# Barras prismáticas submetidas à força axial de compressão

Este capítulo dedica-se a apresentação do dimensionamento de barras prismáticas submetidas à força axial de compressão aplicada no centro de torção ou cisalhamento, ou seja, compressão pura.

# 5.1 Condição de segurança

A condição de segurança de barras metálicas comprimidas, em função do estado limite último, é definida por:

$$N_{c,Sd} \le N_{c,Rd} \tag{5.1}$$

na qual:

 $N_{c,Sd}$  é a força axial de compressão solicitante de cálculo, obtida pelo estado limite último em sua combinação mais desfavorável;

 $N_{c,Rd}$  é a força axial de compressão resistente de cálculo, determinada de acordo com os as seções a seguir.

# 5.2 Limitação do índice de esbeltez

Antes de iniciar o cálculo propriamente dito da força axial de compressão resistente de cálculo, deve-se, da mesma forma que para barras tracionadas, verificar se as barras atendem ao requisito mínimo quanto ao índice de esbeltez.

O índice de esbeltez das barras comprimidas, tomado como a maior relação entre o produto  $KL_b$  e o raio de giração correspondente r, não deve ser superior a 200. Essa verificação deve ser feita para ambas as direções, ou seja:

$$\frac{KL_{b,x}}{r_y} \le 200\tag{5.2}$$

$$\frac{KL_{b,y}}{r_x} \le 200\tag{5.3}$$

nas quais:

K é o coeficiente de flambagem;

 $L_{b,x}$  comprimento destravado em x (plano X-Z);

 $L_{b,y}$  comprimento destravado em y (plano Y-Z);

 $r_x$  o raio de giração em torno de x (regra da mão direita);

 $r_y$  o raio de giração em torno de y (regra da mão direita);

Barras compostas, formadas por dois ou mais perfis trabalhando em conjunto, em contato ou com afastamento igual à espessura de chapas espaçadoras, devem possuir ligações entre esses perfis a intervalos tais que o índice de esbeltez entre duas chapas espaçadoras adjacentes ou ligações  $\ell/r_{min}$  de qualquer perfil formador da seção composta, não seja superior a 1/2 do máximo índice de esbeltez da barra composta,  $KL_b/r$ , ou seja:

$$\left(\frac{\ell}{r_{min}}\right)_{max} \le \frac{1}{2} \left(\frac{KL_b}{r}\right)_{max} 
\tag{5.4}$$

onde:

 $\ell$  é o maior comprimento entre chapas espaçadoras ou ligações entre os perfis;

 $r_{min}$  raio de giração mínimo de um perfil da composição;

K é o coeficiente de flambagem da barra composta;

 $L_b$  é o comprimento destravado da barra composta;

r é o raio de giração da seção composta em torno do eixo perpendicular à direção onde é medido o comprimento destravado,  $L_b$  (Exemplo, se mede-se  $L_{b,x}$  usa-se  $r_y$ ).

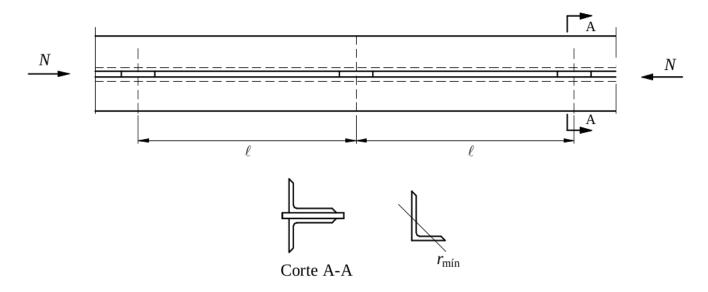


Figura 5.1: Barra composta comprimida.

As relações a serem comparadas devem sempre apresentar um máximo valor possível, ou seja, para a relação de esbeltez dos perfis,  $\ell/r_{min}$ , deve ser encontrado o perfil, dentre os constituintes da seção composta, que apresenta o menor valor de  $r_{min}^{-1}$ . Já para a relação de esbeltez da barra composta,  $KL_b/r$ , deve ser encontrada a direção da seção transversal composta, X ou Y, que fornece o menor raio de giração r, no maior comprimento destravado  $L_b$  e com as restrições da direção fornecendo um maior valor de K. Por exemplo, se os comprimentos destravados em x e em y da barra composta forem iguais, assim como seus travamentos, resultado em um coeficiente de flambagem igual, a máxima relação é atingida para a direção que possuir o menor raio de giração.

Não confundir  $\ell$  com  $L_b$ ,  $\ell$  é medido entre os conectores que mantém os perfis unidos dispostos em intervalos regulares dentro do comprimento destravado do perfil composto,  $L_b$ .

Adicionalmente, pelo menos duas chapas espaçadoras devem ser colocadas ao longo do comprimento, uniformemente espaçadas.

 $<sup>^{1}</sup>$ Observe que  $r_{min}$  não necessariamente está associado a uma direção da seção transversal.

# 5.3 Força axial de compressão resistente de cálculo - $N_{t,Rd}$

A força axial de compressão resistente de cálculo,  $N_{c,Rd}$ , de uma barra, associada aos estados limites últimos de instabilidade por flexão, por torção ou flexo torção e de flambagem local, deve ser determinada pela expressão:

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}} \tag{5.5}$$

sendo:

 $\chi$  é o fator de redução associado à flambagem global;

Q é o fator de redução total associado à flambagem local;

 $A_g$  é a área bruta da seção transversal da barra.

# 5.4 Flambagem Local de barras axialmente comprimidas

A avaliação de ocorrência de flambagem local em uma barra metálica comprimida pode ser feita em função do fator de redução associado à flambagem local, Q. Esse fator pode ser entendido como uma porcentagem da resistência total da barra que pode ser atingida antes da ocorrência da flambagem local em algum ponto da barra.

O fator de redução associado à flambagem local, Q, usualmente, exceto para seções tubulares circulares, é calculado por:

$$Q = Q_s Q_a \tag{5.6}$$

onde:

 $Q_s$  é o fator de redução que leva em conta a flambagem local dos elementos tipo AL da seção transversal;

 $Q_a$  é o fator de redução que leva em conta a flambagem local dos elementos tipo AA da seção transversal;

Se existirem dois ou mais elementos AL com fatores de redução  $Q_s$  diferentes ou dois e/ou mais elementos AA com fatores de redução  $Q_a$  diferentes, deve-se adotar o menor valor de  $Q_s$  e o menor valor de  $Q_a$  encontrados, existindo para a seção transversal com elementos AA e/ou AL como um todo, apenas um valor de  $Q_s$  e um valor de  $Q_a$  representativos.

Caso a seção transversal possua apenas elementos AA ou AL, ou ainda seja tubular circular, o coeficiente Q é dado por:

 $Q = Q_s$  se a seção possuir apenas elementos tipo AL na seção transversal (adota-se o menor valor dentre os valores de  $Q_s$ );

 $Q = Q_a$  se a seção possuir apenas elementos tipo AA na seção transversal (adota-se o menor valor dentre os valores de  $Q_a$ );

 $Q = Q_{tc}$  se a seção for tubular circular.

As barras submetidas à força axial de compressão, nas quais todos os elementos componentes da seção transversal, sejam eles tipo AA ou AL, possuam esbeltez do elemento,  $\lambda_e$ , que não supere o valor da esbeltez limite do elemento,  $\lambda_{e,lim}$ , têm o fator de redução total:

$$Q = Q_s Q_a = 1, 0 \text{ se } \lambda_e \le \lambda_{e,lim} \tag{5.7}$$

Se a seção somente possuir elementos tipo AA ou AL e  $\lambda_e$  for menor ou igual que  $\lambda_{e,lim}$ , da mesma forma o coeficiente de redução total Q = 1, 0.

As barras submetidas à força axial de compressão, nas quais os elementos componentes da seção transversal, sejam eles tipo AA ou AL, possuam esbeltez,  $\lambda_e$ , maiores que os valores da esbeltez limite,  $\lambda_{e,lim}$ , respectivamente, os coeficientes  $Q_s$  e  $Q_a$  devem ser calculados como em 5.4.2 e 5.4.3.

# 5.4.1 Definições de $\lambda_e$ e $\lambda_{e,lim}$

Os valores de  $\lambda_e$  são calculados em função da largura b e espessura t de cada elemento, ou seja:

$$\lambda_e = \frac{b}{t} \tag{5.8}$$

sendo os valores de b e t dados nas figuras a seguir para cada elemento de cada seção transversal, função do grupo de classificação a que pertence.

O valores de  $\lambda_{e,lim}$  são determinados em função do módulo de elasticidade do aço E e da tensão de escoamento  $f_y$ .

#### Elementos AA, Grupo 1

Este grupo é composto por chapas de diafragmas entre linhas de parafusos ou soldas (a) e mesas ou almas de seções tubulares retangulares (b).

Os valores de b e t para os elementos deste grupo são dados na figura 5.2.

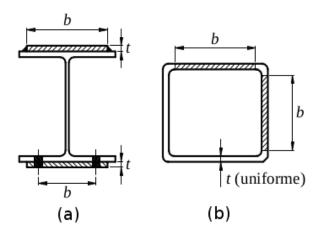


Figura 5.2: Valores de b e t para cálculo de  $\lambda_e$ , elementos AA, grupo 1.

O valor de  $\lambda_{e,lim}$  para esse grupo é dado por:

$$\lambda_{e,lim} = 1,40\sqrt{\frac{E}{f_y}} \tag{5.9}$$

#### Elementos AA, Grupo 2

Este grupo é composto por mesas ou almas de seção caixão (a), almas de seções I, H ou U (b), (c), (d), e todos os demais elementos tipo AA que não integram o Grupo 1.

Os valores de b e t para os elementos deste grupo são dados na figura 5.3.

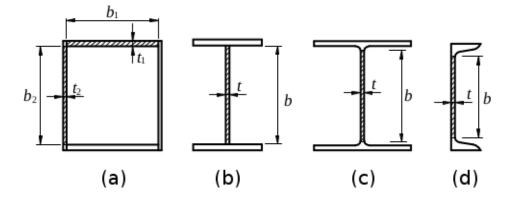


Figura 5.3: Valores de b e t para cálculo de  $\lambda_e$ , elementos AA, grupo 2.

O valor de  $\lambda_{e,lim}$  para esse grupo é dado por:

$$\lambda_{e,lim} = 1,49\sqrt{\frac{E}{f_y}} \tag{5.10}$$

#### Elementos AL, Grupo 3

Este grupo é composto por abas de cantoneiras simples (a) e múltiplas providas de chapas de travejamento (b).

Os valores de b e t para os elementos deste grupo são dados na figura 5.4.

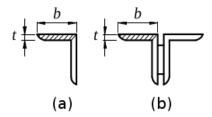


Figura 5.4: Valores de b e t para cálculo de  $\lambda_e$ , elementos AL, grupo 3.

O valor de  $\lambda_{e,lim}$  para esse grupo é dado por:

$$\lambda_{e,lim} = 0,45\sqrt{\frac{E}{f_y}} \tag{5.11}$$

#### Elementos AL, Grupo 4

Este grupo é composto por abas de cantoneiras projetadas de seções I, H, T ou U laminadas ou soldadas (a.1), chapas projetadas de seções I, H, T ou U laminadas ou soldadas (a.2), mesas de seções I, H, T ou U laminadas (a), (b), (c) e abas de cantoneiras ligadas continuamente (d).

Os valores de b e t para os elementos deste grupo são dados na figura 5.5.

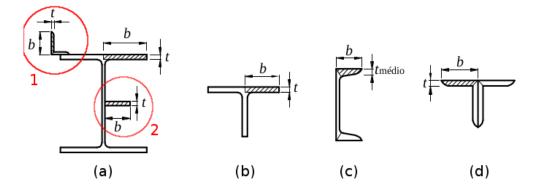


Figura 5.5: Valores de b e t para cálculo de  $\lambda_e$ , elementos AL, grupo 4.

O valor de  $\lambda_{e,lim}$  para esse grupo é dado por:

$$\lambda_{e,lim} = 0.56\sqrt{\frac{E}{f_y}} \tag{5.12}$$

#### Elementos AL, Grupo 5

Este grupo é composto por mesas de seções I, H, T ou U soldadas.

Os valores de b e t para os elementos deste grupo são dados na figura 5.6.

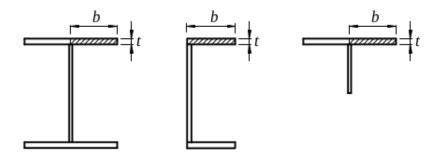


Figura 5.6: Valores de b e t para cálculo de  $\lambda_e$ , elementos AL, grupo 5.

O valor de  $\lambda_{e,lim}$  para esse grupo é dado por:

$$\lambda_{e,lim} = 0,64\sqrt{\frac{Ek_c}{f_y}} \tag{5.13}$$

sendo o coeficiente  $k_c$  dado por:

$$k_c = \frac{4}{\sqrt{\frac{h}{t_{cv}}}} \begin{cases} \ge 0,35\\ \le 0,76 \end{cases} \tag{5.14}$$

na qual:

h é a altura da alma do perfil;

 $t_w$  é a espessura da alma do perfil.

#### Elementos AL, Grupo 6

Este grupo é composto por almas de seções T.

Os valores de b e t para os elementos deste grupo são dados na figura 5.7.

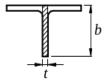


Figura 5.7: Valores de b e t para cálculo de  $\lambda_e$ , elementos AL, grupo 6.

O valor de  $\lambda_{e,lim}$  para esse grupo é dado por:

$$\lambda_{e,lim} = 0.75 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \tag{5.15}$$

## 5.4.2 Cálculo do coeficiente de redução para elementos AA - $Q_a$

Caso o valor de  $\lambda_e$  for maior que o valor de  $\lambda_{e,lim}$ , para pelos menos um elemento da seção transversal, descrito nos grupos 1 e 2, o valor de  $Q_a$  é diferente de 1,0 e deve ser calculado como:

$$Q_a = \frac{A_{ef}}{A_g} \tag{5.16}$$

na qual:

 $A_{ef}$  é a área efetiva da seção transversal;

 ${\cal A}_g$ é a área bruta da seção transversal.

Se existirem dois ou mais elementos AA com fatores de redução  $Q_a$  diferentes, deve-se adotar o menor destes fatores.

A área efetiva é calculada pela equação 5.17, sendo o somatório estendendo-se a todos os n elementos AA da seção transversal, independente se, por exemplo, para apenas um elemento  $Q_a \neq 1, 0$  e para os demais  $Q_a = 1, 0$ .

$$A_{ef} = A_g - \sum_{i=1}^{n} (b_i - b_{i,ef})t_i$$
 (5.17)

na qual:

 $b_i$  é a largura do elemento AA i da seção transversal, de acordo com o disposto em seu respectivo grupo;

 $b_{i,ef}$  é a largura efetiva do elemento AA i da seção transversal;

 $t_i$  é a espessura do elemento AA i da seção transversal, de acordo com o disposto em seu respectivo grupo.

A largura efetiva de um elemento tipo AA i é dada pela expressão:

$$b_{i,ef} = 1,92t_i \sqrt{\frac{E}{\sigma}} \left( 1 - \frac{c_a t_i}{b_i} \sqrt{\frac{E}{\sigma}} \right) \le b_i$$
 (5.18)

na qual:

 $c_a$  é um coeficiente, igual a 0,38 para mesas ou almas de seções tubulares retangulares e 0,34 para todos os outros elementos;

 $\sigma$  é a tensão que pode atuar no elemento analisado, igual a:

$$\sigma = \chi f_y$$

sendo  $\chi$  calculado como em 5.5, adotando Q=1,0. Opcionalmente, de forma conservadora, pode-se adotar  $\sigma=f_y$ .

## 5.4.3 Cálculo do coeficiente de redução para elementos AL - $Q_s$

Os valores de  $Q_s$  a serem usados para os elementos comprimidos AL dos grupos de 3 a 6, caso  $\lambda_e > \lambda_{e,lim}$  são definidos a seguir.

Se existirem dois ou mais elementos AL com fatores de redução  $Q_s$  diferentes, deve-se adotar o menor destes fatores.  $Q_s$  é calculado para cada elemento em separado, portanto valores de b e t nas equações a seguir devem respeitar o disposto no respectivo grupo de elemento.

#### Elementos AL, grupo 3

$$Q_{s} = \begin{cases} 1,340 - 0,76 \frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_{y}}{E}} & \text{para} \quad 0,45 \sqrt{\frac{E}{f_{y}}} < \frac{b}{t} \le 0,91 \sqrt{\frac{E}{f_{y}}} \\ \frac{0,53E}{f_{y} \left(\frac{b}{t}\right)^{2}} & \text{para} \quad \frac{b}{t} > 0,91 \sqrt{\frac{E}{f_{y}}} \end{cases}$$
(5.19)

## Elementos AL, grupo 4

$$Q_{s} = \begin{cases} 1,415 - 0,74 \frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_{y}}{E}} & \text{para} \quad 0,56 \sqrt{\frac{E}{f_{y}}} < \frac{b}{t} \le 1,03 \sqrt{\frac{E}{f_{y}}} \\ \frac{0,69E}{f_{y} \left(\frac{b}{t}\right)^{2}} & \text{para} \quad \frac{b}{t} > 1,03 \sqrt{\frac{E}{f_{y}}} \end{cases}$$
(5.20)

#### Elementos AL, grupo 5

$$Q_{s} = \begin{cases} 1,415 - 0,65 \frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_{y}}{Ek_{c}}} & \text{para} \quad 0,64 \sqrt{\frac{Ek_{c}}{f_{y}}} < \frac{b}{t} \le 1,17 \sqrt{\frac{Ek_{c}}{f_{y}}} \\ \frac{0,90Ek_{c}}{f_{y} \left(\frac{b}{t}\right)^{2}} & \text{para} \quad \frac{b}{t} > 1,17 \sqrt{\frac{Ek_{c}}{f_{y}}} \end{cases}$$
(5.21)

sendo o coeficiente  $k_c$  dado por:

$$k_c = \frac{4}{\sqrt{\frac{h}{t_w}}} \begin{cases} \ge 0.35 \\ \le 0.76 \end{cases}$$
 (5.22)

com:

h é a altura da alma do perfil;

 $t_w$  é a espessura da alma do perfil.

#### Elementos AL, grupo 6

$$Q_{s} = \begin{cases} 1,908 - 1,22\frac{b}{t}\sqrt{\frac{f_{y}}{E}} & \text{para} \quad 0,75\sqrt{\frac{E}{f_{y}}} < \frac{b}{t} \le 1,03\sqrt{\frac{E}{f_{y}}} \\ \frac{0,69E}{f_{y}\left(\frac{b}{t}\right)^{2}} & \text{para} \quad \frac{b}{t} > 1,03\sqrt{\frac{E}{f_{y}}} \end{cases}$$
(5.23)

# 5.4.4 Cálculo do coeficiente de redução para seções tubulares circulares - $Q_{tc}$

Nas seções tubulares circulares,  $\lambda_e$  é calculado como:

$$\lambda_e = \frac{D}{t} \tag{5.24}$$

sendo:

D é o diâmetro externo da seção tubular circular;

t é a espessura da parede.

A esbeltez limite é:

$$\lambda_{e,lim} = 0.11 \frac{E}{f_n} \tag{5.25}$$

E, da mesma forma que os elementos AA e AL de outras seções, caso  $\lambda_e \leq \lambda_{e,lim}, Q_{tc} = 1, 0$ . Caso contrário, o valor de  $Q_{tc}$  pode ser calculado por:

$$Q_{tc} = \frac{0.038t}{D} \frac{E}{f_y} + \frac{2}{3} \quad \text{desde que} \quad \lambda_{e,lim} < \lambda_e \le 0, 45 \frac{E}{f_y}$$
 (5.26)

Não é prevista a utilização de seções tubulares circulares com  $\lambda_e > 0, 45 \frac{E}{f_u}$ .

# 5.5 Flambagem Global de barras axialmente comprimidas

A avaliação de ocorrência de flambagem global em uma barra metálica comprimida pode ser feita em função do fator de redução associado à flambagem global,  $\chi$ . Esse fator pode ser entendido como uma porcentagem da resistência total da barra que pode ser atingida antes da ocorrência de algum modo de flambagem global, seja ele por flexão, por torção ou flexo torção. Quanto maior o valor do coeficiente de redução,  $\chi$ , menor é a possibilidade de ocorrência de flambagem global e maior é a porcentagem da resistência total da barra que pode ser utilizada em projeto.

O fator de redução associado à flambagem global,  $\chi$ , é calculado em função do índice de esbeltez reduzido,  $\lambda_0$ , por:

$$\chi = \begin{cases}
0,658^{\lambda_0^2}, & \text{se } \lambda_0 \le 1, 5. \\
0,877, & \text{se } \lambda_0 > 1, 5.
\end{cases}$$
(5.27)

A figura 5.8 ilustra a variação de  $\chi$  em função de  $\lambda_0$ .

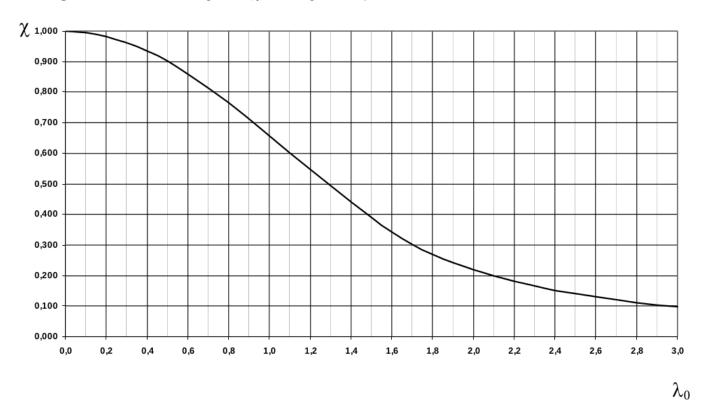


Figura 5.8: Valor de  $\chi$  em função do índice de esbeltez redzido  $\lambda_0$ .

#### 5.5.1 Índice de esbeltez reduzido - $\lambda_0$

O índice de esbeltez reduzido é calculado em função da força axial de flambagem elástica,  $N_e$ , e é dado por:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{QA_g f_y}{N_e}} \tag{5.28}$$

sendo Q o fator de redução associado à flambagem local calculado em 5.4.

## 5.5.2 Força axial de flambagem elástica - $N_e$

A força axial de flambagem elástica,  $N_e$ , de uma barra pode ser entendida como a máxima força axial de compressão que pode ser aplicada a barra, sem que a mesma apresente instabilidade por flambagem global. A força axial de flambagem elástica também é conhecida como carga crítica de Euler. A partir desse valor de carregamento, a barra sofrerá algum modo de flambagem local.

O cálculo da força axial de flambagem elástica é definido em função do tipo de simetria existente na seção transversal da barra.

#### Seções com dupla simetria

A força axial de flambagem elástica,  $N_e$ , de uma barra com seção transversal duplamente simétrica é dada por:

Flambagem por flexão em relação ao eixo central de inércia x da seção transversal (regra da mão direita):

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 E I_x}{(K_y L_y)^2} \tag{5.29}$$

Flambagem por flexão em relação ao eixo central de inércia y da seção transversal (regra da mão direita):

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 E I_y}{(K_x L_x)^2} \tag{5.30}$$

Flambagem por flexão em relação ao eixo longitudinal z:

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \left[ \frac{\pi^2 E C_w}{(K_z L_z)^2} + GJ \right]$$
 (5.31)

nas quais:

 $K_x L_x$  é o comprimento de flambagem por flexão na direção do eixo x (medido no plano X-Z), sendo  $K_x$  o coeficiente de flambagem da direção x e  $L_x$  o comprimento destravado na direção x;

 $K_y L_y$  é o comprimento de flambagem por flexão na direção do eixo y (medido no plano Y-Z), sendo  $K_y$  o coeficiente de flambagem da direção y e  $L_y$  o comprimento destravado na direção y;

 $K_zL_z$  é o comprimento de flambagem por flexão em relação ao eixo longitudinal z, sendo  $K_z$  o coeficiente de flambagem da direção z e  $L_z$  o comprimento destravado na torção;

 $I_x$  é o momento de inércia em torno do eixo x;

 $I_y$  é o momento de inércia em torno do eixo y;

 $C_w$  é a constante de empenamento da seção transversal;

E é o módulo de elasticidade do aço;

G é o módulo de elasticidade transversal do aço;

J é a constante de torção pura da seção transversal (constante de Saint-Venant);

 $r_0^2$  é o raio de giração polar ao quadrado da seção bruta em relação ao centro de cisalhamento, dado por:

$$r_0^2 = r_x^2 + r_y^2 + x_0^2 + y_0^2$$

sendo:

 $r_x$  o raio de giração em torno do eixo central x;

 $r_y$  o raio de giração em torno do eixo central y;

 $x_0$  a coordenada do centro de cisalhamento na direção do eixo central x, em relação ao centro geométrico da seção;

 $y_0$  a coordenada do centro de cisalhamento na direção do eixo central y, em relação ao centro geométrico da seção;

#### Seções monossimétricas (exceto cantoneiras simples conectada por uma aba)

A força axial de flambagem elástica, Ne, de uma barra com seção transversal monossimétrica, adotando eixo y é o eixo de simetria, é dada por:

Flambagem por flexão em relação ao eixo central de inércia x da seção transversal (regra da mão direita):

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 E I_x}{(K_y L_y)^2} \tag{5.32}$$

Flambagem elástica por flexo torção

$$N_{eyz} = \frac{N_{ey} + N_{ez}}{2\left[1 - \left(\frac{y_0}{r_0}\right)^2\right]} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4N_{ey}N_{ez}\left[1 - \left(\frac{y_0}{r_0}\right)^2\right]}{(N_{ey} + N_{ez})^2}}\right]$$
(5.33)

na qual  $N_{ey}$  e  $N_{ez}$  são dadas pelas equações 5.30 e 5.31 respectivamente.

A força axial de flambagem elástica, Ne, de uma barra com seção transversal monossimétrica, adotando eixo x é o eixo de simetria, é dada por:

Flambagem por flexão em relação ao eixo central de inércia y da seção transversal:

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 E I_y}{(K_x L_x)^2} \tag{5.34}$$

Flambagem elástica por flexo torção

$$N_{exz} = \frac{N_{ex} + N_{ez}}{2\left[1 - \left(\frac{x_0}{r_0}\right)^2\right]} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4N_{ex}N_{ez}\left[1 - \left(\frac{x_0}{r_0}\right)^2\right]}{(N_{ex} + N_{ez})^2}}\right]$$
(5.35)

na qual  $N_{ex}$  e  $N_{ez}$  são dadas pelas equações 5.29 e 5.31 respectivamente.

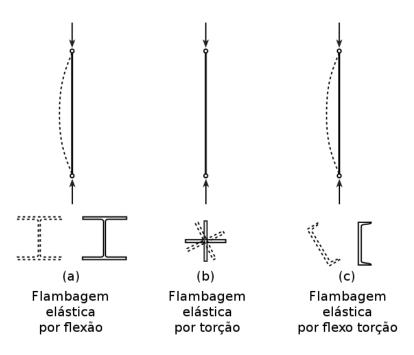


Figura 5.9: Formas de ocorrência de flambagem elástica.

#### Seções assimétricas (exceto cantoneiras simples conectada por uma aba)

A força axial de flambagem elástica, Ne, de uma barra com seção transversal assimétrica (sem nenhum eixo de simetria) é dada pela menor das raízes da seguinte equação cúbica:

$$(N_e - N_{ex})(N_e - N_{ey})(N_e - N_{ez}) - N_e^2(N_e - N_{ey}) \left(\frac{x_0}{r_0}\right)^2 - N_e^2(N_e - N_{ex}) \left(\frac{y_0}{r_0}\right)^2 = 0$$
 (5.36)

#### Cantoneiras simples conectadas por uma aba

Os efeitos da excentricidade da força de compressão atuante em uma cantoneira simples podem ser considerados por meio de um comprimento de flambagem equivalente, desde que essa cantoneira:

- a) seja carregada nas extremidades através da mesma aba;
- b) seja conectada por solda ou por pelo menos dois parafusos na direção da solicitação;
- c) não esteja solicitada por ações transversais intermediárias (somente solicitações axiais).

Nesse caso, a força axial de flambagem elástica da cantoneira,  $N_e$ , é dada por (regra da mão direita):

$$N_{e,x2} = \frac{\pi^2 E I_{x2}}{(K_{x1} L_{x1})^2} \tag{5.37}$$

sendo:

 $I_{x2}$  é o momento de inércia da seção transversal em torno do eixo que passa pelo centro geométrico e é paralelo à aba conectada, x2 (x2 pode ser o eixo x ou o eixo y da seção transversal dependendo da aba conectada);

 $K_{x1}L_{x1}$  é o comprimento de flambagem equivalente na direção do eixo perpendicular à aba conectada, dado em 5.5.5 (x1 também pode ser o eixo x ou o eixo y dependendo da aba conectada, se x1 é o eixo x, então x2 é o eixo y);

## 5.5.3 Coeficiente de flambagem por flexão

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
A linha tracejada indica a linha elástica de flambagem						<b>→</b> □
Valores teóricos de $K_{ m x}$ ou $K_{ m y}$	0,5	0,7	1,0	1,0	2,0	2,0
Valores recomendados	0,65	0,80	1,2	1,0	2,1	2,0
Código para condição de apoio	<i>****</i> ********************************	Rotação e translação impedidas Rotação livre, translação impedida Rotação impedida, translação livre Rotação e translação livres				

Figura 5.10: Coeficiente de flambagem por flexão de elementos isolados.

#### 5.5.4 Coeficiente de flambagem por torção

O coeficiente de flambagem por torção,  $K_z$ , função das condições de contorno, deve ser determinado por análise estrutural, ou, simplificadamente, tomado igual a:

a) quando ambas as extremidades da barra possuírem rotação em torno do eixo longitudinal impedida e empenamento livre:

$$K_z = 1, 0$$

b) quando uma das extremidades da barra possuir rotação em torno do eixo longitudinal e empenamento livres e, a outra extremidade, rotação e empenamento impedidos:

$$K_z = 2,0$$

A figura 5.11 ilustra a rotação da seção transversal e o empenamento.

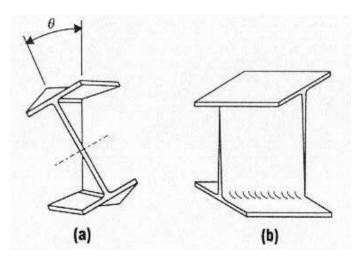


Figura 5.11: Rotação da seção transversal (a) e empenamento (b) causados pela torção.

Rotação em torno do eixo longitudinal livre significa que todos os pontos da seção transversal podem rotacionar livremente em torno desse eixo, caso esteja impedida, nenhum ponto rotaciona.

O empenamento da seção transversal faz com que a seção não permaneça plana após a torção, quanto está impedido a seção permanece plana após a torção.

# 5.5.5 Comprimento de flambagem equivalente para cantoneiras conectadas por uma aba

A simplificação do comprimento de flambagem de cantoneiras conectadas por uma aba é de específica aplicação para barras de treliças planas ou espaciais ou submetidas a esforços axiais puros. Além disso, as seguintes condições devem ser verificadas:

- a) Cantoneiras de abas iguais ou de abas desiguais conectadas por uma aba apenas;
- b) Cantoneiras que são barras individuais ou diagonais ou montantes de treliças planas;
- c) As barras adjacentes devem estar conectadas do mesmo lado das chapas de  $nó^2$  (ou gusset) ou das cordas (ou banzos) da treliça.

Nas equações são utilizadas as seguintes variáveis:

- $L_{x1}$  é o comprimento da cantoneira, tomado entre os pontos de trabalho situados nos eixos longitudinais dos banzos da treliça, basicamente são os nós concorrentes entre as barras da treliça em uma ligação, na direção do eixo perpendicular à aba conectada;
- $r_{x2}$  é o raio de giração da seção transversal em torno do eixo que passa pelo centro geométrico e é paralelo à aba conectada;

 $r_{min}$  é o raio de giração mínimo da cantoneira;

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Chapas de nó ou chapas Gusset são elementos de ligação nas extremidades da treliça compostos por uma chapa plana presa na aba conectada.

#### Treliças planas ou barras individuais submetidas à esforços axiais puros

Abas iguais ou desiguais conectadas pela aba de maior largura  $(l_{maior})$ :

$$K_{x1}L_{x1} = \begin{cases} 72r_{x2} + 0,75L_{x1} & \text{quando} \quad 0 \le \frac{L_{x1}}{r_{x2}} \le 80\\ 32r_{x2} + 1,25L_{x1} & \text{quando} \quad \frac{L_{x1}}{r_{x2}} > 80 \end{cases}$$

$$(5.38)$$

Abas desiguais conectadas pela aba de menor largura  $(l_{menor})$ , desde que  $\frac{l_{maior}}{l_{menor}} \le 1,7$ :

$$0,95L_{x1}\frac{r_{x2}}{r_{min}} \le K_{x1}L_{x1} = \begin{cases} 72r_{x2} + 0,75L_{x1} + 4\left[\left(\frac{l_{maior}}{l_{menor}}\right)^{2} - 1\right]r_{x1} & \text{quando} \quad 0 \le \frac{L_{x1}}{r_{x2}} \le 80\\ 32r_{x2} + 1,25L_{x1} + 4\left[\left(\frac{l_{maior}}{l_{menor}}\right)^{2} - 1\right]r_{x1} & \text{quando} \quad \frac{L_{x1}}{r_{x2}} > 80 \end{cases}$$

$$(5.39)$$

#### Treliças espaciais

Abas iguais ou desiguais conectadas pela aba de maior largura  $(l_{maior})$ :

$$K_{x1}L_{x1} = \begin{cases} 60r_{x2} + 0,80L_{x1} & \text{quando} \quad 0 \le \frac{L_{x1}}{r_{x2}} \le 75\\ 45r_{x2} + L_{x1} & \text{quando} \quad \frac{L_{x1}}{r_{x2}} > 75 \end{cases}$$

$$(5.40)$$

Abas desiguais conectadas pela aba de menor largura  $(l_{menor})$ , desde que  $\frac{l_{maior}}{l_{menor}} \le 1,7$ :

$$0,82L_{x1}\frac{r_{x2}}{r_{min}} \le K_{x1}L_{x1} = \begin{cases} 60r_{x2} + 0,80L_{x1} + 6\left[\left(\frac{l_{maior}}{l_{menor}}\right)^{2} - 1\right]r_{x2} & \text{quando} \quad 0 \le \frac{L_{x1}}{r_{x2}} \le 75\\ 45r_{x2} + L_{x1} + 6\left[\left(\frac{l_{maior}}{l_{menor}}\right)^{2} - 1\right]r_{x2} & \text{quando} \quad \frac{L_{x1}}{r_{x2}} > 75 \end{cases}$$

$$(5.41)$$

Cantoneiras simples com ligações diferentes das descritas acima, com relação  $\frac{l_{maior}}{l_{menor}} > 1,7$  ou com forças transversais, devem ser tratadas como barras submetidas à combinação de força axial e momentos fletores, independente se forem barras de treliça ou não.