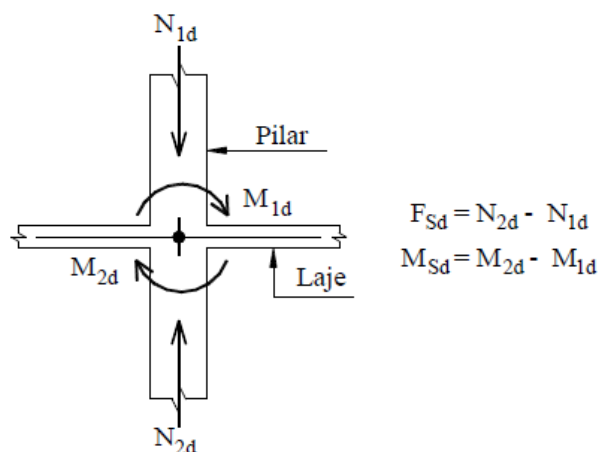


FIGURA 28 - DETERMINAÇÃO DE FSD E MSD. FONTE: LIMA, 2001.

TABELA 1 - PERÍMETROS CRÍTICOS PARA PILARES INTERNOS

Contorno Crítico	Perímetro crítico u
C	$u_o = 2(c1 + c2)$
C'	$u = 2(c1 + c2) + 4\pi d$
C''	$u' = 2(c1 + c2) + 4\pi d + 2\pi p$
Para u' supondo o perímetro constante, sem intervalos: Se < 2d	

Sendo:

$c1$ e $c2$ – dimensões do pilar;

p – distância da face do pilar até a última linha de armadura de punção.

Para o caso de disposição da armadura de cisalhamento em cruz, cujo perímetro crítico fica descontínuo, MELGES (1995) propõe a seguinte fórmula:

$$u_n = 2 \left\{ 4d + 2\pi \left[\left(2d + \frac{x'}{\sin \eta} \right) \left(\frac{2\eta}{360} \right) + \left(2d + \frac{y'}{\sin \theta} \right) \left(\frac{2\theta}{360} \right) \right] \right\} \quad \text{EQ. 4 - 8}$$

Sendo:

u_n - perímetro crítico externo à região armada;

θ, η = ângulos definidos na FIGURA 29, dados em graus e relacionados, respectivamente, a x' e a y' ;

x' = distância entre a linha de conectores mais próxima do canto do pilar até o eixo paralelo ao lado c_1 e que passa pelo centro do pilar;

y' = distância entre a linha de conectores mais próxima do canto do pilar até o eixo paralelo ao lado c_2 e que passa pelo centro do pilar.

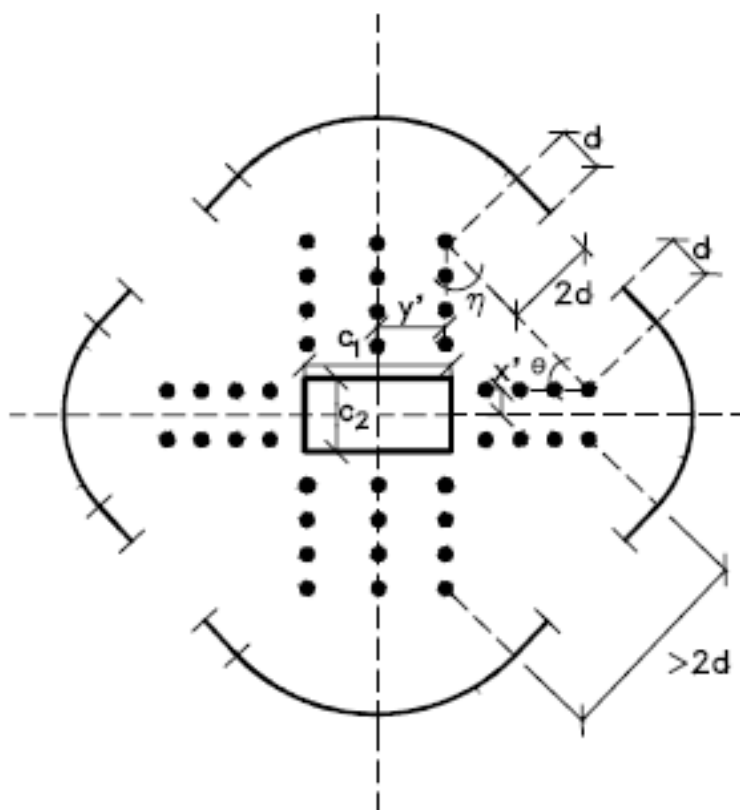


FIGURA 29 - PERÍMETRO CRÍTICO EXTERNO. FONTE: MELGES, 1995.

4.5.2.2.2 Pilar interno com efeito do momento em uma direção

Quando além da tensão vertical atuante existe um momento, este será transferido ao pilar, em uma parte pelo menos, por cisalhamento. Logo é necessário acrescentar essa parte ao cálculo da tensão solicitante.

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u.d} + \frac{K.M_{sd}}{W_p.d} \quad \text{EQ. 4 - 9}$$

Sendo:

M_{sd} - momento desbalanceado de cálculo, dado por $M_{sd} = M_{2d} + M_{1d}$ (FIGURA 28);

W_p – módulo da resistência plástica do perímetro crítico.

K - coeficiente que fornece a parcela de momento M_{sd} transferida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação das dimensões do pilar c_1/c_2 .

TABELA 2 - VALORES DE K (TABELA 19.2 - NBR 6118/03)

C1/C2	0,5	1	2	3
K	0,45	0,60	0,70	0,80
Onde: C1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força; C2 é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força.				

Fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003.

Analisando o coeficiente K, percebe-se que quanto maior for a dimensão do pilar, maior será a transmissão do momento para este como tensão de cisalhamento. O mesmo pode ser concluído para o caso da menor dimensão do pilar, cuja tensão cisalhante transferida é menor. Este fato se deve pela rigidez proporcionada pela ligação.

Para o cálculo do W_p , a norma fornece uma fórmula na qual se pode desprezar a curvatura dos cantos do perímetro crítico:

$$W_p = \int_0^u |e| dl \quad \text{EQ. 4 - 10}$$

Sendo:

dl - comprimento infinitesimal no perímetro crítico u ;

e - distância de dl ao eixo que passa pelo centro do pilar e sobre o qual atua o momento fletor M_{sd} .

Entretanto, a norma fornece os seguintes valores de W_p :

❖ Para pilar de seção retangular:

$$W_p = \frac{c_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1 \quad \text{EQ. 4 - 11}$$

❖ Para pilar de seção circular:

$$W_p = (D + 4d)^2 \quad \text{EQ. 4 - 12}$$

Sendo:

D – diâmetro do pilar.

d – altura útil da laje.

Entretanto, a fórmula do W_p fornecida se refere ao perímetro C' , sendo que para os perímetros C e C'' o valor de W_p se altera, uma vez que este é calculado em função da distância do perímetro considerado com o centro do pilar. Sendo assim, LIMA (2001), baseada no CEB MC-90 (1993), expõe a seguinte expressão para o cálculo do módulo da resistência plástica W_p' do perímetro C'' para o caso de pilar interno:

$$W_p' = \frac{c_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1 + 2C_2 p + 16dp + 4p^2 + \pi C_1 p \quad \text{EQ. 4 - 13}$$

Já para a determinação do módulo de resistência plástica para o perímetro C, W_{p0} , é feita uma redução do W_p aplicando a relação entre o perímetro C e o perímetro C', sendo assim:

$$W_{p0} = \frac{u_0}{u} * W_p \quad \text{EQ. 4 - 14}$$

4.5.2.2.3 Pilar interno com efeito do momento nas duas direções

Quando existem momentos agindo nas duas direções, sugere-se a adição de mais uma parcela na fórmula referente ao esforço ocasionado pelo momento, totalizando a força do pilar mais duas parcelas de momento. A norma não sugere esse procedimento para pilares internos, entretanto, muitos autores sugerem isso, como é o caso do MELGES (1995) e LIMA (2001).

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u.d} + \frac{K_1.M_{sd1}}{W_{p1}.d} + \frac{K_2.M_{sd2}}{W_{p2}.d} \quad \text{EQ. 4 - 15}$$

Sendo:

M_{sd1} e M_{sd2} - momentos desbalanceados de cálculo;

K_1 e K_2 - coeficientes dados pela tabela 19.2 NBR 6118 (TABELA 2);

W_{p1} e W_{p2} - módulos de resistência plástica nas direções paralelas aos momentos correspondentes.

Os coeficientes K_1 e K_2 , bem como os módulos de resistência plástica W_{p1} e W_{p2} , variam conforme a direção do momento em estudo. Seus valores são tomados pela TABELA 2 e pela fórmula mencionada anteriormente, respectivamente. Os valores do módulo de resistência plástica para o perímetro C e C'' são iguais aos mencionados em 6.2.2.2.

4.5.2.2.4 Pilar de borda, sem ação do momento no plano paralelo a borda livre.

O cálculo da tensão solicitante é semelhante ao cálculo da tensão para o caso de pilar interno com ação de apenas um momento. A diferença esta na definição do perímetro crítico e do momento solicitante de cálculo, que leva em conta a excentricidade da ligação laje/pilar.

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} \quad \text{EQ. 4 - 16}$$

Sendo:

F_{sd} – reação de apoio;

u^* - perímetro crítico reduzido, necessário ao estudo, uma vez que a transferência de carga não se dá de uma forma efetiva nas regiões da borda livre.

W_{p1} - módulo da resistência plástica perpendicular à borda livre, calculado para o perímetro u .

M_{sd1} - momento solicitante de cálculo da diferença entre o momento perpendicular a borda livre e o momento resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido em relação ao centro do pilar.

$$M_{sd1} = M_{sd} - M_{sd}^* \quad \text{EQ. 4 - 17}$$

$$M_{sd}^* = F_{sd} \cdot e^* \quad \text{EQ. 4 - 18}$$

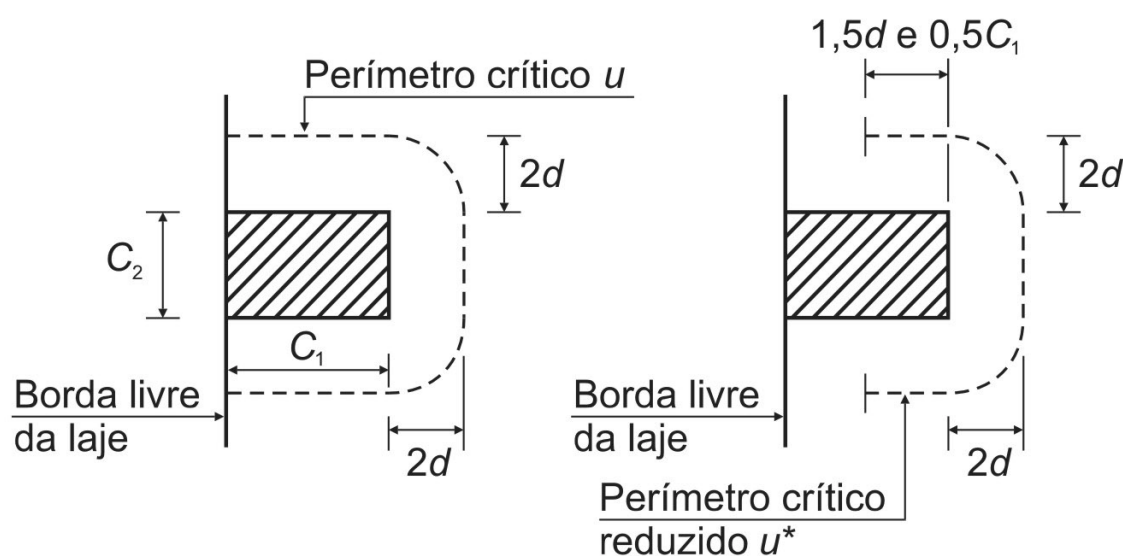


FIGURA 30 - PERÍMETRO CRÍTICO REDUZIDO PARA PILARES DE BORDA. FONTE: NBR 6118, 2003.

TABELA 3 - PERÍMETRO CRÍTICO REDUZIDO PARA PILARES DE BORDA

Contorno Crítico	Perímetro Crítico reduzido u^*
C	$u_0^* = 2 \cdot a + c_2$
C'	$u^* = 2 \cdot a + c_2 + 2\pi d$
C''	$u'^* = 2 \cdot a + c_2 + 2\pi d + \pi d$

a - menor valor entre $1,5d$ e $0,5c_1$;

c_1 - dimensão do pilar na direção perpendicular à borda;

c_2 - dimensão do pilar na direção da borda;

p - distância da face do pilar até a última linha de armadura de punção.

Já para o cálculo de W_{p1} e da excentricidade a norma não fornece uma fórmula específica. Logo, segundo MELGES(1995), utilizando a fórmula fornecida para o cálculo do módulo da resistência plástica chega-se a:

$$W_{p1} = \frac{c_1^2}{2} + \frac{c_1 \cdot c_2}{2} + 2 \cdot c_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c_1 \quad \text{EQ. 4 - 19}$$

Já para o cálculo da excentricidade tem-se:

$$e^* = \frac{c_1 \cdot a - a^2 + \frac{c_1 \cdot c_2}{2} + 2 \cdot c_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c_1}{2 \cdot a + c_2 + 2 \cdot \pi \cdot d} \quad \text{EQ. 4 - 20}$$

Seguindo o mesmo raciocínio do cálculo de W_p , chegam-se as seguintes expressões para o cálculo de excentricidade no perímetro C e C'', também mencionadas pela LIMA (2001):

$$e_0^* = \frac{c_1 \cdot a - a^2 + \frac{c_1 \cdot c_2}{2}}{2 \cdot a + c_2} \quad \text{EQ. 4 - 21}$$

$$e'^* = \frac{c_1 \cdot a - a^2 + \frac{c_1 \cdot c_2}{2} + 2 \cdot c_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c_1 + c_2 \cdot p + 8 \cdot d \cdot p + \frac{\pi \cdot p \cdot c_1}{2} + 2 \cdot p^2}{2 \cdot a + c_2 + 2 \cdot \pi \cdot d + \pi \cdot p} \quad \text{EQ. 4 - 22}$$

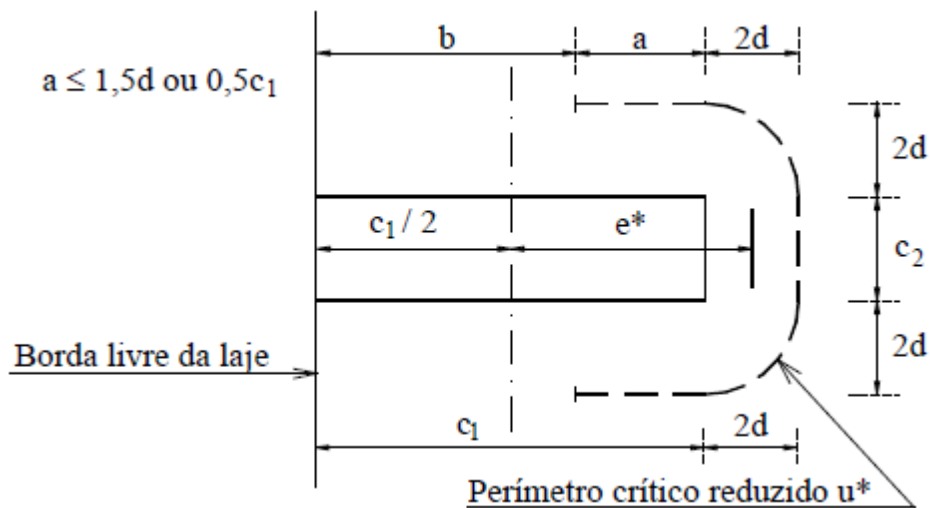


FIGURA 31 - EXCENTRICIDADE DO PERÍMETRO CRÍTICO PARA PILARES DE BORDA. FONTE: LIMA, 2001.

Seguindo o que foi exposto anteriormente, a fórmula para o cálculo da resistência plástica no perímetro C e C'' é respectivamente igual a:

$$W_{p10} = W_{p20} = \frac{u_0^*}{u^*} * W_p \quad \text{EQ. 4 - 23}$$

$$W'_{p1} = \frac{c_1^2}{2} + \frac{c_1 \cdot c_2}{2} + 2 \cdot c_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c_1 + c_2 p + 8dp + \frac{\pi p c_1}{2} + 2p^2 \quad \text{EQ. 4 - 24}$$

4.5.2.2.5 Pilar de borda, com ação do momento no plano paralelo a borda livre.

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{K_2 \cdot M_{sd2}}{W_{p2} \cdot d} \quad \text{EQ. 4 - 25}$$

Onde:

$$W_{p2} = \frac{c_2^2}{4} + c_1 \cdot c_2 + 4 \cdot c_1 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c_2 \quad \text{EQ. 4 - 26}$$

Sendo:

M_{sd2} - momento no plano paralelo a borda livre;

K_2 - coeficiente dado pela TABELA 2, modificando $C1/C2$ por $C2/2 \cdot C1$.

Sendo o W_{p0} e W_{p1}' igual ao exposto em 4.2.2.4, e W_{p2}' igual a:

$$W'_{p2} = \frac{c_2^2}{2} + \frac{c_1 \cdot c_2}{2} + 2 \cdot c_1 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c_2 + 2c_1 p + 8dp + \frac{\pi p c_2}{2} + 2p^2 \quad \text{EQ. 4 - 27}$$

4.5.2.2.6 Pilar de canto (borda)

Para o cálculo das tensões cisalhantes, a norma sugere calcular como se o pilar de canto fosse um pilar de borda, considerando apenas o momento aplicado perpendicularmente ao plano da borda em estudo, desconsiderando o outro. Essa verificação deve ser realizada para ambos os lados separadamente.

Como nos outros casos, a norma não apresenta uma fórmula específica para o cálculo da excentricidade e^* e o módulo de resistência plástica W_{p1} , portanto, pode-se resolvê-los pelas fórmulas:

$$e^* = \frac{c_1 \cdot a_1 - a_1^2 + a_2 \cdot c_1 + 4 \cdot a_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c_1}{2 \cdot (a_1 + a_2 + \pi \cdot d)} \quad \text{EQ. 4 - 28}$$

$$W_{p1} = \frac{c_1^2}{4} + \frac{c_1 \cdot c_2}{2} + 2 \cdot c_2 \cdot d + 4 \cdot d^2 + \frac{\pi \cdot d \cdot c_1}{2} \quad \text{EQ. 4 - 29}$$

Para o módulo de resistência plástica e excentricidade no perímetro C e C'' tem-se, respectivamente:

$$W_{p0} = \frac{u_0^*}{u^*} * W_p \quad \text{EQ. 4 - 30}$$

$$W'_{p1} = \frac{c_1^2}{4} + \frac{c_1 \cdot c_2}{2} + 2 \cdot c_2 \cdot d + 4 \cdot d^2 + \frac{\pi \cdot d \cdot c_1}{2} + c_2 p + 4dp + \frac{\pi \cdot p \cdot c_1}{4} + p^2 \quad \text{EQ. 4 - 31}$$

$$e_o^* = \frac{c_1 a_1 - a_1^2 + a_2 c_1}{2(a_1 + a_2)} \quad \text{EQ. 4 - 32}$$

$$e^* = \frac{c_1 a_1 - a_1^2 + a_2 c_1 + 4a_2 d + 8d^2 + \pi d c_1 + 2a_2 p + 8dp + \frac{\pi p c_1}{2} + 2p^2}{2(a_1 + a_2 + \pi d + \frac{\pi p}{2})} \quad \text{EQ. 4 - 33}$$

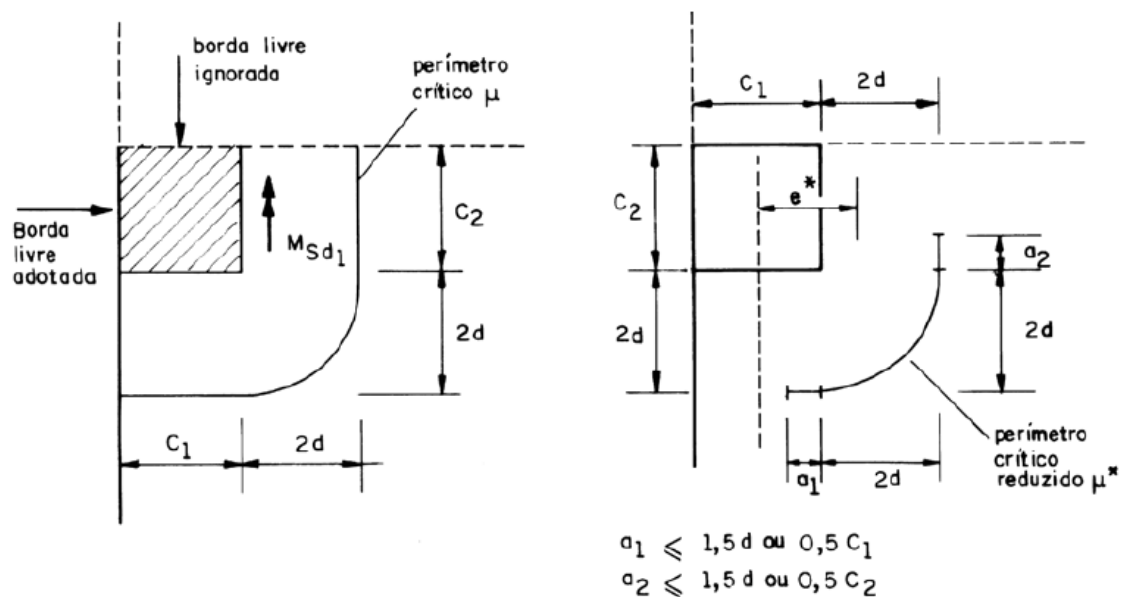


FIGURA 32 - ESQUEMA DE CÁLCULO DE W_{p1} E DE E^* . FONTE: MELGES, 1995.

Para a determinação do coeficiente K, a norma menciona que se deve usar a mesma relação c_1/c_2 , entretanto, o valor de c_1 deve ser o comprimento do pilar perpendicular a borda em estudo e c_2 o comprimento do pilar paralela a borda em estudo.

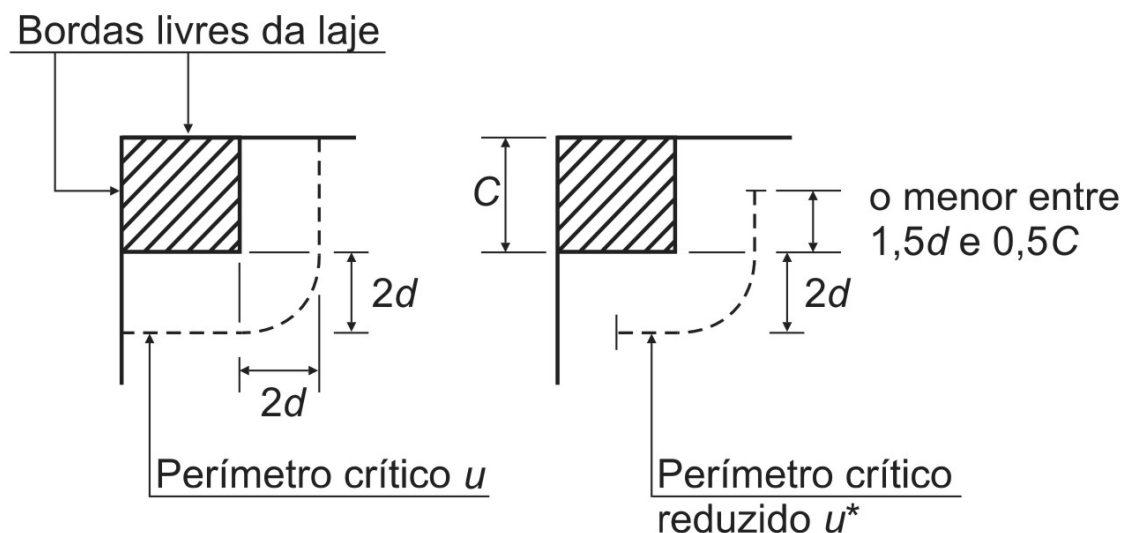


FIGURA 33 - PERÍMETRO CRÍTICO EM PILARES DE CANTO. FONTE: NBR 6118, 2003.

TABELA 4 - PERÍMETRO CRÍTICO REDUZIDO PARA PILARES DE CANTO

Contorno Crítico	Perímetro Crítico reduzido u^*
C	$u_0^* = a_1 + a_2$
C'	$u^* = a_1 + a_2 + \pi d$
C''	$u'^* = a_1 + a_2 + \pi d + \frac{\pi p}{2}$
Para: $a \leq 1,5d$ ou $0,5C$	

4.6 PRESENÇA DE ABERTURAS

Existe ainda o caso de aberturas nas lajes, que ocasionam uma concentração de esforços na região. Caso essas aberturas estejam próximas dos pilares, pode ocorrer um efeito de excentricidade na laje, prejudicando a

estrutura como um todo. Para tanto, a norma recomenda que as aberturas fiquem distantes dos pilares em oito vezes a altura útil da laje ($8d$).

Para o caso de aberturas na laje, localizadas a menos de $8d$ da face do pilar, o perímetro crítico a ser adotado deve ser reduzido. Para tanto, traça-se duas retas partindo do centro de gravidade do pilar tangenciando os pontos da abertura. O trecho que as retas cortarem do perímetro crítico, deve ser desconsiderado.

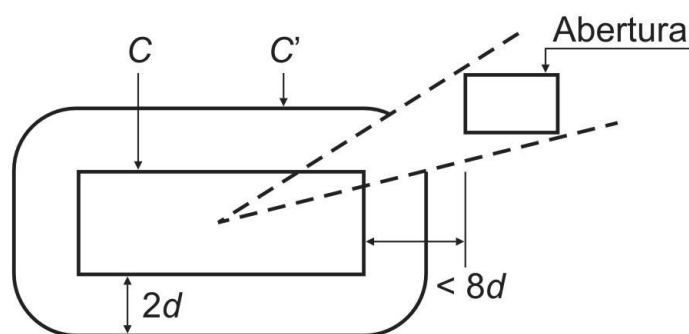


FIGURA 34 - PERÍMETRO CRÍTICO JUNTO À ABERTURA NA LAJE. FONTE: NBR 6118, 2003.

4.7 CAPITEL

Para a determinação da altura útil da laje, caso exista a presença de capitel, a norma apresenta a seguinte definição:

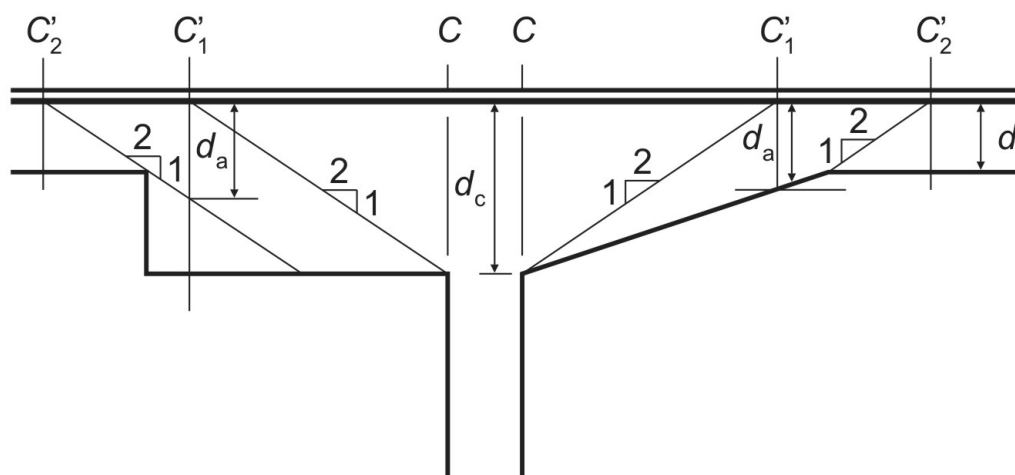


FIGURA 35 - ALTURA ÚTIL COM A PRESENÇA DE CAPITEL. FONTE: NBR 6118, 2003.

Sendo:

d é a altura útil da laje no contorno C_2' ;

d_c é a altura útil da laje na face do pilar;

d_a é a altura útil da laje no contorno C_1' ;

l_c é a distância entre a borda do capitel e a face do pilar. Quando:

- $l_c \leq 2(d_c - d) \Rightarrow$ basta verificar o contorno C_2' ;
- $2(d_c - d) < l_c \leq 2 d_c \Rightarrow$ basta verificar o contorno C_1' ;
- $l_c > 2 d_c \Rightarrow$ é necessário verificar os contornos C_1' e C_2' .

4.8 CASO ESPECIAL DE DETERMINAÇÃO DO CONTORNO C'

A norma ainda sugere como se determinar o perímetro C' para o caso de reentrâncias nos pilares. Para isso, deve-se traçar uma linha contínua entre os pontos de reentrância e paralelo a ele, traçar o contorno C' corretamente.

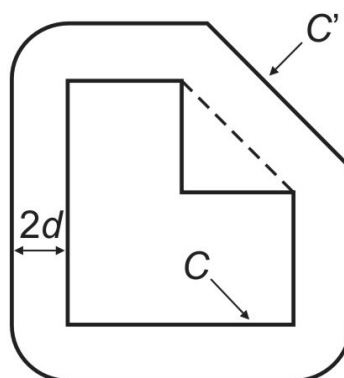


FIGURA 36 - DETERMINAÇÃO DE C' EM PILARES COM REENTRÂNCIAS. FONTE: NBR 6118, 2003.

5 ESTUDO DE UMA LAJE APOIADA EM UM PILAR INTERNO

Serão apresentados quatro casos de estudo, sendo dois casos de lajes apoiadas em pilares de seção quadrada e dois casos de lajes apoiadas em pilar de seção retangular, ambos levando em consideração a altura útil da laje como parâmetro diferenciador.

Visando uma forma mais didática e realista para o estudo do engenheiro, será estudado um caso real de uma obra localizada em Curitiba, possuindo 8 andares e 3 torres. O método construtivo utilizado foi o de lajes nervuradas com forma ATEX com base inferior de 12cm, base superior de 15cm, altura total da laje de 28,5cm sendo 7,5cm de capa e 70cm de eixo a eixo de nervuras. As regiões próximas aos pilares serão formadas por laje maciça.

O andar escolhido para o estudo foi o subsolo 2, o qual possuía uma carga permanente prevista de 250 kg/m² e acidental prevista de 200 kg/m².

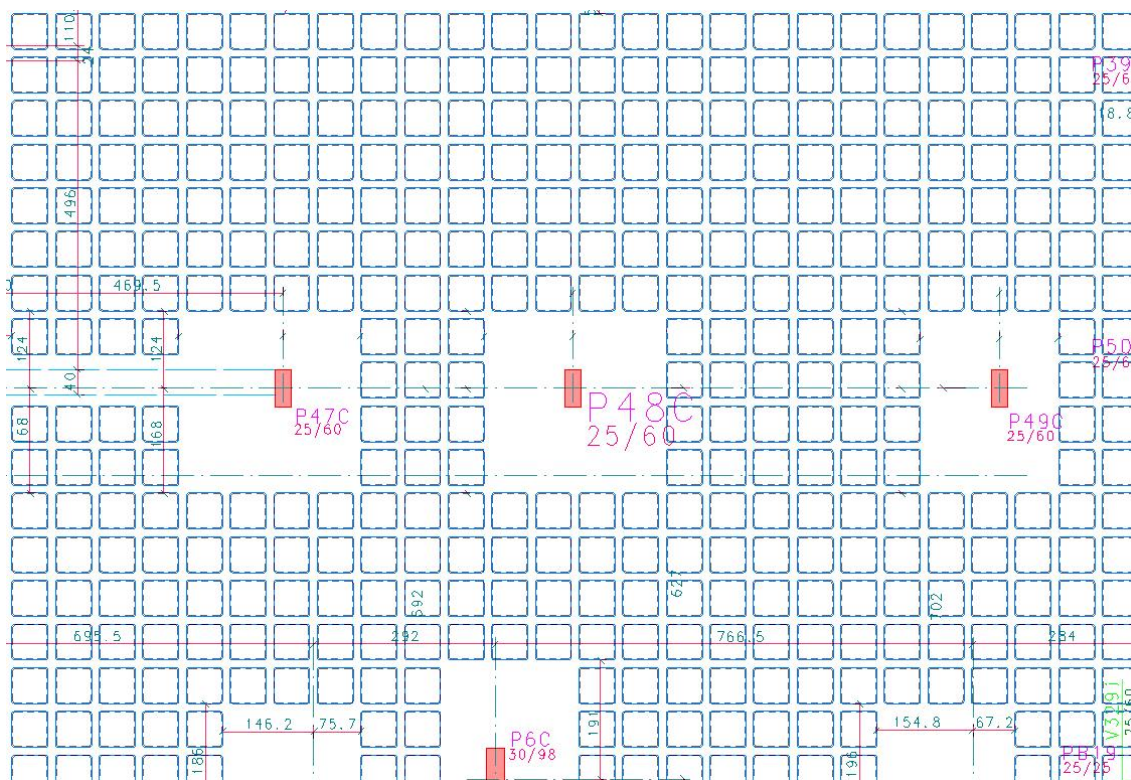


FIGURA 37 - PLANTA: PILAR P48. FONTE: OS AUTORES (2014).

Esta edificação foi estudada com auxílio do modelador estrutural TQS, a partir do qual se obteve os esforços necessários para o estudo.

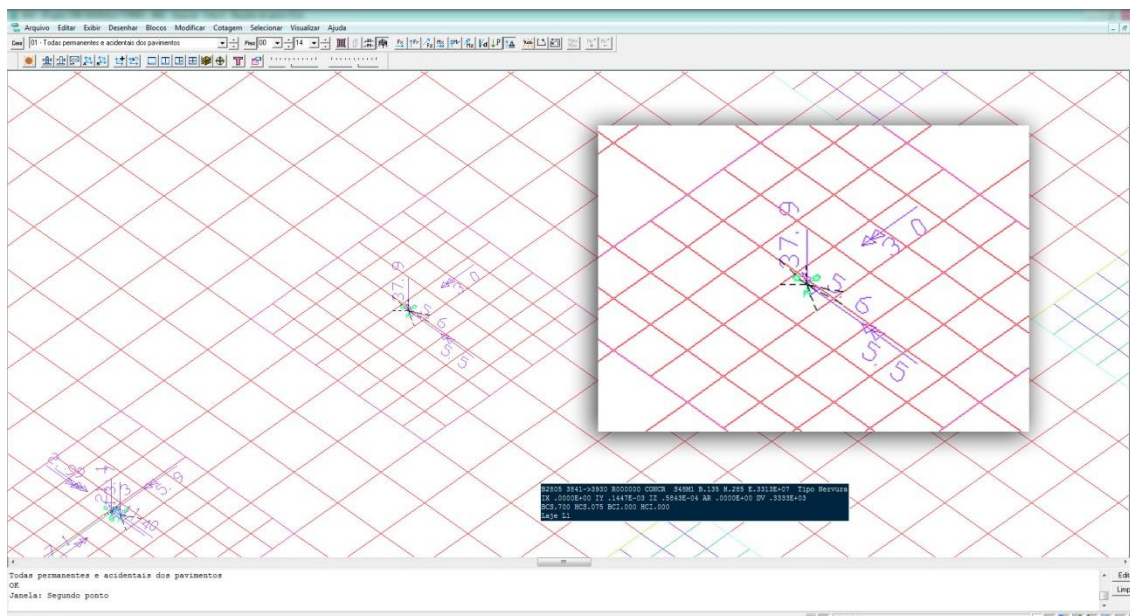


FIGURA 38 - ESFORÇOS CARACTERÍSTICOS RETIRADOS DO TQS. FONTE: OS AUTORES (2014).

Como mencionado anteriormente, o cálculo dos esforços solicitantes e resistentes da laje será dividida em duas etapas. Na primeira delas será estudada a altura útil da laje conforme recomendado pela norma NBR 6118, sendo igual a média das alturas úteis na direção principal e secundária. O “d” da direção principal é a altura total da laje menos o cobrimento superior e menos a metade do diâmetro da barra da direção principal. O “d” da direção secundária é a altura total da laje menos o cobrimento superior, o diâmetro da armadura principal e menos metade do diâmetro da barra secundária. A esta altura será chamada de “d” normal.

$$d = \frac{dx + dy}{2}$$

$$dx = h - \left(c_{sup} + \frac{\phi_{principal}}{2} \right)$$

$$dy = h - \left(c_{sup} + \phi_{principal} + \frac{\phi_{secundário}}{2} \right)$$

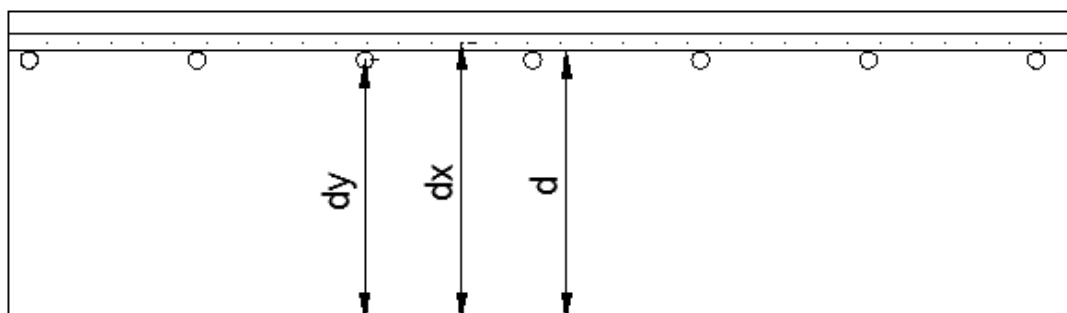


FIGURA 39 - ALTURA ÚTIL "D" NORMAL, SEGUNDO A NBR 6118. FONTE: OS AUTORES (2014).

Agora, para o cálculo da altura útil reduzida há uma simplificação, obviamente, a favor da segurança, supondo a altura da armadura de punção sendo montada com um comprimento levemente menor que o de projeto. Sendo assim, o “d” reduzido é obtido subtraindo a altura da laje com o cobrimento e o diâmetro das duas armaduras superiores de flexão.

$$d_{red} = h - \left(c_{sup} + \phi_{principal} + \phi_{secundário} \right)$$

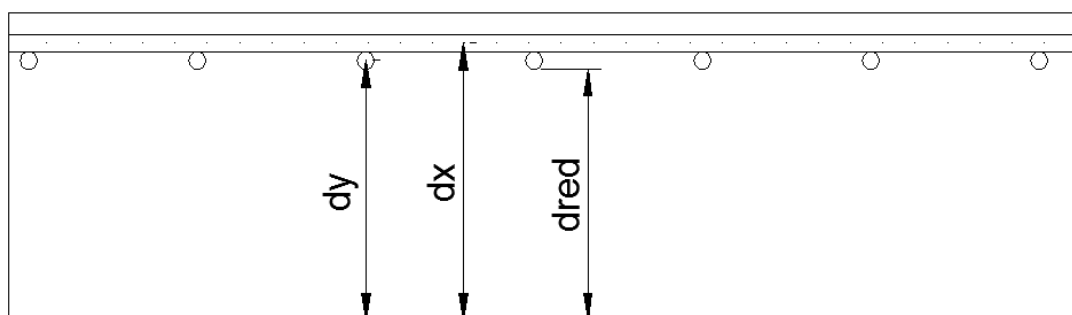


FIGURA 40 - ALTURA ÚTIL "D" REDUZIDA. FONTE: OS AUTORES (2014).

A consideração do “d” reduzido é devido ao fato da colocação da armadura de punção ser interna as armaduras de flexão, o que facilita a montagem dessas regiões que possuem grande quantidade de interferência entre armaduras. A utilização do “d” normal, conforme recomendado pela norma, pode levar a uma distorção do estudo realizado para o executado, ou seja, caso a montagem não seja condizente com o calculado e especificado no projeto, que deveria envolver tanto a armadura superior e inferior de flexão, estaria arriscando-se o desempenho da estrutura, uma vez que o projeto deve ser pensado prevendo a montagem da laje.

Os casos a serem estudados serão apresentados na seguinte ordem:

- Caso 1: Estudo de laje apoiada sobre um pilar de seção retangular, utilizando o “d” normal.
- Caso 2: Estudo de laje apoiada sobre um pilar de seção retangular, utilizando o “d” reduzido.
- Caso 3: Estudo de laje apoiada sobre um pilar de seção quadrada, utilizando o “d” normal.
- Caso 4: Estudo de laje apoiada sobre um pilar de seção quadrada, utilizando o “d” reduzido.

A análise dos resultados será feita posteriormente, no capítulo seguinte. Será utilizada armadura de punção do tipo *stud* para o dimensionamento.

5.1 Caso 1: Estudo de laje apoiada sobre um pilar de seção retangular, utilizando o “d” normal.

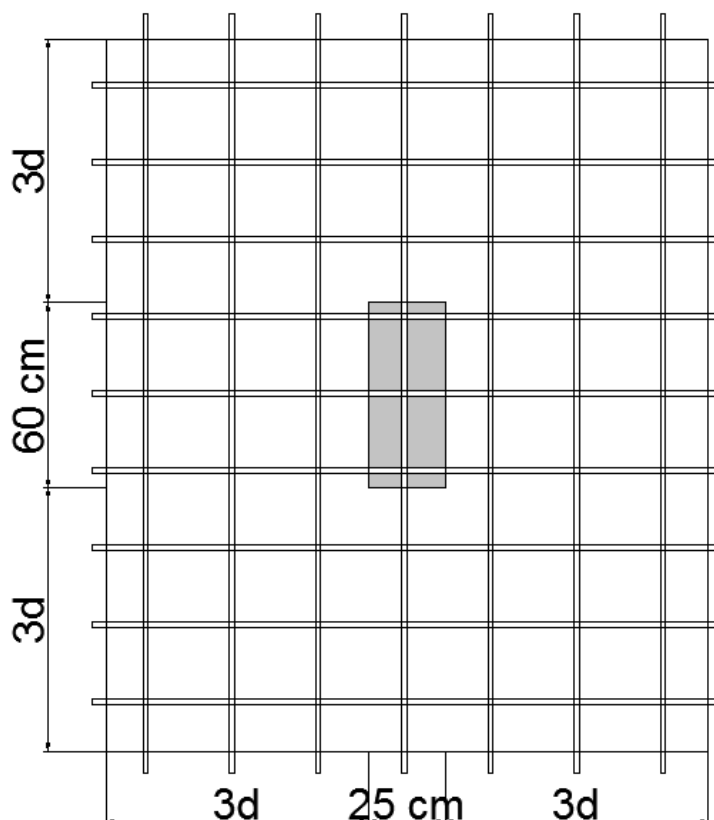


FIGURA 41 - ESQUEMA DAS ARAMDURAS A 3D DA FACE DO PILAR. FONTE: OS AUTORES (2014).

A seguir serão determinados os respectivos valores resistentes e solicitantes seguindo a seguinte ordem:

- ❖ Determinação dos parâmetros para o perímetro ao redor do pilar;
- ❖ Determinação dos parâmetros para o perímetro a $2d$ da face pilar;
- ❖ Determinação dos parâmetros para o perímetro a $2d$ da última linha de armadura de punção.

Sendo esta última, considerando uma distribuição radial das armaduras de punção, não excedendo a distância entre o pilar e a primeira linha de armadura em $0,5d$ e entre as demais linhas de armadura não excedendo $0,75d$.

Para que o perímetro crítico C'' seja constante, a distância radial entre as armaduras de punção não devem exceder 2d.

5.1.1 Dados preliminares

O pilar adotado para o estudo foi o pilar P48 com a seção possuindo 60cm x 25cm. O concreto utilizado possui resistência característica igual a 35Mpa. Os esforços solicitantes de cálculo são:

$$Fsd = 52,78 \text{ tf}$$

$$Ms_{dx} = 4,06 \text{ tf.m}$$

$$Ms_{dy} = 15,54 \text{ tf.m}$$

A laje possui uma espessura de 28,5cm, possuindo cobrimento nominal igual a 2cm. As armaduras nas direções x e y possuem diâmetro igual a 16mm, sendo assim:

$$dx = 28,5 - \left(2 + \frac{1,6}{2}\right) = 25,7 \text{ cm}$$

$$dy = 28,5 - \left(2 + 1,6 + \frac{1,6}{2}\right) = 24,1 \text{ cm}$$

$$d = \frac{25,7 + 24,1}{2} = 24,9 \text{ cm}$$

5.1.2 Verificação da tensão de compressão diagonal do concreto na primeira superfície crítica: C = face do pilar

$$x = 25 \text{ cm e } y = 60 \text{ cm}$$

- Perímetro crítico no contorno C

$$u_o = 2(x + y) = 2(25 + 60)$$

$$u_o = 170 \text{ cm}$$

- Determinação do coeficiente de forma do pilar K

$$\frac{x}{y} = \frac{25}{60} = 0,416$$

$$Ky = 0,45$$

$$\frac{y}{x} = \frac{60}{25} = 2,4$$

$$Kx = 0,74$$

Os valores do coeficiente de forma do pilar K foram tirados da tabela 19.2 da NBR 6118/2003, conforme mencionado anteriormente.

- Módulo de resistência plástica W_{p0}

$$W_{p0} = \frac{C_{(1,2)}^2}{2} + C_1 * C_2$$

$$W_{px0} = \frac{60^2}{2} + 60 * 25 = 3300 \text{ cm}^2$$

$$W_{py0} = \frac{25^2}{2} + 25 * 60 = 1812,5 \text{ cm}^2$$

- Tensão solicitante no contorno C

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{d * u_o} + \frac{Kx * M_{sdx}}{W_{pxo} * d} + \frac{Ky * M_{sdy}}{W_{pyo} * d}$$

$$\tau_{sd} = \frac{52,78}{24,9 * 170} + \frac{0,74 * 406}{3300 + 24,9} + \frac{0,45 * 1554}{1812,5 * 24,9}$$

$$\tau_{sd} = 0,03161 \frac{tf}{cm^2} = 31,61 \frac{kgf}{cm^2}$$

- Tensão resistente no contorno C

$$\tau_{Rd2} = 0,27 * \alpha * fcd$$

$$fcd = \frac{35}{1,4} = 25 MPa = 250 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\alpha_v = \left(1 - \frac{fck}{250}\right) = \left(1 - \frac{35}{250}\right)$$

$$\alpha_v = 0,86$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 * 0,86 * 250 = 58,05 \frac{kgf}{cm^2}$$

$$\tau_{Rd2} > \tau_{sd} OK!$$

A tensão resistente do concreto é superior aos esforços solicitantes no contorno do pilar, portanto, verifica.

5.1.3 Verificação da tensão resistente e solicitante na superfície crítica C' (2d da face do pilar) sem armadura de punção

- Perímetro crítico

Para a região crítica C', distando 2d da face do pilar, ou seja, 49,8cm, chega-se a um perímetro crítico igual a:

$$u = 2(x + y) + 2\pi R$$

$$u = 2(25 + 60) + 2 * \pi * 49,8 = 482,9cm$$

- Módulo da resistência plástica Wp no contorno C'

$$C_1 = 60 \text{ cm e } C_2 = 25 \text{ cm}$$

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1$$

$$W_{px} = \frac{60^2}{2} + 60 * 25 + 4 * 25 * 24,9 + 16 * 24,9^2 + 2 * \pi * 24,9 * 60$$

$$W_{px} = 25097,24 \text{ cm}^2$$

$$W_{py} = \frac{25^2}{2} + 25 * 60 + 4 * 60 * 24,9 + 16 * 24,9^2 + 2 * \pi * 24,9 * 25$$

$$W_{py} = 21619,83 \text{ cm}^2$$

- Tensão solicitante perímetro C'

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{d * u} + \frac{Kx * M_{sdx}}{W_{px} * d} + \frac{Ky * M_{sdy}}{W_{py} * d}$$

$$\tau_{sd} = \frac{52,78}{482,9 * 24,9} + \frac{0,74 * 406}{25097,24 * 24,9} + \frac{0,45 * 1554}{21619,94 * 24,9}$$

$$\tau_{sd} = 0,00628 \frac{tf}{cm^2} = 6,28 \frac{kgf}{cm^2}$$

- Tensão resistente no contorno C'

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3}$$

Para a determinação da taxa de armadura na direção x serão ao todo 9 barras com diâmetro de 16mm, sendo assim:

$$\rho_x = \frac{A_{sx}}{(2 * 3d + y) * d} = \frac{9 * \frac{\pi * 1,6^2}{4}}{209,4 * 24,9} = 0,003469$$

Para a determinação da taxa de armadura na direção y serão ao todo 3 barras com diâmetro de 16mm mais 4 barras com diâmetro de 12,5mm, sendo assim:

$$\rho_y = \frac{A_{sy}}{(2 * 3d + x) * d} = \frac{3 * \frac{\pi * 1,6^2}{4} + 4 * \frac{\pi * 1,25^2}{4}}{174,4 * 24,9} = 0,002519$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} = \sqrt{0,003469 * 0,002519} = 0,002956$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{24,9}} \right) (100 \cdot 0,002956 \cdot 35)^{1/3}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,5371 \text{ Mpa} = 5,371 \frac{kgf}{cm^2}$$

$$\tau_{Rd1} < \tau_{sd}$$

A tensão resistente do concreto no perímetro C', a 2d da face do pilar, não suporta por si só os esforços solicitantes, sendo necessário a adoção de armadura de punção nessa região.

5.1.4 Determinação da armadura de punção

$$\tau_{Rd3} = 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha}{u \cdot d}$$

Para calcular o valor de f_{ywd} , será necessária uma interpolação entre os valores estabelecidos em norma de 300MPa e 435Mpa, devido ao fato da altura da laje estar entre 15cm e 35cm. Portanto:

$$f_{ywd} = \left(\frac{28,5 - 15}{35 - 15} \right) * (435 - 300) + 300 = 391 \text{ MPa}$$

$$\tau_{Rd3} = 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{24,9}} \right) (100 * 0,002956 * 35)^{1/3} + 1,5 \frac{A_{sw} * 391 * \sin 90^\circ}{s_r * 482,9}$$

$$\tau_{Rd3} = \tau_{sd}$$

$$0,628 = 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{24,9}} \right) (100 * 0,002956 * 35)^{1/3} + 1,5 \frac{A_{sw} * 391 * \sin 90^\circ}{s_r * 482,9}$$

Resolvendo a equação acima e isolando a área de armadura de punção dividida pelo espaçamento entre linhas:

$$\frac{A_{sw}}{s_r} = 0,1769 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

Para s_r menor que $0,75d$ ($s_r < 18,6\text{cm}$), o espaçamento entre linhas s_r adotado foi de 18cm. Logo:

$$A_{sw} = 0,1769 * 18 = 3,1842 \text{ cm}^2/\text{linha}$$

Através da geometria do pilar, foi adotada uma distribuição para que o perímetro crítico C'', a 2d da última linha de armadura, fosse constante, definindo-se assim 10 conectores stud por linha de armadura de punção.

$$\phi = \frac{3,1842}{10} = 0,31842 \text{ cm}^2$$

$$\phi_{calc} = \sqrt{\frac{0,31824 * 4}{\pi}} = 0,637 \text{ cm}$$

$$\phi_{adotado} = 8 \text{ mm}$$

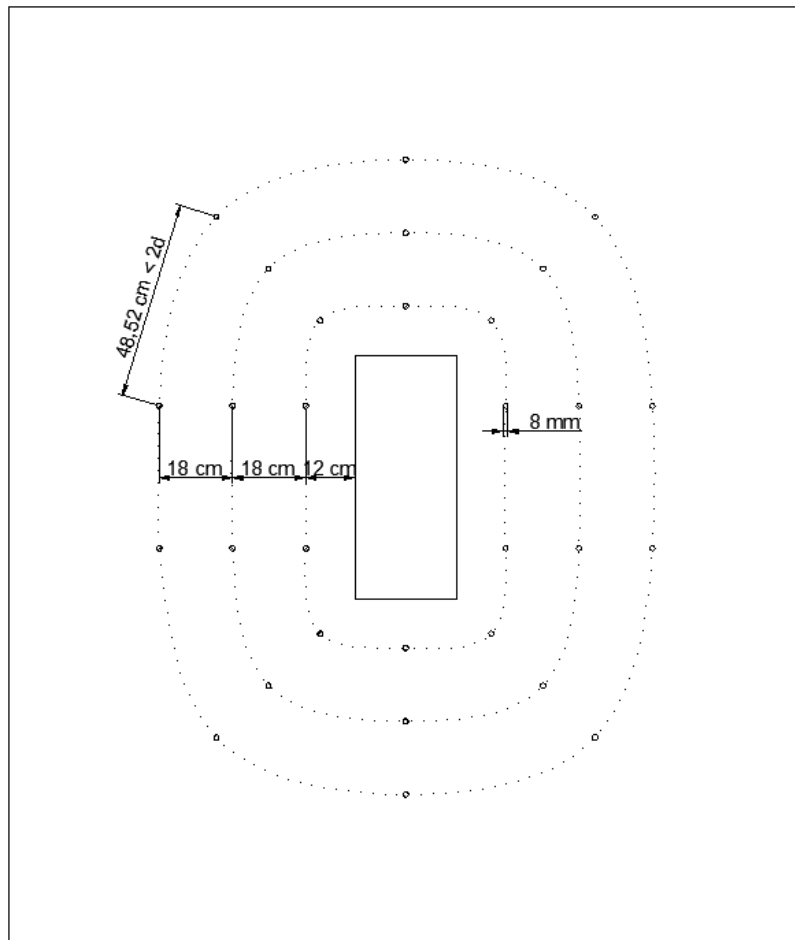


FIGURA 42 - ESQUEMA DA DISTRIBUIÇÃO DAS ARMADURAS. FONTE: OS AUTORES (2014).

5.1.5 Tensão resistente a punção no contorno C'' (a 2d da última linha de conectores stud) sem armadura de punção

Uma consideração foi tomada para a determinação do perímetro crítico na região a 2d da última linha de armaduras de punção que é a determinação do raio para o cálculo do perímetro, conforme a figura a baixo:

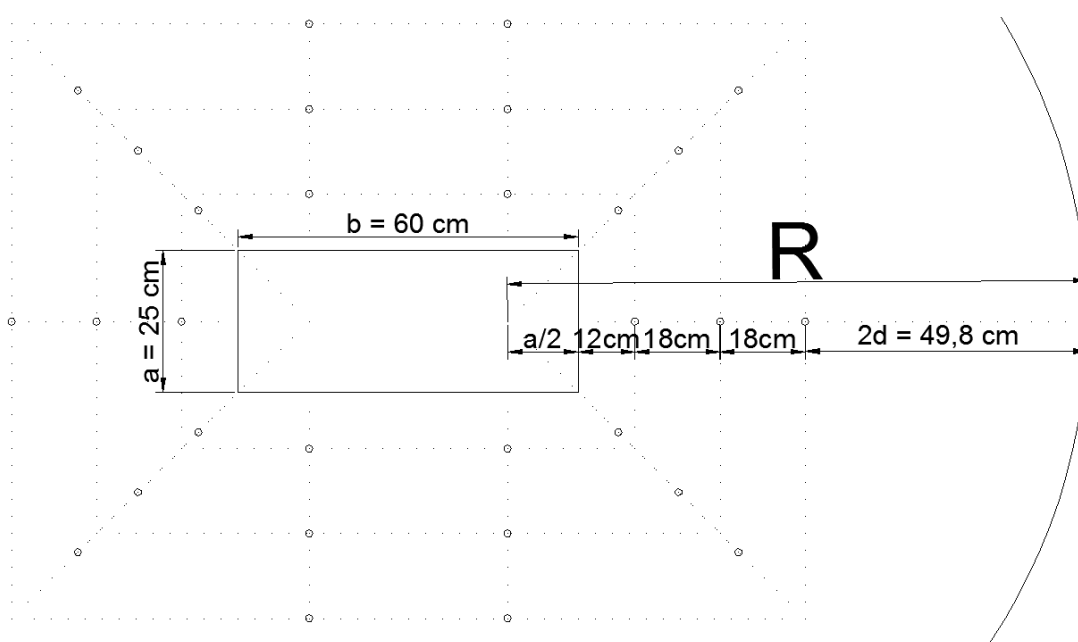


FIGURA 43 - PERÍMETRO CRÍTICO C''. FONTE: OS AUTORES (2014).

Essa consideração diminui o perímetro crítico em relação ao que foi exposto no levantamento bibliográfico, citado pela Juliana S. Lima (2001). Essa diminuição é a favor da segurança para o cálculo da tensão solicitante.

$$R = \frac{a}{2} + 12 + 18 + 18 + 2d$$

$$R = \frac{25}{2} + 10 + 15 + 15 + 2 * 24,9$$

$$R = 110,3 \text{ cm}$$

$$u_n = (b - a) * 2 + 2\pi R$$

$$u_n = (60 - 25) * 2 + 2 * \pi * 110,3$$

$$u_n = 763,02cm$$

Com essa consideração do perímetro crítico, é necessário determinar a resistência plástica W_p para o respectivo contorno. Sendo assim:

- Determinando o W_{px}

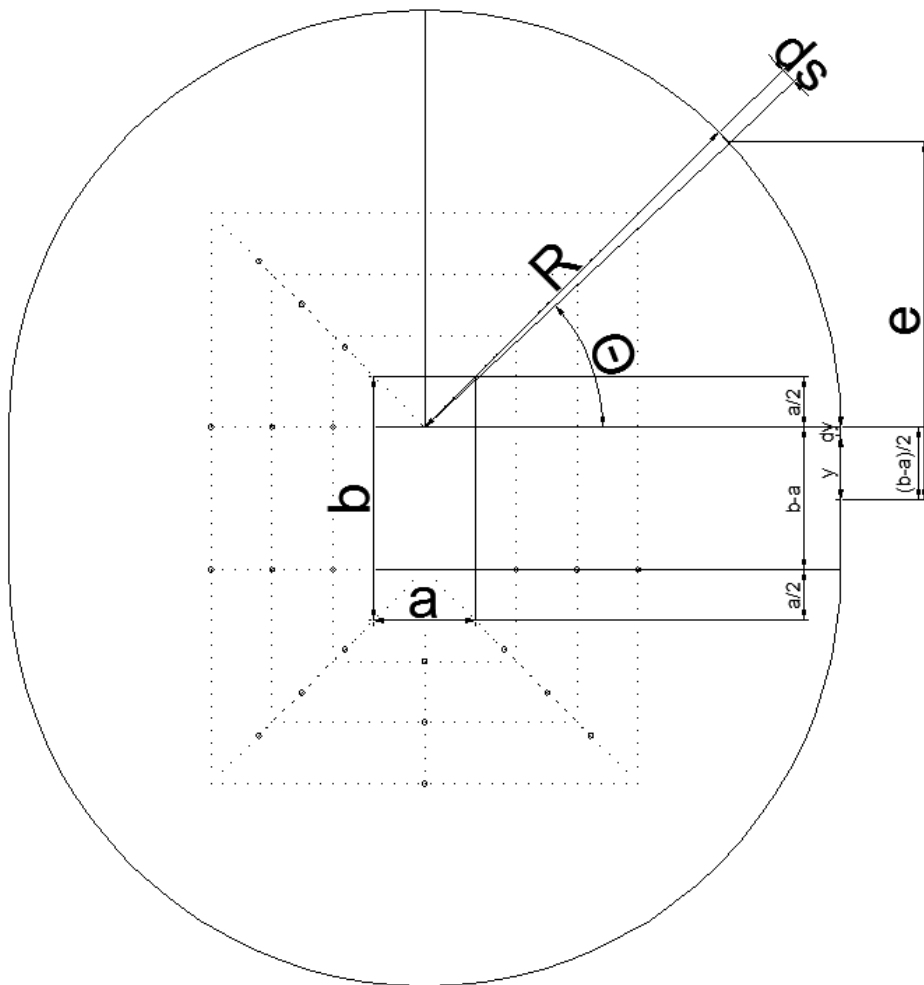


FIGURA 44 - DETERMINAÇÃO DE W_{PX} . FONTE: OS AUTORES (2014).

$$e = \frac{b-a}{2} + R * \operatorname{sen} \theta$$

$$W_{p1} = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{b-a}{2} + R * \operatorname{sen} \theta \right) R d\theta$$

$$W_{p1} = 4R \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{b-a}{2} \right) d\theta + R \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\operatorname{sen} \theta) d\theta \right]$$

$$W_{p1} = 4R \left[\frac{(b-a)}{2} * \left(\frac{\pi}{2} - 0 \right) + R(-\cos \theta) \frac{\pi}{2} \right]_0$$

$$W_{p1} = 4R \left[\frac{\pi}{4} (b-a) + R(0+1) \right]$$

$$W_{p1} = 4R \left[\frac{\pi}{4} (b-a) + R \right]$$

$$W_{p2} = 4 \int_0^{\frac{b-a}{2}} y dy$$

$$W_{p2} = 4 \left[\frac{y^2}{2} \right]_0^{\frac{b-a}{2}}$$

$$W_{p2} = 4 \left[\frac{\left(\frac{b-a}{2} \right)^2}{2} - 0 \right]$$

$$W_{p2} = \frac{(b-a)^2}{2}$$

$$W_{px} = 4R \left[\frac{\pi}{4} (b-a) + R \right] + \frac{(b-a)^2}{2}$$

Resolvendo:

$$W_{px} = 4R \left[\frac{\pi}{4} (b-a) + R \right] + \frac{(b-a)^2}{2}$$

$$W_{px} = 4 * 110,3 \left(\frac{\pi}{4} (60-25) + 110,3 \right) + \frac{(60-25)^2}{2}$$

$$W_{px} = 61404,97 \text{ cm}^2$$

- Determinando o Wpy

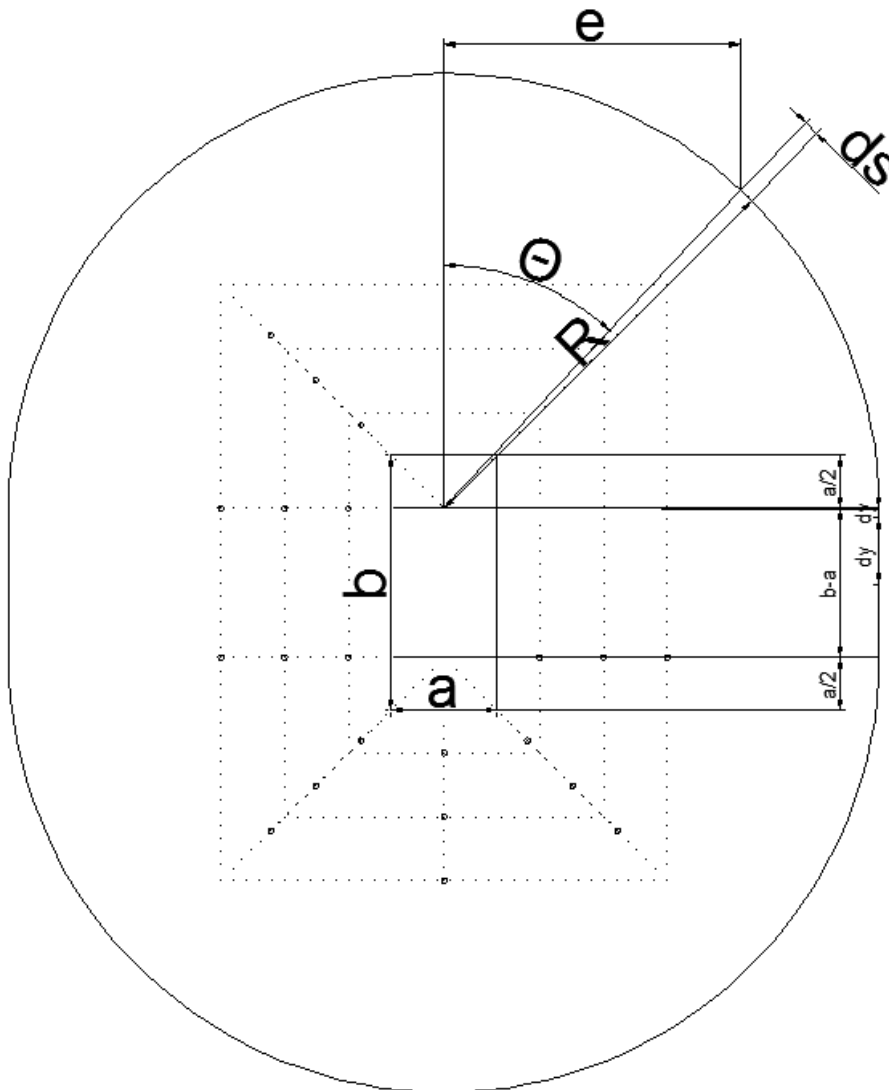


FIGURA 45 - DETERMINAÇÃO DO WPY. FONTE: OS AUTORES (2014).

$$e = R * \text{sen } \theta$$

$$W_{p1} = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (R * \text{sen } \theta) R d\theta$$

$$W_{p1} = 4R \left[R \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\text{sen } \theta) d\theta \right]$$

$$W_{p1} = 4R \left[R(-\cos \theta) \frac{\pi}{2} \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$W_{p1} = 4R[R(-0 + 1)]$$

$$W_{p1} = 4R^2$$

$$W_{p2} = 4 \int_0^{\frac{b-a}{2}} R dy$$

$$W_{p2} = 4R \left[y \frac{b-a}{2} \right]_0^{\frac{b-a}{2}}$$

$$W_{p2} = 4R \left(\frac{b-a}{2} \right)$$

$$W_{py} = 4R^2 + 4R \left(\frac{b-a}{2} \right)$$

Resolvendo:

$$W_{py} = 4 * 110,3^2 + 4 * 110,3 * \frac{(60 - 25)}{2}$$

$$W_{py} = 56385,36 \text{ cm}^2$$

- Tensão solicitante no contorno C''

Considerando a resistência plástica total em suas respectivas direções.

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{d * u_n} + \frac{Kx * M_{sd x}}{W_{px} * d} + \frac{Ky * M_{sd y}}{W_{py} * d}$$

$$\tau_{sd} = \frac{52,78}{24,9 * 763,02} + \frac{0,74 * 406}{61404,97 * 24,9} + \frac{0,45 * 1554}{56385,36 * 24,9}$$

$$\tau_{sd} = 0,00347 \frac{tf}{cm^2} = 3,47 \frac{kgf}{cm^2}$$

$$\tau_{Rd1} > \tau_{sd}$$

Uma vez que o cálculo da tensão resistente do concreto a 2d da última linha de armadura é igual ao cálculo da tensão resistente no perímetro C' sem armadura punção, pode-se considerar a mesma expressão. Logo, a tensão resistente do concreto a 2d da última linha de armaduras de punção é maior que o solicitante, não existindo necessidade de instalar mais uma linha de conectores *stud*.

5.2 Caso 2: Estudo de laje apoiada sobre um pilar de sessão retangular, utilizando o “d” reduzido.

A verificação da punção contorno C e C' deve ser verificada utilizando o “d” normal. Caso exista a necessidade de colocar armadura de punção, ocasionada pela não verificação da tensão resistente no perímetro C', os cálculos da tensão resistente e solicitante serão realizados com o “d” reduzido.

$$d_{normal} = 24,9 \text{ cm}$$

$$d_{red} = 28,5 - (2 + 1,6 + 1,6) = 23,3 \text{ cm}$$

Seguindo os mesmos princípios do estudo anterior, com os mesmos valores de esforços:

$$F_{sd} = 52,78 \text{ tf}$$

$$M_{s_{dx}} = 4,06 \text{ tf.m}$$

$$Ms_{dy} = 15,54 \text{ tf.m}$$

Dando sequência ao estudo, será mudada apenas a altura útil da laje no momento de verificação e dimensionamento da armadura de punção.

5.2.1 Verificação da tensão de compressão diagonal do concreto na primeira superfície crítica C (“d” normal)

$$x = 25 \text{ cm e } y = 60 \text{ cm}$$

- Perímetro crítico no contorno C

$$u_o = 2(x + y) = 2(25 + 60)$$

$$u_o = 170 \text{ cm}$$

- Determinação do coeficiente de forma do pilar K

$$\frac{x}{y} = \frac{25}{60} = 0,416$$

$$Ky = 0,45$$

$$\frac{y}{x} = \frac{60}{25} = 2,4$$

$$Kx = 0,74$$

Os valores do coeficiente de forma do pilar K foram tirados da tabela 19.2 da NBR 6118/2003, conforme mencionado anteriormente.

- Módulo de resistência plástica W_{p0}

$$W_{p0} = \frac{C_{(1,2)}^2}{2} + C_1 * C_2$$

$$W_{px0} = \frac{60^2}{2} + 60 * 25 = 3300 \text{ cm}^2$$

$$W_{py0} = \frac{25^2}{2} + 25 * 60 = 1812,5 \text{ cm}^2$$

- Tensão solicitante no contorno C

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{d * u_o} + \frac{Kx * M_{sdx}}{W_{pxo} * d} + \frac{Ky * M_{sdy}}{W_{pyo} * d}$$

$$\tau_{sd} = \frac{52,78}{24,9 * 170} + \frac{0,74 * 406}{3300 + 24,9} + \frac{0,45 * 1554}{1812,5 * 24,9}$$

$$\tau_{sd} = 0,03161 \frac{tf}{cm^2} = 31,61 \frac{kgf}{cm^2}$$

- Tensão resistente no contorno C

$$\tau_{Rd2} = 0,27 * \alpha * fcd$$

$$fcd = \frac{35}{1,4} = 25 \text{ MPa} = 250 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\alpha_v = \left(1 - \frac{fck}{250}\right) = \left(1 - \frac{35}{250}\right)$$

$$\alpha_v = 0,86$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 * 0,86 * 250 = 58,05 \frac{kgf}{cm^2}$$

$$\tau_{Rd2} > \tau_{sd} \text{ OK!}$$

A tensão resistente do concreto é superior aos esforços solicitantes no contorno do pilar, portanto, verifica.

5.2.2 Verificação da tensão resistente e solicitante na superfície crítica C' sem armadura de punção ("d" normal)

- Perímetro crítico

Para a região crítica C', distando 2d da face do pilar, ou seja, 49,8cm, chega-se a um perímetro crítico igual a:

$$u = 2(x + y) + 2\pi R$$

$$u = 2(25 + 60) + 2 * \pi * 49,8 = 482,9cm$$

- Módulo da resistência plástica Wp no contorno C'

$$C_1 = 60 \text{ cm e } C_2 = 25 \text{ cm}$$

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1$$

$$W_{px} = \frac{60^2}{2} + 60 * 25 + 4 * 25 * 24,9 + 16 * 24,9^2 + 2 * \pi * 24,9 * 60$$

$$W_{px} = 25097,24 \text{ cm}^2$$

$$W_{py} = \frac{25^2}{2} + 25 * 60 + 4 * 60 * 24,9 + 16 * 24,9^2 + 2 * \pi * 24,9 * 25$$

$$W_{py} = 21619,83 \text{ cm}^2$$

- Tensão solicitante perímetro C'

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{d * u} + \frac{Kx * M_{sdx}}{W_{px} * d} + \frac{Ky * M_{sdy}}{W_{py} * d}$$

$$\tau_{sd} = \frac{52,78}{482,9 * 24,9} + \frac{0,74 * 406}{25097,24 * 24,9} + \frac{0,45 * 1554}{21619,94 * 24,9}$$

$$\tau_{sd} = 0,00628 \frac{tf}{cm^2} = 6,28 \frac{kgf}{cm^2}$$

- Tensão resistente no contorno C'

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 * \rho * f_{ck})^{1/3}$$

Para a determinação da taxa de armadura na direção x serão ao todo 9 barras com diâmetro de 16mm, sendo assim:

$$\rho_x = \frac{A_{sx}}{(2 * 3d + y) * d} = \frac{9 * \frac{\pi * 1,6^2}{4}}{209,4 * 24,9} = 0,003469$$

Para a determinação da taxa de armadura na direção y serão ao todo 3 barras com diâmetro de 16mm mais 4 barras com diâmetro de 12,5mm, sendo assim:

$$\rho_y = \frac{A_{sy}}{(2 * 3d + x) * d} = \frac{3 * \frac{\pi * 1,6^2}{4} + 4 * \frac{\pi * 1,25^2}{4}}{174,4 * 24,9} = 0,002519$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} = \sqrt{0,003469 * 0,002519} = 0,002956$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{24,9}} \right) (100 \cdot 0,002956 \cdot 35)^{1/3}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,5371 \text{ Mpa} = 5,371 \frac{\text{Kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_{Rd1} < \tau_{sd}$$

A tensão resistente do concreto no perímetro C', a 2d da face do pilar, não suporta por si só os esforços solicitantes, sendo necessário a adoção de armadura de punção nessa região.

Até agora, os cálculos de tensão resistente, solicitante, etc., foram iguais ao do caso anterior. Na sequência, a verificação e o dimensionamento da armadura de punção vão levar em conta o "d" reduzido.

5.2.3 Verificação da tensão resistente e solicitante na superfície crítica C' com armadura de punção ("d" reduzido)

- Raio do perímetro crítico reduzido

$$R = 2d = 2 * 23,3 = 46,6 \text{ cm}$$

- Perímetro crítico reduzido

$$u = 2(x + y) + 2\pi R$$

$$u = 2(60 + 25) + 2 * \pi * 46,6$$

$$u = 462,78 \text{ cm}$$

- Módulo de resistência plástica Wp

$$W_{px} = \frac{60^2}{2} + 60 * 25 + 4 * 25 * 23,3 + 16 * 23,3^2 + 2 * \pi * 23,3 * 60$$

$$W_{px} = 23100,13 \text{ cm}^2$$

$$W_{py} = \frac{25^2}{2} + 25 * 60 + 4 * 60 * 23,3 + 16 * 23,3^2 + 2 * \pi * 23,3 * 25$$

$$W_{py} = 19750,70 \text{ cm}^2$$

- Tensão solicitante no perímetro C'

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{d_{red} * u} + \frac{Kx * M_{sdx}}{W_{px} * d_{red}} + \frac{Ky * M_{sdy}}{W_{py} * d_{red}}$$

$$\tau_{sd} = \frac{52,78}{462,78 * 23,3} + \frac{0,74 * 406}{23100,13 * 23,3} + \frac{0,45 * 1554}{19750,7 * 23,3}$$

$$\tau_{sd} = 0,00697 \frac{tf}{cm^2} = 6,97 \frac{kgf}{cm^2}$$

- Tensão resistente considerando a armadura de punção

A determinação da tensão resistente do concreto é dividida em duas partes, sendo a primeira parte referente à parcela de carga resistida pelo concreto e a segunda parte referente à parcela de carga resistida pela armadura de punção. Devido a isso, é utilizado o “d” normal para a determinação da parcela resistente do concreto e o “d” reduzido para a determinação da parcela resistente do aço.

$$\tau_{Rd3} = 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha}{u \cdot d}$$

$$\tau_{Rd3} = \tau_{sd}$$

$$0,697 = 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{24,9}} \right) (100 * 0,002956 * 35)^{1/3} + 1,5 * \frac{A_{sw} 391 * \sin 90^\circ}{462,78 * s_r}$$

$$\frac{A_{sw}}{s_r} = 0,2239 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

Adotando os mesmos espaçamentos do exercício anterior, não excedendo os limites determinados, será usado um s_r igual a 18cm. Portanto:

$$A_{sw} = 0,2239 * 18$$

$$A_{sw} = 4,03 \text{ cm}^2/\text{linha}$$

Adotando 10 barras por linha de armadura:

$$A_{sw} = \frac{4,03}{10} = 0,403 \text{ cm}^2$$

$$\phi = \sqrt{\frac{(0,403 * 4)}{3,1415}} = 0,7163 \text{ cm}$$

$$\phi_{adotado} = 8 \text{ mm}$$

Sendo assim, serão 10 barras de 8mm por linha de armadura de punção.

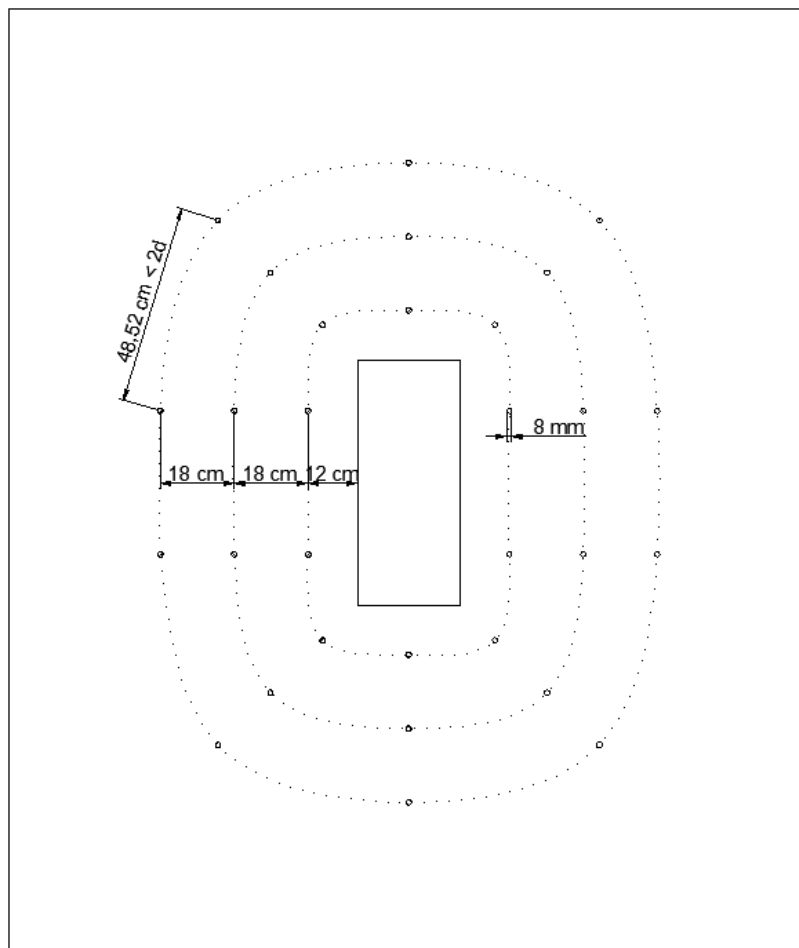


FIGURA 46 - ESQUEMA DA DISTRIBUIÇÃO DAS ARMADURAS. FONTE: OS AUTORES (2014).

5.2.4 Tensão resistente à punção no contorno C'' sem armadura de punção

Como nessa região não há armadura de punção, utiliza-se o “d” normal, e calcula-se o perímetro, o módulo da resistência plástica e as tensões solicitantes e resistentes como no caso anterior.

$$u_n = 763,02 \text{ cm}$$

$$W_{px} = 61404,62 \text{ cm}^2$$

$$W_{py} = 56385,36 \text{ cm}^2$$

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{d * u_n} + \frac{Kx * M_{sdx}}{W_p * d} + \frac{Ky * M_{sdy}}{W_p * d}$$

$$\tau_{sd} = \frac{52,78}{24,9 * 763,02} + \frac{0,74 * 406}{61404,97 * 24,9} + \frac{0,45 * 1554}{56385,36 * 24,9}$$

$$\tau_{sd} = 0,00347 \frac{tf}{cm^2} = 3,47 \frac{kgf}{cm^2}$$

$$\tau_{Rd1} > \tau_{sd}$$

5.3 Caso 3: Estudo de laje apoiada sobre um pilar de sessão quadrada, utilizando o “d” normal.

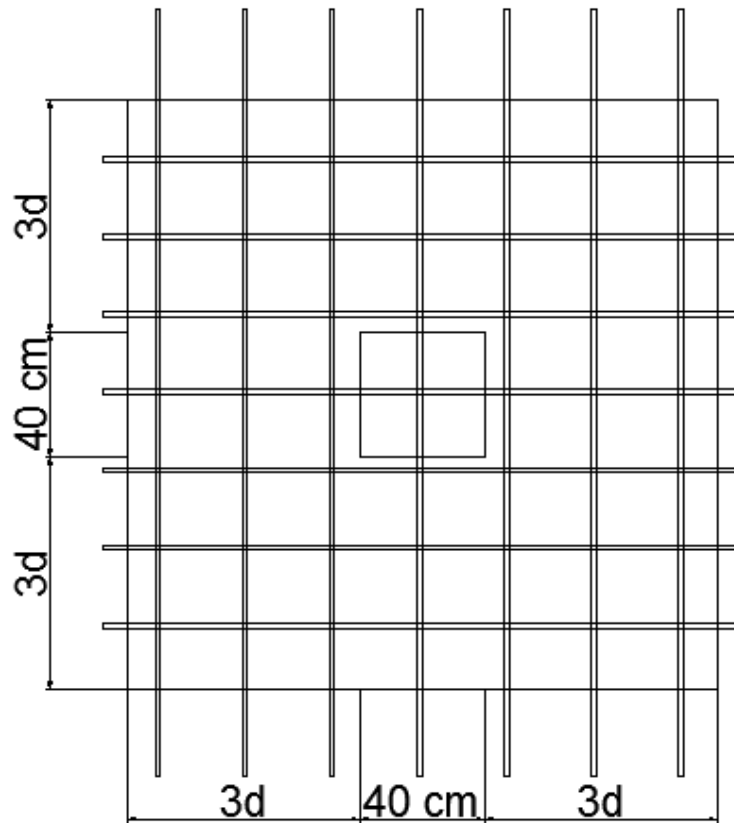


FIGURA 47 - ESQUEMA DAS ARMADURAS A 3D DA FACE DO PILAR QUADRADO. FONTE: OS AUTORES (2014).

A seguir serão determinados os respectivos valores resistentes e solicitantes seguindo a seguinte ordem:

- ❖ Determinação dos parâmetros para o perímetro ao redor do pilar;
- ❖ Determinação dos parâmetros para o perímetro a $2d$ da face pilar;
- ❖ Determinação dos parâmetros para o perímetro a $2d$ da última linha de armadura de punção.

Sendo esta última, considerando uma distribuição radial das armaduras de punção, não excedendo a distância entre o pilar e a primeira linha de armadura em $0,5d$ e entre as demais linhas de armadura não excedendo $0,75d$. Para que o perímetro crítico C'' seja constante, a distância radial entre as armaduras de punção não devem exceder $2d$.

5.3.1 Dados preliminares

Para esse estudo, será adotado um pilar de área semelhante, substituindo o pilar retangular para que se possa ter um parâmetro a mais para comparar os estudos. Sendo assim, o pilar quadrado possuirá lado igual a 40cm , possuindo a mesma resistência característica igual a 35Mpa . Os esforços solicitantes serão os mesmos.

$$F_{sd} = 52,78 \text{ tf}$$

$$M_{s_{dx}} = 4,06 \text{ tf.m}$$

$$M_{s_{dy}} = 15,54 \text{ tf.m}$$

A laje possui uma espessura de $28,5\text{cm}$, possuindo cobrimento nominal igual a 2cm . As armaduras nas direções x e y possuem diâmetro igual a 16mm , sendo assim:

$$dx = 28,5 - \left(2 + \frac{1,6}{2}\right) = 25,7\text{cm}$$

$$dy = 28,5 - \left(2 + 1,6 + \frac{1,6}{2}\right) = 24,1\text{cm}$$

$$d = \frac{25,7 + 24,1}{2} = 24,9 \text{ cm}$$

5.3.2 Verificação da tensão de compressão diagonal do concreto na primeira superfície crítica: C = face do pilar

$$x = y = 40 \text{ cm}$$

- Perímetro crítico no contorno C

$$u_o = 2(x + y) = 2(40 + 40)$$

$$u_o = 160 \text{ cm}$$

- Determinação do coeficiente de forma do pilar K

$$\frac{x}{y} = \frac{40}{40} = 1$$

$$Kx = Ky = 0,6$$

Os valores do coeficiente de forma do pilar K foram tirados da tabela 19.2 da NBR 6118/2003, conforme mencionado anteriormente.

- Módulo de resistência plástica W_{p0}

$$W_{p0} = \frac{C_{(1,2)}^2}{2} + C_1 * C_2$$

$$W_{px0} = W_{py0} = \frac{40^2}{2} + 40 * 40 = 2400 \text{ cm}^2$$

- Tensão solicitante no contorno C

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{d * u_o} + \frac{Kx * M_{sdx}}{W_{px0} * d} + \frac{Ky * M_{sdy}}{W_{py0} * d}$$

$$\tau_{sd} = \frac{52,78}{24,9 * 160} + \frac{0,6 * 406}{2400 * 24,9} + \frac{0,6 * 1554}{2400 * 24,9}$$

$$\tau_{sd} = 0,03292 \frac{tf}{cm^2} = 32,92 \frac{kgf}{cm^2}$$

- Tensão resistente no contorno C

$$\tau_{Rd2} = 0,27 * \alpha * fcd$$

$$fcd = \frac{35}{1,4} = 25 \text{ MPa} = 250 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\alpha_v = \left(1 - \frac{fck}{250}\right) = \left(1 - \frac{35}{250}\right)$$

$$\alpha_v = 0,86$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 * 0,86 * 250 = 58,05 \frac{kgf}{cm^2}$$

$$\tau_{Rd2} > \tau_{sd} \text{ OK!}$$

A tensão resistente do concreto é superior aos esforços solicitantes no contorno do pilar, portanto, verifica.

5.3.3 Verificação da tensão resistente e solicitante na superfície crítica C' (2d da face do pilar) sem armadura de punção

- Perímetro crítico

Para a região crítica C', distando 2d da face do pilar, ou seja, 49,8cm, chega-se a um perímetro crítico igual a:

$$u = 2(x + y) + 2\pi R$$

$$u = 2(40 + 40) + 2 * \pi * 49,8 = 472,9cm$$

- Módulo da resistência plástica Wp no contorno C'

$$C_1 = C_2 = 40 \text{ cm}$$

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1$$

$$W_{py} = W_{px} = \frac{40^2}{2} + 40 * 40 + 4 * 40 * 24,9 + 16 * 24,9^2 + 2 * \pi * 24,9 * 40$$

$$W_{px} = 22562,21 \text{ cm}^2$$

- Tensão solicitante perímetro C'

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{d * u} + \frac{Kx * M_{sdx}}{W_{px} * d} + \frac{Ky * M_{sdy}}{W_{py} * d}$$

$$\tau_{sd} = \frac{52,78}{472,9 * 24,9} + \frac{0,6 * 406}{22562,21 * 24,9} + \frac{0,6 * 1554}{22562,21 * 24,9}$$

$$\tau_{sd} = 0,00657 \frac{tf}{cm^2} = 6,57 \frac{kgf}{cm^2}$$

- Tensão resistente no contorno C'

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3}$$

Para a determinação da taxa de armadura na direção x serão ao todo 7 barras com diâmetro de 16mm, sendo assim:

$$\rho_x = \frac{A_{sx}}{(2 \cdot 3d + y) \cdot d} = \frac{7 \cdot \frac{\pi \cdot 1,6^2}{4}}{189,4 \cdot 24,9} = 0,002984$$

Para a determinação da taxa de armadura na direção y serão ao todo 3 barras com diâmetro de 16mm mais 4 barras com diâmetro de 12,5mm, sendo assim:

$$\rho_y = \frac{A_{sy}}{(2 \cdot 3d + x) \cdot d} = \frac{3 \cdot \frac{\pi \cdot 1,6^2}{4} + 4 \cdot \frac{\pi \cdot 1,25^2}{4}}{189,4 \cdot 24,9} = 0,00232$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} = \sqrt{0,002984 \cdot 0,00232} = 0,002631$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{24,9}} \right) (100 \cdot 0,002631 \cdot 35)^{1/3}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,5167 \text{ Mpa} = 5,167 \frac{Kgf}{cm^2}$$

$$\tau_{Rd1} < \tau_{sd}$$

A tensão resistente do concreto no perímetro C', a 2d da face do pilar, não suporta por si só os esforços solicitantes, sendo necessário a adoção de armadura de punção nessa região.

5.3.4 Dimensionamento da armadura de punção

$$\tau_{Rd3} = 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha}{u \cdot d}$$

Para calcular o valor de f_{ywd} , será necessária uma interpolação entre os valores estabelecidos em norma de 300MPa e 435Mpa, devido ao fato da altura da laje estar entre 15cm e 35cm. Portanto:

$$f_{ywd} = \left(\frac{28,5 - 15}{35 - 15} \right) * (435 - 300) + 300 = 391 \text{ MPa}$$

$$\tau_{Rd3} = 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{24,9}} \right) (100 * 0,002631 * 35)^{1/3} + 1,5 \frac{A_{sw} * 391 * \sin 90^\circ}{s_r * 472,9}$$

$$\tau_{Rd3} = \tau_{sd}$$

$$0,657 = 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{24,9}} \right) (100 * 0,002631 * 35)^{1/3} + 1,5 \frac{A_{sw} * 391 * \sin 90^\circ}{s_r * 472,9}$$

Resolvendo a equação acima e isolando a área de armadura de punção dividida pelo espaçamento entre linhas:

$$\frac{A_{sw}}{s_r} = 0,209 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

Para s_r menor que $0,75d$ ($s_r < 18,6\text{cm}$), o espaçamento entre linhas s_r adotado foi de 18cm. Logo:

$$A_{sw} = 0,209 * 18 = 3,77 \text{ cm}^2/\text{linha}$$

Através da geometria do pilar, foi adotada uma distribuição para que o perímetro crítico C'', a $2d$ da última linha de armadura, fosse constante, definindo-se assim 12 conectores stud por linha de armadura de punção.

$$\phi = \frac{3,77}{12} = 0,314 \text{ cm}^2$$

$$\phi_{calc} = \sqrt{\frac{0,314 * 4}{\pi}} = 0,632cm$$

$$\phi_{adotado} = 8\text{ mm}$$

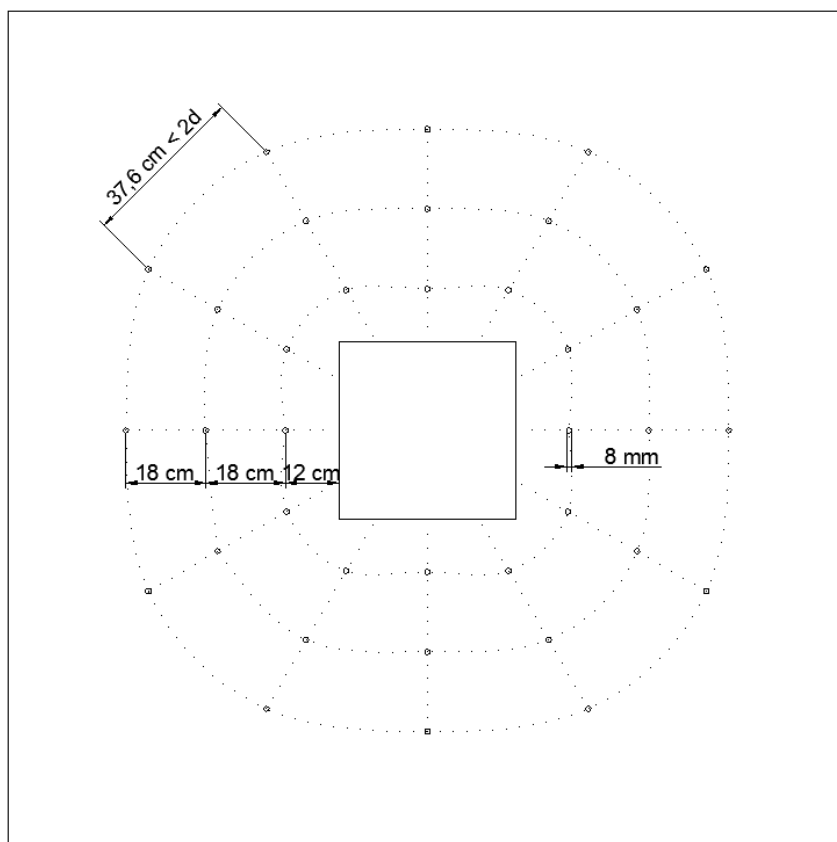


FIGURA 48 - ESQUEMA DA DISTRIBUIÇÃO DAS ARMADURAS. FONTE: OS AUTORES (2014).

5.3.5 Tensão resistente a punção no contorno C'' (a 2d da última linha de conectores stud) sem armadura de punção

Uma consideração foi tomada para a determinação do perímetro crítico na região a 2d da última linha de armaduras de punção, a determinação do raio para o cálculo do perímetro, conforme a figura a seguir:

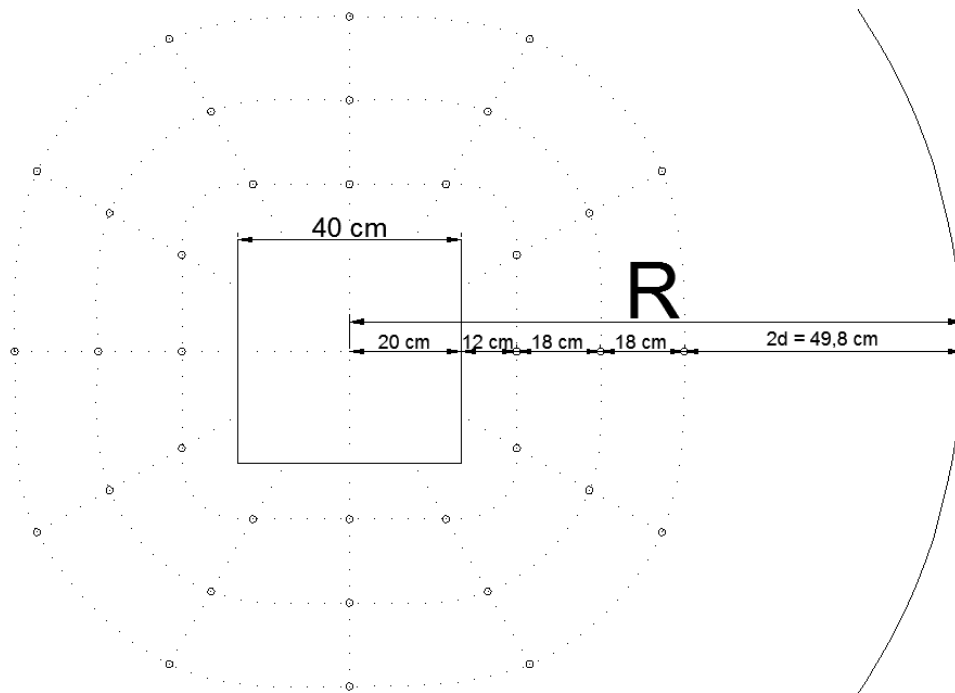


FIGURA 49 - PERÍMETRO CRÍTICO C'' PARA PILAR QUADRADO. FONTE: OS AUTORES (2014).

$$R = 20 + 12 + 18 + 18 + 49,8$$

$$R = 117,8 \text{ cm}$$

$$u_n = 2\pi R$$

$$u_n = 2 * \pi * 117,8$$

$$u_n = 740,14 \text{ cm}$$

Com essa consideração do perímetro crítico, é necessário determinar a resistência plástica W_p para o respectivo contorno. Sendo assim:

- Determinando o W_p

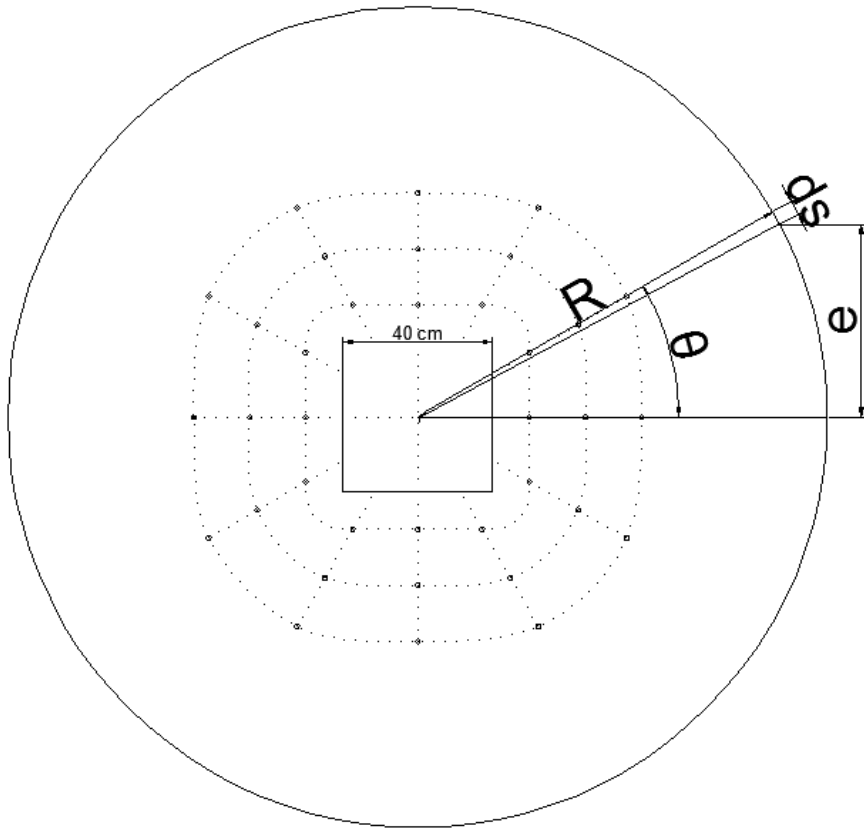


FIGURA 50 - DETERMINAÇÃO DO W_p PARA O PILAR QUADRADO. FONTE: OS AUTORES (2014).

$$e = R * \text{sen } \theta$$

$$W_p = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (R * \text{sen } \theta) R d\theta$$

$$W_p = 4R \left[R \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\text{sen } \theta) d\theta \right]$$

$$W_p = 4R \left[R(-\cos \theta) \frac{\pi}{2} \right]$$

$$W_p = 4R[R(0 + 1)]$$

$$W_p = 4R^2$$

Resolvendo:

$$W_p = 4 * 117,8^2$$

$$W_{px,y} = 55507,36 \text{ cm}^2$$

- Tensão solicitante no contorno C''

Como nessa região não há armadura de punção, utiliza-se o “d” normal, e calcula-se o perímetro, o módulo da resistência plástica e as tensões solicitantes e resistentes como no caso anterior.

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{d * u_n} + \frac{Kx * M_{sdx}}{W_p * d} + \frac{Ky * M_{sdy}}{W_p * d}$$

$$\tau_{sd} = \frac{52,78}{24,9 * 740,14} + \frac{0,6 * 406}{55507,36 * 24,9} + \frac{0,6 * 1554}{55507,36 * 24,9}$$

$$\tau_{sd} = 0,003715 \frac{tf}{cm^2} = 3,715 \frac{kgf}{cm^2}$$

$$\tau_{Rd1} > \tau_{sd}$$

Uma vez que o cálculo da tensão resistente do concreto a 2d da última linha de armaduras é igual ao cálculo da tensão resistente no perímetro C' sem armadura punção, pode-se considerar a mesma expressão. Logo, a tensão resistente do concreto a 2d da última linha de armaduras de punção é maior que o solicitante, não existindo necessidade de instalar mais uma linha de conectores *stud*.

5.4 Caso 4: Estudo de laje apoiada sobre um pilar de seção quadrada, utilizando o “d” reduzido.

A verificação da punção no contorno C e C' devem ser realizadas utilizando o “d” normal. Caso exista a necessidade de colocar armadura de punção, ocasionada pela não verificação da tensão resistente no perímetro C', os cálculos da tensão resistente e solicitante serão realizados com o “d” reduzido.

$$d_{normal} = 24,9 \text{ cm}$$

$$d_{red} = 28,5 - (2 + 1,6 + 1,6) = 23,3 \text{ cm}$$

Seguindo os mesmos princípios do estudo anterior, com os mesmos valores de esforços:

$$Fsd = 52,78 \text{ tf}$$

$$Ms_{dx} = 4,06 \text{ tf.m}$$

$$Ms_{dy} = 15,54 \text{ tf.m}$$

Dando sequência ao estudo, será mudada apenas a altura útil da laje no momento de verificação e dimensionamento da armadura de punção.

- Perímetro crítico no contorno C:

$$u_o = 2(x + y) = 2(40 + 40)$$

$$u_o = 160 \text{ cm}$$

- Determinação do coeficiente de forma do pilar K:

$$\frac{x}{y} = \frac{40}{40} = 1$$

$$Kx = Ky = 0,6$$

Os valores do coeficiente de forma do pilar K foram tirados da tabela 19.2 da NBR 6118/2003, conforme mencionado anteriormente.

- Módulo de resistência plástica W_{p0} :

$$W_{p0} = \frac{C_{(1,2)}^2}{2} + C_1 * C_2$$

$$W_{px0} = W_{py0} = \frac{40^2}{2} + 40 * 40 = 2400 \text{ cm}^2$$

- Tensão solicitante no contorno C:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{d * u_o} + \frac{Kx * M_{sdx}}{W_{px0} * d} + \frac{Ky * M_{sdy}}{W_{py0} * d}$$

$$\tau_{sd} = \frac{52,78}{24,9 * 160} + \frac{0,6 * 406}{2400 + 24,9} + \frac{0,6 * 1554}{2400 * 24,9}$$

$$\tau_{sd} = 0,03292 \frac{tf}{cm^2} = 32,92 \frac{kgf}{cm^2}$$

- Tensão resistente no contorno C

$$\tau_{Rd2} = 0,27 * \alpha * fcd$$

$$fcd = \frac{35}{1,4} = 25 \text{ MPa} = 250 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\alpha_v = \left(1 - \frac{fck}{250}\right) = \left(1 - \frac{35}{250}\right)$$

$$\alpha_v = 0,86$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 * 0,86 * 250 = 58,05 \frac{kgf}{cm^2}$$

$$\tau_{Rd2} > \tau_{sd} \text{ OK!}$$

A tensão resistente do concreto é superior aos esforços solicitantes no contorno do pilar, portanto, verifica.

5.4.1 Verificação da tensão resistente e solicitante na superfície crítica C' (2d da face do pilar) sem armadura de punção

- Perímetro crítico

Para a região crítica C', distando 2d da face do pilar, ou seja, 49,8cm, chega-se a um perímetro crítico igual a:

$$u = 2(x + y) + 2\pi R$$

$$u = 2(40 + 40) + 2 * \pi * 49,8 = 472,9cm$$

- Módulo da resistência plástica W_p no contorno C' :

$$C_1 = C_2 = 40 \text{ cm}$$

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1$$

$$W_{py} = W_{px} = \frac{40^2}{2} + 40 * 40 + 4 * 40 * 24,9 + 16 * 24,9^2 + 2 * \pi * 24,9 * 40$$

$$W_{px} = 22562,21 \text{ cm}^2$$

- Tensão solicitante perímetro C' :

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{d * u} + \frac{Kx * M_{sdx}}{W_{px} * d} + \frac{Ky * M_{sdy}}{W_{py} * d}$$

$$\tau_{sd} = \frac{52,78}{472,9 * 24,9} + \frac{0,6 * 406}{22562,21 * 24,9} + \frac{0,6 * 1554}{22562,21 * 24,9}$$

$$\tau_{sd} = 0,00657 \frac{tf}{cm^2} = 6,57 \frac{kgf}{cm^2}$$

- Tensão resistente no contorno C'

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \cdot \rho \cdot fck)^{1/3}$$

Para a determinação da taxa de armadura na direção x serão ao todo 7 barras com diâmetro de 16mm, sendo assim:

$$\rho_x = \frac{A_{sx}}{(2 * 3d + y) * d} = \frac{7 * \frac{\pi * 1,6^2}{4}}{189,4 * 24,9} = 0,002984$$

Para a determinação da taxa de armadura na direção y serão ao todo 3 barras com diâmetro de 16mm mais 4 barras com diâmetro de 12,5mm, sendo assim:

$$\rho_y = \frac{A_{sy}}{(2 * 3d + x) * d} = \frac{3 * \frac{\pi * 1,6^2}{4} + 4 * \frac{\pi * 1,25^2}{4}}{189,4 * 24,9} = 0,00232$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} = \sqrt{0,002984 * 0,00232} = 0,002631$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{24,9}} \right) (100 \cdot 0,002631 \cdot 35)^{1/3}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,5167 \text{ Mpa} = 5,167 \frac{\text{Kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_{Rd1} < \tau_{sd}$$

A tensão resistente do concreto no perímetro C', a 2d da face do pilar, não suporta por si só os esforços solicitantes, sendo necessário a adoção de armadura de punção nessa região.

Até agora, os cálculos de tensão resistente, solicitante, etc., foram iguais, ao do caso anterior. Na sequência, a verificação e o dimensionamento da armadura de punção vão levar em conta o “d” reduzido.

5.4.2 Verificação da tensão resistente e solicitante na superfície crítica C' com armadura de punção ("d" reduzido)

- Raio do perímetro crítico

$$R = 2d = 2 * 23,3 = 46,6 \text{ cm}$$

- Perímetro crítico reduzido

$$u = 2(x + y) + 2\pi R$$

$$u = 2(40 + 40) + 2 * \pi * 46,6$$

$$u = 452,79 \text{ cm}$$

- Módulo de resistência plástica Wp

$$W_{px} = W_{py} = \frac{40^2}{2} + 40 * 40 + 4 * 40 * 23,3 + 16 * 23,3^2 + 2 * \pi * 23,3 * 40$$

$$W_{py} = W_{px} = 20670,17 \text{ cm}^2$$

- Tensão solicitante no perímetro C'

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{d_{red} * u} + \frac{Kx * M_{sdx}}{W_{px} * d_{red}} + \frac{Ky * M_{sdy}}{W_{py} * d_{red}}$$

$$\tau_{sd} = \frac{52,78}{23,3 * 452,79} + \frac{0,6 * 406}{20670,17 * 23,3} + \frac{0,6 * 1554}{20670,17 * 23,3}$$

$$\tau_{sd} = 0,00744 \frac{tf}{cm^2} = 7,44 \frac{kgf}{cm^2}$$

- Tensão resistente considerando a armadura de punção

A determinação da tensão resistente do concreto é dividida em duas partes, sendo a primeira parte referente à parcela de carga resistida pelo concreto e a segunda parte referente à parcela de carga resistida pela armadura de punção. Devido a isso, é utilizado o “d” normal para a determinação da parcela resistente do concreto e o “d” reduzido para a determinação da parcela resistente do aço.

$$\tau_{Rd3} = 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \cdot \rho \cdot fck)^{1/3} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} \sen \alpha}{u \cdot d}$$

$$\tau_{Rd3} = \tau_{sd}$$

$$0,744 = 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{24,9}} \right) (100 * 0,002631 * 35)^{\frac{1}{3}} + 1,5 * \frac{A_{sw} 391 * \sen 90^\circ}{452,79 * s_r}$$

$$\frac{A_{sw}}{s_r} = 0,2675 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

Adotando os mesmos espaçamentos do exercício anterior, não excedendo os limites determinados, será posto um s_r igual a 18cm. Portanto:

$$A_{sw} = 0,2675 * 18$$

$$A_{sw} = 4,815 \text{ cm}^2/\text{linha}$$

Colocando 12 barras por linha de armadura:

$$A_{sw} = \frac{4,954}{12} = 0,401 \text{ cm}^2$$

$$\phi = \sqrt{\frac{(0,413 * 4)}{3,1415}} = 0,715 \text{ cm}$$

$$\phi_{adotado} = 8 \text{ mm}$$

Sendo assim, serão 12 barras de 8mm por linha de armadura de punção.

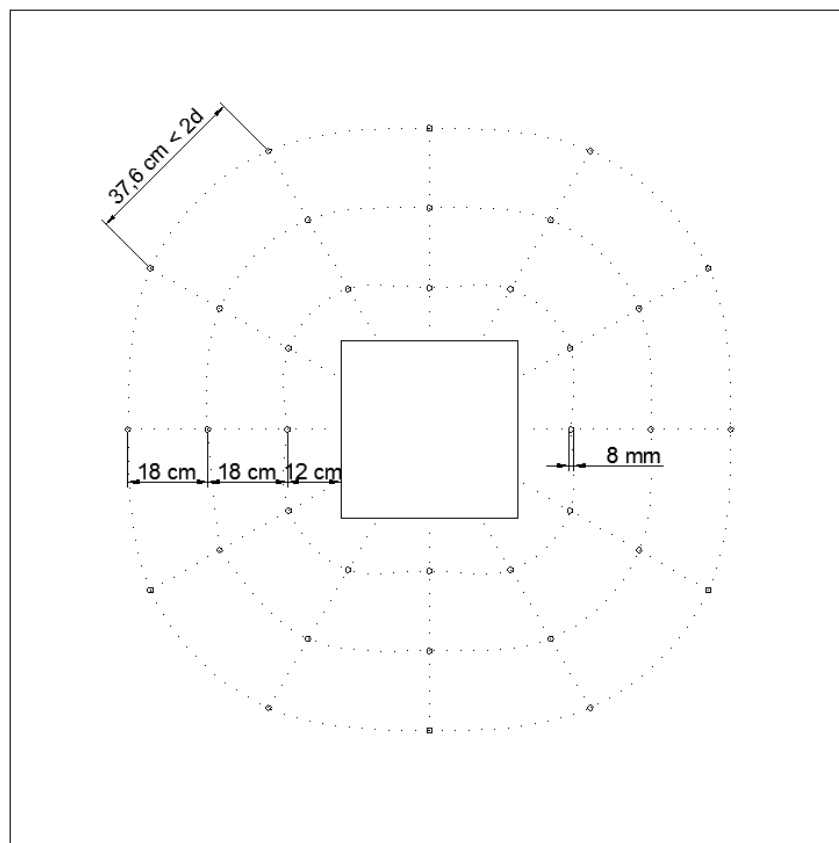


FIGURA 51 - DISTRIBUIÇÃO DAS ARMADURAS PARA A ALTURA ÚTIL REDUZIDA. FONTE: OS AUTORES (2014).

5.4.3 Tensão resistente à punção no contorno C'' sem armadura de punção

Como nessa região não há armadura de punção, utiliza-se o "d" normal, e calcula-se o perímetro, o módulo da resistência plástica e as tensões solicitantes e resistentes como no caso anterior.

$$u_n = 740,14 \text{ cm}$$

$$W_p = 55507,36 \text{ cm}^2$$

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{d * u_n} + \frac{Kx * M_{sdx}}{W_p * d} + \frac{Ky * M_{sdy}}{W_p * d}$$

$$\tau_{sd} = \frac{52,78}{24,9 * 740,14} + \frac{0,6 * 406}{55507,36 * 24,9} + \frac{0,6 * 1554}{55507,36 * 24,9}$$

$$\tau_{sd} = 0,003715 \frac{tf}{cm^2} = 3,715 \frac{kgf}{cm^2}$$

$$\tau_{Rd1} > \tau_{sd}$$

6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Focando o estudo no dimensionamento das armaduras de cisalhamento do pilar interno, serão analisados os seguintes fatores:

- ❖ Variação da altura útil da laje apoiada no pilar retangular e no pilar quadrado;
- ❖ Comparação entre as lajes apoiada no pilar retangular e no pilar quadrado.

6.1 Variação da altura útil da laje apoiada no pilar retangular e no pilar quadrado

A variação da altura útil da laje para a determinação dos esforços é objetivo do presente estudo devido ao fato da norma não mencionar se a armadura de punção está interna às armaduras de flexão, bem como outros métodos de montagem, que implicam em refinar o dimensionamento desta.

A variação da altura útil para o dimensionamento da armadura de punção faz com que certos parâmetros variem, tais como o módulo da resistência plástica, perímetro crítico e tensão solicitante que influenciam diretamente na área de armadura que resistirá ao puncionamento.

TABELA 5 - PARÂMETROS DE CÁLCULO DO PILAR RETANGULAR PARA O PERÍMETRO C'

Parâmetros (C')	"d" normal (A)	"d" reduzido (B)	Percentual (B/A)
Perímetro crítico	482,9 cm	462,78 cm	- 4,16%
W_{px}	25097,24 cm ²	23100,13 cm ²	- 7,96%
W_{py}	21619,94 cm ²	19750,7 cm ²	- 8,65%
Tensão solicitante	6,28 kgf/cm ²	6,97 kgf/cm ²	+ 10,98%
Tensão resistente	5,37 kgf/cm ²	5,37 kgf/cm ²	0%
A_{sw}	3,1842 cm ² /linha	4,03 cm ² /linha	+ 26,56%
Diâmetro calculado	6,37 mm	7,16 mm	+ 12,4%
Diâmetro adotado	8 mm	8 mm	0%

Acompanhando a TABELA 5, a variação dos valores é devido ao fato de estar sendo considerada uma superfície de controle menor que a superfície de controle de verificação do contorno C' . Isso, justificando, é pelo motivo da redução do comprimento da armadura que resistirá aos esforços de punção, ou seja, a redução da altura da armadura que resistirá aos esforços cisalhantes diminuirá a área longitudinal que é responsável por suportar os esforços de cisalhamento. Também, não menos importante, a altura da armadura influencia na ancoragem. Considerando a superfície de controle menor, ocasionará um aumento das tensões solicitantes na região, aumentando a taxa de armadura.

A redução do perímetro crítico é influenciada pela altura útil da laje utilizada na sua determinação. Sendo que para o perímetro C' a distância para o cálculo deste comprimento é igual a $2d$ da face do pilar, que, para este caso, implica em uma redução do perímetro crítico, com a utilização da altura útil reduzida, em 4,16% com relação a calculada com a utilização do “ d ” normal.

Analisando o dimensionamento, a variação do módulo de plasticidade chega a 7,96% na direção x e 8,65% na direção y , fato este que implica no aumento da tensão solicitante, pois, com a redução da altura útil da laje, para os respectivos cálculos, tem-se uma redução da distância do centro do pilar até o perímetro crítico, reduzindo o W_p , uma vez que a expressão, fornecida pela NBR 6118/2003, é a integral da distância do centro do pilar até o comprimento infinitesimal do perímetro crítico.

Uma vez, reduzido o W_p , perímetro crítico e a altura útil, a resultante da tensão solicitante, por sua vez, aumenta. Isto pelo fato de estar sendo considerada a superfície de controle mais próxima ao pilar. A redução da área de influência implica em uma maior solicitação de esforços cisalhantes, isto aumenta a quantidade de armadura necessária para resistir a esses esforços compensando a redução da altura da armadura.

Levando em conta todas as considerações supracitadas e igualando a tensão solicitante do “ d ” reduzido com a expressão da tensão resistente, em fim, resulta na área de armadura por distância entre linhas. Sendo que para o cálculo do espaçamento máximo entre linhas deve-se levar em conta o “ d ”

normal, porque o último pino *stud* deve estar o mais próximo possível do perímetro C'.

Para a determinação da taxa de armadura por linha foi utilizado o “d” normal para que a última linha de armaduras chegasse ao perímetro C'. Caso fosse utilizado o “d” reduzido, ter-se-ia uma taxa de armadura menor, com espaçamento menor. No entanto, com a utilização destes dados a última linha de armaduras estaria distante do perímetro C', sendo necessário acrescentar mais uma linha de armadura para satisfazer a condição da armadura chegar ou ultrapassar o perímetro crítico.

Logo, utilizando o “d” reduzido, chega-se a uma taxa de armadura 26,56% maior, pelo fato de estar sendo levado em conta a tensão solicitante maior para este dimensionamento. Este aumento é justificado pelo fato de estar sendo considerada a locação da armadura de punção interna às armaduras de flexão, que implicaria na redução da área resistente ao cisalhamento. Para compensar essa redução, é necessário aumentar a bitola do pino *stud* aumentando-se a área resistente.

Apesar de todas as considerações realizadas, o diâmetro final adotado ficou igual a 8 mm para ambos os casos, o que fará com que a armadura trabalhe dentro dos seus limites em ambos os métodos de dimensionamentos.

TABELA 6 - PARÂMETROS DE CÁLCULO DO PILAR QUADRADO PARA O PERÍMETRO C'

Parâmetros (C')	“d” normal (A)	“d” reduzido (B)	Percentual (B/A)
Perímetro crítico	472,9 cm	452,79 cm	- 4,25%
$W_{px} = W_{py}$	22562,028 cm ²	19890 cm ²	- 11,84%
Tensão solicitante	6,57 kgf/cm ²	7,54 kgf/cm ²	+ 14,76%
Tensão resistente	5,167 kgf/cm ²	5,167 kgf/cm ²	0%
A_{sw}	3,77 cm ² /linha	4,95 cm ² /linha	+ 31,40%
Diâmetro calculado	6,32 mm	7,25 mm	+ 14,71%
Diâmetro adotado	8 mm	8 mm	+ 0%

Semelhante ao estudo de laje apoiada sobre o pilar retangular, a laje apoiada sobre o pilar quadrado apresentou variações semelhantes. Uma das poucas diferenças que existem está na determinação do módulo de resistência plástica, que para o pilar quadrado é igual em ambas às direções.

6.2 Comparação entre as lajes apoiada no pilar retangular e no pilar quadrado

Após a análise da altura útil da laje como fator diferenciador no dimensionamento da estrutura, cabe a comparação entre os tipos de apoio da laje no que a sessão de um pilar pode influenciar no resultado final. Buscando um comparativo mais coerente, buscou-se adotar uma área semelhante entre os pilares retangular e quadrado.

TABELA 7 - COMPARAÇÃO ENTRE PILAR RETANGULAR E QUADRADO: “D” NORMAL

Parâmetros (C')	P. Retangular (A)	P. Quadrado (B)	Percentual (B/A)
	“d” normal		
Perímetro crítico	482,9 cm	472,9 cm	- 2,07%
Wpx	25097,24 cm²	22562,028 cm²	- 10,10%
Wpy	21619,83 cm²	22562,028 cm²	+ 4,36%
Tensão solicitante	6,28 kgf/cm²	6,57 kgf/cm²	+ 4,62%
Tensão resistente	5,37 kgf/cm²	5,167 kgf/cm²	- 3,78%
Asw	3,18 cm²/linha	3,77 cm²/linha	+ 18,55%
Diâmetro calculado	6,37 mm	6,32 mm	- 0,8%
Diâmetro adotado	8 mm	8 mm	0%

Como apresentado na TABELA 7, os resultados mostram que o pilar quadrado tende a ter esforços mais concentrados que o pilar retangular. Um

dos motivos para isso é o fator de forma do pilar “Kx” e “Ky” que determinam a parcela do momento que será transferida por cisalhamento na superfície de controle. Outro motivo é o perímetro dos pilares, que no caso do pilar quadrado o perímetro é menor que do pilar retangular, concluindo-se que a superfície de controle esta mais próxima no pilar quadrado, resultando em maiores esforços nessa região. Juntamente com isso, o módulo de resistência plástica também é influenciado.

O diâmetro calculado não sofreu demasiada variação por terem sido utilizados dois conectores a mais por linha para a distribuição das armaduras no pilar quadrado, para deixar uma distribuição uniforme das armaduras e não deixar uma distância maior que $2d$ entre conectores da última linha. No entanto, comparando taxa de armadura por linha, observa-se uma variação relativamente elevada na taxa de armadura do pilar quadrado em relação ao pilar retangular, sendo igual a 18,55%, na comparação entre as lajes dimensionadas com o “d” normal. Fato este ocasionado pelo aumento da tensão solicitante, como mencionado anteriormente.

TABELA 8 - COMPARAÇÃO ENTRE PILAR RETANGULAR E QUADRADO: “D” REDUZIDO

Parâmetros (C')	P. Retangular (A)	P. Quadrado (B)	Percentual (B/A)
	“d” reduzido		
Perímetro crítico	462,78 cm	452,79 cm	- 2,16%
Wpx	23100,13 cm²	20670,17 cm²	- 11,75%
Wpy	19750,7 cm²	20670,17 cm²	- 4,45%
Tensão solicitante	6,97 kgf/cm²	7,54 kgf/cm²	+ 8,18%
Tensão resistente	5,37 kgf/cm²	5,167 kgf/cm²	- 3,78%
Asw	4,03 cm²/linha	4,95 cm²/linha	+ 22,83%
Diâmetro calculado	7,16 mm	7,25 mm	+ 1,26%
Diâmetro adotado	8 mm	8 mm	0%

Utilizando o mesmo método comparativo, porém, comparando as lajes apoiadas sobre o pilar retangular e quadrado, dimensionados com o “d” reduzido, verifica-se que a taxa de armadura por linha fica ainda maior, ficando em torno de 22,83%, isso pela tensão solicitante ser maior em 8,18%. Fica evidente, desta forma, que a utilização do “d” reduzido agravou os esforços do pilar quadrado em relação ao pilar retangular. Isso, também, influenciado pelo “d” reduzido, que aproximou o perímetro crítico do pilar e que, por sua vez, diminuiu a área de distribuição dos esforços, ou seja, o perímetro de controle C' ficou mais próximo do pilar, gerando maiores esforços, aumentando a parcela de carga que deverá ser resistida pela armadura.

A tensão resistente também foi um dos pontos que apresentou uma leve diferença. Esta originada pela redução da taxa de armadura de flexão (ρ) à $3d$ da face do pilar quadrado em relação ao pilar retangular.

7 CONCLUSÃO

A forma como são determinadas as tensões resistentes e solicitantes pelo método da superfície de controle é suficientemente boa para o dimensionamento de armaduras de punção, sendo uma boa aproximação da realidade.

A utilização do “d” reduzido para o dimensionamento da armadura de punção, supondo essa locada internamente às armaduras de flexão, apresentou valores satisfatórios, aumentando a área de armadura responsável por suportar os esforços cisalhantes.

O concreto por si só não apresenta uma boa resistência ao cisalhamento, fazendo com que a armadura resista ao esforço. Ao considerar, em projeto, um comprimento de armadura e na obra, esta não seja corretamente montada, devido a dificuldades construtivas ou mesmo erro na leitura do projeto, a construção, como um todo, pode estar sendo prejudicada, podendo ocasionar a ruptura do concreto sem a solicitação da armadura, mesmo não atingindo a tensão de ruptura dimensionada em projeto.

Logo, o método de dimensionamento apresentado, utilizando uma altura útil menor, visa prever a montagem das armaduras internamente às armaduras de flexão e a diminuir a chance de erros por divergências entre projeto e montagem, aumentando a segurança da estrutura como um todo.

O aumento da taxa de armadura com a utilização do “d” reduzido é coerente, pois, o que vai resistir ao esforço cisalhante é a área longitudinal da armadura que será posicionada, entre às armaduras de flexão, verticalmente. Ao diminuir a altura útil da laje no cálculo, estará sendo superestimando a tensão solicitante para poder suprir a variação do comprimento da armadura, que será interna, aumentando-se o seu diâmetro e compensando a perda de área longitudinal da armadura ocasionada pela redução do comprimento total do pino.

8 REFERÊNCIAS

ALANDER, C. **Punching Prevention in Flat RC Slabs**. Im: INTERNATIONAL WORKSHOP ON PUNCHING SHEAR CAPACITY OF RC SLABS. Sweden, 2000.

AMERICAN CONCRET INSTITUTE. ACI 318/95 - ***Building code requirements for reinforced concrete***. Farmington Hills, ACI, 1995.

ANDRADE, M. A. S. **Punção em Lajes Coumelo – Estudo do Posicionamento da Armadura de Cisalhamento em Relação a Armadura de Flexão**. 1999. Dissertação – Escola de Engenharia Civil / Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 1999.

ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado – Volume 4**. Rio Grande: Dunas, 2010. v.4, 3.ed.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118 – 2003: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**, 2003.

COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON (1990). **CEB-FIP Model Code For Concrete Structures**, 1990.

CORDOVIL, F. A. B. **Lajes de concreto armado: punção**. Florianópolis. Editora da UFSC, 1997.

CORDOVIL, F. A. B. FUSCO, P. B. **Armadura de Cisalhamento para Punção em Placas de Concreto**. Im: JORNADA SUDAMERICANAS DE INGINIERÍA, 27, 1995, Tucumán. Anais, Argentina, 1995.

COSTA, V. C. M. OLIVERIA, D. C. GOMES, R. G. GUIMARÃES, G. N. **Punção em lajes de concreto armado: retangularidade dos pilares**, *Revista eletrônica de Engenharia Civil – REEC*. Universidade Federal de Goiás, Volume 5, p. 36-46, 2012.

DIAS, L. C. D. RIOS, R. D. **Estudo do Efeito de Punção em Lajes Lisas e Cogumelo Mediante a Utilização de Normas Técnicas e Resultados**

Experimentais. VI CONGRESO INTERNACIONAL SOBRE PATOLOGÍA Y RECUPERACIÓN DE ESTRUCTURAS, Córdoba – Argentina, 2010.

DIAS, L. C. D. **Estudo do efeito de punção em lajes lisas e cogumelo mediante a utilização de normas técnicas e resultados experimentais.** Porto Alegre - RS. Trabalho de conclusão de curso. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Departamento de Engenharia Civil, 2009.

DILGER, W. H. GHALI, A. **Proposed to: Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-83).** Journal of Structural Engineering, 1989.

FERREIRA, A. M. **Análise da punção e flechas em lajes maciças sem vigas de concreto armado de acordo com as prescrições da nbr 6118:2003.** São Carlos. Dissertação de mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2005.

FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Métodos de Verificação à Punção nas Lajes sem Vigas: Comparação com Resultados Experimentais.** Im: JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGINIERÍA, 25, Porto Alegre, Anais. Brasil, 1991.

GOMES, R. B. **Puching Resistance of Reinforced Concrete Flat Slabs with Shear Reinforcement.** 1991. Polytechnic of Central London, M. Phiill. PhD Thesis, London, 1991.

HEINEN, S. K. **Punção em lajes lisas de concreto armado: dimensionamento de um pavimento.** Florianópolis - SC. Trabalho de conclusão de curso. Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia Civil, 2013.

INSTITUTO BRASILEIRO DO CONCRETO. **Comentários Técnicos e Exemplos de Aplicação da NB-1. NBR 6118:2003 - Projeto de estruturas de concreto – procedimento.** São Paulo: IBRACON, 2006.

LIMA, J. S. **Verificações da punção e da estabilidade global em edifícios de concreto: desenvolvimento e aplicação de recomendações normativas.** São Carlos. Dissertação de mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2001.

MARTINELLI, M. **Modelagem de Situação de Punção em Lajes de Concreto Armado Através do Método dos Elementos Finitos**. Dissertação de Mestrado – CPGE/UFRGS. Porto Alegre, 2003.

MELGES, J. L. P. **Análise experimental da punção em lajes de concreto armado e protendido**. São Carlos. Tese de doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2001.

MELGES, J. L. P. **Punção em lajes: exemplos de cálculo e análise teórica experimental**. São Carlos. Dissertação de mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1995.

OLIVEIRA, D. R. C. **Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto de Alta Resistência com Armadura Inclinada de Punção**. 1998. Dissertação – Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília. Brasília, 1998.

PILAKOUTAS, K. LI, X. **Shear band: novel punching shear reinforcement for flat slabs**. Im: The Mouchel Centenary on Innovation on Civil and Structural Engineering. p.35-45. England, 1997.

RABELLO, F. T. **Análise comparativa de normas para a punção em lajes de concreto armado**. Florianópolis - SC. Dissertação de Pós Graduação. Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, 2010.

SHEHATA, I. A. E. M. **Theory of punching in concrete slabs**. PhD Thesis. The Polytechnic of Central London. London, 1985.

TAKEYA, T. **Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em bordas de laje - cogumelo**. 1981. Dissertação – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 1981.

TRAUTWEIN, L. M. **Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Armado: Análise Experimental e Numérica**. Tese de doutorado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações. São Paulo, 2006.

VAZ, A. P. R. **Resistência à punção em lajes cogumelo de concreto armado: uma contribuição para definição de armadura mínima de cisalhamento.** Goiânia. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Goiás, Escola de Engenharia Civil, 2007.