

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
EDUARDO DIEGO ALVES PEREIRA

ANÁLISE COMPARATIVA DE NORMAS PARA O CÁLCULO DE LAJES  
SUBMETIDAS AO EFEITO DA PUNÇÃO

CURITIBA

2014

EDUARDO DIEGO ALVES PEREIRA

ANÁLISE COMPARATIVA DE NORMAS PARA O CÁLCULO DE LAJES  
SUBMETIDAS AO EFEITO DA PUNÇÃO

Trabalho de conclusão de curso apresentado à disciplina de Trabalho Final de Curso, como requisito parcial à obtenção do grau de Engenheiro Civil, do Curso de Engenharia Civil, do Departamento de Construção Civil, do Setor de Tecnologia, da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Marco André Argenta

CURITIBA

2014

## RESUMO

Apesar da solução estrutural mais convencionalmente utilizada ser composta de lajes, vigas e pilares, uma alternativa também comum é a composta somente de lajes apoiadas diretamente sobre pilares, as chamadas lajes lisas ou lajes cogumelo. Nessa ligação laje-pilar, pode existir o efeito de punção que consiste em grandes tensões cisalhantes concentradas devidas às ações fletoras e de reação vertical de apoio do pilar. A punção é um efeito relevante nas estruturas de concreto, devido ao seu potencial de afetar a integridade das estruturas atingidas. Para a verificação da punção, este trabalho tem como objetivo comparar os métodos de cálculo, dimensionamento e de detalhamento propostos por três normas muito utilizadas mundialmente: ACI 318:08, NBR 6.118:2003 e EUROCODE 02:2010. A metodologia utilizada envolve a análise à punção em uma laje sem vigas em concreto armado hipotética para comparar entre as três normas em relação à análise quanto à aplicabilidade, limitações e economia. Para isso, foram feitas verificações para casos sem armadura: tensões máximas admitidas e relações de tensão resistente sobre a tensão solicitante nas seções críticas; e para as situações que necessitem de armadura de punção, foram comparadas as relações de tensão resistente sobre a tensão solicitante e também, as áreas de armadura calculadas pelas normas em que foi necessário reforço. Os resultados indicam um maior conservadorismo da NBR 6.118:2003 em relação às outras duas normas, tendo a ACI 318:08 os resultados menos cautelosos.

Palavras-Chave: Lajes lisas. Lajes cogumelo. Concreto armado. Punção. Dimensionamento. Normalização.

## ABSTRACT

Despite the structural solution more conventionally used is composed of slabs, beams and columns, one also common alternative is composed only of slabs directly supported on columns, called flat slabs or mushroom slabs. In this slab-column connection, there may be the effect of punching shear which consists in a large shear tensions due to concentrated bending moments and vertical support reactions. The punching shear is a relevant effect on concrete structures due to their potential to affect the integrity of the affected structures. For checking of punching shear, this work stands to compare the methods of calculation, dimensioning and detailing proposed by three Standards widely used worldwide: ACI 318:08, NBR 6.118:2003 and EUROCODE 02:2010. The methodology involves the analysis to the punching shear on a hypothetical slab without beams in reinforced concrete to compare the development of a fictitious slab of concrete to compare between the three Standards to analyzing the applicability, limitations and economy. To do so, checks for cases without reinforcement bars were made: the allowed maximum tensions and resistant tensions over requesting tensions ratio in critical sections; e for situations requiring puncture reinforcement, resistant tensions over requesting tensions ratio were compared also the areas of reinforcement calculated by the standards that it was necessary. The results indicate greater conservatism of NBR 6.118:2003 compared to the other two Standards, and ACI 318:08 results were less cautious.

Keywords: Flat slabs. Mushroom slabs. Reinforced concrete. Punching shear. Dimensioning. Codes.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – COLAPSO ÚLTIMO PAVIMENTO EDIFÍCIO-GARAGEM EM WOLVERHAMPTON, INGLATERRA .....	15
FIGURA 2 – LAJE-COGUMELO COM FASES MACIÇAS NAS REGIÕES DE APOIO .....	18
FIGURA 3 – REPRESENTAÇÃO DE LAJE-LISA E LAJE-COGUMELO .....	19
FIGURA 4 – ETAPA 1: SURGIMENTO DAS FISSURAS RADIAIS .....	20
FIGURA 5 – ETAPA 2: SURGIMENTO DAS FISSURAS TANGENCIAIS NA PEÇA	21
FIGURA 6 – ETAPA 3: ROTAÇÃO DO ELEMENTO DA LAJE NA SUPERFÍCIE DE RUPTURA .....	21
FIGURA 7 – SUPERFÍCIE DE RUPTURA CARACTERÍSTICA .....	22
FIGURA 8 – POSICIONAMENTO DE ESTRIBOS TIPO GANCHO NA LAJE.....	23
FIGURA 9 - DETALHE DA ANCORAGEM DOS ESTRIBOS TIPO GANCHO .....	23
FIGURA 10 – REPRESENTAÇÃO DA ARMADURA TIPO BARRA DOBRADA .....	24
FIGURA 11 – TIPOS DE <i>SHEARHEAD</i> PARA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO.....	24
FIGURA 12 – POSIÇÃO DE <i>STUDRAILS</i> EM UMA REPRESENTAÇÃO DE LAJE-LISA .....	25
FIGURA 13 – POSSIBILIDADES DE DISTRIBUIÇÕES DOS <i>STUDRAILS</i> DENTRO DA LAJE NA REGIÃO DO APOIO .....	26
FIGURA 14 – DIVISÃO DA LAJE EM FAIXAS DE PÓRTICOS EQUIVALENTES....	29
FIGURA 15 – DEFINIÇÃO DAS FAIXAS DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES.....	30
FIGURA 16 – DISTRIBUIÇÃO DOS MOMENTOS FLETORES EM RELAÇÃO AS FAIXAS DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES.....	31
FIGURA 17 – TENSÃO DE CISALHAMENTO DEVIDA AO ESFORÇO CORTANTE E À PARCELA DE MOMENTO TRANSFERIDA .....	32
FIGURA 18 – SEÇÃO CRÍTICA PARA AS FORMAS DAS ÁREAS DE CARGAS....	33
FIGURA 19 – INFLUÊNCIA DE VAZIOS NA DEFINIÇÃO DO PERÍMETRO CRÍTICO .....	34
FIGURA 20 – DEFINIÇÃO DA SEÇÃO CRÍTICA EM ÁREAS CARREGADAS NÃO REGULARES .....	35
FIGURA 21 – INFLUÊNCIA DA POSIÇÃO DO PILAR NO PAVIMENTO NA SEÇÃO CRÍTICA.....	37

FIGURA 22 – POSSÍVEIS ELEMENTOS CONSTITUINTES NUMA LIGAÇÃO PILAR-LAJE .....	38
FIGURA 23 – SEÇÃO DA LAJE COM OS ESPAÇAMENTOS MÍNIMOS DE NORMA .....	40
FIGURA 24 – DISTÂNCIAS REGULAMENTADAS PELA NORMA DAS ARMADURAS LONGITUDINAIS.....	41
FIGURA 25 – DISTRIBUIÇÃO DOS MOMENTOS NA LAJE DE ACORDO COM A NBR 6118:2003.....	44
FIGURA 26 – DEFINIÇÃO DOS PERÍMETROS CRÍTICOS.....	45
FIGURA 27 – DEFINIÇÃO DOS PERÍMETROS CRÍTICOS C' EM REGIÕES COM ARMADURA DE PUNÇÃO.....	46
FIGURA 28 – LOCALIZAÇÃO DA SEÇÃO DE CONTROLE CONFORME PRESENÇA DE CAPITEL OU ENGROSSAMENTO DA LAJE.....	47
FIGURA 29 – DEFINIÇÃO DO PERÍMETRO CRÍTICO EM PILARES DE BORDA..	47
FIGURA 30 – DEFINIÇÃO DO PERÍMETRO CRÍTICO EM PILARES DE CANTO ..	48
FIGURA 31 – SEÇÃO COM POSIÇÃO DA ARMADURA CONTRA COLAPSO PROGRESSIVO.....	52
FIGURA 32 – REGIÕES DE BOA E MÁ ADERÊNCIA PARA A ARMADURA DE AÇO .....	53
FIGURA 33 – ESPAÇAMENTOS INDICADOS PELA NORMA PARA AS ARMADURAS DE PUNÇÃO .....	54
FIGURA 34 – SEPARAÇÃO DAS FAIXAS DE PÓRTICOS EQUIVALENTES DO EUROCODE 02:2010.....	57
FIGURA 35 – DEFINIÇÃO DOS PERÍMETROS CRÍTICOS CONFORME A FORMA DO PILAR.....	59
FIGURA 36 – INFLUÊNCIA DE ABERTURAS NA DEFINIÇÃO DAS SEÇÕES CRÍTICAS.....	59
FIGURA 37 – LAJE COM CAPITEL / ÁBACO DE LARGURA MENOR QUE 2 x ALTURA .....	60
FIGURA 38 – LAJE COM CAPITEL / ÁBACO DE LARGURA MAIOR QUE 2 x (ALTURA + ALTURA ÚTIL DA LAJE) .....	61
FIGURA 39 – FORMAÇÃO DO PERÍMETRO DE CONTROLE CONFORME A POSIÇÃO DA ARMADURA DE PUNÇÃO .....	61

FIGURA 40 – PERÍMETRO DE CONTROLE PARA PILARES DE BORDA E DE CANTO.....	62
FIGURA 41 – ESPAÇAMENTO NECESSÁRIO PARA AS ARMADURAS DE PUNÇÃO.....	65
FIGURA 42 – COBRIMENTO MÍNIMO EM UMA SEÇÃO TRANSVERSAL .....	67
FIGURA 43 – LAJE DE ESTUDO .....	74
FIGURA 44 – DIMENSÕES DOS PÓRTICOS NA LAJE .....	75
FIGURA 45 – ÁREA DE INFLUÊNCIA DA LAJE PARA O PILAR P8 .....	80
FIGURA 46 – DISTÂNCIA DA FACE DO PILAR P8 À ABERTURA MAIS PRÓXIMA .....	83
FIGURA 47 – DISTÂNCIA DA FACE DO PILAR P8 À ABERTURA MAIS PRÓXIMA .....	86
FIGURA 48 – LOCALIZAÇÃO DAS SEÇÕES CRÍTICAS DE ACORDO COM NBR 6.118:2003 .....	91
FIGURA 49 – DISTÂNCIA DA FACE DO PILAR P8 À ABERTURA MAIS PRÓXIMA .....	93
FIGURA 50 – DISTÂNCIA DA FACE DO PILAR P8 À ABERTURA MAIS PRÓXIMA .....	95
FIGURA 51 – DISTÂNCIA DA FACE DO PILAR P8 À ABERTURA MAIS PRÓXIMA .....	100
FIGURA 52 – DISTÂNCIA DO PILAR P8 À ABERTURA MAIS PRÓXIMA.....	103
FIGURA 53 – DISPOSIÇÃO DA ARMADURA DE PUNÇÃO PARA O PILAR P8 SEGUNDO A NBR 6.118:2003 .....	108
FIGURA 54 – DISPOSIÇÃO DE ARMADURA DE PUNÇÃO PARA O PILAR P8 SEGUNDO EUROCODE 02:2010.....	111
FIGURA 55 – SEÇÕES CRÍTICAS INTERIORES E EXTERIORES AO ÁBACO ...	113
FIGURA 56 – GRÁFICO DAS TENSÕES RESISTENTES MÁXIMAS NO CONTORNO INTERNO SEM ARMADURA DE PUNÇÃO .....	115
FIGURA 57 – GRÁFICO DAS RELAÇÕES $\frac{\tau_R}{\tau_S}$ SEM ARMADURA DE PUNÇÃO NO CONTORNO INTERNO PARA CADA PILAR .....	116
FIGURA 58 – GRÁFICO DA DIFERENÇA TENSÃO RESISTENTE NO CONTORNO INTERNO DA ACI 318:08 E EUROCODE 02:2010 EM RELAÇÃO A NBR 6.118:2003 .....	117

FIGURA 59 – GRÁFICO DAS TENSÕES RESISTENTES MÁXIMAS NO CONTORNO EXTERNO SEM ARMADURA DE PUNÇÃO.....	118
FIGURA 60 – GRÁFICO DAS RELAÇÕES $\frac{\tau_R}{\tau_S}$ SEM ARMADURA DE PUNÇÃO NO CONTORNO EXTERNO PARA CADA PILAR .....	119
FIGURA 61 - GRÁFICO DA DIFERENÇA DE TENSÃO RESISTENTE NO CONTORNO EXTERNO DA ACI 318:08 E EUROCODE 02:2010 EM RELAÇÃO A NBR 6.118:2003.....	120
FIGURA 62 - GRÁFICO DAS RELAÇÕES $\frac{\tau_R}{\tau_S}$ COM ARMADURA DE PUNÇÃO NO CONTORNO INTERNO PARA CADA PILAR .....	122
FIGURA 63 – ARMADURA DE PUNÇÃO NECESSÁRIA PELAS NORMAS NBR 6.118:2003 e EUROCODE 02:2010.....	123



## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – LAJES SEM VIGAS CONSIDERADAS UMA DIREÇÃO DE DEFORMAÇÃO.....	38
TABELA 2 – ESPESSURA MÍNIMA DA LAJE SEM ENGROSSAMENTOS .....	39
TABELA 3 – ESPESSURA MÍNIMA DA LAJE COM ENGROSSAMENTOS .....	39
TABELA 4 – RECOBRIMENTO MÍNIMO DO CONCRETO .....	41
TABELA 5 – VALORES DE K .....	49
TABELA 6 – REQUISITOS PARA O CONCRETO.....	55
TABELA 7 – COEFICIENTES DE REDUÇÃO DE RESISTÊNCIAS .....	56
TABELA 8 – DISTRIBUIÇÃO DOS MOMENTOS FLETORES PELAS FAIXAS DA LAJE.....	58
TABELA 9 – VALORES DE K .....	63
TABELA 10 – CLASSES DE EXPOSIÇÃO AMBIENTAL DO CONCRETO ARMADO .....	67
TABELA 11 – COBRIMENTOS MÍNIMOS DE ACORDO COM A EXPOSIÇÃO AMBIENTAL.....	68
TABELA 12 – COEFICIENTES DE PONDERAÇÕES NAS TRÊS NORMAS.....	68
TABELA 13 – DIVISÃO DA LAJE EM PÓRTICOS.....	69
TABELA 14 – DISTRIBUIÇÃO DOS MOMENTOS FLETORES ENTRE AS FAIXAS .....	70
TABELA 15 – SEÇÕES DE CONTROLE APRESENTADAS NAS NORMAS.....	71
TABELA 16 – CARGAS PERMANENTES CARACTERÍSTICAS.....	74
TABELA 17 – MOMENTOS ATUANTES NA LIGAÇÃO LAJE-PILAR P8 DE ACORDO COM ACI 318:08 .....	76
TABELA 18 – PARÂMETROS PARA OBTENÇÃO DO MOMENTO ATUANTE DE CÁLCULO PELA ACI 318:08 .....	77
TABELA 19 – MOMENTOS DE CÁLCULO PARA NA LIGAÇÃO LAJE-PILAR P8, SEGUNDO A ACI 318:08.....	77
TABELA 20 – MOMENTOS ATUANTES NA LIGAÇÃO LAJE-PILAR P8 DE ACORDO COM NBR 6.118:2003.....	78
TABELA 21 - PARÂMETROS PARA OBTENÇÃO DO MOMENTO ATUANTE DE CÁLCULO SEGUNDO NBR 6.118:2003.....	78

TABELA 22 - MOMENTOS DE CÁLCULO PARA A LIGAÇÃO LAJE-PILAR P8, SEGUNDO A NBR 6.118:2003 .....	78
TABELA 23 - MOMENTOS ATUANTES NA LIGAÇÃO LAJE-PILAR P8 DE ACORDO COM EUROCODE 02:2010 .....	79
TABELA 24 - PARÂMETROS PARA OBTENÇÃO DO MOMENTO ATUANTE DE CÁLCULO SEGUNDO EUROCODE 02:2010.....	79
TABELA 25 - MOMENTOS DE CÁLCULO PARA O PILAR P8, SEGUNDO A ACI 318:08 .....	80
TABELA 26 – REAÇÕES VERTICAIS PARA O PILAR P8 DE ACORDO COM CADA NORMA.....	81
TABELA 27 – ÁREA DE ARMADURA NEGATIVA DE FLEXÃO PARA A LAJE JUNTO AO PILAR P8 (cm <sup>2</sup> /m) .....	81
TABELA 28 - TENSÕES NAS LIGAÇÕES LAJE-PILAR DE TODOS PILARES SEGUNDO A ACI 318:08.....	89
TABELA 29 - TENSÕES NAS LIGAÇÕES LAJE-PILAR DE TODOS PILARES SEGUNDO NBR 6.118:2003.....	96
TABELA 30 - TENSÕES NAS LIGAÇÕES LAJE-PILAR DE TODOS PILARES SEGUNDO EUROCODE 02:2010.....	105
TABELA 31 – ÁREA DE ARMADURA DE PUNÇÃO E TENSÃO RESISTENTE DA LIGAÇÃO LAJE-PILAR SEGUNDO A NBR 6.118:2003 .....	109
TABELA 32 - ÁREA DE ARMADURA DE PUNÇÃO E TENSÃO RESISTENTE DA LIGAÇÃO LAJE-PILAR SEGUNDO A EUROCODE 02:2010 .....	112

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>14</b>
1.1 JUSTIFICATIVA .....	15
1.2 OBJETIVOS .....	16
1.2.1 Objetivo Geral .....	16
1.2.2 Objetivos específicos .....	16
<b>2 PUNÇONAMENTO EM LAJES</b> .....	<b>18</b>
2.1 LAJES SUJEITAS AO PUNÇONAMENTO .....	18
2.2 MECANISMO DE OCORRÊNCIA .....	20
2.3 TIPOS DE ARMADURAS DE PUNÇÃO .....	22
2.3.1 Estribos .....	22
2.3.2 Barras dobradas .....	23
2.3.3 Shearheads .....	24
2.3.4 Studrails .....	25
<b>3 NORMAS E ESPECIFICAÇÕES EM RELAÇÃO À PUNÇÃO</b> .....	<b>27</b>
3.1 ACI 318:08 .....	27
3.1.1 Coeficientes de ponderação .....	27
3.1.2 Cálculo dos esforços .....	29
3.1.3 Cálculo das resistências .....	31
3.1.4 Detalhamento .....	37
3.2 NBR 6118:2003 .....	42
3.2.1 Coeficientes de ponderação .....	42
3.2.2 Cálculo dos esforços .....	43
3.2.3 Cálculo das resistências .....	44
3.2.4 Detalhamento .....	51
3.3 EUROCODE 02:2010 .....	55

3.3.1	Coeficientes de ponderação.....	56
3.3.2	Cálculo de esforços.....	56
3.3.3	Cálculo das resistências.....	58
3.3.4	Detalhamento.....	65
3.4	COMPARATIVO ENTRE AS NORMAS.....	68
3.4.1	Coeficientes de ponderações.....	68
3.4.2	Cálculo dos esforços (Método dos Pórticos Equivalentes).....	69
3.4.3	Cálculo das resistências.....	70
<b>4</b>	<b>EXEMPLO DE VERIFICAÇÃO.....</b>	<b>73</b>
4.1	APRESENTAÇÃO DA LAJE DE ESTUDO.....	73
4.2	CARGAS ATUANTES.....	74
4.2.1	Cargas Permanentes.....	74
4.2.2	Cargas Acidentais.....	75
4.3	MOMENTOS TRANSFERIDOS AOS PILARES.....	75
4.3.1	ACI 318:08.....	76
4.3.2	NBR 6.118:2003.....	77
4.3.3	EUROCODE 02:2010.....	79
4.4	REAÇÃO VERTICAL NO PILAR.....	80
4.5	ARMADURA NEGATIVA DE FLEXÃO.....	81
<b>5</b>	<b>VERIFICAÇÕES SEM ARMADURA DE PUNÇÃO.....</b>	<b>82</b>
5.1	ACI 318:08.....	82
5.1.1	Contorno a $d/2$ da face do pilar.....	82
5.2.1	Contorno a $d/2$ do ábaco.....	85
5.3	NBR 6.118/2003.....	89
5.3.1	Contorno C (nas faces do pilar).....	89
5.3.2	Contorno C'.....	90
5.4	EUROCODE 02:2010.....	97

5.4.1 Contorno $u_0$ (nas faces do pilar).....	97
5.4.2 Contorno $u_1$ .....	98
<b>6 VERIFICAÇÕES COM ARMADURA DE PUNÇÃO.....</b>	<b>106</b>
6.1 NBR 6.118/2003.....	106
6.2 EUROCODE 02:2010.....	109
<b>7 DISCUSSÃO .....</b>	<b>113</b>
7.1 ANÁLISE SEM USO DE ARMADURA DE PUNÇÃO .....	114
7.1.1 Contorno interno.....	114
7.1.2 Contorno Externo .....	117
7.2 ANÁLISE COM ARMADURA DE PUNÇÃO .....	120
7.2.1 Gráficos da relação de $\frac{\tau_R}{\tau_S}$ (Tensão Resistente sobre a Tensão Solicitante) .	122
7.2.2 Armadura comercial necessária para resistência às tensões solicitantes.....	123
<b>8 CONCLUSÕES.....</b>	<b>125</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>127</b>
<b>APÊNDICES .....</b>	<b>130</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Dentre as diversas formas que um sistema estrutural pode admitir, a formação laje, viga e pilar de concreto armado é conhecida como o sistema mais utilizado para sustentar um edifício.

Hoje, uma das formas que tem sido bastante usada em várias situações é a solução de não se ter vigas entre a laje e os pilares, fazendo com que a laje apoie-se diretamente sobre os pilares. Isso vem das seguintes vantagens dessa opção:

- Facilidade na execução, em razão da não execução de formas das vigas, as quais produzem muitos recortes na madeira;
- Diminuição da dificuldade de lançamento e adensamento do concreto;
- Possibilidade do aumento do pé-direito dos pavimentos e diminuição da altura total do edifício;
- A superfície plana na parte inferior da laje, permite maior flexibilidade na disposição dos fechamentos verticais do pavimento.

Apesar dessas grandes vantagens, é necessária a atenção especial às altas tensões devidas ao cisalhamento e a flexão podendo causar ruína na laje por punção na área ao redor da cabeça do pilar.



FIGURA 1 – COLAPSO ÚLTIMO PAVIMENTO EDIFÍCIO-GARAGEM EM WOLVERHAMPTON, INGLATERRA  
FONTE: WOOD (2003)

Esse tipo de ruína será o objeto de estudo da presente pesquisa que se propõe a comparar três das principais normas utilizadas atualmente no mundo para o dimensionamento de lajes de concreto.

### 1.1 JUSTIFICATIVA

A atividade de normalização de produtos, materiais e serviços surgiu da necessidade da sociedade de dar soluções a problemas técnicos, assimetrias de informação e falta de qualidade mínima entregue ao cliente (IPQ, 2013).

Um dos seus benefícios é o econômico que, de acordo com um estudo publicado pelo *International Organization for Standardization* (ISO, 2011) em, é constatado que, para as empresas, pode ser encontrado um aumento de receitas anuais de 0,5% a 4,0%; além da redução de desperdícios e aumento de produtividade.

A primeira norma a apresentar um bom entendimento sobre o efeito de punção em lajes foi a ACI durante a década de 70, onde o uso de estribos de reforço

à punção demonstrou um aumento da resistência à ruína e da ductibilidade da ligação de lajes e pilares (HARRIS, 2004). A NBR 6118 de 1978 também apresentava recomendações de cálculo relativos à punção, porém não eram previstos as transferências de momentos desbalanceados, causados por forças excêntricas entre a laje e o pilar, o que poderia influenciar em muito o resultado final (Lima & Pinheiro, 2007).

Apesar dos longos anos de pesquisas desenvolvidas em relação ao efeito da punção em lajes sem vigas, ainda não dispõe de muita diferença entre as normas técnicas para o cálculo desse esforço. Isso torna viável o desenvolvimento de uma comparação entre as normas existentes, para que se possam obter as características de resultado de cada norma, possibilitando a escolha da norma de acordo com o projeto a ser desenvolvido.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 Objetivo Geral

Comparar os diferentes resultados obtidos pelas normas: ACI 318:08, NBR 6118:2003 e EUROCODE 02:2010, analisando a influência dos parâmetros empregados por cada norma no dimensionamento da laje submetida à punção.

### 1.2.2 Objetivos específicos

- Apresentar um método simples e eficiente de cálculo de punção;
- Apresentar todos os conceitos, parâmetros como esforços atuantes, tensões solicitantes e resistentes; para as formulações das normas à análise de punção;
- Comparar a tensão máxima resistida para uma mesma laje entre as três normas, sem armadura de punção;



- Comparar os resultados obtidos de armaduras de punção necessárias e resistências máximas à punção, para uma mesma laje entre as três normas.

## 2 PUNÇIONAMENTO EM LAJES

### 2.1 LAJES SUJEITAS AO PUNÇIONAMENTO

A NBR 6118:2003 classifica as lajes que possam sofrer ruína por punção em lajes-lisas e lajes-cogumelo. Esses tipos de lajes caracterizam-se por terem geralmente seu peso próprio aliviado, com suas estruturas formadas pelo tipo laje nervurada com auxílio de cubas plásticas, em que não há concreto no espaço entre as nervuras, o que facilita o vencimento de grandes vãos e cargas. Na região nervurada, sobre as cubas plásticas, é concretada uma capa de concreto (mesa) que tem a principal função de resistir aos esforços de compressão. Já a armadura longitudinal que está presente na nervura tem a função de resistir aos esforços de tração.

Há a obrigação de haver uma região maciça de laje no entorno do apoio, para que se possa suportar o efeito de punçionamento e os momentos negativos daquele local, como visto na Figura 2:



FIGURA 2 – LAJE-COGUMELO COM FASES MACIÇAS NAS REGIÕES DE APOIO

FONTE: ATEX (2013)

As lajes-lisas são lajes apoiadas diretamente sobre os pilares, sem aumento de seção da cabeça dos pilares em troncos de cone ou pirâmide invertidos,

chamados de capitéis, ou engrossamento da seção da laje na seção dos apoios (conhecido como ábaco) (NBR 6.118,2003). Já nas lajes cogumelos, tem-se a presença de capitéis, engrossamento da laje ou de ambos. Essas diferenças são demonstradas na Figura 3:

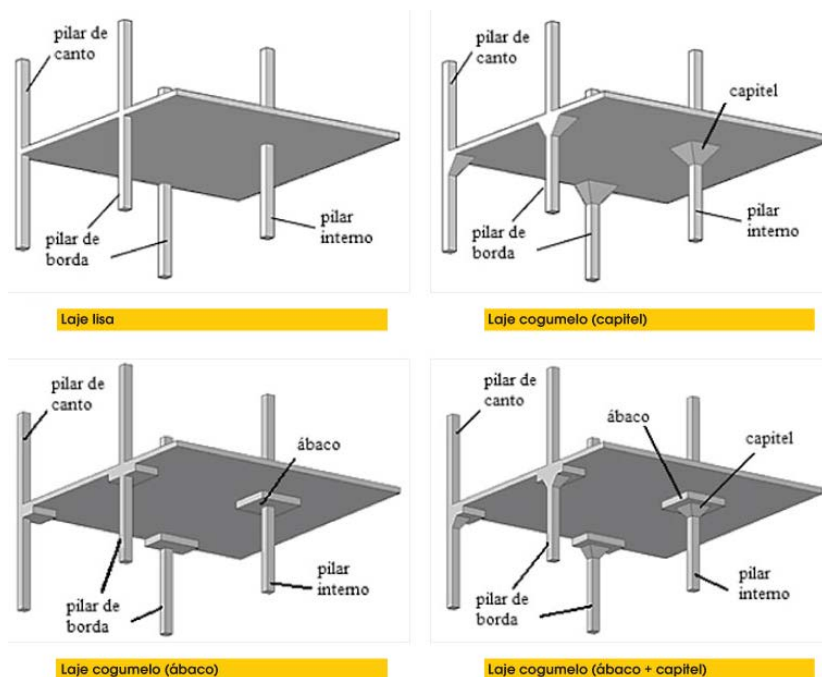


FIGURA 3 – REPRESENTAÇÃO DE LAJE-LISA E LAJE-COGUMELO

FONTE: LIMA NETO *et al.* (2013)

Apesar de arquitetonicamente a presença de capitéis e ábacos serem preteridas pela perda de regularidade na parte inferior da laje, suas funções principais são de auxiliar na resistência à punção na região. Seu uso vem caindo pela inserção de armaduras transversais de combate à punção que fornece maior ductilidade à ligação do apoio com a laje, além de economizar tempo e material na execução (MELGES, 1995).

O presente estudo foca na análise da situação estrutural da ligação de lajes e pilares quanto a punção, mas vale ser ressaltado que esse mesmo esforço pode ser encontrado em lajes de fundação (*radier*) que suportam diretamente os pilares do pavimento logo superior, lajes apoiadas diretamente sobre estacas e também, em caixas d'água ligadas sem intermédios aos pilares.

## 2.2 MECANISMO DE OCORRÊNCIA

De acordo com SHEHATA <sup>1</sup> (1993, citado por MELGES, 1995), o comportamento de uma laje quando da ruína causada por punção, segue o seguinte:

- Primeiramente, durante o período anterior à ruptura, é constatada a formação de fissuras radiais com centro no apoio até o perímetro da região maciça, conforme a Figura 4:

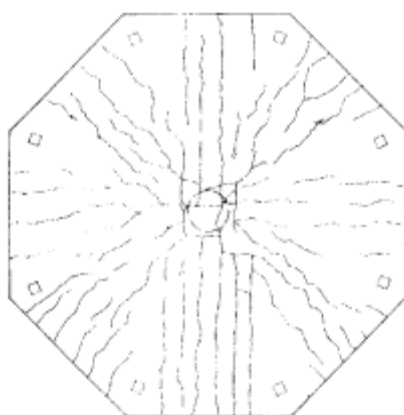


FIGURA 4 – ETAPA 1: SURGIMENTO DAS FISSURAS RADIAIS  
FONTE: MELGES (1995)

- Nos momentos próximos ao colapso do elemento, começam a aparecer fissuras tangenciais a partir do centro do apoio (Figura 5), indicando as superfícies em tronco de cone (com 30° na sua geratriz) se formando na seção interna da região e causando uma rotação dos elementos da laje fora desse tronco de cone como visto na figura 6. (SHEHATA, 1993, *apud* MELGES, 1995)

---

<sup>1</sup> SHEHATA, I.A.M. Punção em lajes. In.: **Colóquio Sobre Estruturas de Concreto**. São Paulo. **Anais** p. 209-232.

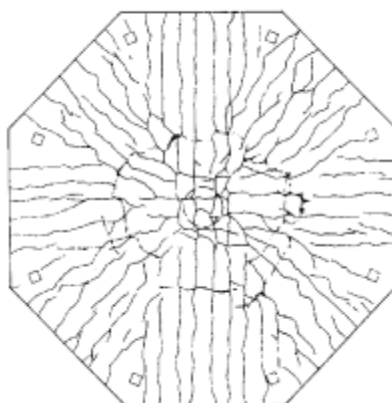


FIGURA 5 – ETAPA 2: SURGIMENTO DAS FISSURAS TANGENCIAIS NA PEÇA  
 FONTE: MELGES (1995)

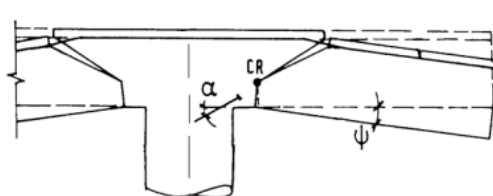


FIGURA 6 – ETAPA 3: ROTAÇÃO DO ELEMENTO DA LAJE NA SUPERFÍCIE DE RUPTURA  
 FONTE: MELGES (1995)

Segundo Melges (1995), essa ruína é caracterizada pelo deslocamento vertical da laje em uma superfície em forma de tronco de cone, com geratrizes de aproximadamente  $30^\circ$ , conforme visto na Figura 7. Pelo fato de a armadura de flexão não atingir seu limite de escoamento<sup>2</sup>, o colapso dessa laje ocorre repentinamente, sem demonstrar sinais de ruína com antecedência, sendo assim é considerada com uma ruptura frágil.

<sup>2</sup> Essa seção está contida no Domínio 4 de deformações (região subarmada) proposto pela NBR 6118:2003 na divisão de domínios conforme a posição da linha neutra no estado limite último.

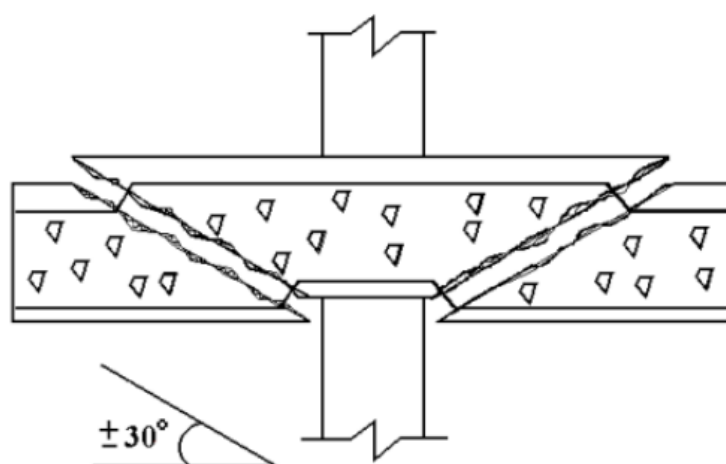


FIGURA 7 – SUPERFÍCIE DE RUPTURA CARACTERÍSTICA  
FONTE: MELGES (1995)

### 2.3 TIPOS DE ARMADURAS DE PUNÇÃO

Além da presença de capitéis e engrossamento de lajes e da escolha de um concreto com um maior valor de resistência, uma boa maneira de aumentar a resistência à punção e também, aumentar a ductilidade da ligação da laje com a região de apoio, é a utilização de armaduras de punção. Apresentam-se, a seguir, os tipos de armaduras mais usados atualmente.

#### 2.3.1 Estribos

Os estribos, feitos de barras de aço mais finas que as da armadura longitudinal, podem ser abertos (em forma de “U” ou em ganchos) ou fechados em formações retangulares associadas a outros estribos ou não. Conforme Rabello (2010), há a limitação de seu uso em decorrência da espessura total da laje. Para casos de lajes muito delgadas, pode haver escorregamento da ancoragem dos mesmos, causado assim uma perda de resistência efetiva da ligação e o posterior aparecimento de fissuras ou outros indicativos de falta de resistência.



FIGURA 8 – POSICIONAMENTO DE ESTRIBOS TIPO GANCHO NA LAJE  
 FONTE: LEE & ROBERTSON (1999)

No caso da escolha de estribos do tipo gancho, estes devem estar devidamente ancorados nas armaduras longitudinais de flexão, sem folgas (como visto na Figura 9), para que não haja diminuição da resistência da região e possível insegurança estrutural da laje.

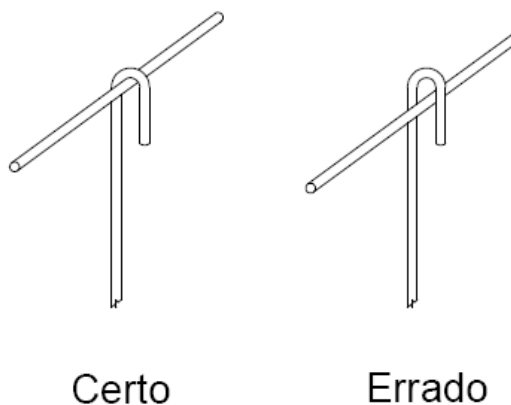


FIGURA 9 - DETALHE DA ANCORAGEM DOS ESTRIBOS TIPO GANCHO  
 FONTE: IBRACON (2003)

### 2.3.2 Barras dobradas

Esse tipo de armadura corresponde ao prolongamento da armadura negativa da seção e sua posterior ancoragem na face inferior da laje. A principal dificuldade nesse tipo de armadura é que ela é inviável para pilares de bordas e cantos de

pavimento, além de sofrer os mesmos problemas de ancoragem para lajes delgadas, de acordo com Melges (1995).

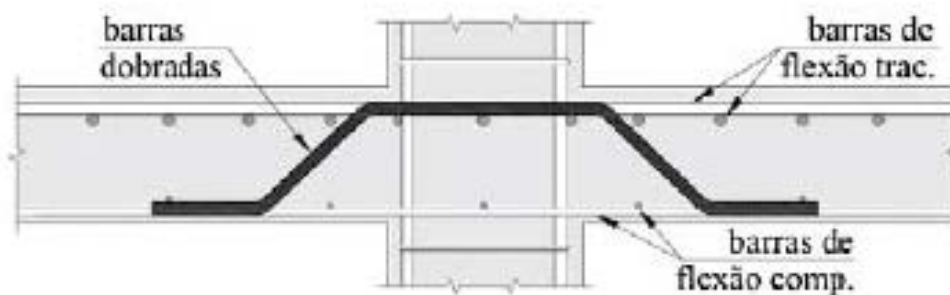


FIGURA 10 – REPRESENTAÇÃO DA ARMADURA TIPO BARRA DOBRADA  
 FONTE: OLIVEIRA et al. (2013) Modificado pelo autor

### 2.3.3 Shearheads

Desenvolvido por Gene W. Corley e Neil M. Hawkins na década de 1960, o *shearhead* consiste em perfis metálicos soldados atravessando ou circundando a região do pilar (YAN, 2011), conforme Figura 11 a seguir:



FIGURA 11 – TIPOS DE SHEARHEAD PARA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO  
 FONTE: CORLEY E HAWKINS (1968)

Corley e Hawkins na publicação de apresentação desse sistema "*Shearhead Reinforcement for Slabs*" afirmam que o ganho de resistência em pilares internos e com carregamento simétrico é da ordem de 75% comparado com a laje sem qualquer tipo de armadura de punção. (MELGES, 1995).



### 2.3.4 Studrails

Os *Studrails* correspondem à colocação de conectores do tipo pino fixados a um trilho, ambos metálicos, que terão a função de transmitir o esforço cortante da laje para o pilar. Sua posição na laje pode variar entre radialmente ou ortogonalmente ao pilar, variando principalmente com as condições do entorno e da forma do pilar.



FIGURA 12 – POSIÇÃO DE *STUDRAILS* EM UMA REPRESENTAÇÃO DE LAJE-LISA

FONTE: ANCON (2013) Modificado pelo autor

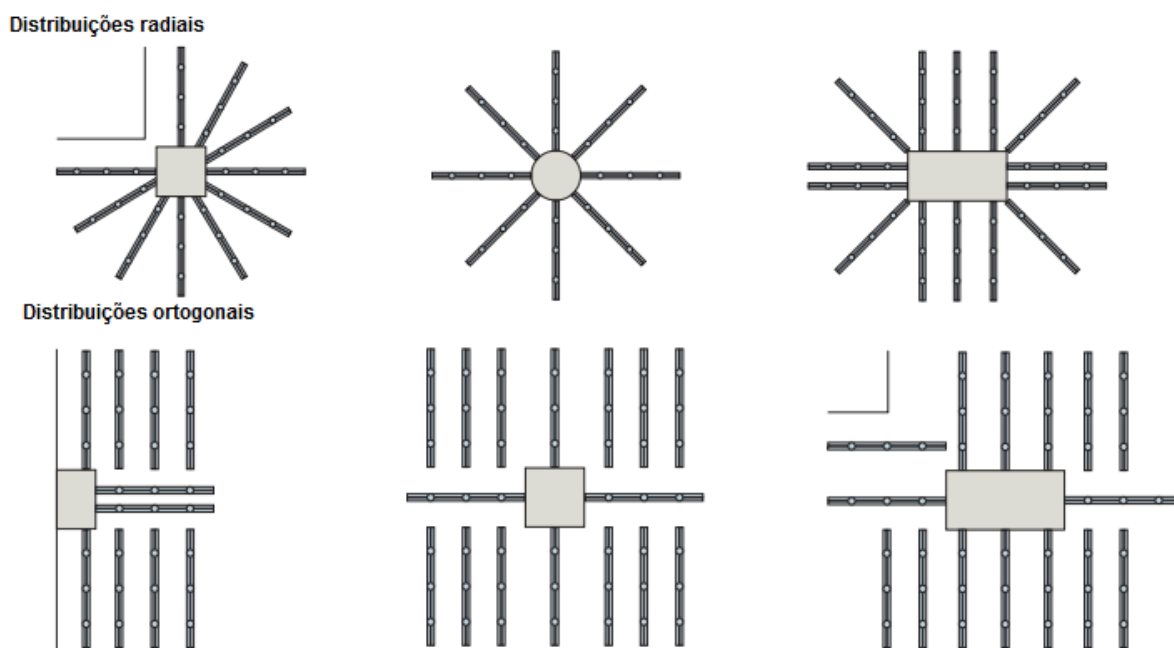


FIGURA 13 – POSSIBILIDADES DE DISTRIBUIÇÕES DOS *STUDRAILS* DENTRO DA LAJE NA REGIÃO DO APOIO

FONTE: ANCON (2013) Modificado pelo autor

Suas principais vantagens em relação aos outros tipos de armaduras de punção são:

- Por ser pré-fabricado<sup>3</sup>, não necessita de dobras, cortes ou soldas, necessitando somente de sua posição na laje, causa uma grande redução no tempo de execução;
- Como sua fixação é feita nas formas, o problema de escorregamento de ancoragem é praticamente nulo, podendo atingir toda a sua resistência à punção (ANCON, 2013).

<sup>3</sup> As características dos *studrails* fabricados são únicas, já que o fabricante produz as peças em comprimento e diâmetro de acordo com o projeto da laje.

### 3 NORMAS E ESPECIFICAÇÕES EM RELAÇÃO À PUNÇÃO

Para o presente estudo, foram avaliadas 3 normas muito conhecidas e utilizadas no mundo, atualmente, em relação aos seus tratamentos em relação ao puncionamento em lajes de concreto armado : a americana ACI 318:08, a do Brasil NBR 6118:2003 e a norma europeia EUROCODE 02:2010.

#### 3.1 ACI 318:08

Fundada em 1.904, a ACI (*American Concrete Institute*) é a organização, sem fins lucrativos, responsável pela normatização técnica do concreto nos Estados Unidos da América, através da publicação de livros de códigos e normas.

Uma das normas publicadas por essa organização é a ACI 318:08 que possui o título: “*Building Code Requirements for Structural Concrete*” (Código de Requisitos Construtivos para o Concreto Estrutural) que fornece os requisitos mínimos para a construção, uso e manutenção de estruturas de concreto em várias áreas de aplicação. Segundo a própria ACI, esses requisitos estão relacionados aos materiais, dimensionamento e construção das estruturas de concreto usadas em várias áreas de aplicação (sendo estruturais ou não).

##### 3.1.1 Coeficientes de ponderação

Os coeficientes de ponderação estabelecidos em norma são fatores que têm a função de minimizar os possíveis efeitos indesejáveis causados por determinação das cargas atuantes na estrutura sem grande grau de precisão, ou com variação no período de vida da mesma. Esses coeficientes também minimizam efeitos indesejados vindos de certas variações de qualidade nos materiais de construção, assim como pequenas diferenças na dosagem destes ou outros pequenos erros executivos, para isso, são utilizados fatores de minoração das resistências dos materiais empregados.

### 3.1.1.1 Coeficientes de majoração de cargas

A ACI 318:08 utiliza a nomenclatura de cargas mortas e cargas vivas para o que seria equivalente às cargas permanentes (cargas que atuam durante todo o período de vida útil da estrutura e dificilmente mudarão de posição como, por exemplo, o peso próprio) e às cargas variáveis (por exemplo, as cargas devidas à ação do vento, chuva e a variação de temperatura) da NBR 6118:2003, respectivamente. Os fatores mínimos são:

- Para as cargas mortas (permanentes): 1,4;
- Para as cargas vivas (variáveis): 1,7.

Percebe-se que, como as cargas mortas são determinadas com maiores precisões e não variam muito com a vida da estrutura, seu coeficiente é menor do que das cargas vivas.

### 3.1.1.2 Coeficientes de redução de resistências

A ACI 318:08 apresenta, seus coeficientes são aplicados de acordo com o tipo de esforço sofrido pela peça, e devem ser multiplicados pela resistência característica:

- Para seções que sofrem compressão: 0,70<sup>4</sup>
- Para seções que sofrem tração: 0,90<sup>5</sup>

Assumindo que em uma peça estrutural de concreto armado, a função principal do concreto é resistir aos esforços de compressão e o aço colabora com a resistência aos de tração, pode-se afirmar que o primeiro coeficiente seria mais bem relacionado ao coeficiente de redução da resistência característica do concreto e

---

<sup>4</sup> Equivalente a dividir a resistência característica por 1,43

<sup>5</sup> Equivalente a dividir a resistência característica por 1,11

(aço quando solicitado à compressão) e o segundo a resistência característica do aço.

### 3.1.2 Cálculo dos esforços

#### 3.1.2.1 Método dos Pórticos Equivalentes proposto pela ACI 318:08

São vários os processos de cálculo dos esforços atuantes sobre uma laje que sofre efeitos de puncionamento. O método destacado nesse estudo, devido a sua simplicidade, é o Método dos Pórticos Equivalentes.

O método dos pórticos múltiplos consiste em se supor que a estrutura está dividida, em cada uma das direções, em uma série de pórticos múltiplos, constituídos por um conjunto de colunas e de barras horizontais, cujas inércias são iguais às da região da laje limitada pela metade da distância entre duas linhas de pilares, como se observa na Figura 14. Os pórticos múltiplos correspondentes a cada direção são calculados independentemente uns dos outros, com a carga total atuando e de acordo com hipóteses de arranjos de cargas, que levem à obtenção dos esforços mais desfavoráveis para a estrutura. O cálculo destes pórticos levará à obtenção de momentos positivos e negativos nas faixas (Cunha & Souza, 1994, apud BOROWSKI, 2005).

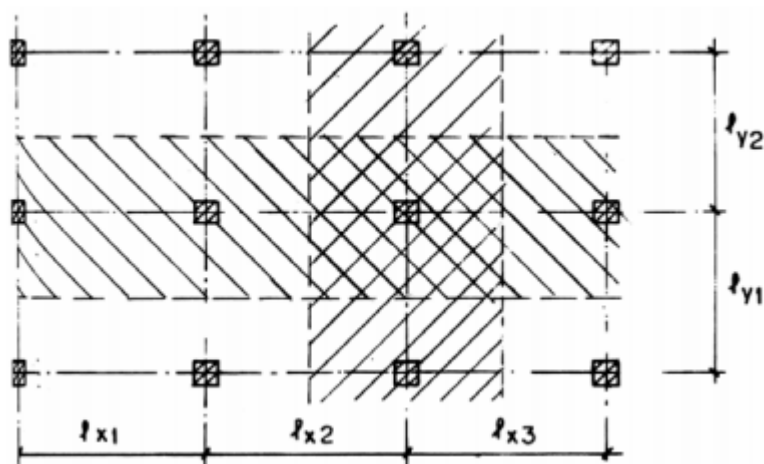


FIGURA 14 – DIVISÃO DA LAJE EM FAIXAS DE PÓRTICOS EQUIVALENTES

FONTE: ACI 318 (2008)

Segundo a ACI 318:08, o pórticos são centrados nos eixos dos pilares com sua largura limitada pelos eixos dos pórticos adjacentes. Como é mostrado abaixo na figura 15.

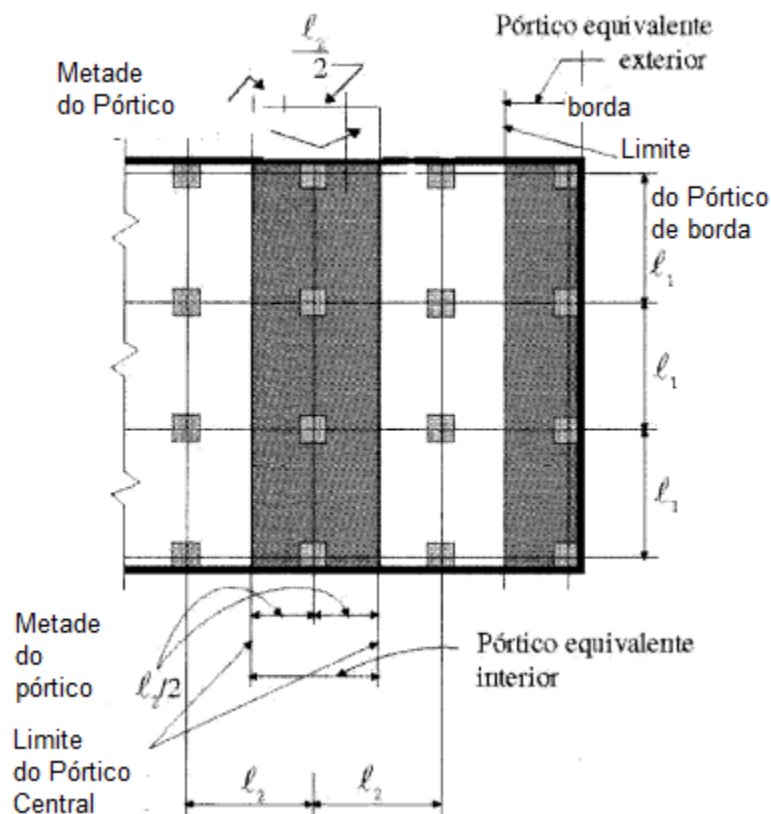


FIGURA 15 – DEFINIÇÃO DAS FAIXAS DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES

FONTE: ACI 318 (2008)

Percebe-se então, que a largura das faixas dos pórticos ( $l_2$ ) é constante e igual a 50% do vão entre dois pilares da laje, para cada lado do eixo central da linha de pilares.

Para a ACI 318:08, na figura 16, vê-se a distribuição dos momentos atuantes na ligação laje-pilar dentro das faixas dos pórticos equivalentes de acordo com Rabello (2010). Pode-se observar uma diferença da porcentagem atribuída de acordo com o tipo de momentos transferidos (positivos e negativos, ou de borda e meio do pavimento).

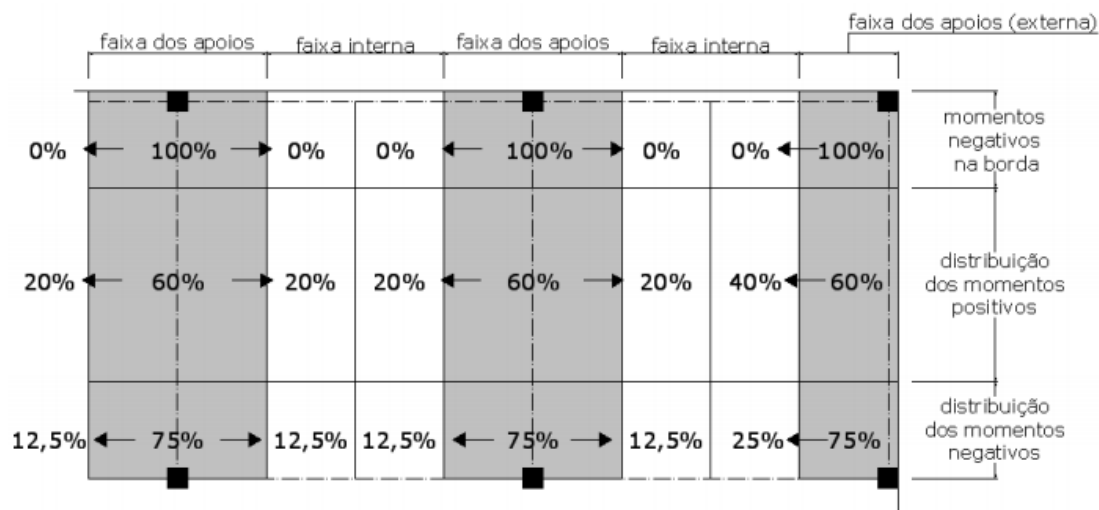


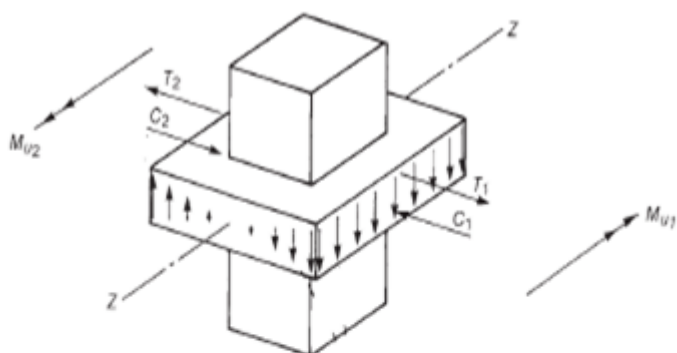
FIGURA 16 – DISTRIBUIÇÃO DOS MOMENTOS FLETORES EM RELAÇÃO AS FAIXAS DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES

FONTE: ACI 318 (2008)

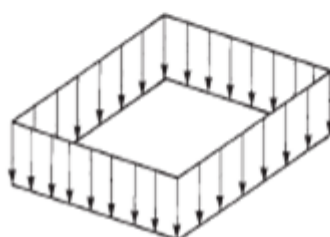
### 3.1.3 Cálculo das resistências

#### 3.1.3.1 Seção crítica de controle para efeito de punção

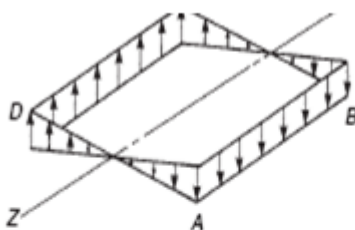
A Seção crítica de controle, para todas as normas em análise neste estudo, é o local de avaliação da segurança da ligação laje-pilar em relação à punção. Nela, estão aplicadas tensões cisalhantes provenientes da força concentrada do apoio e da parcela do momento transferido à ligação por cisalhamento, assim como mostrado na Figura 17:



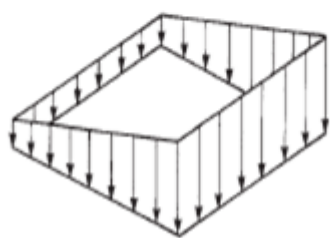
(a) **Transferência de esforços Cisalhantes**



(b) **Cisalhamento devido à Força Concentrada**



(c) **Cisalhamento devido à Parcela de Momento**



(d) **Total**

FIGURA 17 – TENSÃO DE CISALHAMENTO DEVIDA AO ESFORÇO CORTANTE E À PARCELA DE MOMENTO TRANSFERIDA  
FONTE: WIGHT & MACGREGOR (2012)

Ela não representa o local real de ruptura da laje por punção, senão representa um local de referência para as análises. Cada norma determina um local específico para a posição dessa região que pode ser uma ou mais de uma seção crítica.



Para a ACI 318:08, a seção crítica pode ter os lados retos, circulares, possuir quatro ou menos lados, em casos de pilares das bordas de laje. O seu perímetro ( $b_0$ ) de verificação deve estar localizado a uma distância de  $d/2$  da borda de pilares, áreas de concentração de cargas e trocas de altura na seção da laje (como bordas de capitéis e ábacos), sendo  $d$  a altura útil da laje.

De acordo com a norma americana, as lajes com pilares retangulares ou quadrados podem ser tratadas como tendo seu perímetro  $b_0$  da seção crítica formada por linhas paralelas a área real de carga. Em casos em que a área de ação das cargas seja diferente das retangulares, aplica-se a mesma distância  $d/2$ , mas a partir da área efetiva de carga como mostrada na Figura 18:

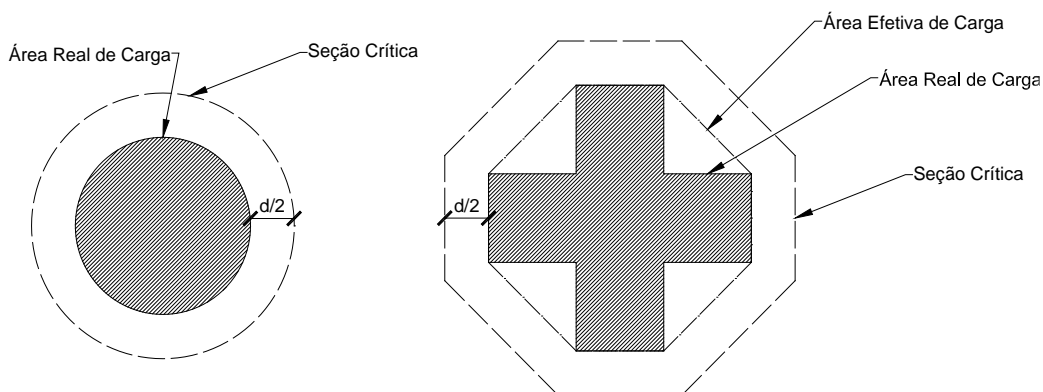


FIGURA 18 – SEÇÃO CRÍTICA PARA AS FORMAS DAS ÁREAS DE CARGAS

FONTE: ACI 318 (2008) Modificado pelo autor

Se houver aberturas na laje e elas estiverem a uma distância menor do que  $10h$  ( $h$  é a espessura da laje), do perímetro crítico original será descontada a região circunscrita por linhas retas que se projetam do centroide do pilar e que são tangentes aos limites das aberturas, esse perímetro crítico reduzido, se dá o nome de Perímetro Crítico Efetivo.

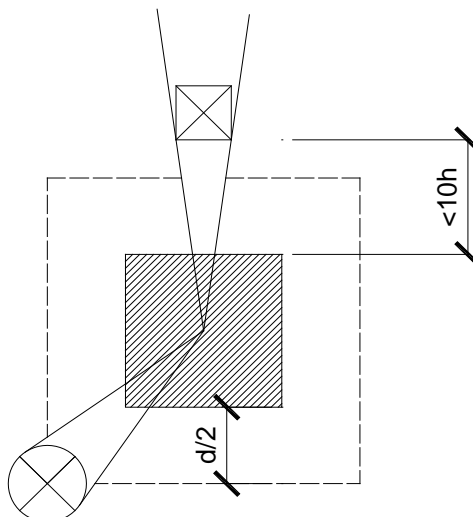


FIGURA 19 – INFLUÊNCIA DE VAZIOS NA DEFINIÇÃO DO PERÍMETRO CRÍTICO

FONTE: ACI 318 (2008) Modificado pelo autor

### 3.1.3.2 Força cortante resistente em lajes sem armadura de punção

Pela ACI 318:08, o cálculo do esforço cortante limite para a região da seção crítica em lajes sem armadura de punção, são dadas as seguintes equações, o menor valor obtido delas e após ser multiplicado por 85% deve ser utilizado como limite:

$$1) V_c = 0,17 \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) \lambda \sqrt{f_c'} b_0 d ; \quad (3.1)$$

$$2) V_c = 0,083 \left(\frac{\alpha_s d}{b_0} + 2\right) \lambda \sqrt{f_c'} b_0 d ; \quad (3.2)$$

$$3) V_c = 0,33 \lambda \sqrt{f_c'} b_0 d \quad (3.3)$$

$V_c$  : Força Cortante Resistente, em N;

-  $\beta$ : relação do lado maior ( $c_1$ ) ao lado menor ( $c_2$ ) do pilar ou carga concentrada:

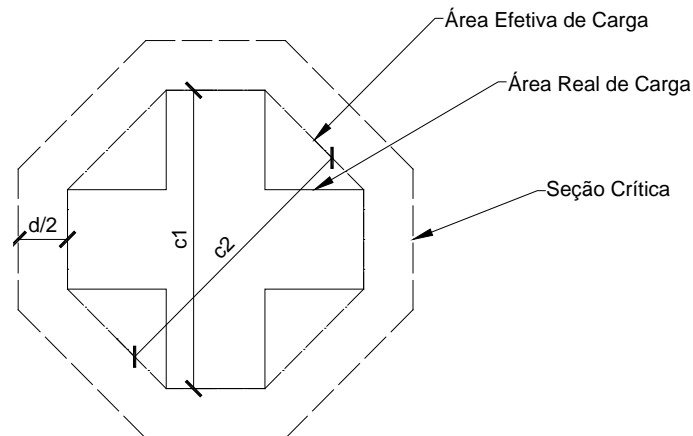


FIGURA 20 – DEFINIÇÃO DA SEÇÃO CRÍTICA EM ÁREAS CARREGADAS NÃO REGULARES

FONTE: ACI 318 (2008) Modificado pelo autor

-  $\lambda$ : coeficiente de correção que leva em consideração as propriedades do concreto. Ele depende do valor da resistência a tração ( $f_{ct}$ ) do concreto:

$$\lambda = \frac{f_{ct}}{(0,56\sqrt{f_c})} \leq 1,0. \quad (3.4)$$

-  $f_c'$ : a resistência à compressão do concreto, em MPa;

$$f_{ct} = 0,56 \sqrt{f_c'} \quad (3.5)$$

-  $\alpha_s = 40$  para pilares internos ao pavimento, 30 para pilares de borda e 20 para pilares em cantos de pavimentos.

-  $b_0$ : perímetro crítico, em m;

-  $d$ : altura útil da laje no perímetro crítico, em m.

### 3.1.3.3 Força cortante resistente em lajes com armadura de punção

De acordo com a ACI 3118:08, a resistência total ( $V_n$ ) ao cortante, é considerada como a soma da resistência ao cortante do concreto ( $V_C$ ) e da armadura ( $V_S$ ).

$$V_n = V_C + V_S \leq 0,5\sqrt{f_c'}b_0d \quad (3.6)$$

$$V_C \leq 0,17 \sqrt{f_c} b_0 d \quad (3.7)$$

$$V_S = A_v \frac{f_{yt} (\sin \alpha + \cos \alpha)}{s} \quad (3.8)$$

onde:

- $A_v$  : Área da armadura de punção, em  $\text{cm}^2$ .
- $f_{yt}$  : Tensão característica de escoamento da armadura transversal;
- $\alpha$  : ângulo de inclinação da armadura de punção em relação ao eixo da laje.
- $s$  : espaçamento da armadura de punção, em cm;
- $b_0$  : perímetro crítico, em cm;
- $d$  : altura útil da laje no perímetro crítico, em cm.

### 3.1.3.4 Tensão cortante solicitante

A tensão cortante solicitante na seção crítica é formada pelo cortante transmitido diretamente pelo pilar ou carga concentrada à laje somado à parcela do momento fletor transferido à ligação laje-pilar por tensão cisalhante. Sendo que, essa tensão varia conforme o lado da seção crítica que está sendo analisada:

$$V_u(\text{AB}) = \frac{V_U}{A_C} + \frac{\gamma_v M_u c_{AB}}{J_c}; \quad V_u(\text{CD}) = \frac{V_U}{A_C} + \frac{\gamma_v M_u c_{CD}}{J_c} \quad (3.9)$$

$V_U$  : Força cortante majorada, em kN;

- $A_C$  : Área de concreto da seção crítica =  $2d(c_1+c_2+2d)$ , em  $\text{cm}^2$ ;

$$- \gamma_v = \left[ 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{c_1+d}{c_2+d}}} \right]; \quad (3.10)$$

- $M_u$  : Momento majorado solicitante pela excentricidade da força cortante, em kN.cm.
- $c_{AB}$ ;  $c_{CD}$  : Distância da centróide (eixo de aplicação do momento fletor) do pilar ou área de concentração de cargas à borda da seção crítica, em mm;
- $J_c$  : Análogo ao Momento de inércia polar da seção crítica:

$$J_c = 2 \left( \frac{b_1 d^3}{12} + \frac{d b_1^3}{12} \right) + 2(b_2 d) \left( \frac{b_1}{2} \right)^2 \quad (3.11)$$

com:

$b_1$  : largura do perímetro crítico no sentido em estudo ( $C_{CD} + C_{AB}$ )

$b_2$ : largura do perímetro crítico ortogonal ao sentido em estudo ( $c_2 + d$ )

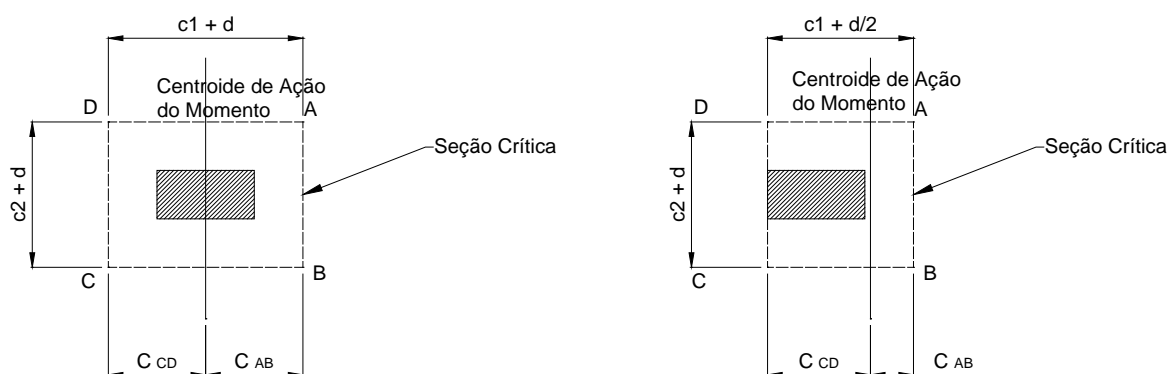


FIGURA 21 – INFLUÊNCIA DA POSIÇÃO DO PILAR NO PAVIMENTO NA SEÇÃO CRÍTICA

FONTE: ACI 318 (2008) Modificado pelo autor

### 3.1.4 Detalhamento

No item 9.5.2.1 do ACI 318:08, nas lajes sem vigas em que pode ser considerada (para efeito de cálculo) somente uma direção de deformação (casos em que a relação entre o lado maior da laje e o lado menor for maior do que 2,0) a espessura mínima é dada pela tabela 1 (com “ $l$ ” sendo o maior vão entre pilares consecutivos vencido pela laje).

TABELA 1 – LAJES SEM VIGAS CONSIDERADAS UMA DIREÇÃO DE DEFORMAÇÃO

Tipo de apoios	Espessura mínima (h)
Simplesmente apoiada	$\frac{\ell}{16}$
Com uma extremidade contínua	$\frac{\ell}{18,5}$
Ambas as extremidades contínuas	$\frac{\ell}{21}$
Em balanço	$\frac{\ell}{8}$

FONTE: ACI 318:08 (2008) Modificado pelo autor

Já para as lajes sem vigas que são considerados dois sentidos de deformação (onde a razão entre os lados não passa de 2), os itens 9.5.3.2 e 9.5.3.3 da norma informam que a espessura mínima da laje varia em razão da presença ou não de engrossamento da laje maciça na região do apoio, como apresentado na tabela 2 e na tabela 3.

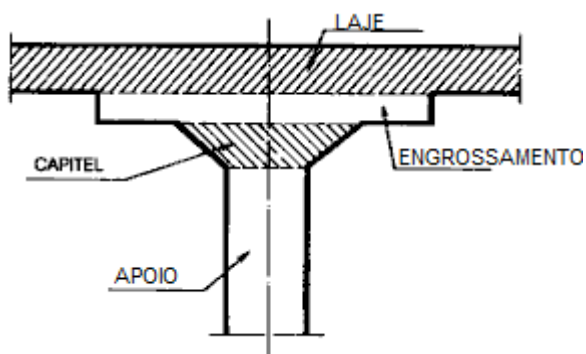


FIGURA 22 – POSSÍVEIS ELEMENTOS CONSTITUINTES NUMA LIGAÇÃO PILAR-LAJE

FONTE: ARQUI (2013) Modificado pelo autor

TABELA 2 – ESPESSURA MÍNIMA DA LAJE SEM ENGROSSAMENTOS

f <sub>y</sub> [MPa]	Painéis exteriores		Painéis Interiores
	Com vigas nas bordas	Sem vigas nas bordas	
280	$\frac{\ell_n}{33}$	$\frac{\ell_n}{36}$	$\frac{\ell_n}{36}$
420	$\frac{\ell_n}{30}$	$\frac{\ell_n}{33}$	$\frac{\ell_n}{33}$
520	$\frac{\ell_n}{31}$	$\frac{\ell_n}{31}$	$\frac{\ell_n}{31}$

Observações:

f<sub>y</sub>: resistência especificada ao escoamento do aço utilizado;

ℓ<sub>n</sub>: vão da maior direção do painel da laje.

FONTE: ACI 318 (2008) Modificado pelo autor

TABELA 3 – ESPESSURA MÍNIMA DA LAJE COM ENGROSSAMENTOS

f <sub>y</sub> [MPa]	Painéis exteriores		Painéis Interiores
	Com vigas nas bordas	Sem vigas nas bordas	
280	$\frac{\ell_n}{36}$	$\frac{\ell_n}{40}$	$\frac{\ell_n}{40}$
420	$\frac{\ell_n}{33}$	$\frac{\ell_n}{36}$	$\frac{\ell_n}{36}$
520	$\frac{\ell_n}{31}$	$\frac{\ell_n}{34}$	$\frac{\ell_n}{34}$

Observações:

f<sub>y</sub>: resistência especificada ao escoamento do aço utilizado;

ℓ<sub>n</sub>: vão da maior direção do painel da laje.

FONTE: ACI 318 (2008) Modificado pelo autor

É permitido empregar reforço de cortante com barras ou fios de aço em lajes sujeitas ao punção, desde que elas tenham  $d$  (altura útil) maior do que 150 mm, mas não maior do que 16 vezes o diâmetro da barra longitudinal utilizada.

Há também a limitação de que a distância entre a primeira linha de armadura de punção e a face do pilar, assim como, as linhas subsequentes não exceda a  $d/2$  do pilar; e que a abertura de um estribo da armadura de punção não exceda  $2d$  do pilar, como mostrado na Figura 23, sendo  $d$  a altura útil da laje:

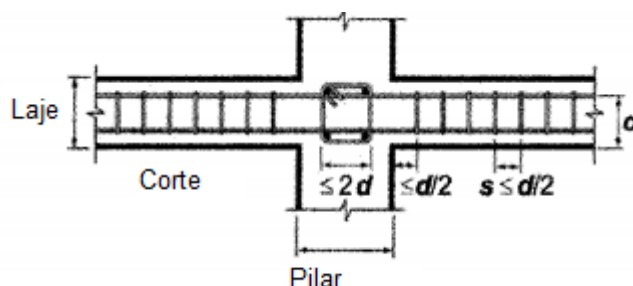


FIGURA 23 – SEÇÃO DA LAJE COM OS ESPAÇAMENTOS MÍNIMOS DE NORMA

FONTE: ACI 318 (2008) Modificado pelo autor

Os critérios de ancoragem para os estribos em “U” devem seguir as seguintes recomendações:

1) as barras longitudinais da armadura de punção devem estar distantes no mínimo 50 mm umas das outras no sentido transversal da laje;

2) a barra inferior longitudinal que é amarrada por esse estribo necessita estar a uma distância máxima de  $\frac{1}{4}$  da altura útil da laje até a face mais comprimida da mesma.



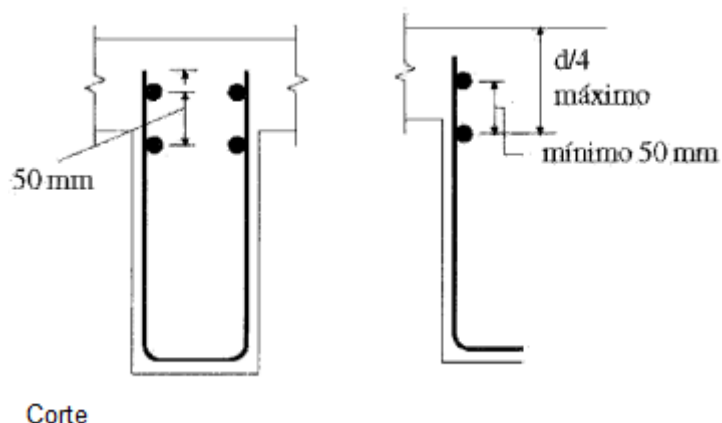


FIGURA 24 – DISTÂNCIAS REGULAMENTADAS PELA NORMA DAS ARMADURAS LONGITUDINAIS

FONTE: ACI 318 (2008) Modificado pelo autor

O recobrimento mínimo das armaduras à punção segue os valores estabelecidos pela norma para diversos tipos de forma de produção da peça de concreto e de utilização, de acordo com a agressividade do meio.

Aqui foram selecionados e apresentados os valores relevantes para o presente estudo de norma que são para as peças de concreto produzidas na obra e não protendidas de acordo a Tabela 4:

TABELA 4 – RECOBRIMENTO MÍNIMO DO CONCRETO

Condição do concreto	Recobrimento mínimo (mm)
Exposto à ação das intempéries, mas não em contato com o solo:	
Lajes, paredes ou viguetas:	40,0

FONTE: ACI 318 (2008) Modificado pelo autor

## 3.2 NBR 6118:2003

A NBR 6118:2003 com o título de “Projeto de estruturas de concreto – Procedimento” é o material normativo, produzido pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) que, segundo ela: “fixa os requisitos básicos exigíveis para projeto de estruturas de concreto simples, armado e protendido, excluídas aquelas em que se empregam concreto leve, pesado ou outros especiais”. Essa norma, datada de Março de 2003, fez uma grande reformulação em relação a sua anterior (NBR 6118:1980) e também é conhecida como norma-mãe, por definir diretrizes e conceitos para várias outras normas de diferentes áreas (Bueno, 2012).

### 3.2.1 Coeficientes de ponderação

#### 3.2.1.1 Coeficientes de Majoração de Cargas

A NBR 6118:2003 apresenta coeficientes de ponderação das ações, para o estado limite último, que representa que o dimensionamento da estrutura é para quando a mesma atinge sua capacidade resistente máxima e entra em colapso.

A NBR apresenta coeficientes de ponderações para três tipos de combinações de ações: Normais, Especiais ou de construção e Excepcionais. Para o presente estudo, destacam-se os valores regulamentados para as combinações normais, que sempre devem ser considerados na verificação da segurança (Argenta, 2012). Além disso, foi escolhido utilizar sempre os valores correspondentes à situação desfavorável para as cargas permanentes já que este estudo foca-se nas lajes apoiadas em seus quatro cantos. No que se segue, estão os valores de majoração de norma:

- Cargas Permanentes (g): 1,4;
- Cargas Variáveis (q): 1,4.

### 3.2.1.2 Coeficientes de Redução de Resistências

Para a redução das resistências do concreto e do aço a norma é bem direta e simples em apontar os seus coeficientes nas combinações normais de ações:

- Concreto ( $\gamma_c$ ) : 1,40;

- Aço ( $\gamma_s$ ) : 1,15.

### 3.2.2 Cálculo dos esforços

#### 3.2.2.1 Método dos Pórticos Equivalentes proposto pela NBR 6118:2003

Para o cálculo dos momentos atuantes na ligação laje-pilar, a NBR 6.118:2003 apresenta o Método dos Pórticos Equivalentes, consistindo na divisão da laje em faixas, denominadas de Pórticos, sobre os quais estão atuantes parcelas dos momentos dessa ligação.

Por essa norma, para cada pórtico, a divisão dos momentos na laje deve ser a seguinte:

- a) 45% dos momentos positivos para as duas faixas internas;
- b) 27,5% dos momentos positivos para cada uma das faixas externas;
- c) 25% dos momentos negativos para as duas faixas internas;
- d) 37,5% dos momentos negativos para cada uma das faixas externas.

A divisão da laje em pórticos é feita considerando a divisão em faixas de 25% do vão da laje na direção a ser estudado o pórtico, como é mostrada na Figura 25.

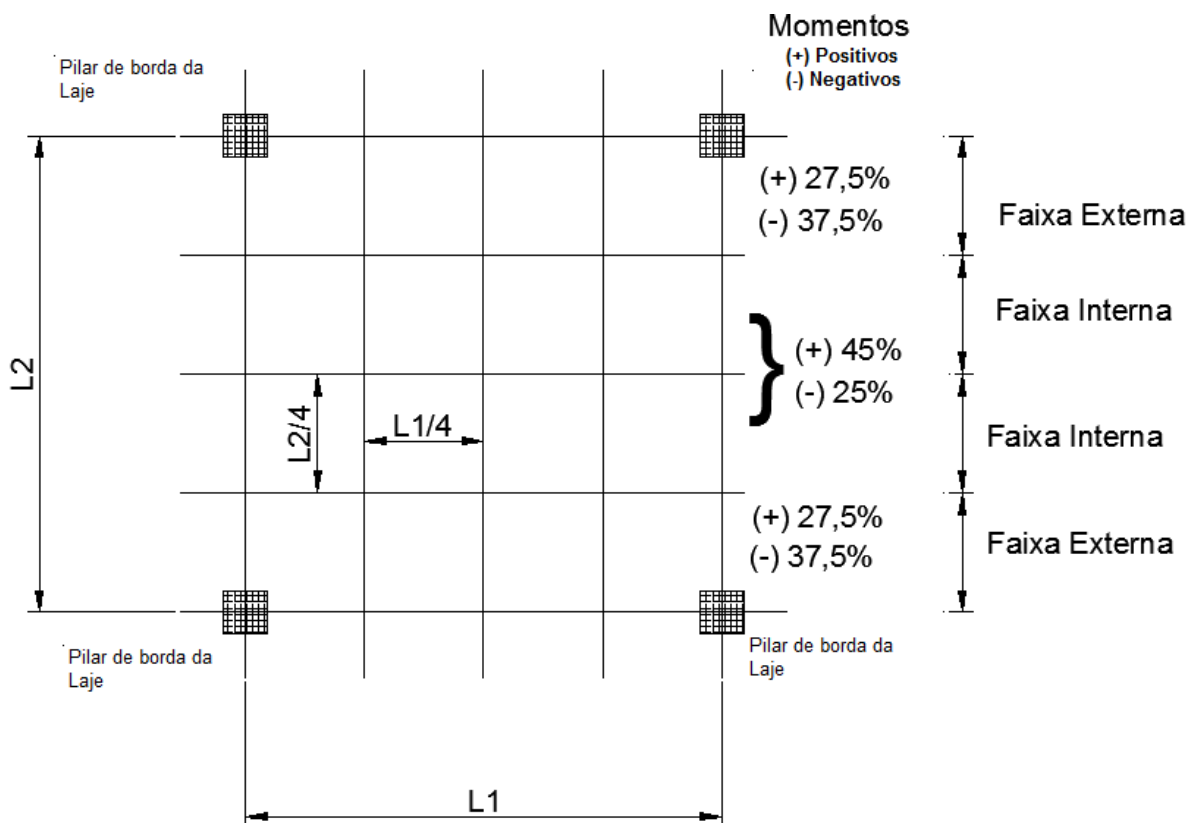


FIGURA 25 – DISTRIBUIÇÃO DOS MOMENTOS NA LAJE DE ACORDO COM A NBR 6118:2003

### 3.2.3 Cálculo das resistências

#### 3.2.3.1 Seção Crítica de controle para efeito de punção

Assim como exposto pela norma ACI 318:08 para o perímetro crítico, a seção crítica da NBR 6.118:2003 consiste no local de verificação da segurança da ligação em relação à punção.

A norma brasileira de dimensionamento de lajes sujeitas ao puncionamento apresenta a existência das seguintes superfícies críticas de controle:

- C: Superfície de controle localizada nas faces do pilar ou área de carga concentrada, nessa superfície é verificada a tensão diagonal de compressão do concreto;

- C': Contorno localizado a uma distância de  $2d$  da face do pilar ( $d$ , sendo a altura útil da laje). Nesse contorno, é verificada a resistência à punção da ligação pilar e laje, assim apresentado na Figura 26.

- C'': Quando é necessária a colocação de armadura transversal resistente ao esforço cortante na laje, também é preciso que se verifique uma terceira superfície crítica localizada a uma distância  $2d$  da ultima linha de armadura transversal de punção.

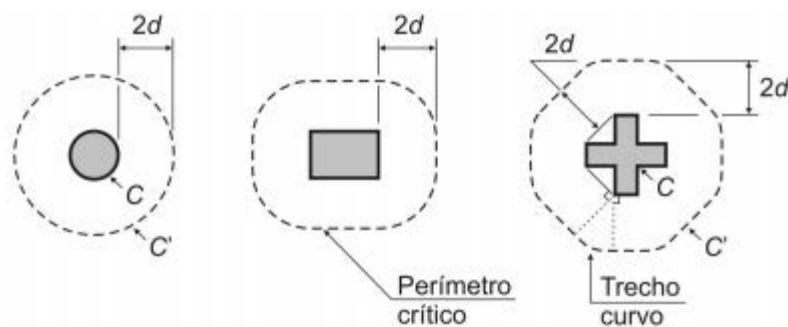


FIGURA 26 – DEFINIÇÃO DOS PERÍMETROS CRÍTICOS

FONTE: NBR 6118 (2003)

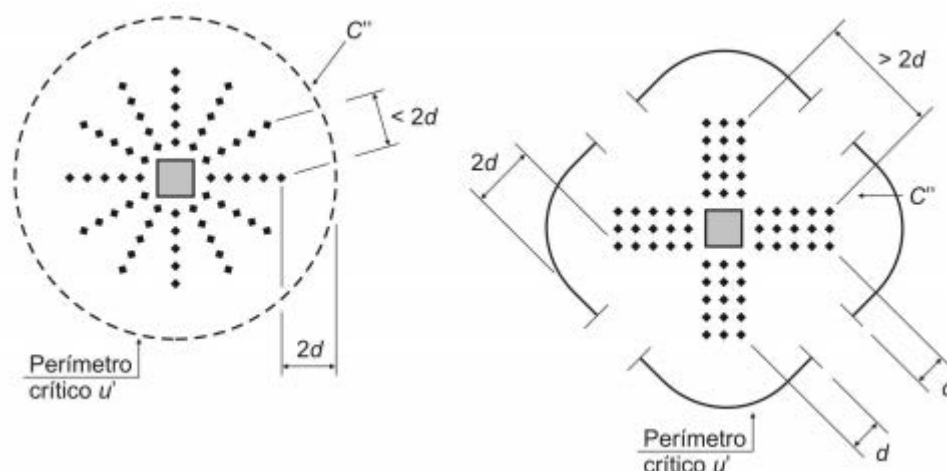


FIGURA 27 – DEFINIÇÃO DOS PERÍMETROS CRÍTICOS  $C''$  EM REGIÕES COM ARMADURA DE PUNÇÃO

FONTE: NBR 6118 (2003)

Para os casos onde se tem a presença de capitel (aumento da seção transversal da cabeça da região da carga concentrada) ou ábaco (engrossamento da laje), a verificação da superfície crítica se difere conforme mostra a Figura 28, sendo:

- $d$ : altura útil da superfície de controle  $C_2'$ ;
- $d_c$ : altura útil da superfície de controle  $C$  (face do pilar);
- $d_a$ : altura útil da superfície de controle  $C_1'$ ;
- $l_c$ : é a distância da borda do capitel/ ábaco até a face do pilar;

Respeitando as seguintes regras:

$l_c \leq 2(d_c - d) \rightarrow$  só verificar a superfície de  $C_2'$ ;

$2(d_c - d) < l_c \leq 2d_c \rightarrow$  só verificar a superfície de  $C_1'$ ;

$l_c > 2d_c \rightarrow$  verificar as superfícies de  $C_1'$  e  $C_2'$ .

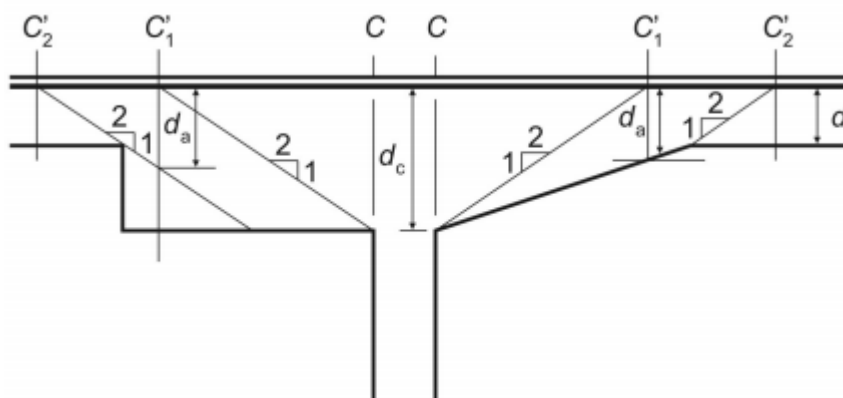


FIGURA 28 – LOCALIZAÇÃO DA SEÇÃO DE CONTROLE CONFORME PRESENÇA DE CAPITEL OU ENGROSSAMENTO DA LAJE

FONTE: NBR 6118 (2003)

Para casos em que a área de carga concentrada não é retangular faz-se a posição da seção crítica de modo semelhante à apresentada na Figura 18. Quando houver uma abertura a menos de  $8d$  da face do pilar, para a obtenção do perímetro crítico efetivo deve-se subtrair a parte circunscrita a linhas retas tangentes à abertura, assim mostrado na Figura 19.

Já a definição do perímetro crítico para pilares de borda da laje, é feito com a redução do contorno  $C'$  na região que se aproxima da borda da laje, além do arredondamento do canto do perímetro crítico, assim mostrado na Figura 29:

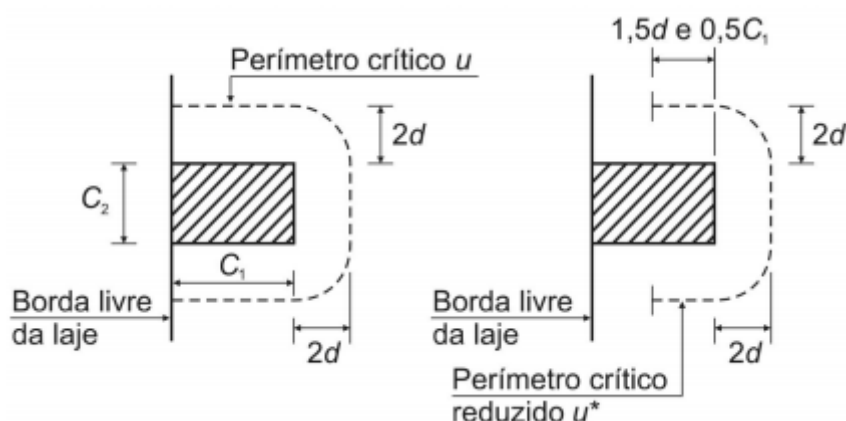


FIGURA 29 – DEFINIÇÃO DO PERÍMETRO CRÍTICO EM PILARES DE BORDA

FONTE: NBR 6118 (2003)

Quando não agirem momentos fletores paralelos a borda da laje, aplica-se para os pilares de canto a redução do perímetro crítico como se mostra na Figura 30, juntamente com a análise separada de cada uma das bordas livres.

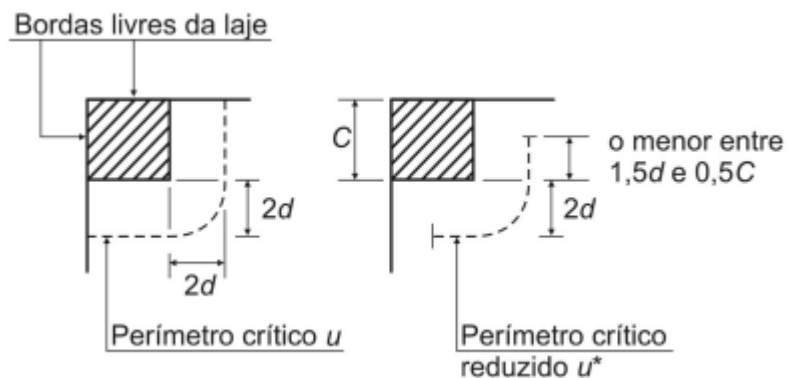


FIGURA 30 – DEFINIÇÃO DO PERÍMETRO CRÍTICO EM PILARES DE CANTO  
 FONTE: NBR 6118 (2003)

### 3.2.3.2 Tensão solicitante em pilares internos com carregamento simétrico

Nesse tipo de carregamento, não há influência dos momentos fletores solicitantes devido à resultante nula das tensões cisalhantes resistentes ao mesmo. Logo, a tensão solicitante ( $\tau_{sd}$ ) é:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud} \quad (3.12)$$

Onde:

$d$  é a média das alturas úteis nas duas direções perpendiculares da laje, no contorno  $C$ ;

$u$  é o perímetro do contorno  $C$ ;

$F_{sd}$  é a força concentrada de cálculo na área do contorno  $C$ .



### 3.2.3.3 Tensão solicitante em pilares com efeito de momento

No caso de ocorrência de momentos em duas direções:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud} + \frac{k_1 M_{sd1}}{W_p d} + \frac{k_2 M_{sd2}}{W_p d}, \quad (3.13)$$

sendo:

k: coeficiente que fornece a parcela de  $M_{sd}$  transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação  $C_1/C_2$ , e é obtido pela tabela abaixo:

TABELA 5 – VALORES DE K

$C_1/C_2$	0,5	1,0	2,0	3,0
k	0,45	0,60	0,70	0,80

$C_1$ : dimensão do pilar paralela à excentricidade da força ;

$C_2$ : dimensão do pilar ortogonal à excentricidade da força.

FONTE: NBR 6118 (2003) Modificado pelo autor

$M_{sd1}$ : Momento causado pela excentricidade na direção 1;

$M_{sd2}$ : Momento na direção 2, igual a 0, se houver momento fletor em uma só direção;

$W_P$ : Módulo de resistência plástica do perímetro, ou seja, fornece a distribuição das tensões cisalhantes na seção crítica devidas ao Momento Fletor atuante (REIS, 2013); que em pilares retangulares internos é dado por:

$$W_P = \frac{c_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1 \quad (3.14)$$

$c_1$  : lado maior do pilar;

$c_2$  : lado menor do pilar.

d : altura útil da laje.

Já em pilares circulares internos:

$$W_P = (D + 4d)^2 \quad (3.15)$$

D: Diâmetro do pilar.

Para outros casos:

$$W_P = \int_0^u e \cdot dl \quad (3.16)$$

dl: comprimento infinitesimal do perímetro crítico;

e: distância de dl ao eixo que passa pelo centro do pilar e sobre o qual atua

$M_{sd}$ .

### 3.2.3.4 Tensão resistente de cisalhamento no contorno C

Independendo da presença ou não de armadura transversal, a tensão resistente de cálculo ( $\tau_{rd2}$ ) é dada por:

$$\tau_{rd2} = 0,27 \alpha_v f_{cd}, \quad (3.17)$$

sendo:

$$\alpha_v = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right), \text{ com } f_{ck} \text{ em [MPa]} \quad (3.18)$$

### 3.2.3.5 Tensão resistente de cálculo ( $\tau_{rd1}$ ) no contorno C' sem armadura de punção

$$\tau_{rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} \quad (3.19)$$

-  $\rho$ : taxa de armadura à flexão nas duas direções da laje:  $\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y}$ . As taxas de armaduras nas direções x e y ( $\rho_x$  e  $\rho_y$ ) são contadas 3d a partir da face do pilar ou área carregada. Quando a borda livre da laje está a uma distância menor do que 3d, admite-se a distância até a borda livre.

### 3.2.3.6 Tensão resistente de cálculo ( $\tau_{rd3}$ ) no contorno C' com armadura de punçõamento

Para esse caso, o limite resistente é dado por:

$$\tau_{rd3} = 0,10\left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right)(100\rho f_{ck})^{1/3} + \left(1,5 \frac{d}{s_r} A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha \frac{1}{ud}\right) \quad (3.20)$$

$s_r$  : espaçamento da armadura radial de punção. Deve que ser menor ou igual a  $0,75d$ ;

$A_{sw}$  : Área da armadura de punção no contorno C';

$f_{ywd}$  : resistência de cálculo para a armadura de punção. Valores mínimos de 300MPa para conectores pinos e 250MPa para estribos;

$\alpha$  : ângulo da inclinação da armadura de punção em relação ao eixo da laje;

$f_{ck}$  : resistência característica do concreto utilizado.

### 3.2.4 Detalhamento

A espessura mínima para as lajes sujeitas à punção, segundo o item 13.2.4.1 da NBR 6118:2003, é de 16 cm para lajes lisas e de 14 cm para lajes-cogumelo, sendo que a espessura varia muito de acordo com o tamanho do vão e a carga aplicada sobre a mesma.

Ainda, de acordo com a NBR 6118:2003, a espessura da mesa deve ser maior do que  $1/15$  do vão entre as nervuras e não menor do que 3 cm, quando não houver tubulações. Havendo tubulações com diâmetros não maiores do que 12,5 mm, o valor mínimo dos vãos entre as nervuras passa a ser 4 cm.

Para as nervuras, a norma cita que elas tem sua espessura limitada no mínimo a 5 cm.

A NBR 6118:2003 afirma que se a estabilidade da estrutura depender da resistência da laje à punção, o cálculo dessa laje deve prever a armadura de punção

e a mesma tem que suportar 50% da força cortante atuante de cálculo ( $F_{sd}$ ), mesmo que a tensão solicitante seja menor do que a resistente pela laje sem armadura de punção.

Para evitar o colapso progressivo, ou seja, a propagação de dano inicialmente localizado até a ruptura parcial ou total do elemento, é necessário que se coloque uma armadura de flexão inferior da região do pilar e também, que ela seja ancorada após o limite do contorno crítico  $C'$  que está a uma distância de  $2d$  da face do pilar.

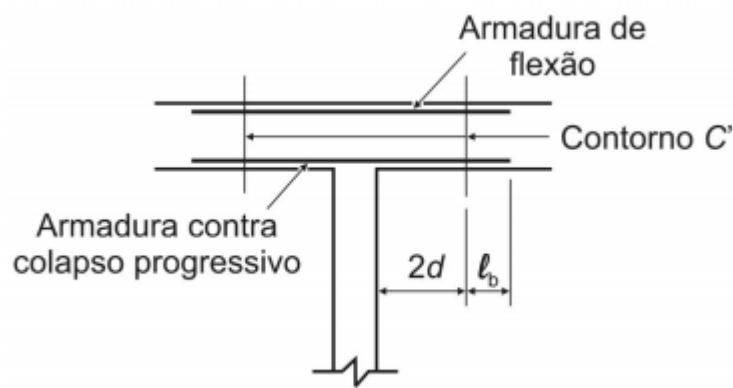


FIGURA 31 – SEÇÃO COM POSIÇÃO DA ARMADURA CONTRA COLAPSO PROGRESSIVO  
FONTE: NBR 6118 (2003)

O comprimento de ancoragem básico ( $l_b$ ) é dado por:

$$l_b = \frac{\Phi}{4} \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \quad (3.21)$$

sendo:

$\Phi$  = diâmetro nominal da barra longitudinal de flexão;

$f_{yd}$  = resistência ao escoamento do aço da armadura, de cálculo;

$f_{bd}$  = resistência de aderência entre a armadura e o concreto, de cálculo, que está relacionada com os seguintes fatores:

$$f_{bd} = \frac{\eta_1 \eta_2 \eta_3 0,21 \sqrt{f_{ck}^2}}{\gamma_c} \quad (3.22)$$

sendo:

$\eta_1$ : parâmetro de relação ao tipo de superfície da barra da armadura:

$$\eta_1 = \begin{cases} 1,0, & \text{para barras lisas (feitas de aço CA - 25);} \\ 1,4, & \text{para barras entalhadas (feitas de aço CA - 60);} \\ 2,25, & \text{para barras nervuradas (feitas de aço CA - 50)} \end{cases}$$

$\eta_2$ : parâmetro de influência de condição de aderência:

A região de boa aderência da armadura com o concreto em lajes situa-se nos 30 cm inferiores em lajes com espessura menor de 60 cm (Figura 32a). Já nos 30 cm superiores nas peças com espessura maior ou igual a 60 cm, se encontra a região de má aderência (Figura 32b). Essa região de pior aderência se localiza nas partes superiores das peças devido à segregação do concreto fresco e também pela presença maior de exsudação, vazios sob as barras superiores causadas pela infiltração da água de amassamento do concreto fresco (Argenta, 2012).

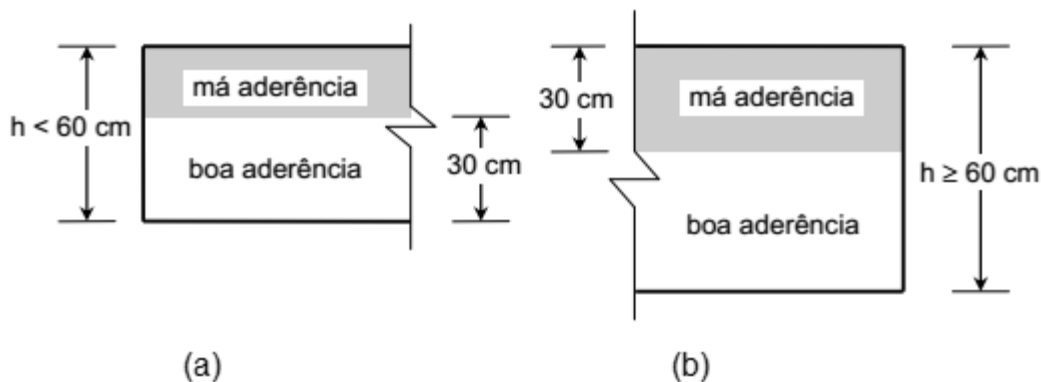


FIGURA 32 – REGIÕES DE BOA E MÁ ADERÊNCIA PARA A ARMADURA DE AÇO  
FONTE: ARGENTA (2012)

Por isso, a norma regulamenta os seguintes valores:

Boa aderência:  $\eta_2 = 1,00$ ;

Má aderência:  $\eta_2 = 0,70$ .

$\eta_3$ : fator de relação ao diâmetro da barra longitudinal a ser ancorada

Para a norma brasileira, quanto maior a bitola da barra, pior é a aderência barra-concreto:

Quando:  $\varnothing \leq 32 \text{ mm} \rightarrow \eta_3 = 1,00$

$\varnothing = 40 \text{ mm} \rightarrow \eta_3 = 0,92$

$f_{ck}$  = Resistência característica do concreto à compressão, em [MPa] em corpos de prova cilíndricos de 15 cm de diâmetro por 30 cm de altura (padrão da norma).

$\gamma_c$  = Peso específico do concreto em [kN/m<sup>3</sup>]. Valores usuais para  $\gamma_c$ :

Concreto simples:  $\gamma_c = 24 \text{ kN/m}^3$ ;

Concreto armado:  $\gamma_c = 25 \text{ kN/m}^3$ .

O espaçamento das linhas de armadura de punção como estribos, pinos ou barras, também é alvo de restrição da norma assim como na norma americana. Assim, a NBR 6118:2003 estabelece que: o distanciamento da primeira linha de armadura até a face do pilar ou apoio seja de, no máximo,  $0,50d$  contados perpendicularmente ao contorno crítico  $C'$  e o espaçamento entre as linhas subsequentes tenham valores que não ultrapassem  $0,75d$ ; e também, que as linhas de reforço à punção sejam estendidas até  $2d$  antes do contorno  $C''$ , no qual não é mais necessária a presença desse reforço, porque a tensão cisalhante provocada pela ligação apoio-laje é nula. Todas essas referências são mostradas na Figura 33.

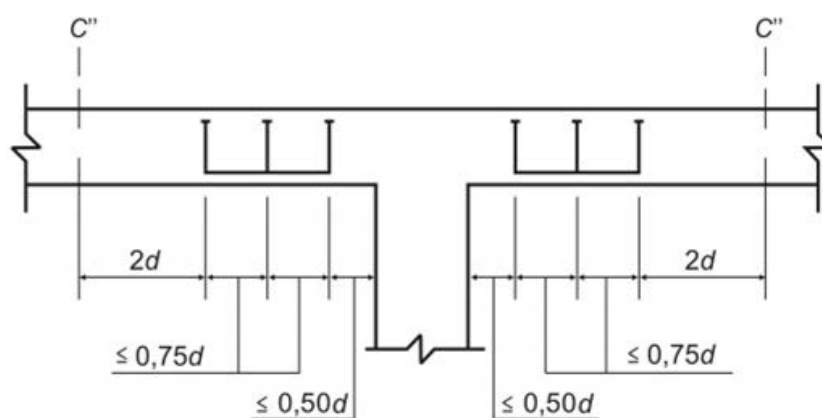


FIGURA 33 – ESPAÇAMENTOS INDICADOS PELA NORMA PARA AS ARMADURAS DE PUNÇÃO

FONTE: NBR 6118 (2003)

A NBR 6118:2003 afirma que as armaduras de punção, preferencialmente, devem ser do tipo pino (*studs*), porém se forem do tipo estribo, elas têm que estar ligadas às armaduras longitudinais e os mesmos não podem ter diâmetro maior do que  $h/20$ , sendo “h” a altura total da laje.

O recobrimento mínimo das armaduras de punção e de proteção contra o colapso progressivo segue as mesmas especificações das peças de concreto não submetidas a esse esforço, variando conforme a classe de agressividade ambiental. Esse recobrimento mínimo recomendado pela norma tem funções importantes na durabilidade da estrutura de concreto devido a maior dificuldade de ocorrência de corrosão na barra de aço; e também maior segurança estrutural em caso de incêndios. Por isso o recobrimento mínimo é sugerido conforme a Tabela 6.

TABELA 6 – REQUISITOS PARA O CONCRETO

Concreto Armado	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental			
		Rural/	Urbana	Marinha/	Respingos
Cobrimento mínimo (mm)	Laje	20	25	35	45
Resistência característica		20	25	30	40

**Observações:**

- 1) O concreto empregado deve seguir os requisitos estabelecidos na NBR 12.655 ;
- 2) A resistência característica mínima é citada conforme NBR 8.953.

FONTE: NBR 6.118 (2003)

### 3.3 EUROCODE 02:2010

O Eurocode 02:2010 também é conhecido como EN 1992, tem como título: “*Eurocode 2: Design of concrete structures*” e é dividido em 4 partes relativas as: regras gerais e regras de construção; dimensionamento à fogo; regras de dimensionamento e detalhamento; retenção de líquidos.

### 3.3.1 Coeficientes de ponderação

#### 3.3.1.1 Coeficientes de Majoração de Cargas

Não há indicado um valor exato de coeficiente de majoração de cargas no EUROCODE, somente uma recomendação geral, já que o coeficiente varia de país para país. Abaixo são apresentados os coeficientes segundo o *National Annex* do Reino Unido<sup>6</sup>, citados abaixo:

- Cargas Permanentes: 1,35;
- Carga variável dominante: 1,50

#### 3.3.1.2 Coeficientes de Redução de Resistências

O EUROCODE 02:2010 também emprega o conceito de Estado Limite Último para dimensionar uma estrutura de concreto porém, ele normatiza valores para minoração das resistências do concreto e do aço para situações de dimensionamento em cargas permanentes e acidentais:

TABELA 7 – COEFICIENTES DE REDUÇÃO DE RESISTÊNCIAS

Situação de Dimensionamento	$\gamma_c$ Concreto	$\gamma_s$ Aço
<b>Permanente</b>	1,5	1,15
<b>Acidental</b>	1,2	1,0

FONTE: EUROCODE 02 (2010) Modificado pelo autor

### 3.3.2 Cálculo de esforços

<sup>6</sup> Cada país que utiliza o Eurocode 2 para dimensionamento, possui valores característicos próprios, conferidos em seu anexo da norma correspondente a seu país



### 3.3.2.1 Método dos Pórticos Equivalentes proposto pelo EUROCODE 02:2010

Como mencionado no EUROCODE 02:2010, as faixas dos pórticos equivalentes são formadas separando as que se situam sobre os pilares e as de meio de vão (internas), conforme a Figura 34 apresentada:

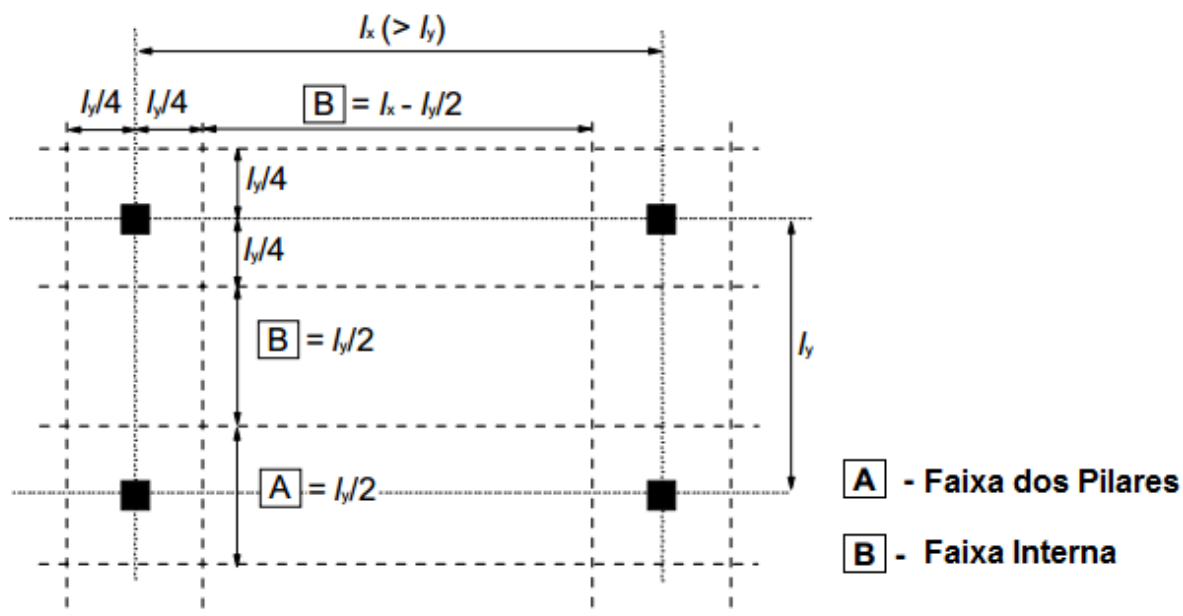


FIGURA 34 – SEPARAÇÃO DAS FAIXAS DE PÓRTICOS EQUIVALENTES DO EUROCODE 02:2010

FONTE: EUROCODE 02 (2010) Modificado pelo autor

É notado na Figura 34, que a largura da faixa do pórtico interno (B) varia conforme a orientação ortogonal estudada, ou seja, se os pórticos estudados são paralelos ao lado de maior ( $l_x$ ) ou menor ( $l_y$ ) vão da laje, já a largura da faixa dos pilares (A) é sempre constante e igual à  $l_y/2$ .

Assim como as normas brasileira e americana, a regulamentação indica que os momentos fletores analisados devem ser distribuídos pela largura das faixas da laje, para os quais é indicada uma tolerância de aceitação nessa distribuição que varia de acordo com qual faixa está em análise, conforme Tabela 8.

TABELA 8 – DISTRIBUIÇÃO DOS MOMENTOS FLETORES PELAS FAIXAS DA LAJE

	Momentos Negativos	Momentos Positivos
<b>Faixa dos Pilares</b>	60 – 80%	50 – 70%
<b>Faixa Interna</b>	40 – 20%	50 – 30%

**Obs.: As Faixas dos Pilares e as internas sempre devem somar 100% para resistir à totalidade**

FONTE: EUROCODE 02:2010 (2010) Modificado pelo autor

### 3.3.3 Cálculo das resistências

#### 3.3.3.1 Seção de controle de controle para efeito de punção

A norma europeia fornece os parâmetros de dimensionamento em uma mesma linha da norma brasileira. No que se segue, são apresentadas as seções de controle:

A primeira seção de controle ( $u_0$ ) localiza-se na periferia da área carregada, seu perímetro varia com a posição do pilar na laje:

$u_0 =$  perímetro do pilar, para pilares internos;

$u_0 = c_2 + 3d \leq c_2 + 2c_1$ , para pilares de bordas livres;

$u_0 = 3d \leq c_1 + c_2$ , para pilares em cantos

sendo  $c_1$  e  $c_2$  a maior dimensão do pilar e a menor dimensão, respectivamente.

A segunda seção de controle ( $u_1$ ) deve ser verificada a uma distância de  $2d$  da face da área carregada, sendo a altura útil da laje ( $d$ ), a média das alturas úteis nas duas direções ortogonais da laje. Sua apresentação é conforme a Figura mostrada na norma:

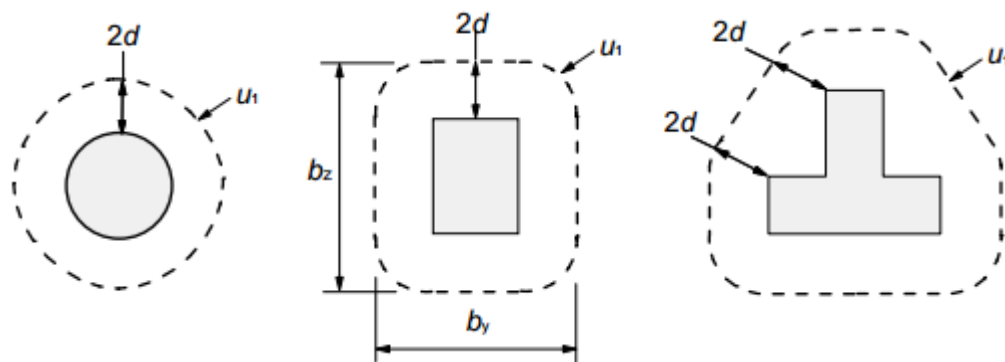


FIGURA 35 – DEFINIÇÃO DOS PERÍMETROS CRÍTICOS CONFORME A FORMA DO PILAR  
 FONTE: EUROCODE 02 (2010)

Quando há aberturas no plano da laje, com distância não maior do que  $6d$  face-a-face, a parte do perímetro de controle contida entre duas tangentes que contornam a abertura, partindo do centro da área carregada, é considerada não efetiva, conforme escrito no EUROCODE 02:2010.

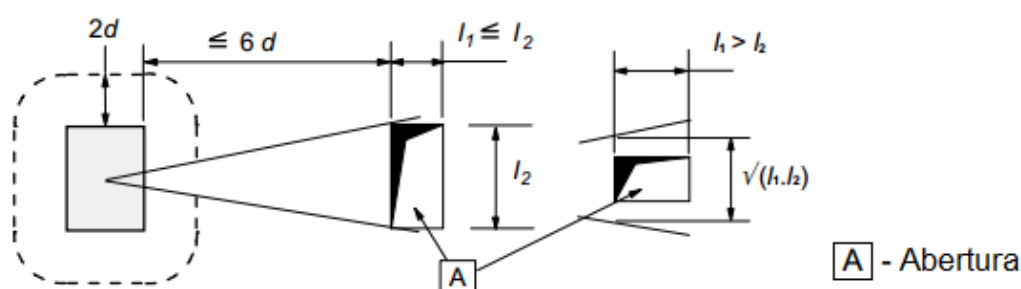


FIGURA 36 – INFLUÊNCIA DE ABERTURAS NA DEFINIÇÃO DAS SEÇÕES CRÍTICAS  
 FONTE: EUROCODE 02 (2010) Modificado pelo autor

Quando do uso de capitéis ou engrossamento de lajes, são apresentadas as seguintes considerações, de acordo com a altura, largura do capitel e espessura da laje.

Para os casos em que a largura do capitel ou ábaco ( $l_H$ ) é menor do que duas vezes sua altura ( $h_H$ ), a norma afirma que é necessária somente uma seção de verificação fora do capitel ou ábaco. Essa seção está situada a um afastamento de  $r_{cont}$  que:

Para capitéis / ábacos circulares:

$$r_{\text{cont}} = 2d + l_H + 0,5c, \text{ sendo } c \text{ o diâmetro do pilar ou área carregada}; \quad (3.23)$$

Para capitéis retangulares,  $r_{\text{cont}}$  é o menor dos seguintes:

$$r_{\text{cont}} = \min \left\{ \begin{array}{l} 2d + 0,56 \sqrt{l_1 l_2} \\ 2d + 0,69 l_1 \end{array} \right., \text{ com:} \quad (3.24)$$

$l_1 = c_1 + 2l_{H1}$ ,  $l_{H1}$ : Largura do capitel na menor direção ortogonal;

$l_2 = c_2 + 2l_{H2}$ ,  $l_{H2}$ : Largura do capitel na maior direção ortogonal;

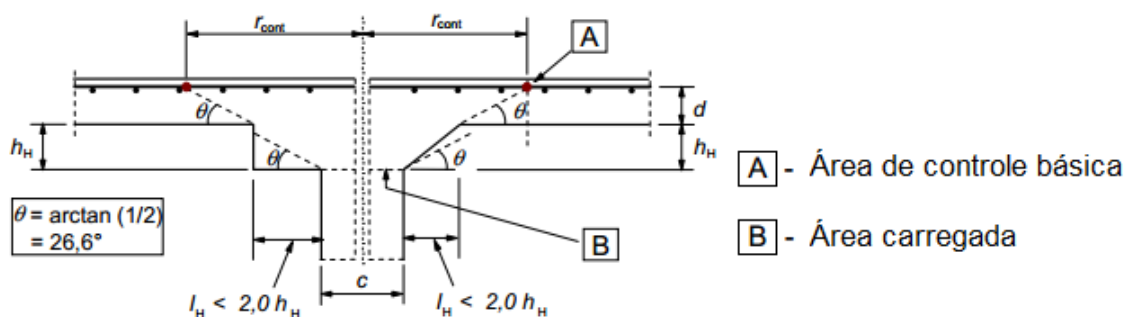


FIGURA 37 – LAJE COM CAPITEL / ÁBACO DE LARGURA MENOR QUE 2 x ALTURA

FONTE: EUROCODE 02 (2010) Modificado pelo autor

Quando a largura do capitel ou ábaco é maior do que 2 vezes a soma da altura útil da laje com a altura do capitel, a norma determina que devem ser tomadas seções de controle dentro ( $r_{\text{cont,int}}$ ) e fora ( $r_{\text{cont,ext}}$ ) da região do capitel / ábaco e o afastamento  $r_{\text{cont}}$  é obtido com o seguinte procedimento:

$$r_{\text{cont,int}} = 2(d + h_H) + 0,5c \quad (3.25)$$

$$r_{\text{cont,ext}} = l_H + 2d + 0,5c \quad (3.26)$$

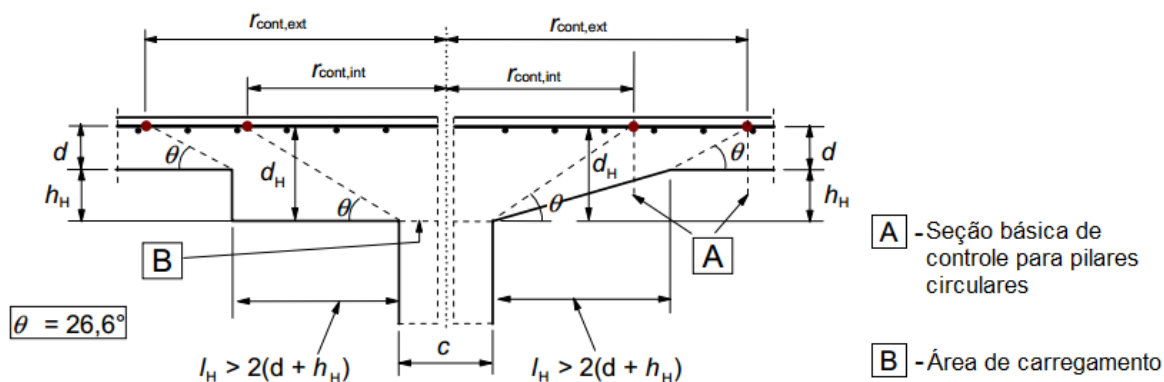


FIGURA 38 – LAJE COM CAPITEL / ÁBACO DE LARGURA MAIOR QUE 2 x (ALTURA + ALTURA ÚTIL DA LAJE)

FONTE: EUROCODE 02 (2010) Modificado pelo autor

A última seção de controle ( $u_{out}$ ) sugerida pelo EUROCODE 02:2010, é a que deve ser analisada na existência de armadura de punção. A posição do último perímetro de armaduras é no local do qual a uma distância de  $1,5d$  não haja necessidade de armadura transversal.

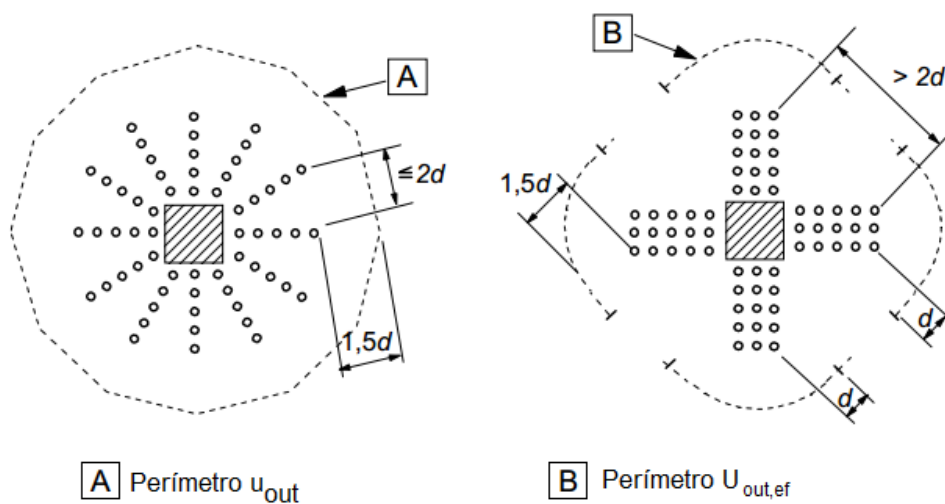


FIGURA 39 – FORMAÇÃO DO PERÍMETRO DE CONTROLE CONFORME A POSIÇÃO DA ARMADURA DE PUNÇÃO

FONTE: EUROCODE 02 (2010) Modificado pelo autor

O EUROCODE 02:2010 afirma que para pilares situados nos limites de bordas livres, onde não haja excentricidade paralela à borda, a força de punção pode ser considerada uniforme no perímetro de controle, e o mesmo pode ser considerado reduzido em um perímetro efetivo ( $u_1^*$ ), assim mostrado na norma:

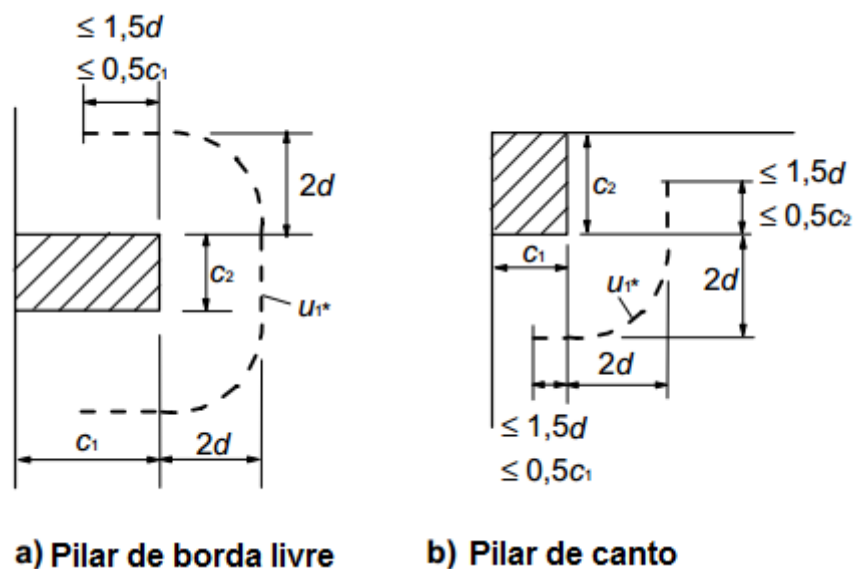


FIGURA 40 – PERÍMETRO DE CONTROLE PARA PILARES DE BORDA E DE CANTO  
 FONTE: EUROCODE 02:2010 (2010) Modificado pelo autor

### 3.3.3.2 Tensão solicitante

Para o cálculo da tensão solicitante ( $V_{Ed}$ ) nas seções de controle, há a consideração se há excentricidade na reação de apoio ou na carga concentrada aplicada, pelo parâmetro  $\beta$ :

$$V_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_i d}, \text{ onde:} \quad (3.27)$$

$d$ : altura útil da laje;

$u_i$ : perímetro da seção de controle em análise;

$$\beta = 1 + k \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \frac{u_1}{W_1}, \text{ sendo:} \quad (3.28)$$

$u_1$  : perímetro da seção básica de controle;

k : razão entre a maior dimensão da área carregada ( $c_1$ ) e a menor dimensão ( $c_2$ ) (TABELA 9);

TABELA 9 – VALORES DE K

$C_1/C_2$	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$
k	0,45	0,60	0,70	0,80

$C_1$ : dimensão do pilar paralela à excentricidade da força ;

FONTE: EUROCODE 02 (2010) Modificado pelo autor

$W_1$  : Módulo de resistência plástica à flexão, ou seja fornece a distribuição das tensões cisalhantes na seção crítica devidas ao Momento Fletor atuante (REIS, 2013); que em pilares retangulares internos é dado igual às Equações 3.14 e 3.16

Para pilares internos retangulares com duas excentricidades da força concentrada aplicada nos eixos y e z ( $e_y$  e  $e_z$ ),  $\beta$  é:

$$\beta = 1 + 1,8 \sqrt{\left(\frac{e_y^2}{b_z}\right) + \left(\frac{e_z^2}{b_y}\right)}, \text{ onde:} \quad (3.29)$$

$b_z$  e  $b_y$ : dimensões do perímetro de controle nos eixos z e y respectivamente;

Para pilares de borda:

$$\beta = \frac{u_1}{u_{1*}} + k \frac{u_1}{W_1}, \text{ onde:} \quad (3.30)$$

$u_1$  : Perímetro crítico total;

$u_{1*}$ : Perímetro crítico efetivo (com descontos).

Em pilares de canto, o EUROCODE 02:2010 é claro em informar que o esforço de puncionamento é uniformemente distribuído em todo o perímetro crítico. Assim, temos o valor de:

$$\beta = \frac{u_1}{u_{1*}} \quad (3.31)$$

### 3.3.3.3 Tensão resistente ao puncionamento em lajes sem armadura de punção ( $V_{Rd,c}$ ).

O EUROCODE 02:2010 indica que a tensão resistente será dada por:

$$V_{Rd,c} = \frac{1,8}{\gamma_c} k (100\rho f_{ck})^{1/3} \geq (0,035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2}) \quad (3.32)$$

-  $\gamma_c$  = Peso específico do concreto armado

$$- k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0, \text{ d em [mm]} \quad (3.33)$$

-  $\rho$ : taxa de armadura à flexão nas duas direções da laje:  $\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \leq 0,02$ , assim como na NBR 6.118:2003 as taxas de armaduras nas direções x e y são contadas 3d a partir da face do pilar;

-  $f_{ck}$  em [MPa];

### 3.3.3.4 Tensão resistente em lajes com armadura de puncionamento ( $V_{Rd,cs}$ ).

$$V_{Rd,cs} = 0,75 V_{Rd,c} + 1,5 (d/s_r) A_{sw} f_{ywd,ef} \left(\frac{1}{u_1 d}\right) \text{sen } \alpha, \text{ em que:} \quad (3.34)$$

$A_{sw}$  : Área da seção da armadura transversal na seção analisada;

$s_r$ : espaçamento radial da armadura de puncionamento;

$f_{ywd,ef}$ : tensão resistente efetiva de cálculo da armadura de puncionamento, dado por:  $f_{ywd,ef} = 250 + 0,25 d \leq f_{ywd}$ , em MPa. (3.35)

$\alpha$  : ângulo de inclinação da armadura de punção em relação ao eixo da laje.

### 3.3.3.5 Tensão resistente nas faces do pilar

Essa tensão é dada por:

$$V_{Rd,max} = 0,5 v f_{cd} \quad (3.36)$$



$\nu$  : fator de resistência característica do concreto ao cortante reduzido:

$$\nu = 0,6 \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right], \text{ (} f_{ck} \text{ em [MPa])} \quad (3.37)$$

$f_{cd}$  : Resistência de cálculo do concreto à compressão.

### 3.3.4 Detalhamento

Quando for requerida armadura de punção, ela deve estar posta a uma distância maior do que  $0,3d$  da face do pilar ou região de carga concentrada, seguindo até menos do que  $1,5d$ <sup>7</sup> do perímetro de controle que não seja mais necessário reforço à punção. Já o espaçamento entre os conectores, pinos ou estribos resistentes à punção, não pode ultrapassar de  $0,75d$ , conforme mostrada na Figura apresentada na norma.

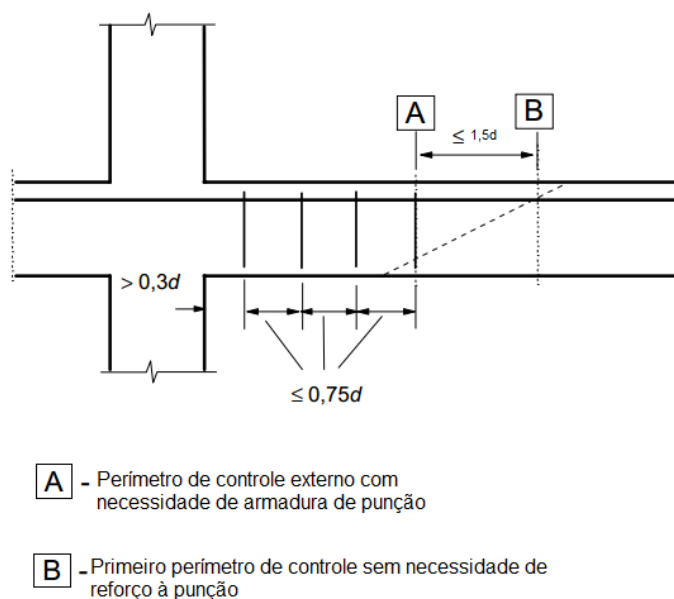


FIGURA 41 – ESPAÇAMENTO NECESSÁRIO PARA AS ARMADURAS DE PUNÇÃO

FONTE: EUROCODE 02 (2010) Modificado pelo autor

<sup>7</sup> valor recomendado pelo EUROCODE 02:2010 para os casos gerais, mas varia de acordo com o país

A área mínima de um conector, pino ou equivalente ( $A_{sw,min}$ ) segue a equação 3.38:

$$A_{sw,min} = \frac{1,5 \cdot \sin \alpha + \cos \alpha}{(s_r \cdot s_t)} \geq 0,08 \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yk}}}, \text{ com:} \quad (3.38)$$

-  $\alpha$ : ângulo formado entre a armadura de punção e a armadura de flexão da laje, na seção transversal da mesma, quando a armadura de punção for vertical,  $\alpha=90^\circ$ , conseqüentemente:  $A_{sw,min} = \frac{1,5}{(s_r \cdot s_t)}$  . (3.39)

-  $s_r$ : espaçamento radial entre as linhas de conectores, pinos ou equivalentes;

-  $s_t$ : espaçamento entre as armaduras de punção;

-  $f_{ck}$ : resistência característica à compressão do concreto (MPa) em 28 dias;

-  $f_{yk}$ : resistência característica a escoamento do aço da armadura de punção (MPa).

Já para as armaduras de flexão inferiores, é requerido que somente para as zonas de apoios internos, elas devam passar direto da região de apoio e possuir no mínimo 02 barras, em cada direção ortogonal.

Sendo um importante quesito no dimensionamento da peça, o cobrimento mínimo das armaduras especificado pelo Eurocode 02:2010 utiliza uma combinação entre os fatores ambientais e de ancoragem da peça de concreto em análise, o que garante um uso mais eficiente de concreto no elemento estrutural. O cobrimento mínimo ( $C_{min}$ ) é o que segue:

$$C_{min} = \max \left\{ \begin{array}{l} C_{min,b} \\ C_{min,dur} \\ 10 \text{ mm} \end{array} \right\}, \text{ com:}$$

$C_{min,b}$ : cobrimento mínimo para garantir a aderência da barra de aço ao meio de concreto que a envolve garantindo assim a transmissão segura de esforços entre os dois materiais. Segundo o EUROCODE 02:2010, para os aços comuns no mercado o cobrimento mínimo é igual ao maior diâmetro ( $\emptyset$ ) das barras longitudinais

da peça sendo que, se o diâmetro máximo do agregado for maior do que 32mm, esse cobrimento deve ser acrescido com 5 mm.

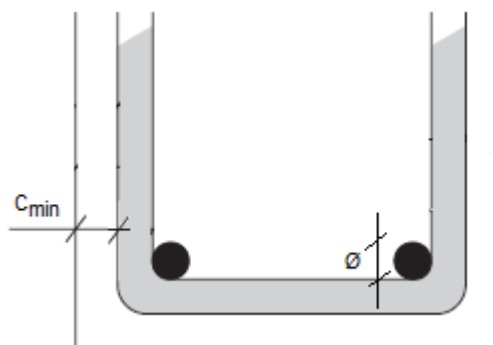


FIGURA 42 – COBRIMENTO MÍNIMO EM UMA SEÇÃO TRANSVERSAL

$c_{min,dur}$ : cobrimento mínimo devido às condições ambientais que classificam a estrutura em classes, conforme a tabela 10.

TABELA 10 – CLASSES DE EXPOSIÇÃO AMBIENTAL DO CONCRETO ARMADO

Tipo de corrosão	Classe	Descrição do concreto no ambiente
Sem risco de corrosão	X0	Concreto interior a edifícios sem umidade do ar
Corrosão por carbonatação	XC1	Seco ou permanentemente molhado
	XC2	Molhado, raramente seco
	XC3	Umidade moderada
	XC4	Ciclos de molhado e seco
Corrosão por cloretos	XD1	Umidade moderada
	XD2	Molhado, raramente seco
	XD3	Ciclos de molhado e seco
Corrosão por cloretos da água marinha	XS1	Exposto ao sal marinho, mas não em contato com a marinha
	XS2	Permanentemente submerso
	XS3	Em áreas de <i>sprays</i> marinhos

FONTE: EUROCODE 02 (2010) Modificado pelo autor

Assim, após ser classificada na classe certa, a estrutura pode ter seu cobrimento mínimo devido às condições ambientais de acordo com a tabela 11.

TABELA 11 – COBRIMENTOS MÍNIMOS DE ACORDO COM A EXPOSIÇÃO AMBIENTAL

Classe estrutural	Classe de Exposição Ambiental						
	X0	XC1	XC2/XC3	XC4	XD1/XS1	XD2/XS2	XD3/XS3
4	10	15	25	30	35	40	45

FONTE: EUROCODE 02 (2010) Modificado pelo autor

Na tabela acima, foi representada somente a classe estrutural 4, pois segundo o EUROCODE 02:2010, no item 4.4.1.2(5), essa é a classe recomendada para estrutura com 50 anos de vida de serviço (útil).

### 3.4 COMPARATIVO ENTRE AS NORMAS

Em resumo, para se ter um entendimento mais claro das diferentes formas de tratamento desse assunto por todas as normas, esse item é dedicado a demonstrar a diversidade das regulamentações. A apresentação das comparações segue a ordem lógica do cálculo estrutural de uma laje sujeita a punção.

#### 3.4.1 Coeficientes de ponderações

Apesar de as normas não possuírem a mesma denominação para os tipos existentes de cargas, as quais variam entre cargas vivas e mortas (ACI) e cargas permanentes e variáveis (NBR e EUROCODE), são apresentadas as denominações encontradas na norma NBR 6.118:2003, na tabela 12, para os valores de majoração de cargas (que devem ser multiplicados pelas cargas atuantes) e para os valores de redução de resistências (que devem ser divididos pelas resistências características).

TABELA 12 – COEFICIENTES DE PONDERAÇÕES NAS TRÊS NORMAS

Normas	Majoração de Cargas		Redução de Resistências	
	Permanentes	Variáveis	Concreto	Aço
ACI 318:08	1,40	1,70	1,43	1,11
NBR 6118:2003	1,40	1,40	1,40	1,15
EUROCODE 02:2010	1,35	1,50	1,50	1,15

Observa-se uma grande semelhança entre os coeficientes da NBR 6118:2003 e do EUROCODE 02:2010, a diferença nos coeficientes de redução de resistências podem ser explicadas analisando que há uma grande diferença de temperatura média entre o Brasil e a Europa, esta última sujeita aos efeitos de gelo-degelo das peças de concreto armado.

### 3.4.2 Cálculo dos esforços (Método dos Pórticos Equivalentes)

Pela Norma NBR 6118:2003, o uso desse método pode ser realizado em casos em que os pilares estiverem dispostos em filas ortogonais, de maneira regular e com vãos pouco diferentes.

As normas estudadas divergem em duas situações desse método: a forma de divisão da laje em pórticos e a distribuição dos momentos fletores entre os pórticos. Abaixo, estão comparadas as duas situações:

TABELA 13 – DIVISÃO DA LAJE EM PÓRTICOS

NORMA	FAIXAS INTERNAS	FAIXAS DOS PILARES
ACI 318:2008	Largura Pórtico = 25% do vão (distância entre dois pilares) no eixo de estudo;	
NBR 6118:2003	Largura Pórtico = 25% do vão (distância entre dois pilares) no eixo de estudo;	
EUROCODE 02:2010	0,5 x (Vão Maior – 0,5 x Vão Menor) . Vão é a distância entre pilares consecutivos.	Largura Pórtico = 25% do vão (distância entre dois pilares) no eixo de estudo;

TABELA 14 – DISTRIBUIÇÃO DOS MOMENTOS FLETORES ENTRE AS FAIXAS

<b>NORMA</b>	<b>TIPO DE MOMENTOS</b>	<b>FAIXAS INTERNAS</b>	<b>FAIXAS DOS PILARES</b>
ACI 318:2008	Positivos	40 %	60 %
	Negativos	25 %	75 %
NBR 6118:2003	Positivos	45 %	55 %
	Negativos	25 %	75 %
EUROCODE 02:2010	Positivos	50 – 30 %	50 – 70%
	Negativos	40 – 20 %	60 – 80 %

Possuindo uma considerável divergência quanto à forma de separação do plano da laje em pórticos equivalentes para o cálculo, é constatada uma maior conformidade no que diz respeito à distribuição dos momentos fletores aos pórticos. Nesse quesito, nota-se uma grande semelhança entre as normas NBR 6118:2003 e ACI 318:2008, com pequenos detalhes de diferenciação.

### 3.4.3 Cálculo das resistências

Da avaliação da segurança à punção apresentada pelas três normas, valem serem destacados dois fatores importantes para o processo de cálculo. Se expõem nos itens 3.4.3.1 e 3.4.3.2 os critérios de posicionamento da seção de controle de cada regulamentação e a resistência característica de compressão do concreto para cada norma.

#### 3.4.3.1 Seção crítica de controle para efeito de punção

As seções de controle não correspondem realmente aos locais onde ocorrerá a ruptura, apenas servindo de referência para o cálculo estrutural. Basicamente, as seções de controle, ou também chamadas de seções críticas, estabelecidas nas normas são as que seguem abaixo:

TABELA 15 – SEÇÕES DE CONTROLE APRESENTADAS NAS NORMAS

NORMA	QUANTIDADE DE SEÇÕES	1º SEÇÃO	2ª SEÇÃO	3ª SEÇÃO
ACI 318:08	01	-	A $d/2$ da face do pilar ou mudança de espessura da laje	-
NBR 6118:2003	02 ou 03	Nas faces do pilar	A $2d$ da face da área efetiva de carga	Se houver armadura de punção, a $2d$ da mesma
EUROCODE 02:2010	02 ou 03	Nas faces do pilar	A $2d$ da face da área efetiva de carga	Se houver armadura de punção, a $1,5d$ da mesma.

1 )  $d$  : a altura útil da laje: braço de alavanca do momento resistente, formado pela distância da armadura de tração até a fibra mais comprimida da peça.

A falta de outras seções de controle na ACI 318:08 indica uma grande diferença para as outras normas, EUROCODE 02:2010 e NBR 6.118:2003, que se assemelham muito tanto na definição da posição da seção quanto nas distâncias indicadas. A presença de mais seções permite verificar a intensidade da punção em planos de ruptura com ângulos diferentes.

#### 3.4.3.2 Resistência do concreto à compressão

Esse parâmetro exige uma atenção especial em relação a todo o cálculo de resistências, porque há uma grande divergência no seu trato entre as normas.

A ACI 318:08 tem como padrão o parâmetro  $f_c'$  que é o valor de resistência específica à compressão do concreto para o qual só haja 1% de valores inferiores a ele em três testes consecutivos em corpos-de-prova cilíndricos com medidas de 15 cm x 30 cm (diâmetro x altura).

As normas NBR 6118:2003 e EUROCODE 02:2010 utilizam as mesmas dimensões de corpos-de-prova em seus ensaios de determinação da resistência

característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ), porém a resistência corresponde ao valor em que haja 5% de valores abaixo dos resultados experimentais, aos 28 dias.

Souza e Bittencourt (2003) visando relacionar a resistência característica da norma americana ( $f'_c$ ) com a resistência característica da norma brasileira ( $f_{ck}$ ), sempre que não houver um valor do desvio padrão dos ensaios experimentais, e o concreto for feito com altos padrões de qualidade, propuseram a expressão:

$$f'_c = f_{ck} - 2,04, \text{ com:} \quad (3.40)$$

$f'_c$  : resistência específica à compressão do concreto, em MPa;

$f_{ck}$  : resistência característica à compressão do concreto, em MPa.



## 4 EXEMPLO DE VERIFICAÇÃO

### 4.1 APRESENTAÇÃO DA LAJE DE ESTUDO

Para se realizar um estudo do maior número de hipóteses descritas nas normas, buscou-se uma laje hipotética: com dimensões de vãos grandes o suficiente para um maior efeito de punção; abertura para elevador com dimensões usuais e ábacos nas regiões dos pilares como dimensões distintas. Então, é verificada uma laje com as seguintes características:

- 1) Laje maciça em toda sua área, retangular e com vãos nos eixos x e y: 8,00m x 8,50m;
- 2) Espessura: 25 cm na região lisa e 50 cm nos ábacos (engrossamento da laje) os quais com 2,70 x 3,10m de comprimento nos eixos x e y, respectivamente;
- 3) Cobrimento da armadura de 2,5cm (o que atende as três normas);
- 4) Pilares quadrados de 30x30 cm, com 3,00m de comprimento;
- 5) Abertura para poço de elevadores de 3,90 x 1,90m;
- 6) Concreto de  $f_{ck}=30$  MPa e Aço CA-50.

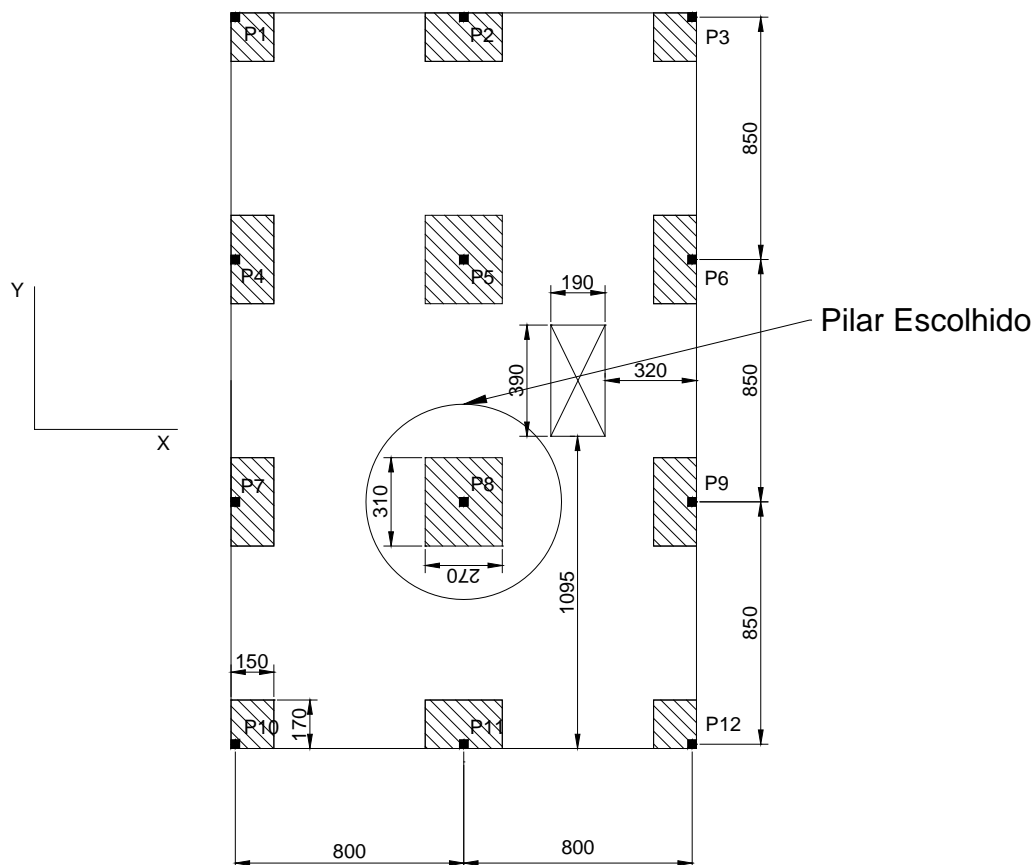


FIGURA 43 – LAJE DE ESTUDO

## 4.2 CARGAS ATUANTES

### 4.2.1 Cargas Permanentes

TABELA 16 – CARGAS PERMANENTES CARACTERÍSTICAS

Origem	Região dos Ábacos (e=50cm) (kN/m <sup>2</sup> )	Região Fora Ábacos (e=25cm) (kN/m <sup>2</sup> )
Peso Próprio (25 kN/m <sup>3</sup> )	12,50	6,25
Contrapiso	0,60	0,60
Acabamento (Porcelanato)	0,20	0,20
TOTAL	13,30	7,05

FONTE: O autor (2014)

#### 4.2.2 Cargas Acidentais

Foi considerado o edifício, como sendo uma edificação do Tipo 2, conforme a NBR 6.118/2003 com carga acidental = 5,0 kN/m<sup>2</sup>. Esse valor atende também às normas ACI 318/08 e EUROCODE 02 como sendo um valor máximo de carga variável em edifícios comuns.

#### 4.3 MOMENTOS TRANSFERIDOS AOS PILARES

Como o Método dos Pórticos Equivalentes determina a separação dos pórticos na metade dos vãos, tem-se a seguinte configuração de pórticos para todas as normas:

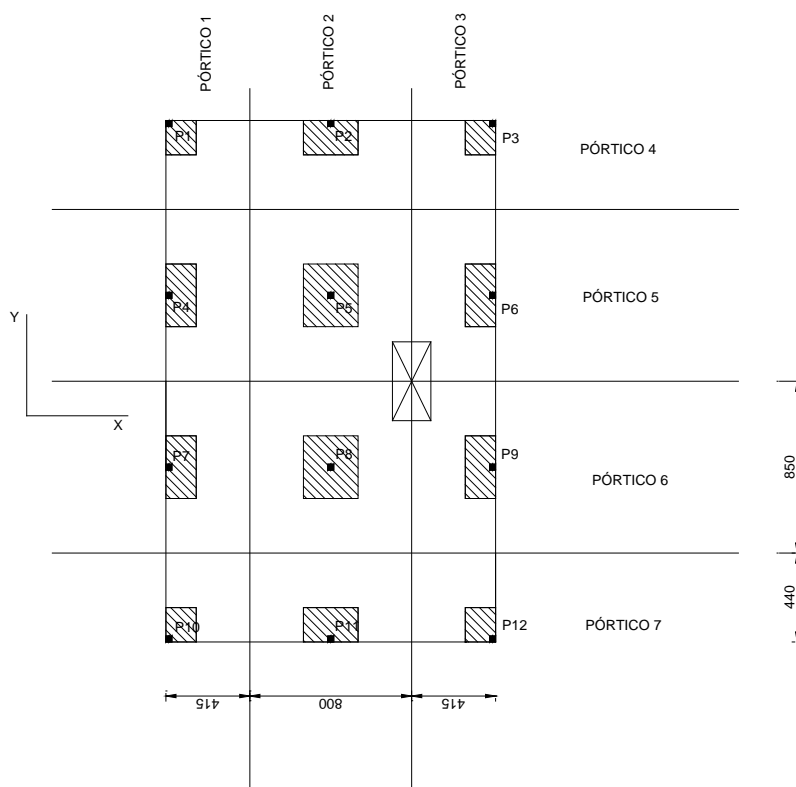


FIGURA 44 – DIMENSÕES DOS PÓRTICOS NA LAJE

Como cada norma possui uma maneira de determinar a parcela do momento transferida ao pilar, apresentam-se os procedimentos correspondentes a cada norma nos seguintes itens.

Tendo o maior momento negativo e como também possui influência da abertura, o Pilar P8 (contido nos pórticos 2 e 6) será o objeto de estudo.

#### 4.3.1 ACI 318:08

Para a análise do momento atuante no Pilar P8, é necessária aplicação dos coeficientes de majoração das cargas permanentes e variáveis encontradas. Os coeficientes da Norma ACI são:

- 1,40 para as cargas permanentes;
- 1,70 para as cargas variáveis.

Para a análise dos momentos negativos obtidos pelo Método dos Pórticos Equivalentes calculados para o Pilar P8, foi utilizado o *software* FTOOL, e os resultados obtidos são conforme Apêndice, resumidos na tabela 17:

TABELA 17 – MOMENTOS ATUANTES NA LIGAÇÃO LAJE-PILAR P8 DE ACORDO COM ACI 318:08

Direção	X(kN.cm) (Pórtico 6)	Y (kN.cm) (Pórtico 2)
Momento	-91.220,00	-95.980,00

Para efeito de verificação à punção, é necessária a multiplicação desses momentos pelas porcentagens relativas a cada faixa – externa e interna – e também, dividi-los pelas larguras das mesmas, conforme a Tabela 18.

TABELA 18 – PARÂMETROS PARA OBTENÇÃO DO MOMENTO ATUANTE DE CÁLCULO PELA ACI 318:08

	Faixas Externas	Faixas Internas
Largura Eixo X	2,125 m	2,125 m
Largura Eixo Y	2,00 m	2,00 m
Porcentagem Transferida	37,50 %	12,50 %

Então, para as faixas externas e internas, o momento atuante, de cálculo, para as verificações à punção no Pilar P8 são os seguintes:

TABELA 19 – MOMENTOS DE CÁLCULO PARA NA LIGAÇÃO LAJE-PILAR P8, SEGUNDO A ACI 318:08

	Faixas Externas	Faixas Internas
Eixo X (kN.cm/m)	16.097,65	5.365,88
Eixo Y (kN.cm/m)	17.996,25	5.998,75

#### 4.3.2 NBR 6.118:2003

Para a análise do momento atuante na ligação laje-pilar P8, é necessária aplicação dos coeficientes de majoração das cargas permanentes e variáveis encontradas. Os coeficientes da Norma NBR são:

- 1,40 para as cargas permanentes;
- 1,40 para as cargas variáveis.

Para a análise dos momentos negativos obtidos pelo Método dos Pórticos Equivalentes calculados para a ligação laje-pilar P8, foi utilizado o *software* FTOOL, e os resultados obtidos são conforme Apêndice, resumidos na tabela 17:

TABELA 20 – MOMENTOS ATUANTES NA LIGAÇÃO LAJE-PILAR P8 DE ACORDO COM NBR 6.118:2003

Direção	X(kN.cm) PÓRTICO 6	Y (kN.cm) PÓRTICO 2
Momento	-83.960,00	-88.360,00

Para efeito de verificação à punção, é necessária a multiplicação desses momentos pelas porcentagens relativas a cada faixa – externa e interna – e também, dividi-los pelas larguras das mesmas, conforme tabela a seguir:

TABELA 21 - PARÂMETROS PARA OBTENÇÃO DO MOMENTO ATUANTE DE CÁLCULO SEGUNDO NBR 6.118:2003

	Faixas Externas	Faixas Internas
Largura Eixo X	2,125 m	2,125 m
Largura Eixo Y	2,00 m	2,00 m
Porcentagem Transferida	37,50 %	12,50 %

Então, para as faixas externas e internas, o momento atuante, de cálculo, para as verificações à punção no Pilar P8 são os seguintes:

TABELA 22 - MOMENTOS DE CÁLCULO PARA A LIGAÇÃO LAJE-PILAR P8, SEGUNDO A NBR 6.118:2003

	Faixas Externas	Faixas Internas
Eixo X (kN.cm/m)	14.816,47	4.938,82
Eixo Y (kN.cm/m)	16.567,50	5.522,50

### 4.3.3 EUROCODE 02:2010

Para a análise do momento atuante na ligação Laje-Pilar P8, é necessária aplicação dos coeficientes de majoração das cargas permanentes e variáveis encontradas. Os coeficientes da Norma EUROCODE são:

- 1,35 para as cargas permanentes;
- 1,50 para as cargas variáveis.

Os momentos negativos obtidos pelo Método dos Pórticos Equivalentes para o Pilar P8 são:

TABELA 23 - MOMENTOS ATUANTES NA LIGAÇÃO LAJE-PILAR P8 DE ACORDO COM EUROCODE 02:2010

Direção	X(kN.cm) PÓRTICO 6	Y (kN.cm) PÓRTICO 2
Momento	-84.890,00	-89.350,00

Como as parcelas dos momentos negativos transferidas às faixas externas e internas variam de 60-80% e 40-20%, respectivamente, foi escolhida a transferência de 75% para as duas faixas externas e 25% para as duas faixas internas para que se possibilite uma comparação entre as normas mais precisa.

TABELA 24 - PARÂMETROS PARA OBTENÇÃO DO MOMENTO ATUANTE DE CÁLCULO SEGUNDO EUROCODE 02:2010

	Faixas Externas	Faixas Internas
Largura Eixo X	2,125 m	2,125 m
Largura Eixo Y	2,00 m	2,00 m
Porcentagem Transferida	37,50 %	12,50 %

Então, para as faixas externas e internas, o momento atuante, de cálculo, para as verificações à punção na ligação laje-pilar P8 são os seguintes:

TABELA 25 - MOMENTOS DE CÁLCULO PARA O PILAR P8, SEGUNDO A ACI 318:08

	Faixas Externas	Faixas Internas
Eixo X (kN.cm/m)	14.980,59	4.993,53
Eixo Y (kN.cm/m)	16.753,13	5.584,38

#### 4.4 REAÇÃO VERTICAL NO PILAR

Definido tanto pela NBR 6.118:2003, tanto quanto pelo EUROCODE 02:2010, assim como pela ACI 318:08, um dos métodos<sup>8</sup> de cálculo da reação vertical do Pilar é baseado na divisão dos vãos da laje em suas metades, tendo a área que circundar o pilar em análise (área de influência) é multiplicada pelas cargas atuantes. Para o Pilar P8, tem-se a seguinte área de influência, mostrada na Figura 45.

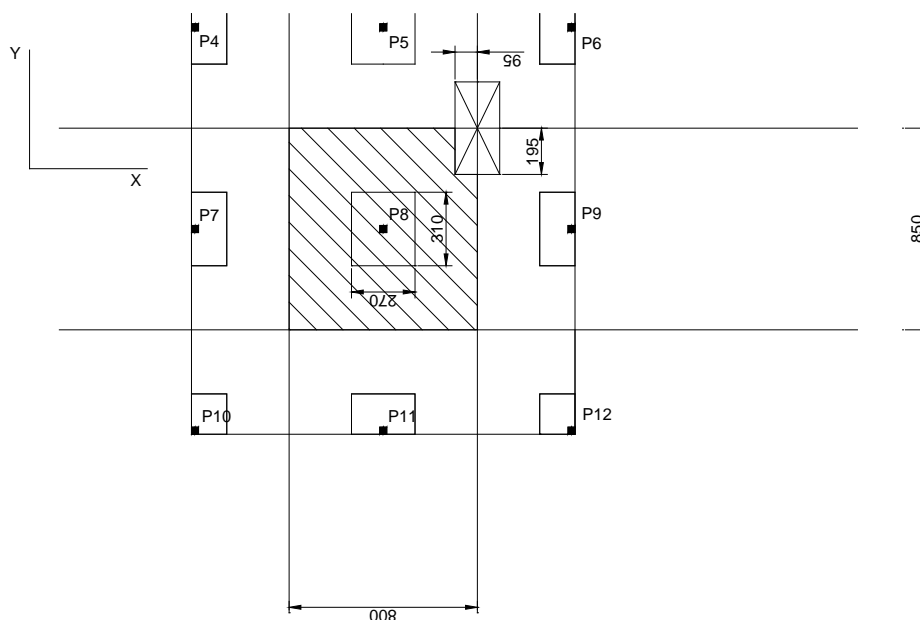


FIGURA 45 – ÁREA DE INFLUÊNCIA DA LAJE PARA O PILAR P8

<sup>8</sup> outro modo de obter a reação de apoio para um pilar é obtido pelo Método dos Pórticos Equivalentes.



Conforme mostrado na figura 45, a área de influência (já descontada a abertura) para o pilar P8 é:

$$A_t = 66,15 \text{ m}^2$$

A reação do pilar ( $F_{sd}$ ) varia de acordo com cada norma devido a seus coeficientes de majoração correspondentes.

TABELA 26 – REAÇÕES VERTICAIS PARA O PILAR P8 DE ACORDO COM CADA NORMA

ACI 318:08 (kN)	NBR 6.118:2003 (kN)	EUROCODE 02:2010 (kN)
1.288,41	1.189,19	1.205,56

#### 4.5 ARMADURA NEGATIVA DE FLEXÃO

Para efeito de simplificação e para uma comparação mais direta, foi utilizado o método proposto na NBR 6.118/2003. Foram propostas configurações de armaduras de flexão diferentes para as regiões interiores ao ábaco e exteriores ao mesmo – os quais possuem altura útil ( $d$ ) diferentes.

TABELA 27 – ÁREA DE ARMADURA NEGATIVA DE FLEXÃO PARA A LAJE JUNTO AO PILAR P8  
( $\text{cm}^2/\text{m}$ )

Norma	ACI		NBR		EUROCODE	
	x	y	x	y	x	y
Dentro do Ábaco ( $d=47,50 \text{ cm}$ )	7,95	8,91	7,23	8,19	7,38	8,28
Fora do Ábaco ( $d=22,50 \text{ cm}$ )	18,21	20,66	16,62	18,81	16,80	19,04

## 5 VERIFICAÇÕES SEM ARMADURA DE PUNÇÃO

Primeiramente, é feita a verificação da resistência laje-pilar sem o uso de armaduras de punção e, se necessária, a verificação com a presença de armadura de punção.

### 5.1 ACI 318:08

A norma americana sugere que seja feita somente uma verificação a  $d/2$  da face do pilar, no qual  $d$  é a altura útil da laje:

- A tensão solicitante deve ser menor ou igual a tensão resistente ( $V_u \leq v$ )

Antes de iniciar a verificação é necessária a conversão da resistência à compressão característica do concreto ( $f_{ck}$ ) para a resistência à compressão da norma ACI 318:2008 ( $f'_c$ ) que como explanado na seção 3.4.3.2 é:

$$\text{Equação 3.40: } f'_c = f_{ck} - 2,04 \text{ (MPa)}$$

$$f'_c = 30 - 2,04$$

$$f'_c = 27,96 \text{ MPa}$$

#### 5.1.1 Contorno a $d/2$ da face do pilar

- Tensão Resistente ( $v_c$ )

Com a altura útil ( $d$ ) sendo igual a 47,50 cm, a distância da face do pilar à seção crítica é igual a 23,75 cm.

Como há uma abertura na laje a menos de 10 vezes a altura total da laje ( $10h = 5,00 \text{ m}$ ), a norma americana especifica que o perímetro crítico seja reduzido ( $b_o^*$ ) conforme abaixo:

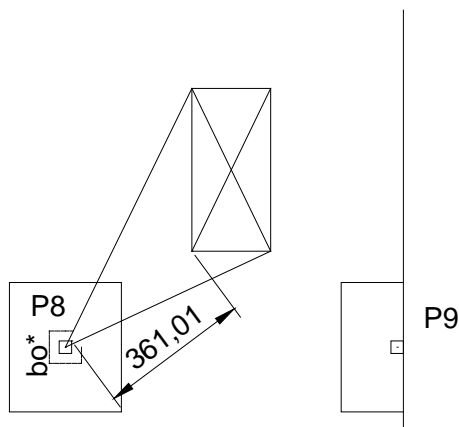


FIGURA 46 – DISTÂNCIA DA FACE DO PILAR P8 À ABERTURA MAIS PRÓXIMA

$$b_0^* = 267,57 \text{ cm.}$$

A força resistente no perímetro crítico ( $V_c$ ) será igual ao menor dos valores das três seguintes equações, multiplicado pelo coeficiente de redução de resistências ( $\phi$ ) para peças de concreto armado,  $\phi = 0,85$ :

- I) Para pilares retangulares e considerando a distribuição das tensões cisalhantes nas bordas do perímetro crítico, o ACI 318:08 define (Equação 3.1):

$$V_c = 0,17 \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) \lambda \sqrt{f_c'} b_0 d$$

De acordo com o item 8.6.1 da norma o coeficiente de correção ( $\lambda$ ) é aproximadamente igual a 1,0 para concretos normais;

Já a relação entre o lado maior e o menor ( $\beta$ ) do pilar P8 é igual:

$$\beta = \frac{c_1}{c_2} = \frac{30}{30} = 1,0$$

Substituindo tem-se:

$$V_c = 0,17 \left(1 + \frac{2}{1}\right) 1 \sqrt{27,96} \cdot 2,6757 \cdot 0,475$$

$$V_c = 3,431585 \text{ N}$$

- II) A segunda equação (3.2) considera que quando a razão  $\frac{b_0}{d}$  ( $b_0$  sendo o perímetro da seção crítica e  $d$ , a altura útil da seção crítica) do perímetro crítico for maior do que 2 (aplicável) a seguinte equação deve ser considerada como um limite:

$$V_c = 0,083 \left( \frac{\alpha_s d}{b_0} + 2 \right) \lambda \sqrt{f_c'} b_0 d$$

Como o pilar P8 é um pilar interno ao pavimento, o fator  $\alpha_s = 40$ .

Substituindo tem-se:

$$V_c = 0,083 \left( \frac{40 \cdot 47,50}{267,57} + 2 \right) \lambda \sqrt{27,96} \cdot 2,6757 \cdot 0,475$$

$$V_c = 5,07112 \text{ N}$$

III) A terceira e última equação (3.3) é a primeira equação para cálculo à punção que esteve presente no ACI 318:08:

$$V_c = 0,33 \lambda \sqrt{f_c'} b_0 d$$

$$V_c = 0,33 \cdot 1 \cdot \sqrt{27,96} \cdot 2,6757 \cdot 0,475$$

$$V_c = 2,217447 \text{ N} \rightarrow V_{c,\min}$$

Como a ACI indica a equação para encontrar a força, e não a tensão, resistente no perímetro crítico, divide-se o valor encontrado pela área dessa seção para obter a tensão resistente ( $v_c$ ); e, por conseguinte, multiplica-se pelo fator de redução de resistências especialmente à punção( $\phi$ ):

$$v_c = \phi \frac{V_{c,\min}}{b_0 d} = 0,85 \frac{2,217447}{2,6757 \cdot 0,4750} = 1,483 \text{ MPa} \quad (3.41)$$

- Tensão solicitante ( $v_u$ ), calculada pela Equação 3.9:

$$v_u = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v M_{ux} C_{AB}}{J_{c,x}} + \frac{\gamma_v M_{uy} C_{CD}}{J_{c,y}}$$

A Área de Concreto útil para resistência à punção( $A_c$ ) é:

$$A_c = b_0 d = 267,57 \cdot 47,50 = 12.709,58 \text{ cm}^2$$

A porcentagem do Momento fletor que é transferida para a seção crítica da ligação laje-pilar ( $\gamma_v$ ) é calculado pela equação 3.10:

$$\text{Como o pilar é quadrado } (c_1 = c_2), \gamma_v = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{c_1 + d}{c_2 + d}}} = 0,40$$

Definido como “Análogo ao Momento de Inércia Polar da seção”  $J_c$  é um termos usado para computar torções e cisalhamentos que atingem as faces da

seção crítica (Wight e MacGregor, 2012) e é para esse caso, segundo a equação 3.11:

$$J_c = 2 \left( \frac{b_1 d^3}{12} + \frac{d b_1^3}{12} \right) + 2(b_2 d) \left( \frac{b_1}{2} \right)^2$$

como

$$J_c = 2 \left( \frac{77,5 \cdot 47,5^3}{12} + \frac{47,5 \cdot 77,5^3}{12} \right) + 2(77,5 \cdot 47,5) \left( \frac{77,5}{2} \right)^2$$

$$J_c = 16.124.641,93 \text{ cm}^2$$

Substituindo os valores, tem-se a tensão solicitante na seção igual a:

$$v_u = \frac{1288,41}{12709,58} + \frac{0,4 \cdot 16097,65 \cdot 38,75}{16124641,93} + \frac{0,4 \cdot 17996,25 \cdot 38,75}{16124641,93}$$

$$v_u = 1,342 \text{ MPa}$$

Quando há ábaco no pilar (mudança de espessura da laje) conforme visto em 3.1.3.1, a norma americana indica a realização de mais uma verificação a  $d/2$  da borda do ábaco.

### 5.2.1 Contorno a $d/2$ do ábaco

- Tensão Resistente ( $v_c$ )

Com a altura útil ( $d$ ) sendo igual a 22,50 cm, a distância da face do ábaco à seção crítica é igual a 11,25 cm.

Como há uma abertura na laje a mais de 10 vezes a altura total da laje ( $10h = 2,50 \text{ m}$ ), a norma americana especifica que o perímetro crítico não seja reduzido conforme abaixo:

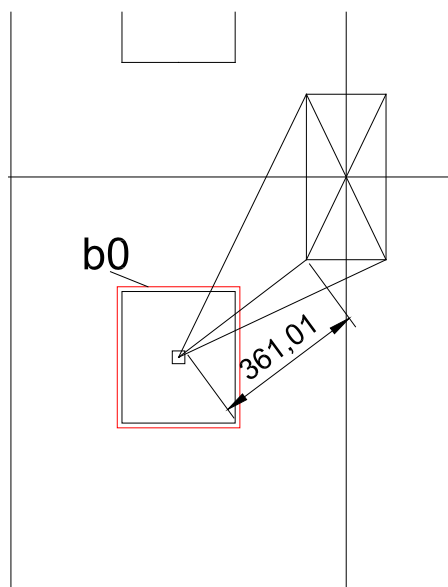


FIGURA 47 – DISTÂNCIA DA FACE DO PILAR P8 À ABERTURA MAIS PRÓXIMA

$$b_0 = 1.250,00 \text{ cm.}$$

A força resistente no perímetro crítico ( $V_c$ ) será igual ao menor dos valores das três seguintes equações, multiplicado pelo coeficiente de redução de resistências ( $\phi$ ) para peças de concreto armado,  $\phi = 0,85$ :

I)

$$V_c = 0,17 \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) \lambda \sqrt{f_c'} b_0 d$$

De acordo com o item 8.6.1 da norma o coeficiente de correção ( $\lambda$ ) é aproximadamente igual a 1,0 para concretos normais;

Já a relação entre o lado maior e o menor ( $\beta$ ) do pilar P8 é igual:

$$\beta = \frac{c_1}{c_2} = \frac{30}{30} = 1,0$$

Substituindo tem-se:

$$V_c = 0,17 \left(1 + \frac{2}{1}\right) 1 \sqrt{27,96} \cdot 1,25 \cdot 0,225$$

$$V_c = 7,585313 \text{ N}$$

II)

$$V_c = 0,083 \left(\frac{\alpha_s d}{b_0} + 2\right) \lambda \sqrt{f_c'} b_0 d$$

Como o pilar P8 é um pilar interno ao pavimento, o fator  $\alpha_s = 40$ .

Substituindo tem-se:

$$V_C = 0,083 \left( \frac{40 \cdot 22,50}{12,50} + 2 \right) \lambda \sqrt{27,96} \cdot 1250,00 \cdot 22,50$$

$$V_C = 3,358456 \text{ N} \rightarrow V_{C,\min}$$

III)

$$V_C = 0,33 \lambda \sqrt{f_c'} b_0 d$$

$$V_C = 0,33 \cdot 1 \cdot \sqrt{27,96} \cdot 12,50 \cdot 0,225$$

$$V_C = 4,907813 \text{ N}$$

Como a ACI indica a equação para encontrar a força resistente no perímetro crítico, divide-se o valor encontrado pela área dessa seção para obter a tensão resistente ( $v_c$ ); e, por conseguinte, multiplica-se pelo fator de redução de resistências específico para punção ( $\phi$ ):

$$v_c = \phi \frac{V_{C,\min}}{b_0 d} = 0,85 \frac{3,358456}{12,50 \cdot 0,225} = 1,015 \text{ MPa}$$

- Tensão solicitante ( $v_u$ ):

$$v_u = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v M_{ux} C_{AB}}{J_{c,x}} + \frac{\gamma_v M_{uy} C_{CD}}{J_{c,y}}$$

A Área de Concreto útil que atua na resistência à punção ( $A_c$ ) é:

$$A_c = b_0 d = 1250,00 \cdot 22,50 = 28.125,00 \text{ cm}^2$$

A porcentagem do Momento fletor que é transferida para a seção crítica da ligação laje-pilar ( $\gamma_v$ ) é calculo por:

$$\text{Como o pilar é quadrado } (c_1 = c_2), \gamma_v = 1 - \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{c_1+d}{c_2+d}}} = 0,40$$

Devido a diferença de dimensões nos eixos x e y do ábaco, há dois momentos de inércia polares correspondentes aos respectivos eixos,  $J_{c,x}$  e  $J_{c,y}$  :

Para o eixo x, o fator que influencia na distribuição das tensões cisalhantes e torsonais nas faces paralelas ao eixo x é:

$$J_{Cx} = 2 \left( \frac{b_1 d^3}{12} + \frac{d b_1^3}{12} \right) + 2(b_2 d) \left( \frac{b_1}{2} \right)^2$$

$$J_{Cx} = 2 \left( \frac{292,5 \cdot 22,5^3}{12} + \frac{22,5 \cdot 292,5^3}{12} \right) + 2(332,5 \cdot 22,5) \left( \frac{292,5}{2} \right)^2$$

$$J_{Cx} = 414.433.652,34 \text{ cm}^2$$

Para o eixo y, nas faces paralelas ao mesmo:

$$J_{Cy} = 2 \left( \frac{b_2 d^3}{12} + \frac{d b_2^3}{12} \right) + 2(b_1 d) \left( \frac{b_2}{2} \right)^2$$

$$J_{Cy} = 2 \left( \frac{332,5 \cdot 22,5^3}{12} + \frac{22,5 \cdot 332,5^3}{12} \right) + 2(292,5 \cdot 22,5) \left( \frac{332,5}{2} \right)^2$$

$$J_{Cy} = 502.280.214,84 \text{ cm}^2$$

Substituindo os valores, tem-se a tensão solicitante na seção igual a:

$$\nu_u = \frac{1288,41}{28125,00} + \frac{0,4 \cdot 16097,65 \cdot 146,25}{414433652,34} + \frac{0,4 \cdot 17996,25 \cdot 166,25}{502280214,84}$$

$$\nu_u = 0,506 \text{ MPa}$$

Como, nas duas seções de verificação as tensões resistentes foram maiores do que as solicitantes,  $\nu_c > \nu_u$ , não há necessidade de uso de armadura do punção para o pilar P8.

A tabela 28 apresenta os valores das tensões resistentes e solicitantes, momentos e reações de apoio dos pilares.



TABELA 28 - TENSÕES NAS LIGAÇÕES LAJE-PILAR DE TODOS PILARES SEGUNDO A ACI 318:08

Pilar	Reação (kN)	Momento de cálculo (kN.cm)		0,5d do Pilar (MPa)		0,5d do Ábaco (MPa)	
		x	y	Solicit.	Resist.	Solicitante	Resistente
P7=P4	688,69	12.783,53	12.294,38	1,31	1,48	0,59	1,13
P8=P5	1.288,41	16.097,65	17.996,25	1,34	1,48	0,51	1,02
P9=P6	654,65	11.647,06	11.891,25	1,45	1,48	0,56	1,13
P10=P1	357,75	6.451,76	7.665,00	1,08	1,48	0,54	1,24
P11=P2	686,79	11.204,12	14.653,13	1,21	1,48	0,58	1,13
P12=P3	357,75	6.451,76	7.899,38	1,08	1,48	0,54	1,24

	É necessário armadura de punção para esse pilar
	Não é necessário armadura de punção para esse pilar

### 5.3 NBR 6.118/2003

São sugeridas duas verificações, para os casos sem armadura de punção:

- Verificação no Contorno C, na periferia do pilar ( $\tau_{rd2} \geq \tau_{sd}$ )
- Verificação no Contorno C', a 2d da face do pilar ( $\tau_{rd1} \geq \tau_{sd}$ )

Quando houver armadura de punção, deverá ser verificada o contorno C'', a 2d do último perímetro da armadura de punção:

- Verificação do contorno C'' com  $\tau_{rd3} \geq \tau_{sd}$

#### 5.3.1 Contorno C (nas faces do pilar)

- Tensão resistente ( $\tau_{rd2}$ ), como visto na equação 3.17:

$$\tau_{rd2} = 0,27 \alpha_v f_{cd}$$

Resistência à compressão de cálculo do concreto ( $f_{cd}$ ):

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} = 2,14 \text{ kN/cm}^2 \quad (3.42)$$

O fator adimensional  $\alpha_v$ , integrante da equação 3.17, é dado pela equação 3.18:

$$\alpha_v = 1 - \frac{f_{ck}}{250}, \text{ com } f_{ck} \text{ em [MPa]}$$

$$\alpha_v = 1 - \frac{30}{250} = 0,88$$

Então, a tensão resistente ( $\tau_{rd2}$ ) no contorno C é a multiplicação dos dados obtidos anteriormente:

$$\tau_{rd2} = 0,27 \cdot 0,88 \cdot 2,14$$

$$\tau_{rd2} = 0,51 \text{ kN/cm}^2$$

- Tensão solicitante ( $\tau_{sd}$ ), como visto na equação 3.12:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud}$$

$F_{sd}$  é a reação vertical de apoio do pilar = 1.189,19 kN

$$\tau_{sd} = \frac{1.189,19}{(30+30+30+30) 47,50} \rightarrow \tau_{sd} = 0,21 \text{ kN/cm}^2$$

Como a tensão solicitante é menor do que a resistente,  $\tau_{sd} < \tau_{rd2}$ , não há ocorrência de rompimento por punção na periferia do pilar.

### 5.3.2 Contorno C'

Como existe ábaco (engrossamento da laje na região do pilar), e seu comprimento ( $l_h$ ) é maior do que duas vezes sua altura útil ( $d_c$ ), há a necessidade de verificação de duas seções: uma seção dentro do ábaco; e outra, fora – chamadas aqui de C'<sub>1</sub> e C'<sub>2</sub>.

Essas seções são encontradas conforme o descrito em 3.3.1 para cada eixo separadamente, em virtude das dimensões do ábaco serem diferentes.

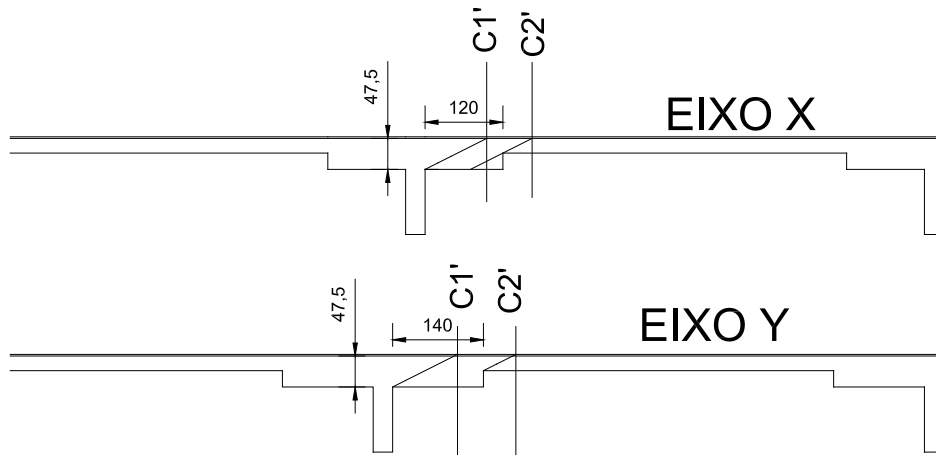


FIGURA 48 – LOCALIZAÇÃO DAS SEÇÕES CRÍTICAS DE ACORDO COM NBR 6.118:2003

### 5.3.2.1 Contorno $C'_1$

- Tensão resistente ( $\tau_{rd1}$ ), dado pela equação 3.19:

$$\tau_{rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) (100 \rho f_{ck})^{1/3}$$

A taxa geométrica de armadura negativa de flexão ( $\rho$ ), que influencia na resistência à punção em  $3d$  para cada lado das faces do pilar é :

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y}$$

Para cada eixo, a altura útil difere em razão da colocação de armadura sobre a outra:

$$\rho_x = \frac{A_{sx}}{d_x} / 100 \text{ cm} = \frac{7,41}{47} / 100 \text{ cm} = 0,00154$$

$$\rho_y = \frac{A_{sy}}{d_y} / 100 \text{ cm} = \frac{8,69}{48} / 100 \text{ cm} = 0,00171$$

$$\rho = \sqrt{0,00154 \cdot 0,00171} \rightarrow \rho = 0,001620$$

Com  $\rho$ , consegue-se avaliar a tensão resistente para o contorno C':

$$\tau_{rd1} = 0,13 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{47,5}} \right) (100 \cdot 0,001620 \cdot 30)^{1/3}$$

$$\tau_{rd1} = 0,36 \text{ MPa}$$

- Tensão solicitante ( $\tau_{sd}$ ), calculada pela equação 3.13:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1}d} + \frac{K_2 M_{sd2}}{W_{p2}d}$$

O valor da parcela do momento transferido à ligação laje-pilar (K) é tabelado e relaciona-se com a proporção do lado maior com o lado menor do pilar:

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{30}{30} = 1,0 \rightarrow K_1 = K_2 = 0,6$$

O módulo de resistência plástica à flexão ( $W_p$ ) corresponde a uma distribuição das tensões tangenciais na seção e para pilares retangulares é calculado pela equação 3.14:

$$W_p = \frac{c_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1$$

$$W_p = \frac{30^2}{2} + 30 \cdot 30 + 4 \cdot 30 \cdot 47,5 + 16 \cdot 47,5^2 + 2 \pi \cdot 47,5 \cdot 30$$

$$W_p = 52.103,54 \text{ cm}^2$$

Os momentos solicitantes  $M_{sd1}$  e  $M_{sd2}$  são referentes aos eixos x e y.

O perímetro dessa seção crítica é:  $u = 656$  cm. Esse valor é o valor reduzido de perímetro, já que há uma abertura na laje com distância menor do que  $8d$  ( $d$ , sendo a altura útil da laje =  $47,50$ cm).

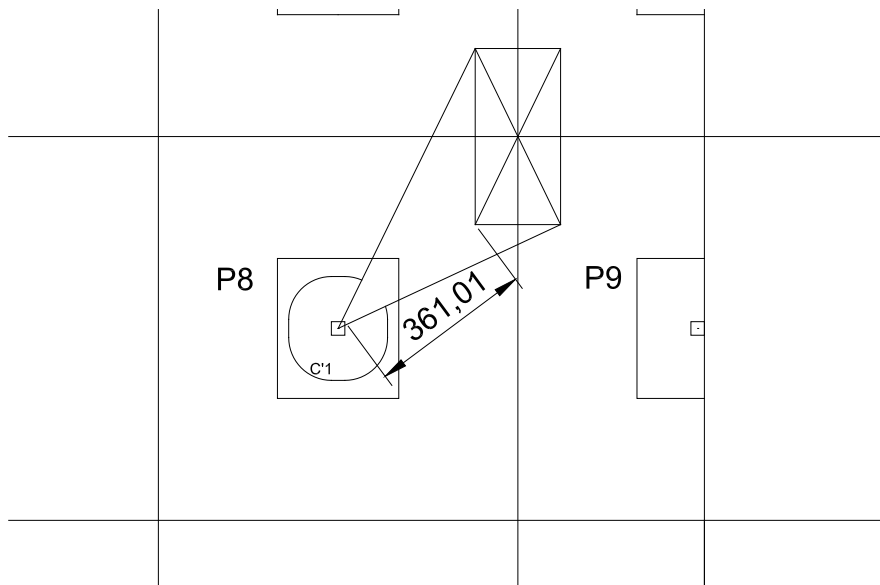


FIGURA 49 – DISTÂNCIA DA FACE DO PILAR P8 À ABERTURA MAIS PRÓXIMA

Com isso, pode-se calcular a tensão solicitante no contorno  $C'_1$ :

$$\tau_{sd} = \frac{1189,19}{656 \cdot 47,5} + \frac{0,6 \cdot 14816,47}{52103,54 \cdot 47,5} + \frac{0,6 \cdot 16567,50}{52103,54 \cdot 47,5}$$

$$\tau_{sd} = 0,46 \text{ MPa}$$

Como a tensão solicitante é maior do que a resistente ( $\tau_{sd} > \tau_{rd1}$ ), há necessidade de armadura de punção.

### 5.3.2.2 Contorno $C'_2$

- Tensão resistente ( $\tau_{rd1}$ )

$$\tau_{rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) (100 \rho f_{ck})^{1/3}$$

A taxa de armadura negativa de flexão geométrica ( $\rho$ ) é :

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y}$$

$$\rho_x = \frac{A_{sx}}{d_x} / 100 \text{ cm} = \frac{16,80}{22} / 100 \text{ cm} = 0,00755$$

$$\rho_y = \frac{A_{sy}}{d_y} / 100 \text{ cm} = \frac{19,04}{23} / 100 \text{ cm} = 0,00818$$

$$\rho = \sqrt{0,00755 \cdot 0,00818} \rightarrow \rho = 0,007859$$

Com  $\rho$ , consegue-se avaliar a tensão resistente no contorn  $C'_2$ :

$$\tau_{rd1} = 0,13 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{22,5}} \right) (100 \cdot 0,007859 \cdot 30)^{1/3}$$

$$\tau_{rd1} = 0,72 \text{ MPa}$$

- Tensão solicitante ( $\tau_{sd}$ )

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1} d} + \frac{K_2 M_{sd2}}{W_{p2} d}$$

O valor da parcela do momento transferido ao pilar ( $K$ ) é tabelado e relaciona-se com a proporção do lado maior com o lado menor do pilar:

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{30}{30} = 1,0 \rightarrow K_1 = K_2 = 0,6$$

Em razão das dimensões do ábaco serem distintas, a distribuição das tensões tangenciais na seção representada pelo módulo de resistência plástica à flexão ( $W_p$ ) na seção, é diferente para os eixos  $x$  e  $y$ :

$$W_{px} = 135.700,90 \text{ cm}^2$$

$$W_{py} = 175.057,10 \text{ cm}^2$$

Os momentos solicitantes  $M_{sd1}$  e  $M_{sd2}$  são referentes aos eixos  $x$  e  $y$ .

O perímetro dessa seção crítica é:  $u = 1257 \text{ cm}$ . Nesse caso, não há redução do perímetro crítico, uma vez que o limite de  $8d$  ( $d$ , sendo a altura útil da laje =  $22,50 \text{ cm}$ ), não é atingido:

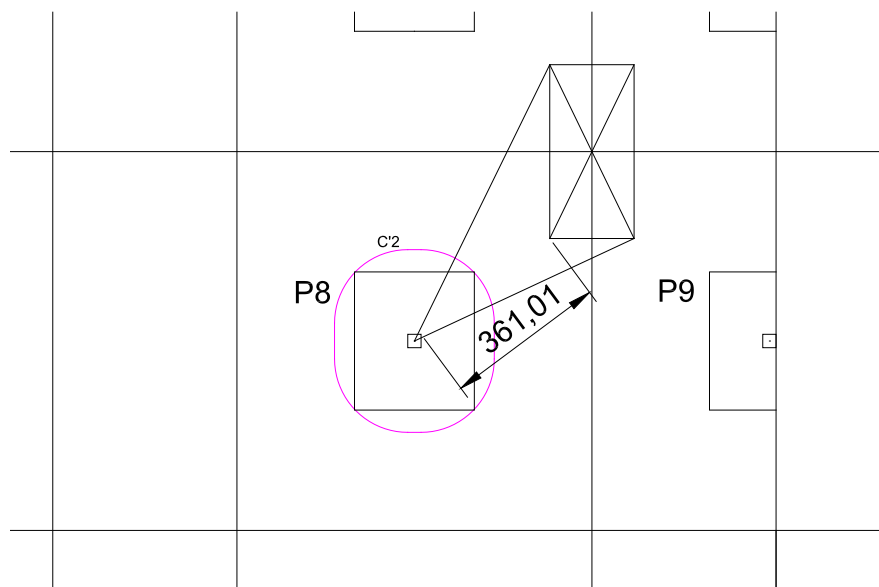


FIGURA 50 – DISTÂNCIA DA FACE DO PILAR P8 À ABERTURA MAIS PRÓXIMA

Com isso, pode-se calcular a tensão solicitante na seção C'2:

$$\tau_{sd} = \frac{1189,19}{1257.22,5} + \frac{0,6.14816,47}{135700,19.22,5} + \frac{0,6.16567,50}{175057,10.22,5}$$

$$\tau_{sd} = 0,47 \text{ MPa}$$

Nessa seção, a tensão solicitante é menor do que a resistente ( $\tau_{sd} < \tau_{rd1}$ ), porém como na seção dentro do ábaco (C'1) a tensão resistente não foi suficiente para suportar a solicitante, há necessidade de armadura de punção por aquela seção crítica.

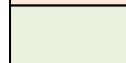
A Tabela 29 apresenta os valores das tensões resistentes e solicitantes, momentos e reações de apoio dos pilares:

TABELA 29 - TENSÕES NAS LIGAÇÕES LAJE-PILAR DE TODOS PILARES SEGUNDO NBR 6.118:2003

Pilar	Reação (kN)	Momento de cálculo (kN.cm)		Contorno "C" Od do Pilar – (MPa)		Contorno "C'1" 2d do Pilar – (MPa)		Contorno "C'2 – (MPa)	
		x	y	Solicit.	Resist.	Solicitante	Resistente	Solicitante	Resistente
P7=P4	635,78	11.765,29	11.313,75	1,12	5,08	0,46	0,33	0,53	0,65
P8=P5	1.189,19	14.816,47	16.753,13	2,09	5,08	0,46	0,36	0,48	0,72
P9=P6	604,52	10.844,12	11.066,25	1,06	5,08	0,54	0,32	0,50	0,63
P10=P1	330,36	6.001,76	7.132,50	0,58	5,08	0,38	0,27	0,47	0,53
P11=P2	633,99	10.424,12	13.640,63	1,11	5,08	0,47	0,33	0,53	0,65
P12=P3	330,36	6.001,76	7.348,13	0,58	5,08	0,38	0,27	0,47	0,53



É necessário armadura de punção para esse pilar



Não é necessário armadura de punção para esse pilar



## 5.4 EUROCODE 02:2010

São sugeridas duas verificações, para os casos sem armadura de punção:

- Verificação no Contorno  $u_0$ , na periferia do pilar ( $\tau_{rd2} \geq \tau_{sd}$ )
- Verificação no Contorno  $u_1$ , a  $2d$  da face do pilar ( $\tau_{rd1} \geq \tau_{sd}$ )

Quando houver armadura de punção, deverá ser verificada o contorno  $u_{out}$ , a  $1,5d$  do último perímetro da armadura de punção:

- Verificação do contorno  $u_{out}$  com  $\tau_{rd3} \geq \tau_{sd}$

### 5.4.1 Contorno $u_0$ (nas faces do pilar)

- Tensão resistente ( $V_{rd,máx}$ )

Substituindo as equações 3.36 e 3.37 temos:

$$V_{rd,máx} = 0,3 \alpha_v f_{cd} \quad (3.43)$$

Resistência à compressão de cálculo do concreto ( $f_{cd}$ ):

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,5} = 2,00 \text{ kN/cm}^2$$

O parâmetro adimensional  $\alpha_v$ , integrante da formula para cálculo da resistência maxima é:

$$\alpha_v = 1 - \frac{f_{ck}}{250}, \text{ com } f_{ck} \text{ em [MPa]} \quad (3.44)$$

$$\alpha_v = 1 - \frac{30}{250} = 0,88$$

Então, multiplicando os termos obtidos, tensão resistente ( $\tau_{rd2}$ ) no contorno  $u_0$  é:

$$V_{rd,máx} = 0,30 \cdot 0,88 \cdot 2,00$$

$$\tau_{rd2} = 0,53 \text{ kN/cm}^2$$

- Tensão solicitante ( $V_{ED}$ )

Para o cálculo do  $V_{Ed}$ , utilizou-se a equação 3.27, tendo  $\beta$  valor unitário:

$$V_{ed} = \frac{V_{sd}}{ud}$$

$V_{sd}$  é a reação do pilar = 1.250,56 kN

$$V_{ed} = \frac{1.250,56}{(30+30+30+30) 47,50} \rightarrow \tau_{sd} = 0,241 \text{ kN/cm}^2$$

Como a tensão solicitante é menor do que a resistente,  $\tau_{sd} < \tau_{rd2}$ , não há ocorrência de rompimento por punção na periferia do pilar.

#### 5.4.2 Contorno $u_1$

Pela existência do ábaco (engrossamento da laje na região do pilar), e seu comprimento ( $l_h$ ) ser maior do que duas vezes sua altura útil ( $d_c$ ), há a necessidade de verificação de duas seções: uma seção dentro do ábaco; e outra, fora – chamadas aqui de  $u_1'$  e  $u_1''$ .

##### 5.4.2.1 Contorno $u_1'$

O afastamento desse contorno ao centro do pilar ( $r_{cont,int}$ ) é pela equação 3.25:

$$r_{cont,int} = 2 (d + h_H) + 0,5 c, \text{ com:}$$

$h_H$ : espessura somente do ábaco (25cm);

$c$ : dimensão do pilar no eixo de estudo (30cm).

$$r_{cont,int} = 2 (22,50 + 25) + 0,5 \cdot 30$$

$$r_{cont,int} = 110 \text{ cm}$$

- Tensão resistente ( $V_{rd,c}$ )

Substituindo a equação 3.33 e o valor de  $\gamma_c$  na equação 3.32, tem-se:

$$V_{rd,c} = 0,12 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) (100 \rho f_{ck})^{1/3}$$

Assim como as áreas de armadura, a taxa geométrica de armadura negativa de flexão ( $\rho$ ) é diferente para os dois eixos em função das duas alturas úteis distintas para as armaduras ortogonais :

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y}$$

$$\rho_x = \frac{A_{sx}}{d_x} / 100 \text{ cm} = \frac{7,38}{47} / 100 \text{ cm} = 0,00157$$

$$\rho_y = \frac{A_{sy}}{d_y} / 100 \text{ cm} = \frac{8,28}{48} / 100 \text{ cm} = 0,00171$$

$$\rho = \sqrt{0,00157 \cdot 0,00171} \rightarrow \rho = 0,001637$$

Com  $\rho$ , consegue-se avaliar a tensão resistente:

$$V_{rd,c} = 0,12 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{47,5}}\right) (100 \cdot 0,001637 \cdot 30)^{1/3} \geq 0,035 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right)^{3/2} f_{ck}^{1/2}$$

$$V_{rd,c} = 0,34 \text{ MPa} \geq 0,035 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{47,5}}\right)^{3/2} \cdot 30^{1/2}$$

$$V_{rd,c} = 0,34 \geq 0,41$$

$$V_{rd,c} = 0,406 \text{ MPa}$$

- Tensão solicitante ( $V_{Ed}$ )

$$V_{ED} = \beta \frac{F_{ed}}{ud}$$

O valor da parcela do momento transferido ao pilar ( $K$ ) é tabelado e relaciona-se com a proporção do lado maior com o lado menor do pilar:

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{30}{30} = 1,0 \rightarrow K_1 = K_2 = 0,6$$

A distribuição das tensões tangenciais está relacionada ao módulo de resistência plástica à flexão ( $W_p$ ) na seção e para pilares retangulares é calculado como:

$$W_p = \frac{c_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1$$

$$W_p = \frac{30^2}{2} + 30 \cdot 30 + 4 \cdot 30 \cdot 47,5 + 16 \cdot 47,5^2 + 2 \pi \cdot 47,5 \cdot 30$$

$$W_p = 52.103,54 \text{ cm}^2$$

Os momentos solicitantes  $M_{sd1}$  e  $M_{sd2}$  são referentes aos eixos x e y.

O perímetro dessa seção crítica é :  $u = 843$  cm. Não há redução desse valor, já que a abertura na laje não está com distância menor do que  $6d$  ( $d$ , sendo a altura útil da laje = 47,50cm)

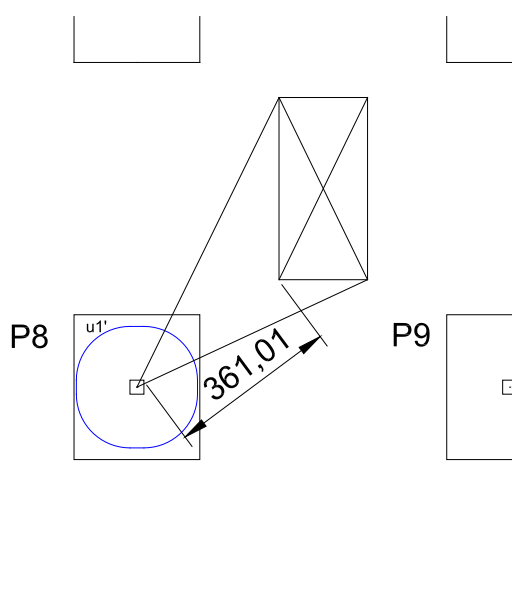


FIGURA 51 – DISTÂNCIA DA FACE DO PILAR P8 À ABERTURA MAIS PRÓXIMA

Por fim,  $\beta$ , o coeficiente que relaciona as excentricidades de esforços em relação ao perímetro crítico:

$$\beta = 1 + 1,8 \sqrt{\left(\frac{M_{sdx}}{\frac{F_{ed}}{b_y}}\right)^2 + \left(\frac{M_{sdy}}{\frac{F_{ed}}{b_x}}\right)^2}$$

$$\beta = 1 + 1,8 \sqrt{\left(\frac{14980,59}{\frac{1205,56}{220}}\right)^2 + \left(\frac{16753,13}{\frac{1205,56}{220}}\right)^2}$$

$$\beta = 1,153$$

Com isso, pode-se calcular a tensão solicitante:

$$V_{ed} = 1,153 \frac{1205,56}{717,47,5}$$

$$V_{ed} = 0,408 \text{ MPa}$$

Como a tensão solicitante é maior do que a resistente ( $V_{ed} > V_{rd,c}$ ), há necessidade de armadura de punção para esse perímetro.

#### 5.4.2.2 Contorno $u_1$

O afastamento desse contorno do centro do pilar ( $r_{cont,ext}$ ) é:

$$r_{cont,ext} = l_H + 2d + 0,5 c, \text{ com:}$$

$l_H$ : distância do ábaco até a face do pilar;

$c$ : dimensão do pilar no eixo de estudo (30cm).

$$r_{cont,ext}(x) = 120 + 45 + 15$$

$$r_{cont,ext}(x) = 180 \text{ cm}$$

$$r_{cont,ext}(y) = 140 + 45 + 15$$

$$r_{cont,ext}(y) = 200 \text{ cm}$$

- Tensão resistente ( $V_{rd,c}$ )

$$V_{rd,c} = 0,12 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) (100 \rho f_{ck})^{1/3}$$

Para a região fora do ábaco a taxa geométrica de armadura negativa de flexão ( $\rho$ ) é:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y}$$

$$\rho_x = \frac{A_{sx}}{d_x} / 100 \text{ cm} = \frac{16,80}{22} / 100 \text{ cm} = 0,007637$$

$$\rho_y = \frac{A_{sy}}{d_y} / 100 \text{ cm} = \frac{19,04}{23} / 100 \text{ cm} = 0,008278$$

$$\rho = \sqrt{0,007637 \cdot 0,008278} \rightarrow \rho = 0,007951$$

Com  $\rho$ , consegue-se avaliar a tensão resistente:

$$V_{rd,c} = 0,12 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{22,5}}\right) (100 \cdot 0,007951 \cdot 30)^{1/3} \geq 0,035 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right)^{3/2} f_{ck}^{1/2}$$

$$V_{rd,c} = 0,67 \text{ MPa} \geq 0,035 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{22,5}}\right)^{3/2} \cdot 30^{1/2}$$

$$V_{rd,c} = 0,67 \geq 0,52$$

$$V_{rd,c} = 0,67 \text{ MPa}$$

- Tensão solicitante ( $V_{Ed}$ )

$$V_{ED} = \beta \frac{F_{ed}}{ud}$$

O valor da parcela do momento transferido ao pilar (K) é tabelado e relaciona-se com a proporção do lado maior com o lado menor do pilar:

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{30}{30} = 1,0 \rightarrow K_1 = K_2 = 0,6$$

Como existe diferença nas dimensões ortogonais do perímetro de controle, o módulo de resistência plástica à flexão ( $W_p$ ) na seção, é calculado individualmente para os eixos x e y:

$$W_p = \frac{c_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 k + 16k^2 + 2\pi k C_1 ;$$

sendo k: metade da distância do perímetro crítico até a face do pilar.

$$W_{px} = 158.714,60 \text{ cm}^2$$

$$W_{py} = 192.199,60 \text{ cm}^2$$

Os momentos solicitantes  $M_{sd1}$  e  $M_{sd2}$  são referentes aos eixos x e y.

O perímetro desta seção crítica é :  $u = 1365$  cm. Não há redução desse valor, já que a abertura na laje não está a uma distância menor do que  $6d$  ( $d$ , sendo a altura útil da laje = 22,50cm)

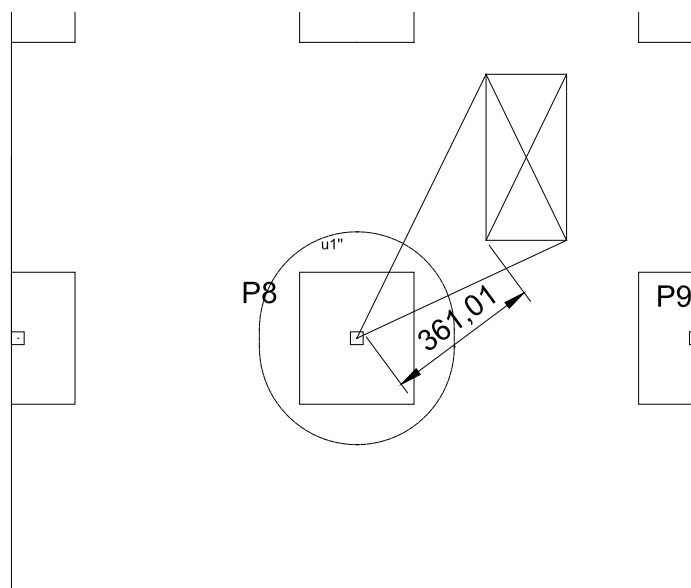


FIGURA 52 – DISTÂNCIA DO PILAR P8 À ABERTURA MAIS PRÓXIMA

Por fim,  $\beta$ , o coeficiente que relaciona as excentricidades de esforços em relação ao perímetro crítico :

$$\beta = 1 + 1,8 \sqrt{\left(\frac{M_{sdx}}{F_{ed} b_y}\right)^2 + \left(\frac{M_{sdy}}{F_{ed} b_x}\right)^2}$$

$$\beta = 1 + 1,8 \sqrt{\left(\frac{14980,59}{1205,56 \cdot 460}\right)^2 + \left(\frac{16753,13}{1205,56 \cdot 390}\right)^2}$$

$$\beta = 1,081$$

Com isso, pode-se calcular a tensão solicitante:

$$V_{ed} = 1,081 \frac{1205,56}{1365 \cdot 22,5}$$

$$V_{ed} = 0,42 \text{ MPa}$$

Como a tensão solicitante é menor do que a resistente ( $V_{ed} < V_{rd,c}$ ), não há necessidade de armadura de punção para esse perímetro.

A Tabela 30, a seguir, apresenta os valores das tensões resistentes e solicitantes, momentos e reações de apoio dos pilares.



TABELA 30 - TENSÕES NAS LIGAÇÕES LAJE-PILAR DE TODOS PILARES SEGUNDO EUROCODE 02:2010

Pilar	Reação (kN)	Momento de cálculo (kN.cm)		Contorno "u <sub>0</sub> " Od do Pilar – (MPa)		Contorno u <sub>1</sub> ' 2d do Pilar – (MPa)		Contorno u <sub>1</sub> " – (MPa)	
		x	y	Solicit.	Resist.	Solicitante	Resistente	Solicitante	Resistente
P7=P4	644,65	11.895,88	11.439,38	1,35	5,28	0,48	0,41	0,49	0,60
P8=P5	1.205,56	14.980,59	16.753,13	2,44	5,28	0,41	0,41	0,42	0,67
P9=P6	613,11	10.844,12	11.066,25	1,28	5,28	0,45	0,41	0,47	0,59
P10=P1	335,06	6.001,76	7.132,50	0,71	5,28	0,39	0,41	0,44	0,52
P11=P2	642,80	10.424,12	13.640,63	1,35	5,28	0,48	0,41	0,48	0,61
P12=P3	335,06	6.001,76	7.348,13	0,71	5,28	0,39	0,41	0,44	0,52



É necessário armadura de punção para esse pilar

Não é necessário armadura de punção para esse pilar

## 6 VERIFICAÇÕES COM ARMADURA DE PUNÇÃO

Para todos os casos que se necessitam de armadura de punção para aumentar a resistência, foi idealizado o posicionamento da armadura de punção, em *studrails* (tipo indicado pela NBR 6.118/2003), com a última linha de pinos sobre a seção crítica em que há déficit de resistência. Os diâmetros de *studrails* encontrados no mercado são de 10, 12, 14, 16, 18, 20 e 25mm.

### 6.1 NBR 6.118/2003

Além dos fatores acima citados, o diâmetro utilizado foi de 18mm e a última linha sobre o perímetro crítico C'1, ainda respeitando o limite de haver, nesse perímetro da armadura, distanciamento máximo de 2d (95cm) entre pinos consecutivos.

$$n^{\circ} \text{ pinos} = \frac{\text{Perímetro última linha de pinos}}{2d} + 1 = \frac{737}{95} + 1 = 9 \text{ pinos} \quad (3.45)$$

- A nova tensão resistente na seção C'2 é:

$$\tau_{rd3} = 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} + 1,5 \frac{d}{s_r} A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha \propto \frac{1}{ud}$$

A área de aço ( $A_{sw}$ ) desses pinos será:

$$A_{sw} = 9 \times \frac{\pi 1,8^2}{4} = 22,90 \text{ cm}^2$$

O valor de  $f_{ywd}$  (tensão de escoamento) tem o valor mínimo de 300MPa para os conectores tipo pino (*stud*).

O valor da inclinação da armadura com o eixo da laje é de 90°.

O valor de  $S_r$  escolhido foi de 35 cm, para que possa respeitar o limite de ser menor do que 0,75d (35,63cm).

Então o novo valor da tensão resistente é:

$$\tau_{rd3} = 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{22,5}}\right) (100 \cdot 0,001620 \cdot 30)^{1/3} + 1,5 \frac{22,5}{35} 22,90 \cdot 300 \cdot \frac{1}{656 \cdot 22,5}$$

$$\tau_{rd3} = 0,72 \text{ MPa}$$

- Contorno C''

A NBR propõe a verificação da punção a uma distância de 2d (95cm) da última linha de armadura de punção, na qual as armaduras de punção não sejam mais necessárias ( $\tau_{rd1} \geq \tau_{sd}$ )

A tensão resistente é igual a:

$$\tau_{rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) (100 \rho f_{ck})^{1/3}$$

$$\tau_{rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{22,5}}\right) (100 \cdot 0,007859 \cdot 30)^{1/3}$$

$$\tau_{rd1} = 0,72 \text{ MPa}$$

A tensão solicitante é:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1} d} + \frac{K_2 M_{sd2}}{W_{p2} d}$$

A 2d da última linha de armaduras de punção, a distância dessa linha à face do pilar (p) será de: 95 cm no sentido x, e 100 cm no sentido y; e o perímetro dessa seção (u) é de 1334 cm.

Com esses dados, obtém-se o módulo de resistência plástica à flexão nessa seção ( $W_p$ ), que fornece uma quantificação da distribuição das tensões tangenciais na seção crítica:

$$W_p = \frac{c_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1 + 2C_2 p + 16dp + 4p^2 + \pi C_1 p$$

$$W_{px} = \frac{30^2}{2} + 30 \cdot 30 + 4 \cdot 30 \cdot 22,5 + 16 \cdot 22,5^2 + 2\pi \cdot 22,5 \cdot 30 + 2 \cdot 30 \cdot 95 + 16 \cdot 22,5 \cdot 95 + 4 \cdot 95^2 + \pi \cdot 30 \cdot 995$$

$$W_{px} = 101.344,69$$

$$W_{py} = 107.815,93$$

Assim sendo, a tensão solicitante nessa seção crítica:

$$\tau_{sd} = \frac{1189,19}{1334.22,5} + \frac{0,6.14816,47}{101344,69.22,5} + \frac{0,6.16567,50}{107815,93.22,5}$$

$$\tau_{sd} = 0,48 \text{ MPa}$$

Portanto, é verificada a condição de segurança da NBR para a seção crítica situada a 2d da última linha de armadura o que garante a correta posição da última linha de armadura.

Disposição da armadura de punção:

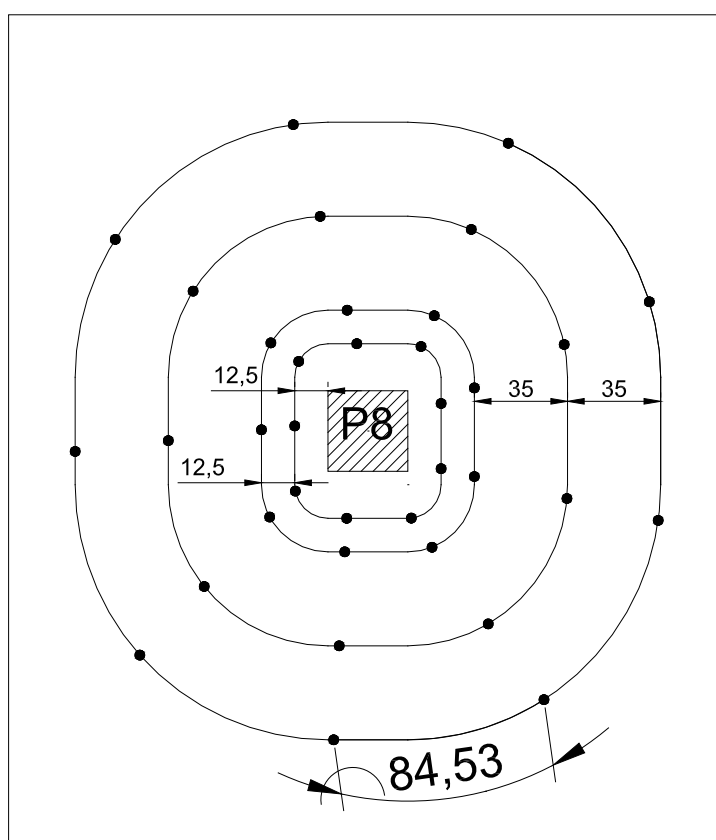


FIGURA 53 – DISPOSIÇÃO DA ARMADURA DE PUNÇÃO PARA O PILAR P8 SEGUNDO A NBR 6.118:2003

A área de armadura de punção, assim como a nova tensão resistente da última linha de armadura está apresentada na Tabela 31.

TABELA 31 – ÁREA DE ARMADURA DE PUNÇÃO E TENSÃO RESISTENTE DA LIGAÇÃO LAJE-PILAR SEGUNDO A NBR 6.118:2003

Pilar	Contorno "C'1" 2d do Pilar – (MPa)			
	Tensão Solicitante (MPa)	Tensão Resistente sem Armadura de Punção (MPa)	Área de Armadura (cm <sup>2</sup> )	Tensão Resistente com Armadura de Punção (MPa)
P7=P4	0,46	0,33	10,18	0,60
P8=P5	0,46	0,36	22,90	0,72
P9=P6	0,54	0,32	10,81	0,70
P10=P1	0,38	0,27	5,09	0,56
P11=P2	0,47	0,33	10,18	0,60
P12=P3	0,38	0,27	5,09	0,56

	Não é necessário armadura de punção para esse pilar
	É necessário armadura de punção para esse pilar

## 6.2 EUROCODE 02:2010

Foi escolhida uma configuração com a última linha sobre o perímetro crítico  $u'_1$ , com diâmetro de 16mm e distanciamento máximo de 2d (95cm) entre pinos da última linha.

$$n^{\circ} \text{ pinos} = \frac{\text{Perímetro última linha de pinos}}{2d} + 1 = \frac{717}{95} + 1 = 8 \text{ pinos}$$

- A nova tensão resistente na seção  $U'_1$  é:

$$v_{Ed} = 0,75 v_{rd,c} + 1,5 \frac{d}{s_r} A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha \frac{1}{ud}$$

A area de aço ( $A_{sw}$ ) desses pinos será:

$$A_{sw} = 8 \times \frac{\pi 1,6^2}{4} = 16,09 \text{ cm}^2$$

O valor de  $f_{ywd}$  (tensão de escoamento do aço da armadura) tem o valor mínimo de 300MPa para os conectores tipo pino.

O valor da inclinação da armadura com o eixo da laje é de 90°.

Então o novo valor da tensão resistente é:

$$v_{rd3} = 0,31 + 1,5 \frac{22,5}{35} 16,09 \cdot 300 \cdot \frac{1}{717 \cdot 22,5}$$

$$v_{rd3} = 0,59 \text{ MPa}$$

- Contorno  $u_{out}$

O EUROCODE 02:2010 propõe a verificação da punção a uma distância de 1,5d (71,25 cm) da última linha de armadura de punção.

A tensão resistente é igual a:

$$v_{rd1} = 0,12 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{1/3}$$

$$v_{rd1} = 0,12 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{22,5}} \right) (100 \cdot 0,007951 \cdot 30)^{1/3}$$

$$v_{rd1} = 0,67 \text{ MPa}$$

A tensão solicitante é:

$$v_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1} d} + \frac{K_2 M_{sd2}}{W_{p2} d}$$

A 1,5d da última linha de armaduras de punção, a distância dessa última linha à face do pilar (p) será de: 95 cm nos dois sentidos e o perímetro dessa seção (u) é de 1165 cm.

Com esses dados, obtém-se o coeficiente de excentricidade  $\beta$ :

$$\beta = 1 + 1,8 \sqrt{\left( \frac{M_{sdx}}{F_{ed} b_y} \right)^2 + \left( \frac{M_{sdy}}{F_{ed} b_x} \right)^2}$$

$$\beta = 1 + 1,8 \sqrt{\left(\frac{14980,59}{362,5}\right)^2 + \left(\frac{16753,13}{362,5}\right)^2}$$

$$\beta = 1,093$$

Assim sendo, a tensão solicitante nessa seção crítica:

$$v_{sd} = 1,093 \times \frac{1205,56}{1165 \cdot 22,5}$$

$$v_{sd} = 0,50 \text{ MPa}$$

Portanto, é verificada a condição de segurança do EUROCODE para a seção crítica situada a  $1,5d$  da última linha de armadura o que garante a correta posição da última linha de armadura.

Disposição da armadura de punção para o Pilar P8:

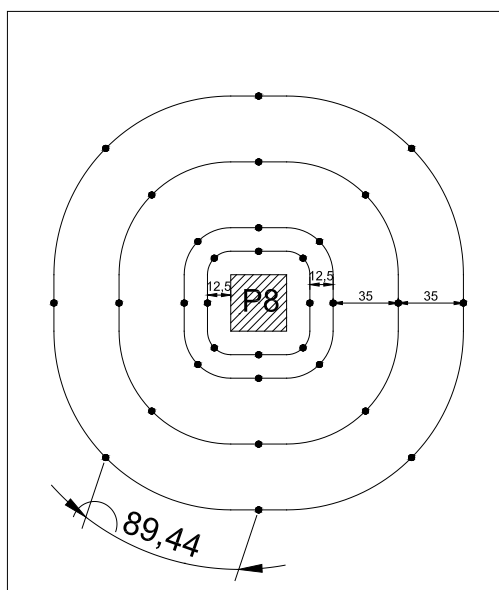


FIGURA 54 – DISPOSIÇÃO DE ARMADURA DE PUNÇÃO PARA O PILAR P8 SEGUNDO EUROCODE 02:2010

Para todos os pilares, são apresentadas na tabela abaixo as áreas de armaduras de cada linha, assim como a nova tensão adquirida pela última linha de armaduras:

TABELA 32 - ÁREA DE ARMADURA DE PUNÇÃO E TENSÃO RESISTENTE DA LIGAÇÃO LAJE-PILAR SEGUNDO A EUROCODE 02:2010

Pilar	Contorno "u'1" 2d do Pilar – (MPa)			
	Tensão Solicitante (MPa)	Tensão Resistente sem Armadura de Punção (MPa)	Área de Armadura (cm <sup>2</sup> )	Tensão Resistente com Armadura de Punção (MPa)
P7=P4	0,48	0,41	8,04	0,59
P8=P5	0,41	0,41	16,09	0,59
P9=P6	0,45	0,41	8,04	0,59
P10=P1	0,39	0,41	-	-
P11=P2	0,48	0,41	8,04	0,59
P12=P3	0,39	0,41	-	-

	É necessário armadura de punção para esse pilar
	Não é necessário armadura de punção para esse pilar



## 7 DISCUSSÃO

A partir dos cálculos efetuados nas etapas anteriores, realizou-se uma série de comparações dos valores encontrados pelas três normas para todos os pilares estudados.

Separaram-se, para cada pilar, os resultados obtidos em dois grupos:

1º) Resultados das seções críticas das três normas internas ao ábaco, e distantes das faces dos pilares;

2º) Resultados das seções críticas externas ao ábaco.

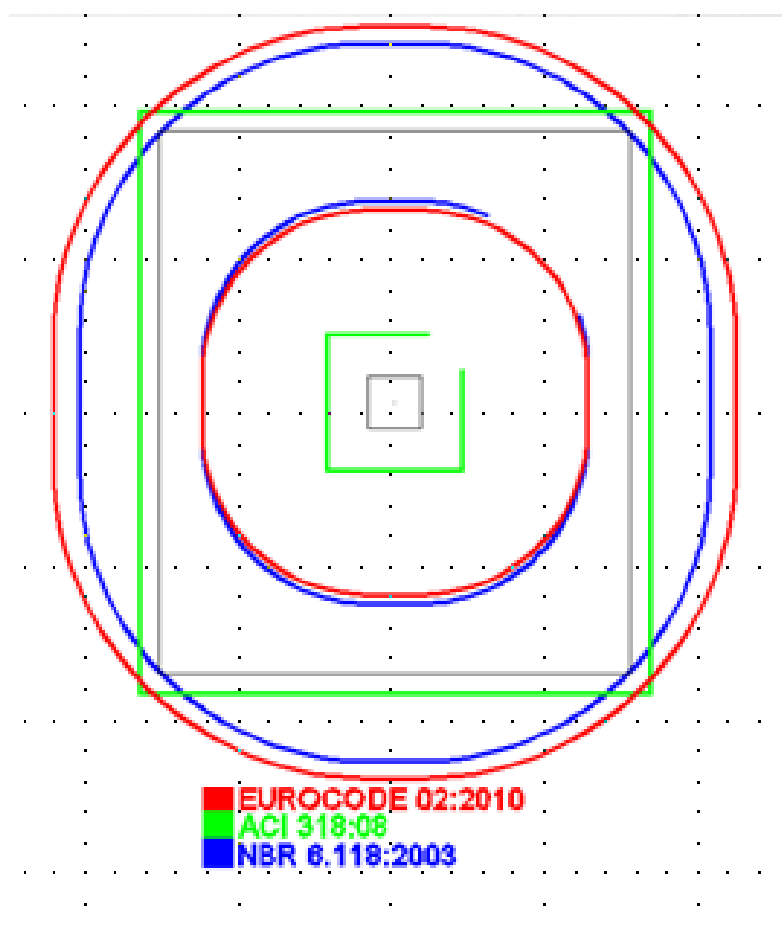


FIGURA 55 – SEÇÕES CRÍTICAS INTERIORES E EXTERIORES AO ÁBACO

Essa divisão em grupos baseou-se na escolha de seções críticas mais semelhantes em relação a: proximidade delas, espessura da laje na seção e esforços atuantes.

## 7.1 ANÁLISE SEM USO DE ARMADURA DE PUNÇÃO

Os valores apresentados nessa seção são correspondentes a todas as cargas aplicadas sendo resistidas somente pelo concreto e pela armadura longitudinal de flexão.

Apesar de as seções de controle não serem exatamente a mesma distância do pilar, para ser possível uma comparação mais fiel de resultados entre as normas, foram escolhidos dois contornos críticos para a conferência: um contorno dentro da região do ábaco – Contorno Interno – e o outro externo ao ábaco – Contorno Externo. Essa escolha foi baseada no fato de a norma ACI 318:08 não possuir um perímetro crítico nas faces do pilar, assim como as outras duas normas possuem.

As variáveis apresentadas para essa configuração são:

- Tensão Resistente máxima no perímetro crítico calculada por cada norma.
- Relação entre a Tensão Resistente e a Tensão Solicitante no perímetro crítico de cada norma;

### 7.1.1 Contorno interno

Foi feita uma análise dos valores obtidos por cada norma no contorno distante da face do pilar e dentro da região do ábaco:

- NBR 6.118:2003: Contorno  $C'_1$  ;
- EUROCODE 02:2010: Contorno  $u_1'$  ;
- ACI 318:08: Contorno  $u_1'$ .

### 7.1.1.1 Tensões resistentes máximas sem armadura de punção

Na Figura 56, tem-se as diferenças de valores resultantes de cada tensão resistente:

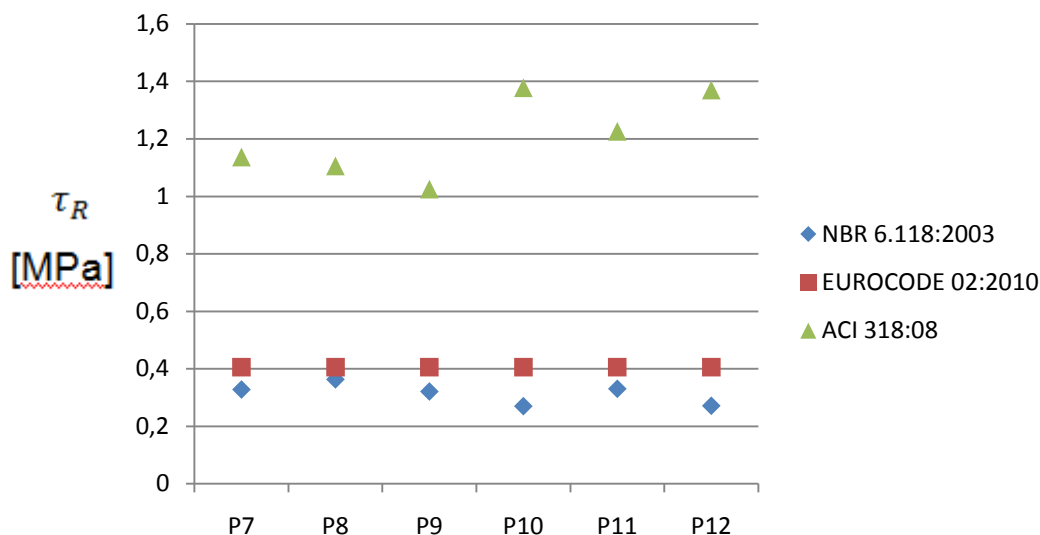


FIGURA 56 – GRÁFICO DAS TENSÕES RESISTENTES MÁXIMAS NO CONTORNO INTERNO SEM ARMADURA DE PUNÇÃO

Há a confirmação do maior conservadorismo da NBR 6.118:2003 e do EUROCODE 02:2010 em relação a ACI 318:08. Isso se deve, principalmente, pela maior consideração da resistência do concreto pela ACI 318:08 em relação às normas brasileira e europeia.

A proximidade dos valores obtidos pelas normas NBR 6.118:2003 e EUROCODE 02:2010 baseia-se na grande similaridade entre as duas normas, diferenciando-se no limite mínimo de resistência de 0,41 MPa que o EUROCODE estabelece para esta região da laje, o qual não há na NBR 6.118:2003.

### 7.1.1.2 Gráficos da relação de $\frac{\tau_R}{\tau_S}$ (Tensão Resistente sobre a Tensão Solicitante)

Na Figura 57, é apresentado o resultado da divisão de  $\frac{\tau_R}{\tau_S}$  para todos os pilares em cada norma. É importante destacar que os resultados dessa divisão abaixo de 1,00 indicam a necessidade de presença de armadura de transversal de punção.

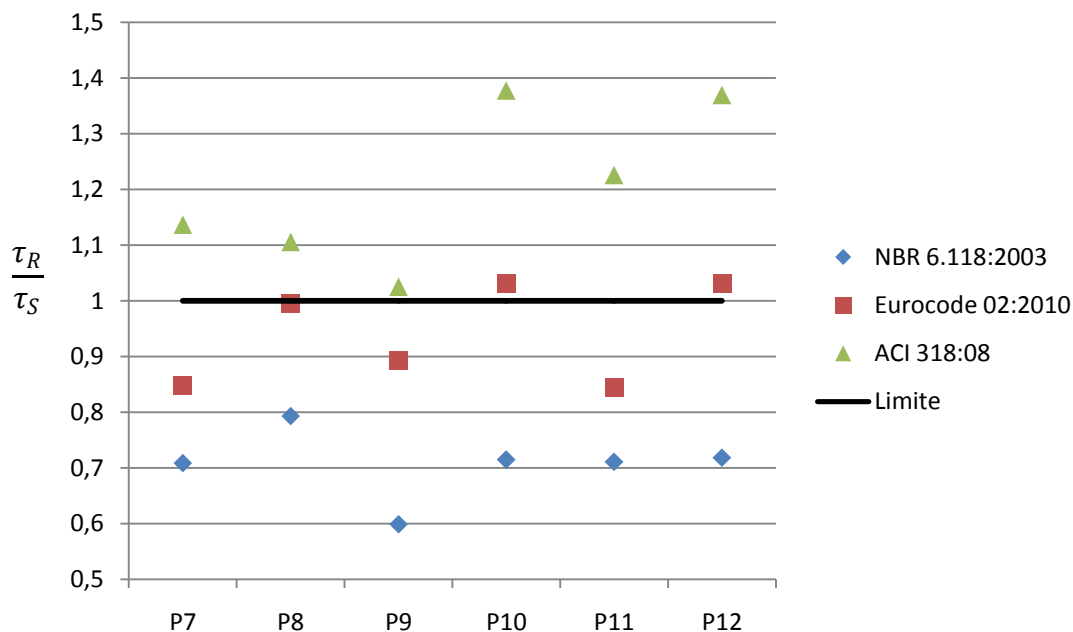


FIGURA 57 – GRÁFICO DAS RELAÇÕES  $\frac{\tau_R}{\tau_S}$  SEM ARMADURA DE PUNÇÃO NO CONTORNO INTERNO PARA CADA PILAR

Com o gráfico da Figura 57, pode-se inferir claramente uma tendência de maior conservadorismo para a NBR 6.118:2003, tendo seu oposto presente na ACI 318:08 a qual garante uma maior tensão solicitante sem perda de segurança, enquanto o Eurocode 02:2010 demonstra valores intermediários entre as duas normas.

Como visto na seção anterior, apesar da semelhança das tensões resistentes previstas pelas normas NBR 6.118:2003 e EUROCODE 02:2010 os métodos de cálculo de tensões solicitantes – como por exemplo, o menor perímetro de controle da NBR 6118:2003 devido a abertura – garantiram uma maior diferença entre as duas normas

Esses fatos se comprovam nas diferenças percentuais em relação a resultados obtidos pela NBR 6.118:2003 como se observa no gráfico da Figura 58:

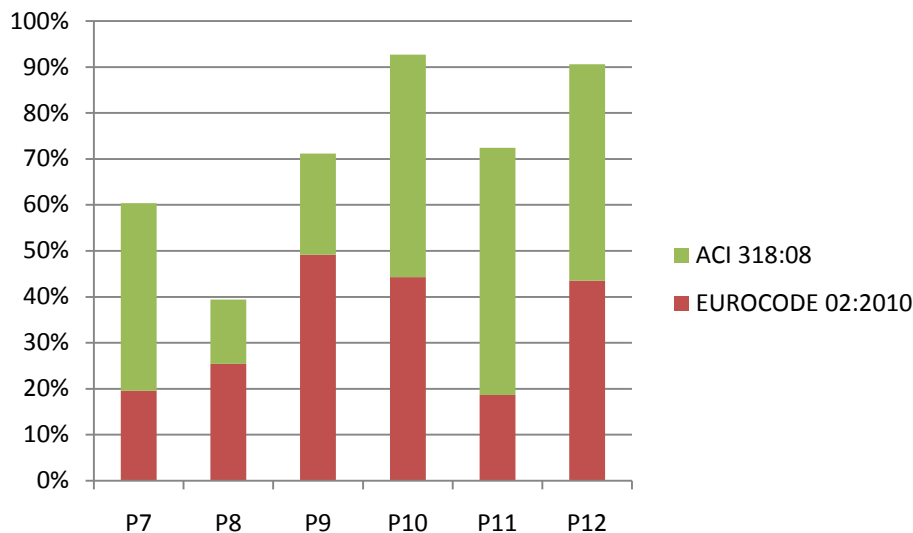


FIGURA 58 – GRÁFICO DA DIFERENÇA TENSÃO RESISTENTE NO CONTORNO INTERNO DA ACI 318:08 E EUROCODE 02:2010 EM RELAÇÃO A NBR 6.118:2003

Para o pilar P10, de canto de laje, há uma diferença de 92% entre a NBR 6.118:2003 e a ACI 318:08, o que enfatiza bem as distinções entre uma norma e outra, além da seção de controle da ACI 318:08 estar uma distância muito maior do pilar do que as outras duas normas.

### 7.1.2 Contorno Externo

A análise dos valores obtidos por cada norma se baseia nos perímetros fora da região do ábaco que são:

- NBR 6.118:2003: Contorno  $C'_2$ ;
- EUROCODE 02:2010: Contorno  $u_1''$ ;
- ACI 318:08: Contorno  $u_1'$ .

### 7.1.2.1 Tensões resistentes máximas sem armadura de punção

As diferenças de valores resultantes de cada tensão resistente são mostradas na Figura 59:

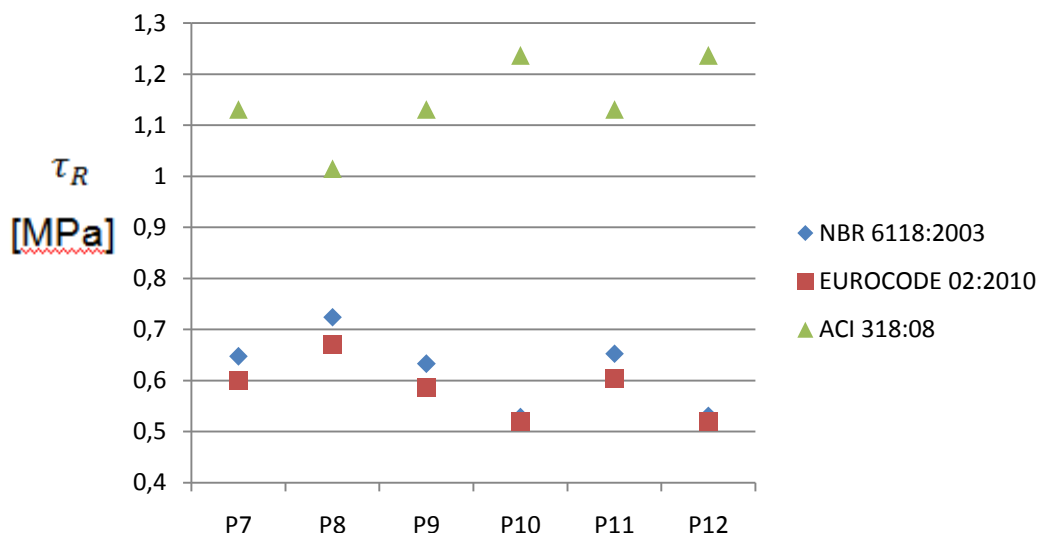


FIGURA 59 – GRÁFICO DAS TENSÕES RESISTENTES MÁXIMAS NO CONTORNO EXTERNO SEM ARMADURA DE PUNÇÃO

Novamente são encontradas as mesmas conclusões do contorno interno para o maior conservadorismo da NBR 6.118:2003 e do EUROCODE 02:2010 em relação a ACI 318:08.

Outro fato relevante, é a grande similaridade de tensões resistentes entre o EUROCODE 02:2010 e a NBR 6.118:2003. Isso se origina pela grande semelhança entre as fórmulas, diferenciando-se apenas na multiplicação de um fator dentro da equação presente na NBR 6.118:2003 somente 1% maior do que o constante na norma europeia.

### 7.1.2.2 Gráficos da relação de $\frac{\tau_R}{\tau_S}$ (Tensão Resistente sobre a Tensão Solicitante)

Na Figura 60, é apresentado o resultado da divisão de  $\frac{\tau_R}{\tau_S}$  para todos os pilares em cada norma. É importante destacar que os resultados dessa divisão abaixo de 1,00 indicam a necessidade de presença de armadura transversal de punção.

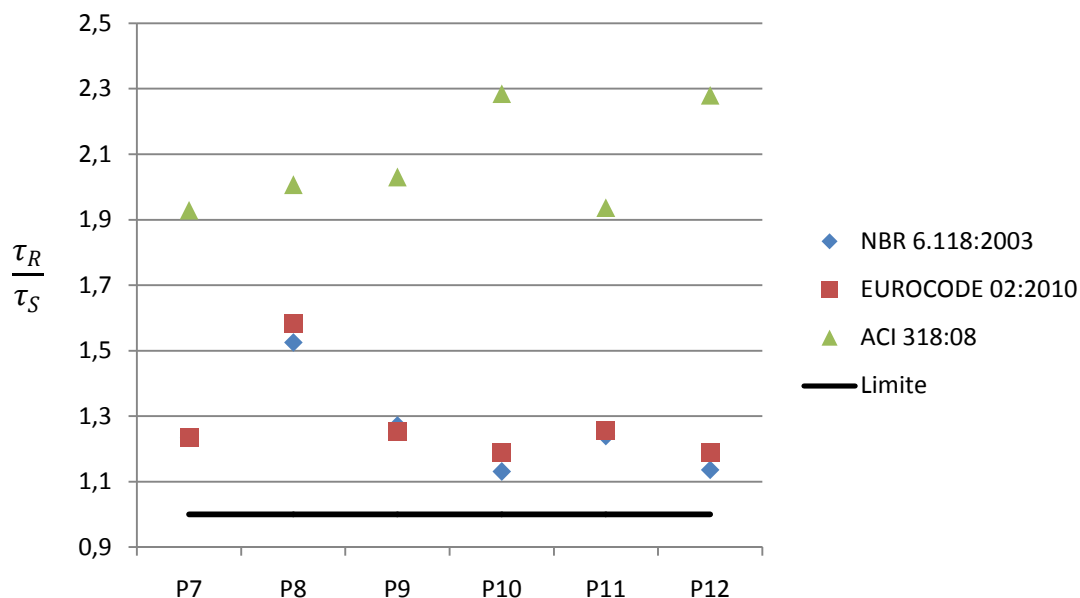


FIGURA 60 – GRÁFICO DAS RELAÇÕES  $\frac{\tau_R}{\tau_S}$  SEM ARMADURA DE PUNÇÃO NO CONTORNO EXTERNO PARA CADA PILAR

Além da já constatada maior tolerância da ACI 318:08, o que é bastante notório nessa comparação é a enorme proximidade das relações de tensões resistentes e solicitantes da NBR 6.118:2003 e EUROCODE 02:2010, causada pela grande semelhança nas equações de cálculo das tensões resistentes e solicitantes. Nessa seção, fora da região do ábaco, não há necessidade de utilização de armadura de punção ( $\frac{\tau_R}{\tau_S} > 1$ ), fato esse que se deve ao aumento de fatores que refletem a distribuição das tensões cisalhantes no perímetro de controle – W (módulo de resistência plástica à flexão) para as normas NBR e EUROCODE e J (análogo ao momento de inércia polar da seção) para a ACI.

As diferenças percentuais da ACI 318:08 e EUROCODE 02:2010 em relação aos resultados obtidos pela NBR 6.118:2003 estão mostradas no que segue:

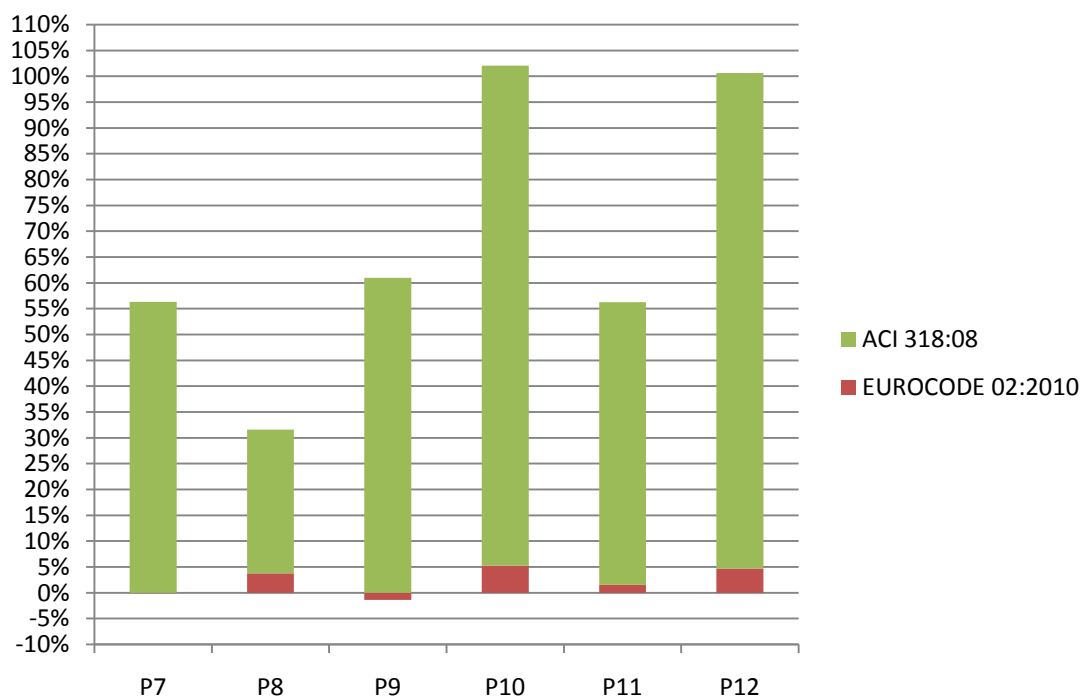


FIGURA 61 - GRÁFICO DA DIFERENÇA DE TENSÃO RESISTENTE NO CONTOURO EXTERNO DA ACI 318:08 E EUROCODE 02:2010 EM RELAÇÃO A NBR 6.118:2003

Nessa comparação, consegue-se perceber uma diferença máxima de 5% entre a NBR e o EUROCODE, causada pela grande proximidade do posicionamento entre as duas seções sugeridas por cada norma, além de terem, as duas normas, um método de cálculo muito parecido.

Para o pilar P10, de canto de laje, há uma diferença de 102% entre a NBR 6.118:2003 e a ACI 318:08, o que enfatiza bem as distinções entre uma norma e outra, além da maior proximidade da seção crítica proposta pela ACI 318:08 em contraposição a NBR 3.118:2003.

## 7.2 ANÁLISE COM ARMADURA DE PUNÇÃO

Nesta seção, será desenvolvida a confrontação da tensão resistente gerada pela armadura longitudinal à flexão juntamente com a armadura transversal à punção.



Devido à desobrigação de colocação de armadura de punção pela ACI 318:08 e também, ser necessário reforço apenas para os pilares P7, P8, P9 e P11; os comparativos foram elaborados somente para esses pilares citados nas normas NBR 6118:2003 e EUROCODE 02:2010.

As duas normas tiveram sua última linha de armadura posicionada exatamente sobre o perímetro de controle interior ao ábaco –  $C'_1$ , para a NBR e  $u_1'$  para o EUROCODE. Os espaçamentos entre linhas consecutivas são as mesmas, 35 cm, de acordo com a norma dos dois regulamentos. Apesar de a distância limite da primeira linha à face do pilar ser diferente para cada norma – 0,5d para a NBR e 0,3d para o EUROCODE – buscou-se um valor (12,50cm) que se adequasse as duas exigências.

As variáveis focadas nessa comparação de resultados, por serem relacionadas à armadura necessária transversalmente, serão as que mais diretamente podem influenciar economicamente no projeto de uma laje sujeita a punção:

- Relação entre a Tensão Resistente com Reforço e a Tensão Solicitante no perímetro crítico em cada norma;
- Armadura comercial necessária para resistência às tensões solicitantes.

### 7.2.1 Gráficos da relação de $\frac{\tau_R}{\tau_S}$ (Tensão Resistente sobre a Tensão Solicitante)

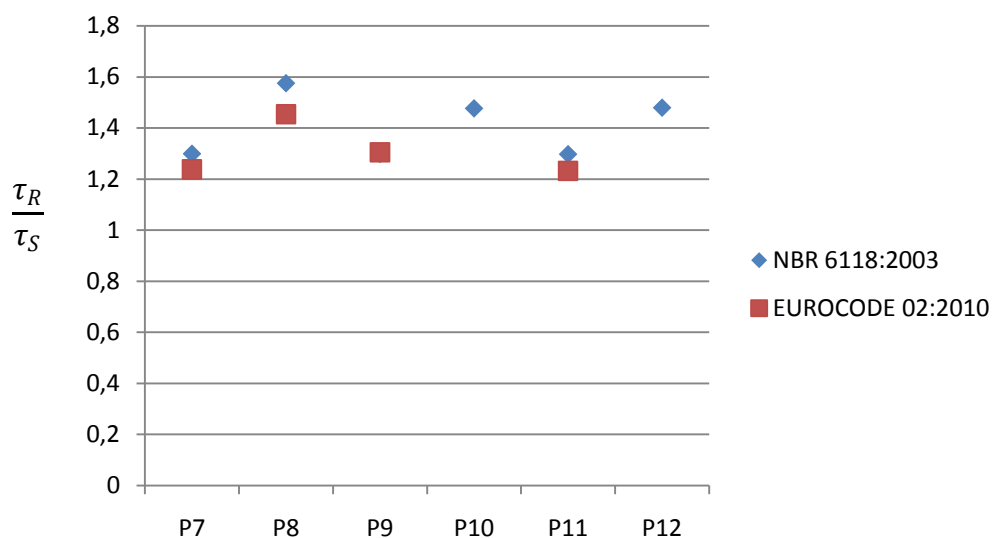


FIGURA 62 - GRÁFICO DAS RELAÇÕES  $\frac{\tau_R}{\tau_S}$  COM ARMADURA DE PUNÇÃO NO CONTOURO INTERNO PARA CADA PILAR

Percebe-se grande semelhança de resultados da relação Tensão Resistente pela Tensão Solicitante. Isso confere a grande identidade das equações de cálculo de armadura de punção.

A ligeiramente menor relação  $\frac{\tau_R}{\tau_S}$  pela armadura calculada pelo EUROCODE 02:2010 assegura, nesse caso, uma utilização da armadura mais economicamente eficaz por essa norma, já que possui essas relações mais próximas de 1.

### 7.2.2 Armadura comercial necessária para resistência às tensões solicitantes.

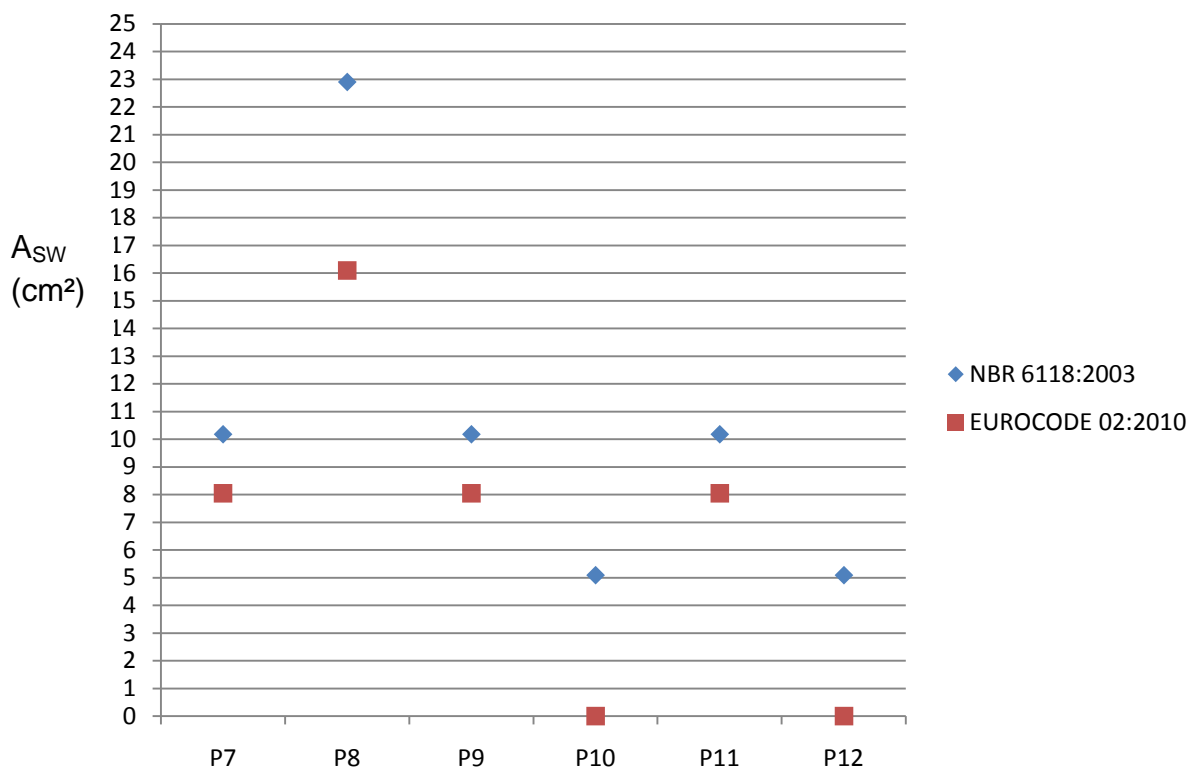


FIGURA 63 – ARMADURA DE PUNÇÃO NECESSÁRIA PELAS NORMAS NBR 6.118:2003 e EUROCODE 02:2010

Como, pelo EUROCODE 02:2010, os pilares P10 e P12 não necessitam de reforço de armadura à punção, suas áreas estão igualadas a zero. Nos pilares P7, P9 e P11, vê-se uma conformidade de diferença de áreas entre as duas normas, dado seus espaçamentos radiais limites serem o mesmo (2d, 95cm) e suas equações de cálculo sendo muito parecidas – havendo somente a diferença da armadura projetada pelo EUROCODE 02:2010 poder ser de um diâmetro menor (16mm contra 18mm da NBR). Isso ocorre, devido a uma previsão de tensão resistente sem armadura de punção, em 20% a mais do que a prevista pela NBR 6.118:2003.

No pilar P8, essa diferença aumenta em função do perímetro crítico utilizado pelo EUROCODE 02:2010 não ser afetado pela abertura, sendo assim,

um perímetro maior do que o da NBR 6.118:2003, o que necessita de um *stud* a mais para somente poder haver uma distância radial da última linha de 2d.

## 8 CONCLUSÕES

Os resultados obtidos permitem as seguintes conclusões:

1) Os procedimentos de cálculo descritos pelas normas NBR 6.118:2003 e pelo EUROCODE 02:2010 são muito parecidos, com diferenças na ordem de 5%;

2) Apesar de possuir coeficientes de redução de resistências e majoração de cargas não muito diferentes das outras normas, os resultados obtidos pela NBR 6.118:2003 mostram uma norma muito mais conservadora em prever as tensões atuantes;

3) Quando não necessário o uso de armadura resistente à punção, no controle interno ao ábaco, viu-se uma diferença de até 90% a mais para a ACI 318:08 em relação a NBR 6.118:2003, refletida principalmente pelo conservadorismo da NBR 6.118:2003, mas também fortemente influenciada pela seção crítica proposta pela ACI 318:08 estar muito mais próxima à face do pilar do que a norma brasileira. Houve um aumento de cerca de 50% da resistência entre o EUROCODE 02:2010 e a NBR 6.118:2003 contribuída, além das diferentes coeficientes de majoração, por umas das poucas diferenças entre os dois regulamentos: a tensão resistente calculada pelo EUROCODE 02:2010 para aquele perímetro é maior do que a prevista pela norma brasileira.

4) Já na ocasião da utilização de reforço metálico à punção – não necessária somente para a ACI 318:08 – observou-se uma maior área de armadura necessária para o calculado pelo NBR 6.118:2003 (em função das menores relações  $\frac{\tau_R}{\tau_S}$  - tensão resistente sobre tensão solicitante), porém para essa laje de estudo, notou-se um aproveitamento mais econômico da armadura utilizada, pela dimensionada sobre a orientação do EUROCODE 02:2010, já que a relação  $\frac{\tau_R}{\tau_S}$  após a colocação da armadura de resistência à punção esteve mais próxima a 1,00.

5) Quanto à disposição das armaduras de punção (*studs*), tanto o EUROCODE quanto a NBR são muito similares, diferenciando-se somente no limite da distância da primeira linha de armadura à face do pilar. Contudo,

respeitando seus limites, conseguiu-se manter um distanciamento idêntico entre as linhas nas duas normas.

Para trabalhos futuros, sugerem-se seis novos estudos:

- I) estudo da influência da retangularidade dos pilares na análise da punção;
- II) comparação dos resultados levantados pelas normas com os resultados práticos obtidos em ensaios;
- III) análise comparativa da resistência obtida por ábacos e por capiteis para várias espessuras de laje;
- IV) comparação de custos entre estrutura de laje de concreto armado sem vigas (laje e pilares) e o sistema estrutural tradicional (laje, vigas e pilares) ;
- V) Comparação de resultados obtidos pelo Método de Pórticos Equivalentes e outros métodos de cálculo de esforços como o Método de Elementos Finitos;
- VI) Análise semelhante ao presente estudo em lajes protendidas.

## REFERÊNCIAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318:08**: Building Code Requirements for Structural Concrete. Farmington Hills, 2008.

**ANCON**. Disponível em: <<http://www.ancon.co.uk/>>. Acesso em 17/11/2013.

ARGENTA, M. A. **Estruturas de Concreto I**, 2012. e-book. Disponível em: <<http://www.estruturas.ufpr.br/pagina-exemplo/graduacao/estruturas-de-concreto/material/>> Acesso em: 29/10/2013

**ARQUI Softwares técnicos para arquitetura**. Disponível em: <<http://www.arqui.com/images/ARTICU55.html>>. Acesso em 21/11/2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de Estruturas de Concreto Armado. Rio de Janeiro, 2003.

**ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS**. Disponível em <[http://www.abnt.com.br/m3.asp?cod\\_pagina=960](http://www.abnt.com.br/m3.asp?cod_pagina=960)>. Acesso em 01/12/2013.

**ATEX Brasil**. Disponível em: <<http://www.atex.com.br/>>. Acesso em 30/11/2013.

BOROWSKI, G. C. **Cálculo de deslocamentos em lajes nervuradas**. 103f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Centro de Tecnologia, Universidade de Santa Maria, Santa Maria, 2005.

BUENO, S.B. Revisão da NBR 6118 abrange concretos de alta resistência. 11 de outubro de 2012. Entrevista concedida ao site Cimento Itambé, disponível em: <<http://www.cimentoitambe.com.br/revisao-da-nbr-6118-abrange-concretos-de-alta-resistencia/>>. Acesso em: 04/06/2014

**CIMENTO ITAMBÉ**. Disponível em: <<http://www.cimentoitambe.com.br/revisao-da-nbr-6118-abrange-concretos-de-alta-resistencia/>>. Acesso em 12/11/2013.

CORLEY, W. G.; HAWKINS, N. M. **Shearhead Reinforcement for slabs**. ACI Journal, vol. 65, n.10.1968.

CUNHA, A. J. P.; SOUZA, V. C. M.. **Lajes em concreto armado e protendido**. Niterói, Eduff, 1994.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EUROCODE 2: Design of Concrete Structures – Part 1: General Rules and Rules for Building**, Bruxelas, 2010, 259p.

HARRIS, D. K. **Characterization of punching shear capacity of thin uhpc plates**. 132f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, 2004

**IPQ - Instituto Português da Qualidade**. Disponível em: <[http://www1.ipq.pt/pt/normalizacao/a\\_importancia\\_da\\_normalizacao/Pages/A-Importancia-da-Normalizacao.aspx](http://www1.ipq.pt/pt/normalizacao/a_importancia_da_normalizacao/Pages/A-Importancia-da-Normalizacao.aspx)>. Acesso em: 01/12/2013

International Organization for Standardization (ISO). **Economic Benefits of Standards – International case studies**, 2011. e-book. Disponível em: <<http://www.iso.org/iso/home/standards/benefitsofstandards/benefits-detail.htm?emid=1>>. Acesso em: 01/12/2013

LEE, J. & ROBERTSON, I. **Cyclic Testing of Slab-Column Connections With Slab Shear Reinforcement**. 1999.

LIMA NETO, A.F.; FERREIRA, M.P.; OLIVEIRA, D.R.C.; MELO G.S.S.A. Análise experimental e numérica de lajes cogumelo de concreto armado. **IBRACON**, São Paulo, v. 6, n. 2, abril 2013. Disponível em: <<http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1983-41952013000200007t>>. Acesso em: 14/11/2013.

MELGES, J.L.P. **Punção em lajes: exemplos de cálculo e análise teórico-experimental**. 252 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1995.

OLIVEIRA, M. H.; PEREIRA FILHO, M. J. M.; OLIVEIRA, D.R.C.; FERREIRA M. P.; MELO, G. S. S. A. Resistência à punção de ligações laje-pilar interno com conectores de cisalhamento. **IBRACON**, São Paulo, v. 6, n. 5, outubro 2013. Disponível em: < <http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1983-41952013000500002>>. Acesso em: 14/11/2013.



Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. **FTOOL: Um Programa Gráfico-Interativo para Ensino de Comportamento de Estruturas**. Versão 3.00. Rio de Janeiro, RJ, 2012.

RABELLO, F.T. **Análise comparativa de normas para a punção em lajes de concreto armado**. 250f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010.

REIS, N.A. **Desenvolvimento de um programa de verificação ao punçoamento**. 142f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Aveiro, Aveiro, 2013.

SHEHATA, I.A.M. Punção em lajes. In.: **COLÓQUIO SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO**, 1993.

SOUZA, R.A.; BITTENCOURT, T.N. **Definição de expressões visando relacionar  $f_c'$  e  $f_{ck}$** . In: IV Encontro Tecnológico da Engenharia Civil e Arquitetura, 2003, Maringá, pp.282-290

THE CONCRETE CENTRE. **How to Design Concrete Structures using Eurocode 2**, 2006. e-book. Disponível em: <[http://www.concretcentre.com/pdf/How2\\_Slabs\\_FINAL\\_v05.07.pdf](http://www.concretcentre.com/pdf/How2_Slabs_FINAL_v05.07.pdf)> Acesso em: 25/11/2013

UK NATIONAL ANNEX TO EUROCODE 2: Design of Concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. Londres, 2005.

YAN, P. **Behaviour of shearhead system between flat reinforced concrete slab and steel tubular column**. 226f. Tese (P.h.D. em Engenharia) – School of Mechanical, Aerospace and Civil Engineering, University of Manchester, Manchester, 2011.

WOOD, J.G.M. **Quantitative Study of the Causes of the Partial Collapse on 20<sup>th</sup> March 1997**. Surrey: Northbridge House, 2003. 194p. Relatório técnico.

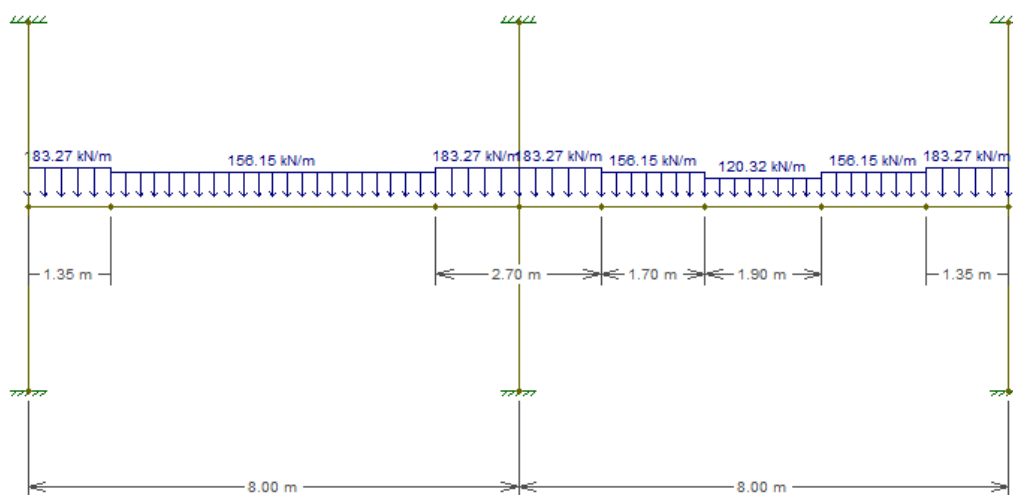
## APÊNDICES

# CARREGAMENTOS E PÓRTICOS PARA O CÁLCULO DE MOMENTOS FLETORES ATUANTES NO PILAR P8 UTILIZADOS NO SOFTWARE FTOOL

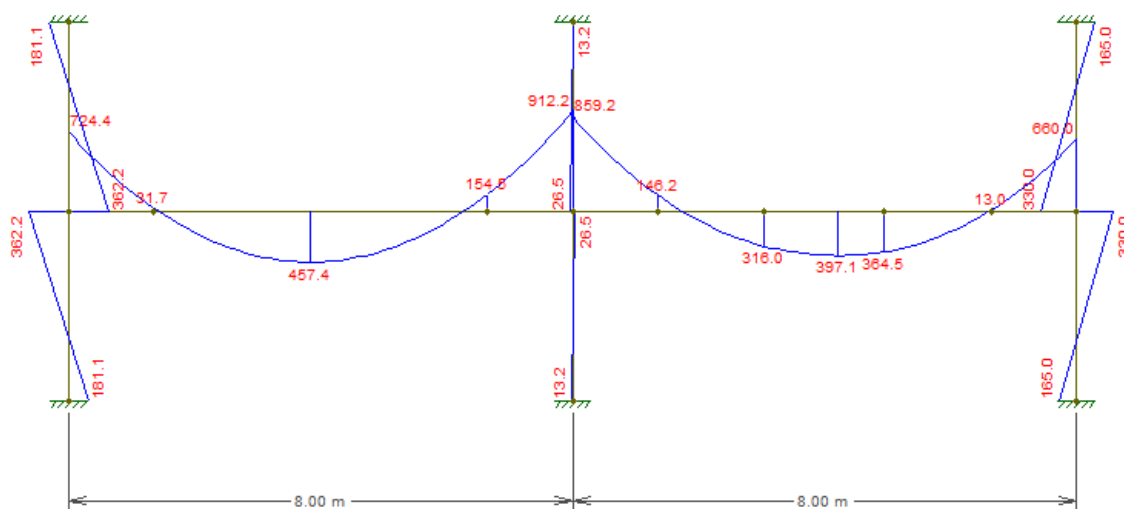
## APÊNDICE 1 – ACI 318:08

### 1 EIXO X (PÓRTICO 6)

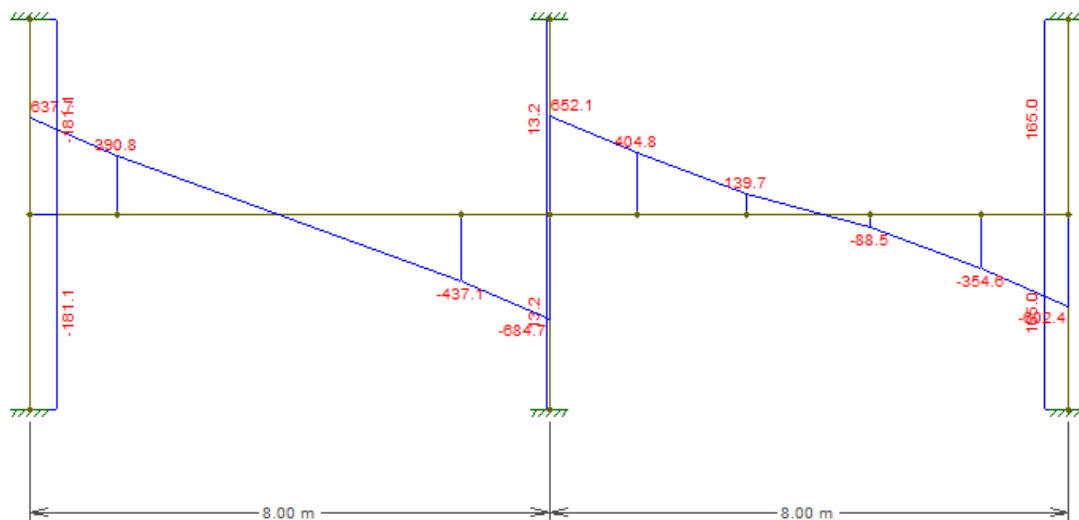
#### CARREGAMENTOS ATUANTES



#### MOMENTOS ATUANTES

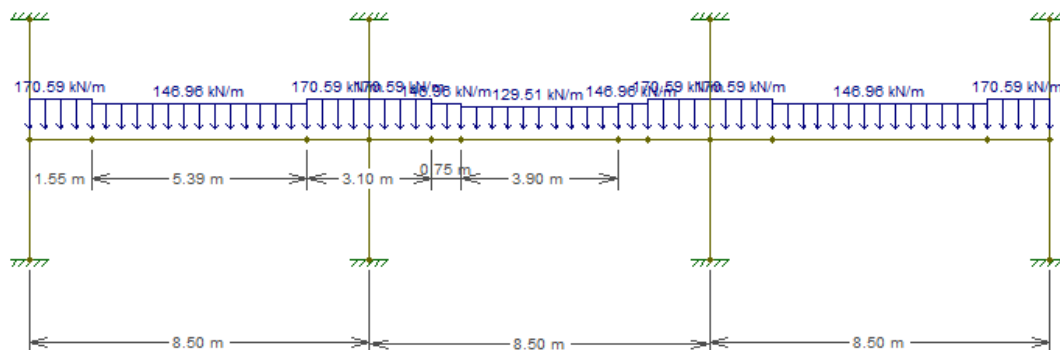


## ESFORÇOS CORTANTES ATUANTES

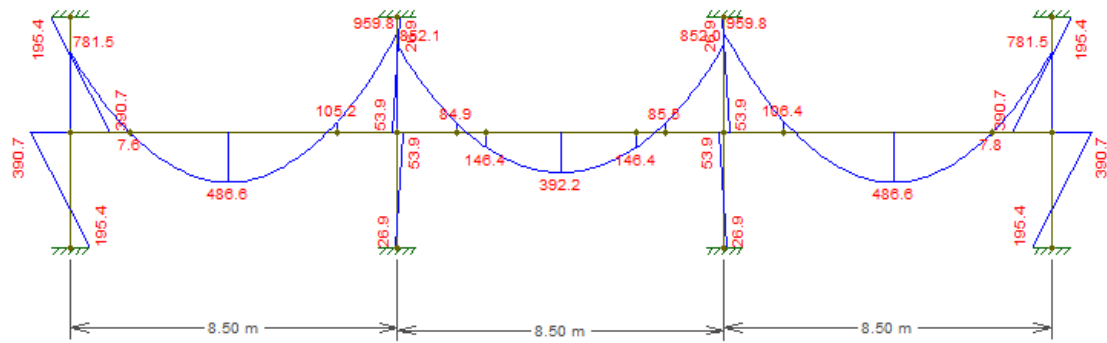


## 2 EIXO Y (PÓRTICO 2)

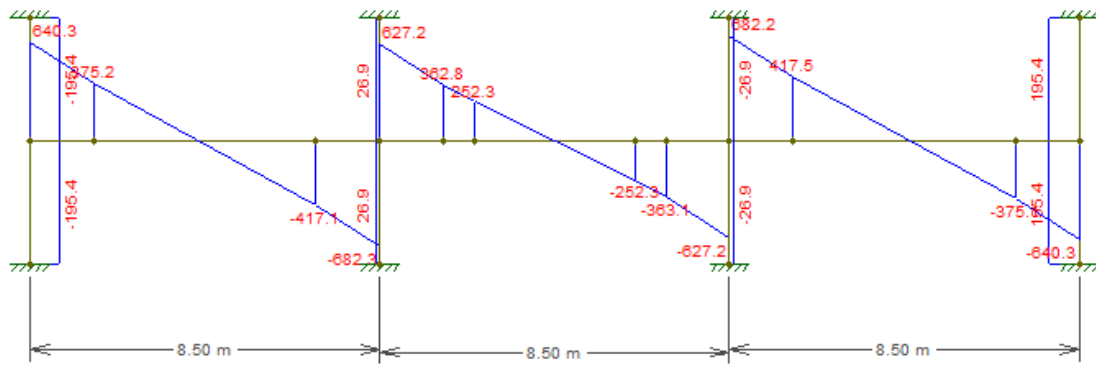
## CARREGAMENTOS ATUANTES



## MOMENTOS ATUANTES



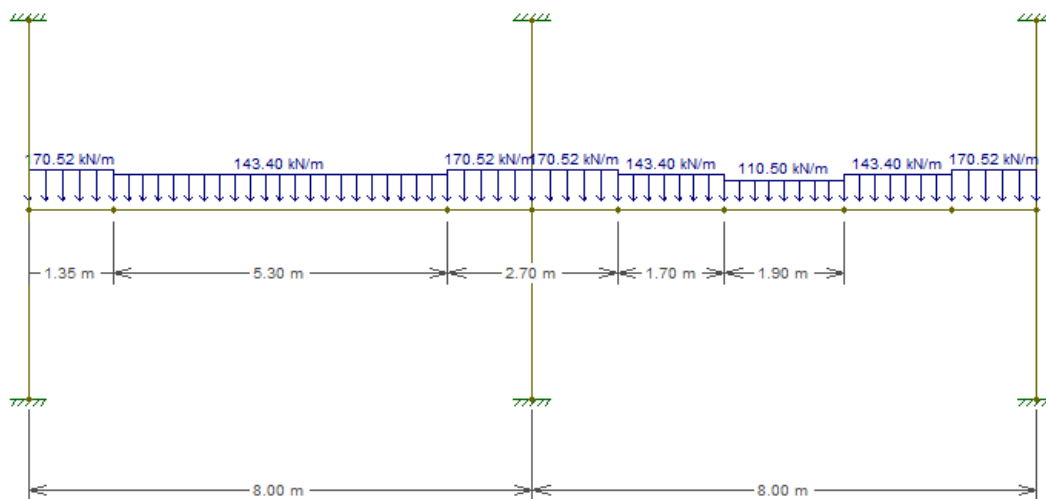
## ESFORÇOS CORTANTES ATUANTES



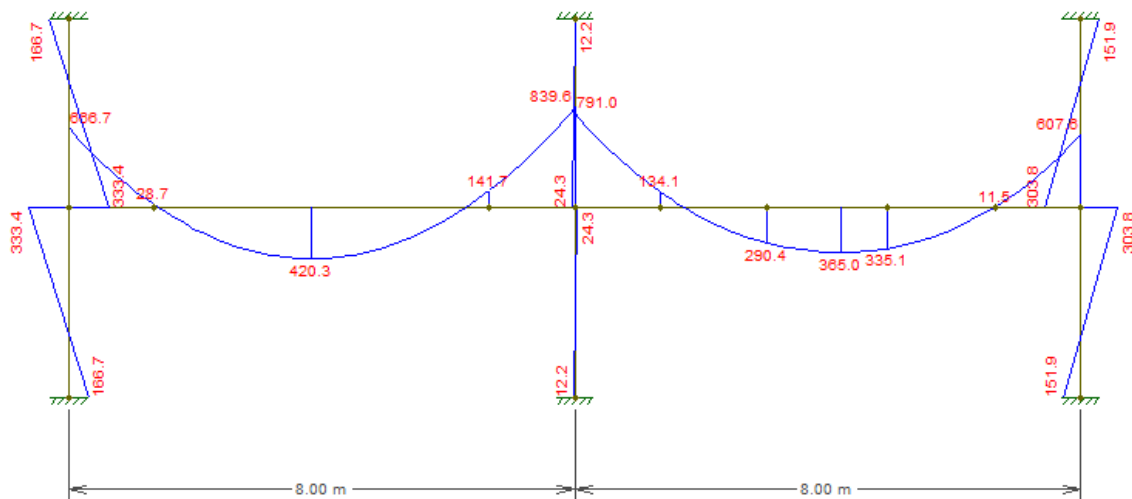
## APÊNDICE 2 – NBR 6.118:2003

## 1 EIXO X (PÓRTICO 6)

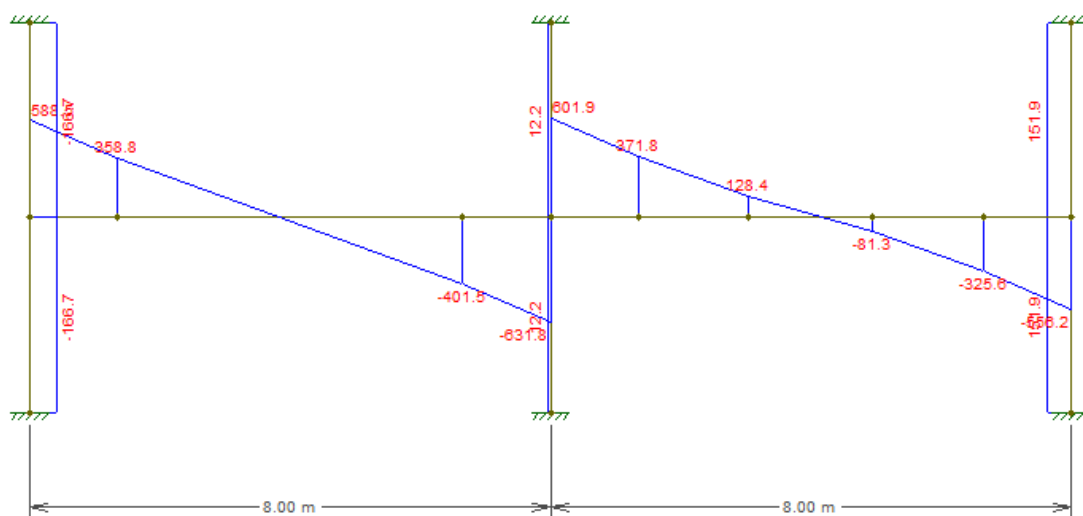
## CARREGAMENTOS ATUANTES



## MOMENTOS ATUANTES

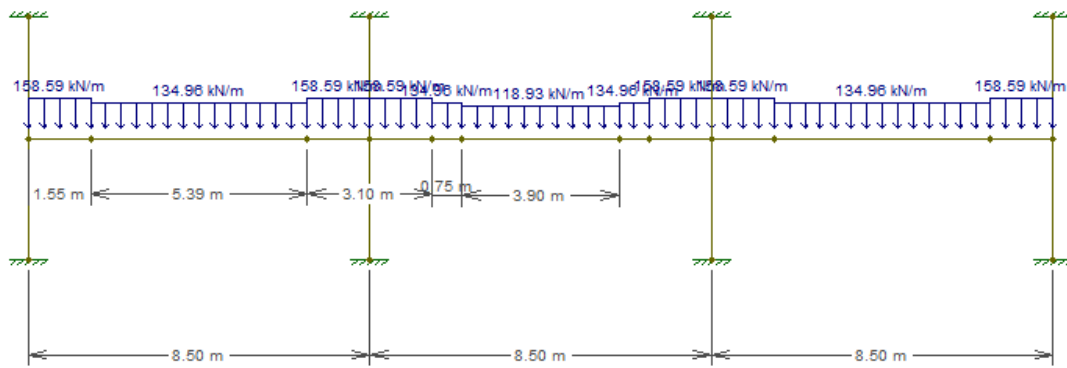


## ESFORÇOS CORTANTES ATUANTES

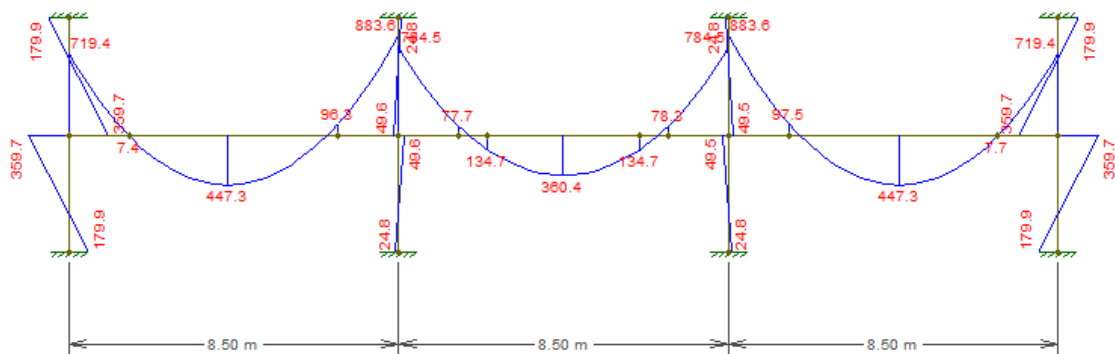


## 2 EIXO Y (PÓRTICO 2)

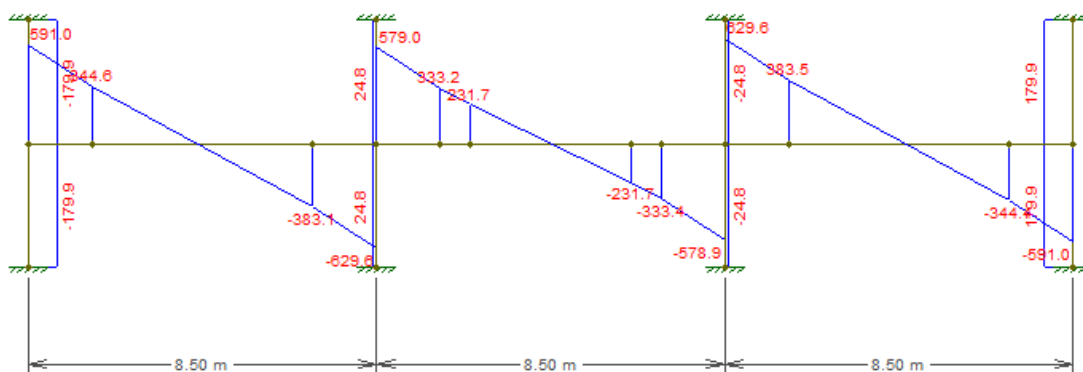
## CARREGAMENTOS ATUANTES



## MOMENTOS ATUANTES



## ESFORÇOS CORTANTES ATUANTES

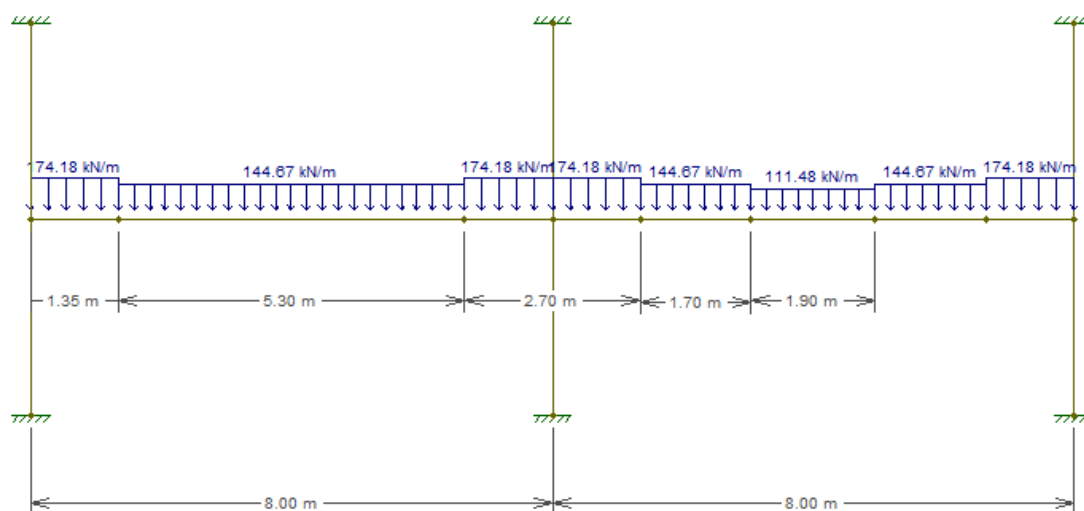




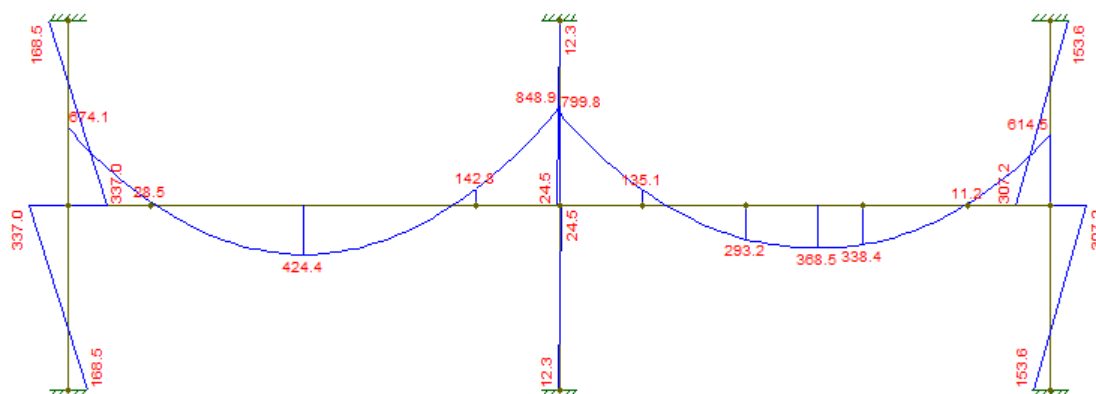
## APÊNDICE 3 – EUROCODE 02:2010

## 1 EIXO X (PÓRTICO 6)

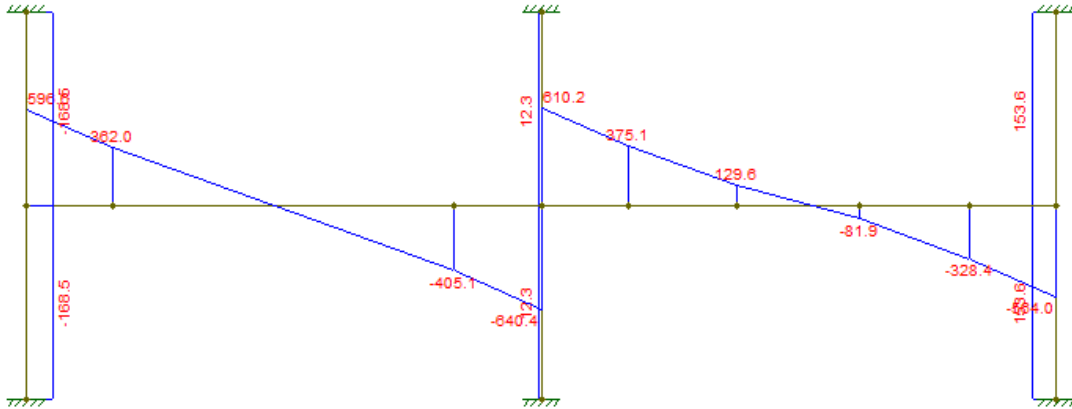
## CARREGAMENTOS ATUANTES



## MOMENTOS ATUANTES

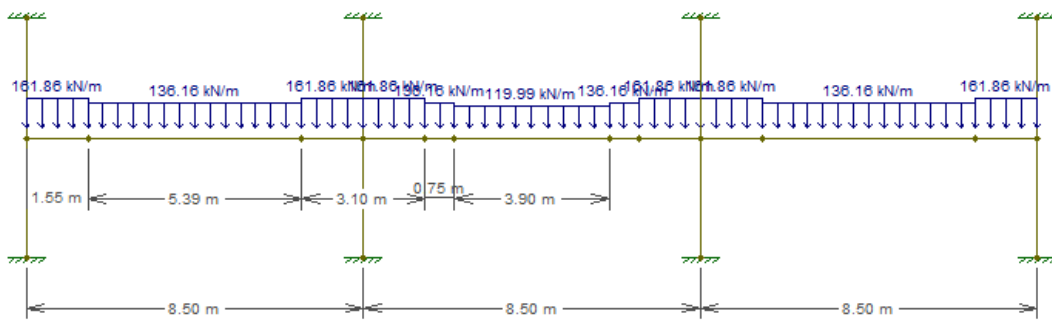


## ESFORÇOS CORTANTES ATUANTES

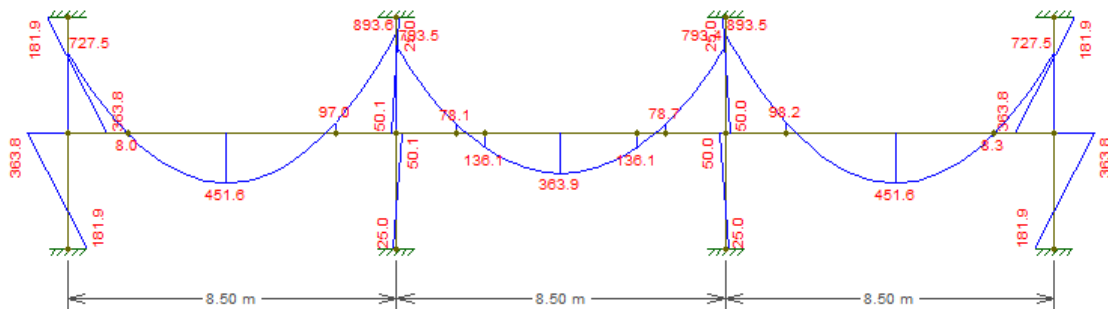


2 EIXO Y (PÓRICO 2)

CARREGAMENTOS ATUANTES



MOMENTOS ATUANTES



ESFORÇOS CORTANTES ATUANTES

