6

Flexão Simples
Armadura Transversal de viga

6.1 Tensões principais

Sejam os elementos 1 e 2, próximos ao apoio de uma viga, dos quais se quer determinar as tensões principais (Figura 6.1). Nesta Figura, o elemento 1 situa-se sobre a linha neutra (máxima tensão tangencial) e o elemento 2 está situado próximo à fibra mais tracionada (máxima tensão normal de tração).

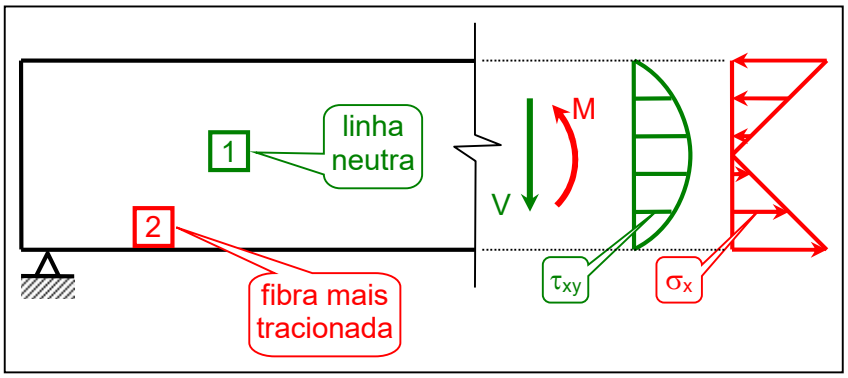


Figura 6.1 - Tensões normais e tangenciais em peças fletidas

Da Resistência dos Materiais é sabido que as tensões principais de tração σ_I formam, no elemento 1, um ângulo de 45° com a horizontal (plano diagonal de ruptura), sendo no elemento 2 este ângulo igual a 90° (plano vertical de ruptura), como mostrado na Figura 6.2.

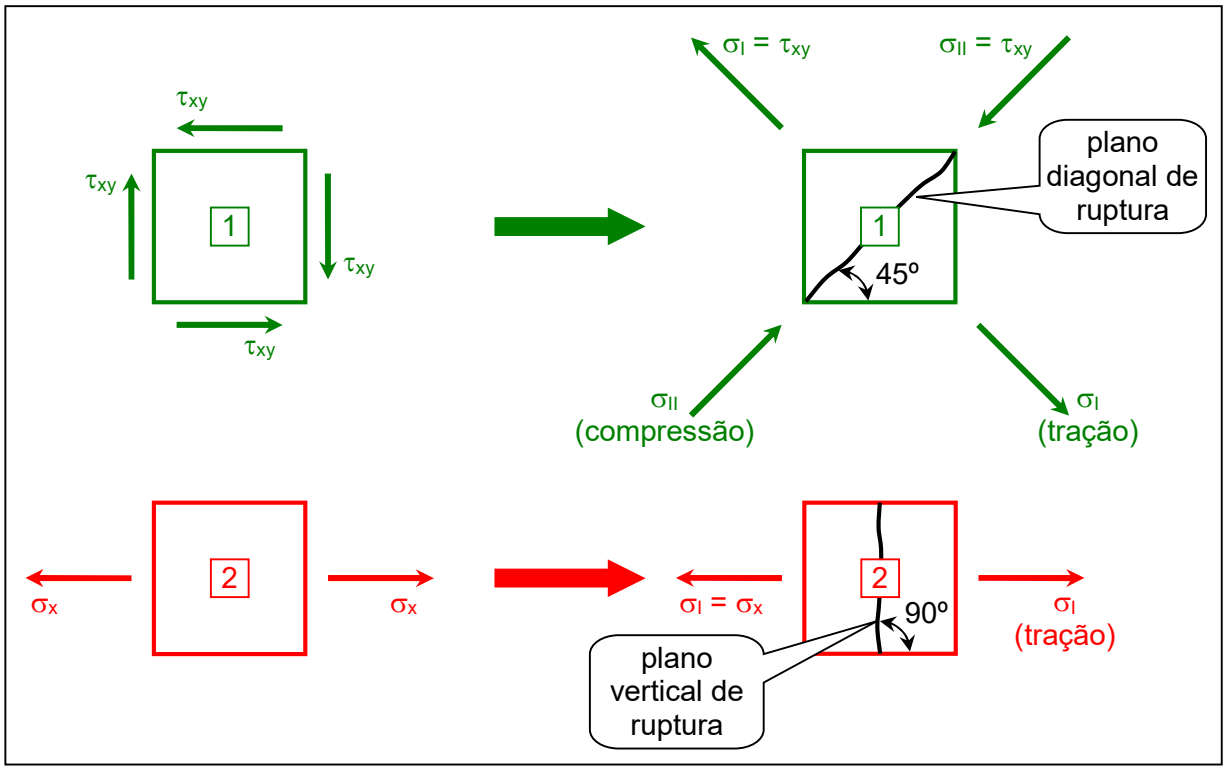


Figura 6.2 - Tensões principais nos elementos 1 e 2

Ensaios de laboratório têm demonstrado uma boa aproximação com a teoria, já que em vigas de concreto armado o aspecto das fissuras, na região próxima a apoio simples, é como indicado na Figura 6.3 (fissuras perpendiculares às tensões principais de tração, pois o concreto não resiste às mesmas).

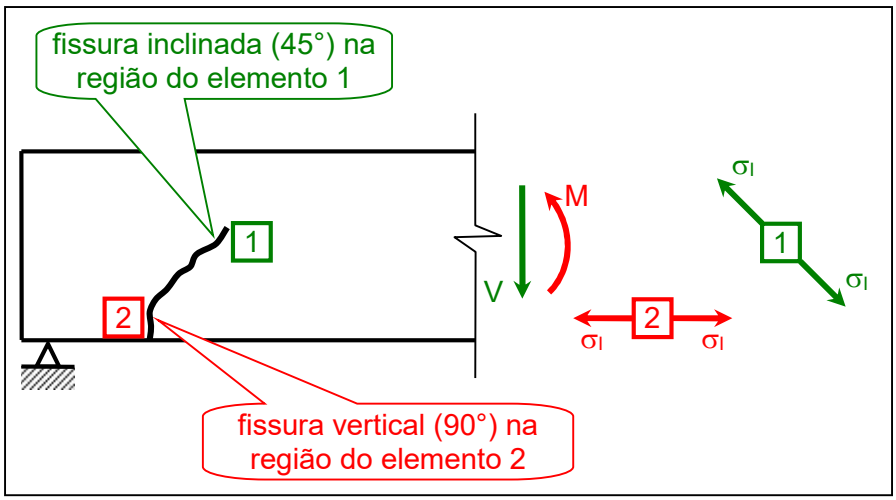


Figura 6.3 - Fissura em viga de concreto armado

Já foi visto, quando se estudou a armadura longitudinal de vigas (Capítulo 4), que próximo ao elemento 2, onde a fissura é provocada somente pelo momento fletor ($\tau_{xy} = 0$), a armadura horizontal de tração é colocada perpendicularmente à fissura, isto é na direção da tensão principal σ_I do elemento 2 (Figura 6.4). No elemento 1, onde a fissura é provocada pela força cortante ($\sigma_x = 0$), a armadura deveria ser também colocada perpendicularmente à fissura, na direção da tensão principal σ_I do elemento 1 (Figura 6.4).

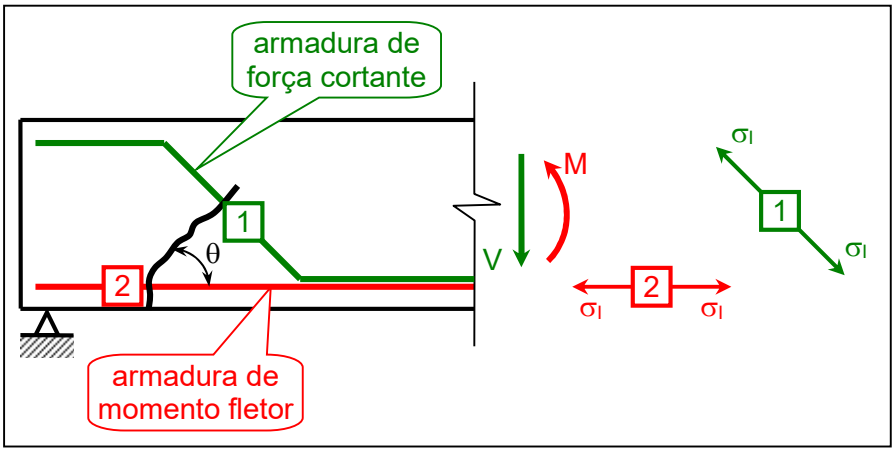


Figura 6.4 - Armaduras nas direções das tensões principais de tração

A idéia de se colocar armadura sempre na direção da tensão principal de tração (perpendicular à fissura) vigorou por muitos anos como princípio básico do concreto armado. Mudanças ocorreram e as teorias atuais, tanto para momento fletor como para força cortante, baseiam-se no principio de se "costurar" as fissuras, respeitando sempre o equilíbrio de forças e a compatibilidade das deformações. É por este motivo que as vigas de concreto armado, em sua grande maioria, são, atualmente, detalhada só com armadura horizontal e vertical (Figura 6.5). As armaduras horizontais "costuram" as fissuras provocadas pelo momento fletor e as armaduras verticais "costuram" as fissuras provocadas pela força cortante. Evidentemente esta é uma idéia simplista, já que as fissuras, na realidade, são provocadas por tensões de tração provenientes da combinação de momentos fletores e forças cortantes atuando conjuntamente.

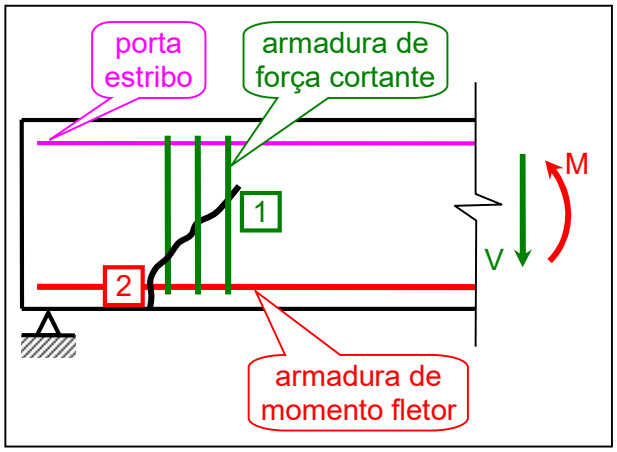


Figura 6.5 - Armadura de momento fletor e força cortante

6.2 Analogia da treliça de Morsh

O verdadeiro comportamento de peças fletidas (peças fissuradas) de concreto armado ainda não é totalmente conhecido. Uma das teorias que procura explicar este comportamento é a Analogia da Treliça de Morsh, onde é suposto que os momentos fletores e as forças cortantes devam ser resistidos por uma treliça interna à viga formada por banzos, diagonais e montantes constituídos por barras de concreto comprimido e barras de aço tracionado (Figura 6.6).

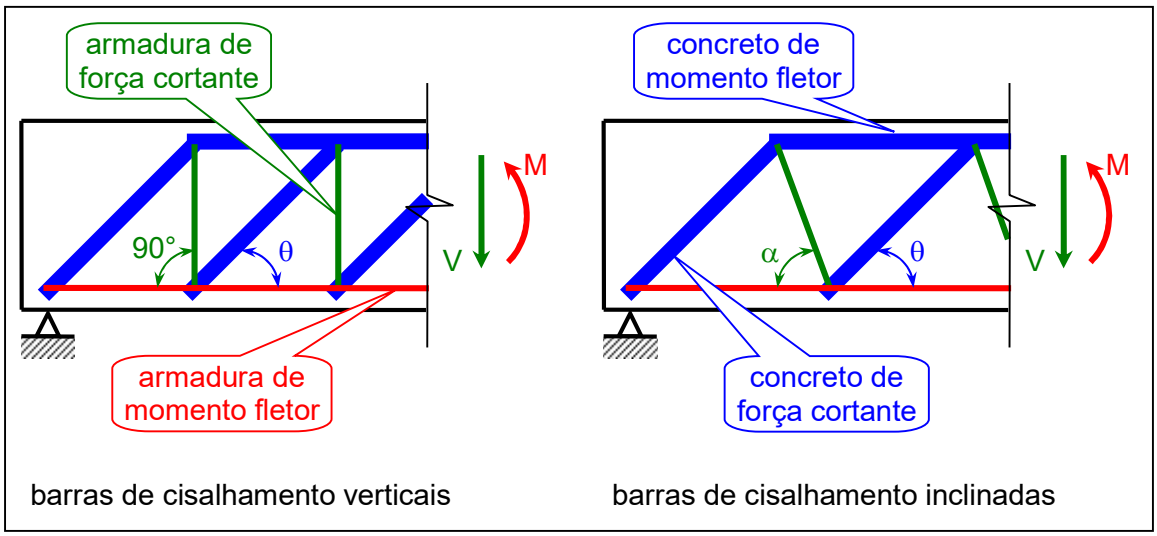


Figura 6.6 - Analogia da treliça de Morsh

6.2.1 Modelos de ABNT NBR 6118

Ensaios de laboratório tem demonstrado que o ângulo θ mostrado na Figura 6.6, que corresponde à inclinação da fissura mostrada na Figura 6.4, varia entre 30° e 45°. Desta forma, a ABNT NBR 6118 - 17.4.2.2 e 17.4.2.3 houve por bem adotar dois modelos de cálculo correspondentes à analogia da treliça de Morsh, ou sejam:

- **Modelo I** onde é admitido que as diagonais de compressão sejam inclinadas de θ = 45° em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural; e
- **Modelo II** onde é admitido que as diagonais de compressão sejam inclinadas de θ em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, com θ variável livremente entre 30° e 45°.

6.2.2 Colapso de vigas de concreto armado

Baseado no mecanismo da treliça pode ser observado que a ruína da viga pode ocorrer de varias maneiras, já que qualquer parte (banzo, diagonal ou montante) pode entrar em colapso.

Admitindo-se comportamento de viga sub ou superarmada (Figura 6.7), onde o momento fletor é responsável pelo binário das forças horizontais atuantes nos banzos superior e inferior da treliça, o colapso pode ocorrer por:

- ruptura (esmagamento) do concreto comprimido que constitui o banzo superior (viga superarmada); ou
- ruptura (alongamento excessivo) da armadura tracionada do banzo inferior (viga subarmada).

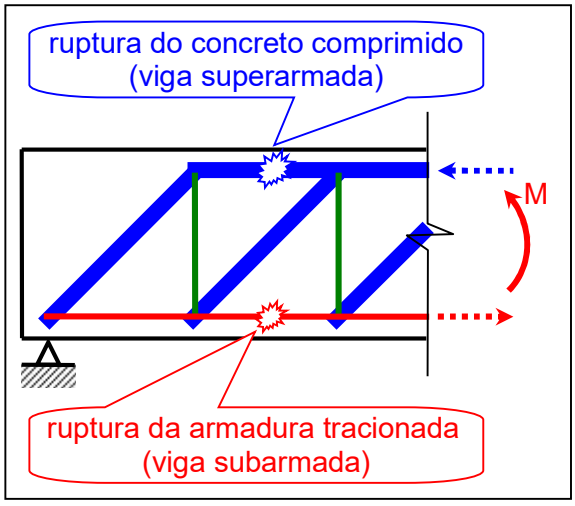


Figura 6.7 - Colapso de viga devido ao momento fletor

Para evitar a ruptura (esmagamento) do concreto comprimido no banzo superior (ruptura de viga superarmada mostrada na Figura 6.7), duas providências podem ser tomadas:

- colocação de armadura na região comprimida; ou
- aumento das dimensões da seção transversal da viga.

De modo análogo ao das vigas super e subarmadas, onde o momento fletor é o causador do colapso, pode a força cortante também ser responsável pela ruína de uma viga de concreto armado (Figura 6.8). Isto pode acontecer por:

- ruptura (esmagamento) da diagonal de concreto comprimido; ou
- ruptura (alongamento excessivo) da armadura tracionada dos montantes (estribos).

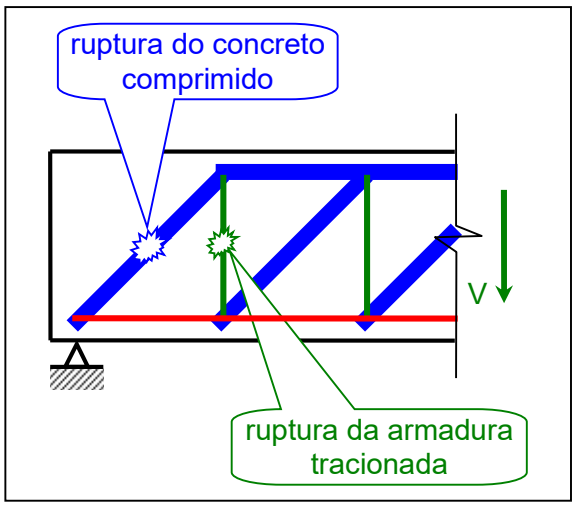


Figura 6.8 - Colapso de viga devido a força cortante

O esmagamento do concreto comprimido mostrado na Figura 6.8 só pode ser evitado com o aumento das dimensões da seção transversal da viga. A verificação da necessidade de se aumentar, ou não, as dimensões de uma viga de concreto armado consta na ABNT NBR 6118 - 17.4.2.2.a e 17.4.2.3.a, onde são fixados valores limites para força cortante atuante em seções transversais de viga.

6.3 Valores limites para força cortante - diagonal de compressão

6.3.1 Equilíbrio da diagonal de compressão de treliça de Morsh

Seja a Figura 6.9 onde a força cortante resistente de cálculo V_{Rd2} é responsável pelo equilíbrio vertical das forças atuantes no trecho de elemento estrutural (viga).

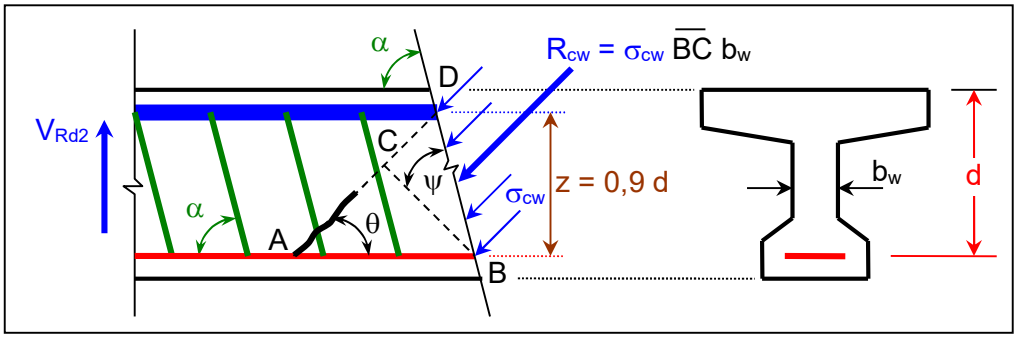


Figura 6.9 - Equilíbrio vertical da resultante atuante na diagonal de compressão da treliça de Morsh

Na Figura 6.9,

θ inclinação da fissura em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, correspondendo à inclinação das bielas de compressão (direção das tensões σ_{cw});

α inclinação da armadura transversal (diagonal tracionada da treliça de Morsh) em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, podendo-se tomar $45° \leq \alpha \leq 90°$ (ABNT NBR 6118 - 17.4.1.1.5);

ψ ângulo do triângulo retângulo BCD (reto em C), equivalente a $[(\alpha + \theta) - 90°]$;

b_w menor largura da seção, compreendida ao longo da altura útil d;

d altura útil da seção, igual à distância da borda comprimida ao centro de gravidade da armadura de tração;

z braço de alavanca correspondente à distância entre a resultante horizontal de compressão atuante no banzo superior da treliça de Morsh e a resultante atuante na armadura horizontal tracionada (banzo inferior da treliça), admitido como sendo igual 0,9 d (ABNT NBR 6118 - 17.4.2.2.b);

σ_{cw} tensões normais atuantes na diagonal de compressão da treliça de Morsh (tensões perpendiculares à reta BC);

R_{cw} força atuante na diagonal de compressão da treliça de Morsh, resultante das tensões σ_{cw} (perpendicular à reta BC); e

V_{Rd2}[1] força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto.

Do triângulo ABD (Figura 6.9),

$$\overline{BD} = \frac{z}{\text{sen}\alpha}$$

Do triângulo BCD (Figura 6.9),

$$\overline{BC} = \overline{BD}\cos\psi$$

ou ainda,

$$\overline{BC} = \frac{\cos\psi}{\text{sen}\alpha} z$$

Tendo em vista que

$$\psi = (\alpha + \theta) - 90°$$

tem-se:

$$\psi = \alpha - (90° - \theta)$$

$$\cos\psi = \cos[\alpha - (90° - \theta)]$$

$$\cos\psi = \cos\alpha\cos(90° - \theta) + \text{sen}\alpha\,\text{sen}(90° - \theta)$$

$$\cos\psi = \cos\alpha\,\text{sen}\theta + \text{sen}\alpha\cos\theta$$

$$\frac{\cos\psi}{\text{sen}\alpha} = \frac{\cos\alpha\,\text{sen}\theta + \text{sen}\alpha\cos\theta}{\text{sen}\alpha}$$

$$\frac{\cos\psi}{\text{sen}\alpha} = \cot g\alpha\,\text{sen}\theta + \cos\theta$$

$$\frac{\cos\psi}{\text{sen}\alpha} = \text{sen}\theta(\cot g\alpha + \cot g\theta)$$

que levado para a expressão da reta BC, tem-se:

$$\overline{BC} = z\,\text{sen}\theta(\cot g\alpha + \cot g\theta)$$

Do equilíbrio das forças verticais mostradas na Figura 6.9,

$$V_{Rd2} = R_{cw}\,\text{sen}\theta$$

ou ainda,

$$V_{Rd2} = \left(\sigma_{cw}\,\overline{BC}\,b_w\right)\text{sen}\theta$$

$$V_{Rd2} = \{\sigma_{cw}\,[z\,\text{sen}\theta(\cot g\alpha + \cot g\theta)]\,b_w\}\,\text{sen}\theta$$

$$V_{Rd2} = \sigma_{cw}\,b_w\,z(\cot g\alpha + \cot g\theta)\,\text{sen}^2\theta$$

Tendo em vista que (Figura 6.9)

$$z = 0{,}9\,d$$

[1] Notação da ABNT NBR 6118, onde o índice 2 (V_{Rd2}) representa vigas e o índice 1 (V_{Rd1}) corresponde a lajes.

e tomando para σ_{cw} um valor em torno de 70% da máxima tensão de compressão de cálculo do concreto 0,85 f_{cd}, necessário pelas incertezas decorrentes da simplificação da analogia de Morsh, tem-se:

$$\sigma_{cw} = K(0{,}85\, f_{cd})$$

$$K = \frac{1}{1{,}4} \cong 0{,}7$$

$$V_{Rd2} = \left(\frac{0{,}85\, f_{cd}}{1{,}4}\right) b_w (0{,}9\, d)(\cot g\alpha + \cot g\theta)\, sen^2\theta$$

ou ainda,

$$V_{Rd2} = 0{,}54\left[f_{cd}\, b_w\, d\, sen^2\theta(\cot g\alpha + \cot g\theta)\right] \qquad \text{Equação 6.1}$$

6.3.2 Modelos da ABNT NBR 6118

6.3.2.1 Modelo I

O Modelo I da ABNT NBR 6118 - 17.4.2.2 admite diagonais de compressão inclinadas de θ = 45° em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural. Desta forma a Equação 6.1 resulta:

$$V_{Rd2} = 0{,}54\left[f_{cd}\, b_w\, d\, sen^2 45°(\cot g\alpha + \cot g\, 45°)\right]$$

$$V_{Rd2} = 0{,}54\left[f_{cd}\, b_w\, d(0{,}5)(\cot g\alpha + 1)\right]$$

$$V_{Rd2} = 0{,}27\left[f_{cd}\, b_w\, d(\cot g\alpha + 1)\right]$$

Se o ângulo α (inclinação das barras de cisalhamento) for tomado igual a 90°, V_{Rd2} assumirá seu valor mínimo, correspondente a:

$$V_{Rd2} = 0{,}27\, f_{cd}\, b_w\, d \qquad \text{Equação 6.2}$$

A ABNT NBR 6118 - 17.4.2.2.a, apresenta a Equação 6.2 corrigida do fator α_{v2}, função da resistência característica do concreto. Desta forma, a expressão de V_{Rd2}, para o Modelo I, resulta:

$$V_{Rd2} = 0{,}27\, \alpha_{v2}\, f_{cd}\, b_w\, d$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad \langle f_{ck}\ em\ MPa \rangle \qquad \text{Equação 6.3}$$

6.3.2.2 Modelo II

O Modelo II da ABNT NBR 6118 - 17.4.2.3 admite diagonais de compressão inclinadas de θ em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, com θ variável livremente entre 30° e 45°. Assim como para o Modelo I, a Equação 6.1 é corrigida pelo fator α_{v2}. Desta forma, e como apresentado na ABNT NBR 6118 - 17.4.2.3.a, resulta para V_{Rd2}:

$$V_{Rd2} = 0{,}54\, \alpha_{v2}\, f_{cd}\, b_w\, d\, sen^2\theta(\cot g\alpha + \cot g\theta)$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad \langle f_{ck}\ em\ MPa \rangle \qquad \text{Equação 6.4}$$

$$30° \le \theta \le 45$$

$$45° \le \alpha \le 90°$$

6.3.3 Resistência de elemento estrutural - diagonal de compressão

A resistência do elemento estrutural, em uma determinada seção transversal, deve ser considerada satisfatória quando for verificada a seguinte condição:

$$V_{Sd} \le V_{Rd2} \qquad \text{Equação 6.5}$$

onde:

V_{Sd} força cortante solicitante de cálculo, na seção; e

V_{Rd2} força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto, de acordo com os modelos descritos em 6.3.2.

Nas regiões dos apoios, os cálculos devem considerar as forças cortantes atuantes nas respectivas faces (Figura 6.10).

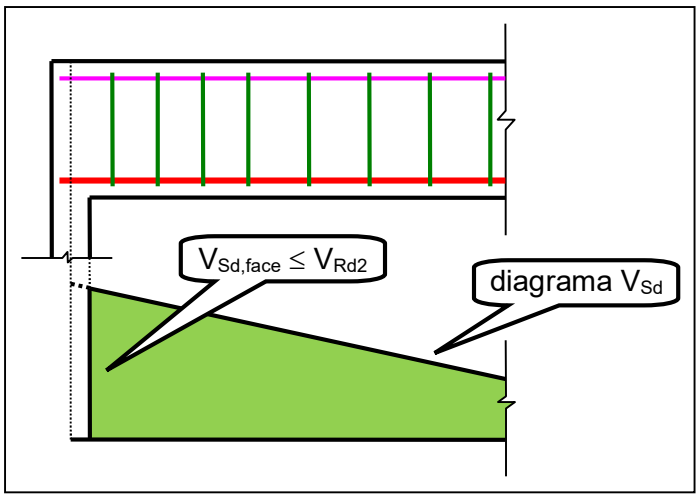
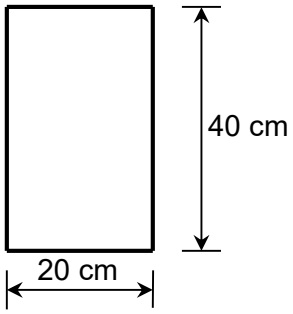


Figura 6.10 - Verificação de força cortante

Exemplo 6.1: Verificar, para a seção transversal de viga abaixo indicada, qual a máxima força cortante solicitante de cálculo (V_{Sd}) que a mesma pode suportar, definida pela diagonal de compressão (V_{Rd2}). Fazer a verificação para o Modelo I e para o Modelo II admitindo $\theta = 30°$ e $\alpha = 90°$.

Considerar:

- concreto: C25;
- d = h - 5 cm; e
- estado limite último, combinações normais ($\gamma_c = 1,4$).



Solução: Na determinação de V_{Rd2}, usar a Equação 6.3 para o Modelo I e a Equação 6.4 para o Modelo II. V_{Sd} é definida pela Equação 6.5.

a) Dados - uniformização de unidades (kN e cm)

$$f_{ck} = 25\ \text{MPa} = 2,5\ \text{kN/cm}^2$$

$$\gamma_c = 1,4$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{2,5}{1,4} = 1,79\ \text{kN/cm}^2$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} = \quad \langle f_{ck}\ \text{em MPa} \rangle$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{25}{250} = 0,9$$

$$b_w = 20\ \text{cm}$$

$$d = 40 - 5 = 35\ \text{cm}$$

b) Modelo I

$$V_{Rd2} = 0,27\,\alpha_{v2}\,f_{cd}\,b_w\,d = 0,27 \times 0,9 \times 1,79 \times 20 \times 35 = 304,48\ \text{kN}$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} = 304\ \text{kN} \blacktriangleleft$$

c) Modelo II

$\theta = 30°$ $(30° \le \theta \le 45°)$

$\alpha = 90°$ $(45° \le \alpha \le 90°)$

$$V_{Rd2} = 0{,}54\,\alpha_{v2}\,f_{cd}\,b_w\,d\,\mathrm{sen}^2\theta\,(\mathrm{cotg}\,\alpha + \mathrm{cotg}\,\theta)$$

$$V_{Rd2} = 0{,}54 \times 0{,}9 \times 1{,}79 \times 20 \times 35 \times \mathrm{sen}^2 30° \times (\mathrm{cotg}\,90° + \mathrm{cotg}\,30°)$$

$$V_{Rd2} = 0{,}54 \times 0{,}9 \times 1{,}79 \times 20 \times 35 \times (0{,}5)^2 \times (0{,}0 + 1{,}732) = 263{,}68\,\mathrm{kN}$$

$V_{Sd} \le V_{Rd2} = 264\,\mathrm{kN}$ ◄

d) Observação

No Modelo I, a força cortante solicitante de cálculo V_{Sd} (304 kN) resultou 15% maior que a correspondente no Modelo II (264 kN). Portanto, no que se refere à diagonal de compressão, o Modelo I tem um melhor comportamento (mais folgado) que o Modelo II.

6.4 Valores limites para força cortante - diagonal de tração

6.4.1 Equilíbrio da diagonal de tração de treliça de Morsh

Seja a Figura 6.11 onde a força cortante resistente de cálculo V_{Rd3} é responsável pelo equilíbrio vertical das forças atuantes no trecho de um elemento estrutural (viga).

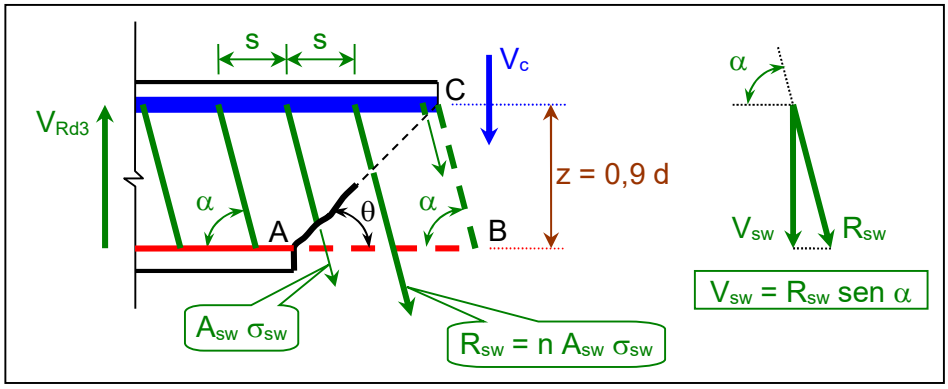


Figura 6.11 - Equilíbrio vertical da resultante atuante na armadura transversal (diagonal tracionada da treliça de Morsh)

Na Figura 6.11,

θ inclinação da fissura em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural;

α inclinação da armadura transversal (diagonal tracionada da treliça de Morsh) em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, podendo-se tomar $45° \le \alpha \le 90°$ (ABNT NBR 6118 - 17.4.1.1.5);

d altura útil da seção, igual à distância da borda comprimida ao centro de gravidade da armadura de tração;

z braço de alavanca correspondente à distância entre a resultante horizontal de compressão atuante no banzo superior da treliça de Morsh e a resultante atuante na armadura horizontal tracionada (banzo inferior da treliça), admitido como sendo igual 0,9 d (ABNT NBR 6118 - 17.4.2.2.b);

s espaçamento entre elementos da armadura transversal A_{sw}, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural;

n número de barras componentes da armadura transversal A_{sw} que corta o plano AC no trecho do elemento estrutural;

A_{sw} área da seção transversal de uma barra que constitui a armadura transversal do elemento estrutural;

σ_{sw} tensão normal atuante na armadura transversal (diagonal tracionada da treliça de Morsh);

R_{sw} força atuante na armadura transversal (diagonal tracionada da treliça de Morsh), resultante do total de barras que corta o plano AC;

V_{Rd3}[2] força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal;

V_{sw} parcela de força cortante resistida pela armadura transversal, correspondente à componente vertical da força R_{sw};

V_c parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça de Morsh, onde:

- V_c é constante e independente de V_{Sd} no Modelo I; e
- V_c sofre redução com o aumento de V_{Sd} no Modelo II.

Do triângulo ABC (Figura 6.11)

$$\overline{AB} = z\left(\cot g\theta + \cot g\alpha\right)$$

O número de barras que corta o plano AC (projeção horizontal AB) é dado por

$$n = \frac{AB}{s} = \frac{z\left(\cot g\theta + \cot g\alpha\right)}{s} = \frac{z}{s}\left(\cot g\theta + \cot g\alpha\right)$$

Do equilíbrio vertical de forças atuantes no trecho do elemento estrutural da Figura 6.11, tem-se:

$$V_{Rd3} - R_{sw}\,sen\alpha - V_c = 0$$

ou ainda,

$$V_{Rd3} = R_{sw}\,sen\alpha + V_c$$

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \qquad \text{Equação 6.6}$$

Ainda da Figura 6.11,

$$V_{sw} = R_{sw}\,sen\alpha = \left(n\,A_{sw}\,\sigma_{sw}\right)sen\alpha$$

$$V_{sw} = \left[\frac{z}{s}\left(\cot g\theta + \cot g\alpha\right)\right]\left(A_{sw}\,\sigma_{sw}\right)sen\alpha$$

$$V_{sw} = \left[\frac{0{,}9\,d}{s}\left(\cot g\theta + \cot g\alpha\right)\right]\left(A_{sw}\,\sigma_{sw}\right)sen\alpha$$

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)0{,}9\,d\,\sigma_{sw}\left(\cot g\theta + \cot g\alpha\right)sen\alpha \qquad \text{Equação 6.7}$$

A ABNT NBR 6118 - 17.4.2.2.b e 17.4.2.3.b apresenta a Equação 6.7 com f_{ywd} no lugar de σ_{sw}, onde f_{ywd} é a tensão na armadura transversal, limitada ao valor f_{yd} no caso de estribo e a 70% desse valor no caso de barra dobrada, não se tomando, para ambos os casos, valores superiores a 435 MPa. Desta forma a Equação 6.7 resulta:

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)0{,}9\,d\,f_{ywd}\left(\cot g\alpha + \cot g\theta\right)sen\alpha$$

$$f_{ywd} = \begin{cases} \dfrac{f_{yk}}{\gamma_s} \le 435\,MPa & \langle estribos \rangle \\ 0{,}7\,\dfrac{f_{yk}}{\gamma_s} \le 435\,MPa & \langle barras\,dobradas \rangle \end{cases} \qquad \text{Equação 6.8}$$

$$30° \le \theta \le 45$$

$$45° \le \alpha \le 90°$$

6.4.2 Armadura componente das diagonais tracionadas da treliça de Morsh

As armaduras que compõem as diagonais tracionadas da treliça de Morsh podem ser constituídas por:

---

[2] Notação da ABNT NBR 6118.

- estribos; ou
- barras dobradas.

Os estribos devem ser fechados e, preferencialmente, posicionados verticalmente (α = 90°), como mostrado na Figura 6.12. O valor de A_{sw}, a ser usado na Equação 6.8, depende do número de ramos que compõe o estribo.

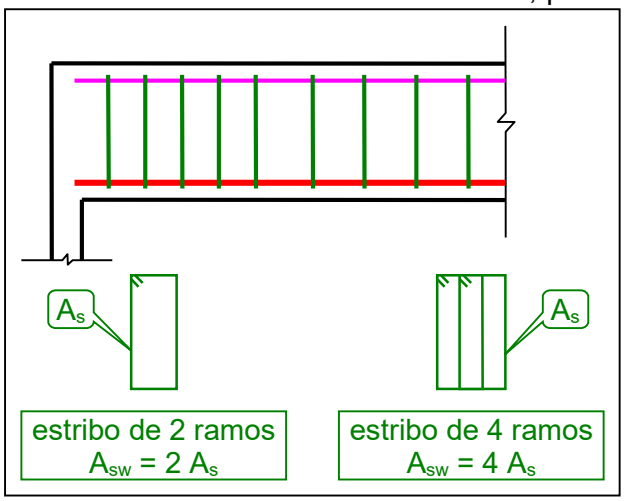


Figura 6.12 - Estribos de viga

As barras dobradas, de modo geral, são posicionadas nas vigas como continuidade das barras horizontais, formando ângulo de 45° com a horizontal (Figura 6.13).

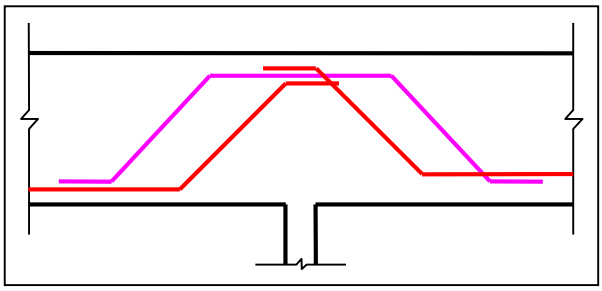


Figura 6.13 - Barras dobradas de viga

6.4.3 Modelos da ABNT NBR 6118

6.4.3.1 Modelo I

O Modelo I da ABNT NBR 6118 - 17.4.2.2 admite θ = 45°. Desta forma a Equação 6.8 resulta:

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) 0{,}9\, d\, f_{ywd} \left(\operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha\right)$$

$$f_{ywd} = \begin{cases} \dfrac{f_{yk}}{\gamma_s} \le 435\,\text{MPa} & \langle \text{estribos} \rangle \\ 0{,}7\,\dfrac{f_{yk}}{\gamma_s} \le 435\,\text{MPa} & \langle \text{barras dobradas} \rangle \end{cases}$$

Equação 6.9

$$45° \le \alpha \le 90°$$

A ABNT NBR 6118 - 17.4.2.2.b apresenta o cálculo da armadura transversal de elemento estrutural, para o Modelo I, separado por tipo de solicitação. A força cortante resistente de cálculo V_{Rd3} será dada pela Equação 6.6, V_{sw} pela Equação 6.9 e V_c definido para cada tipo de solicitação.

6.4.3.1.1 Flexão simples ou flexo-tração com a linha neutra cortando a seção

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

$$V_c = 0{,}6\, f_{ctd}\, b_w\, d$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \begin{cases} \dfrac{0{,}21 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c} & \langle f_{ck} \le 50\,MPa \rangle \\ \dfrac{1{,}484 \times \ln(1 + 0{,}11 f_{ck})}{\gamma_c} & \langle f_{ck} > 50\,MPa \rangle \end{cases}$$

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) 0{,}9\, d\, f_{ywd}\, (\operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha)$$

Equação 6.10

$$f_{ywd} = \begin{cases} \dfrac{f_{yk}}{\gamma_s} \le 435\,MPa & \langle \text{estribos} \rangle \\ 0{,}7\,\dfrac{f_{yk}}{\gamma_s} \le 435\,MPa & \langle \text{barras dobradas} \rangle \end{cases}$$

$$45° \le \alpha \le 90°$$

6.4.3.1.2 Flexo-compressão

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

$$V_c = V_{c0}\left(1 + \frac{M_0}{M_{Sd,max}}\right) \le 2\, V_{c0}$$

$$V_{c0} = 0{,}6\, f_{ctd}\, b_w\, d$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \begin{cases} \dfrac{0{,}21 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c} & \langle f_{ck} \le 50\,MPa \rangle \\ \dfrac{1{,}484 \times \ln(1 + 0{,}11 f_{ck})}{\gamma_c} & \langle f_{ck} > 50\,MPa \rangle \end{cases}$$

Equação 6.11

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) 0{,}9\, d\, f_{ywd}\, (\operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha)$$

$$f_{ywd} = \begin{cases} \dfrac{f_{yk}}{\gamma_s} \le 435\,MPa & \langle \text{estribos} \rangle \\ 0{,}7\,\dfrac{f_{yk}}{\gamma_s} \le 435\,MPa & \langle \text{barras dobradas} \rangle \end{cases}$$

$$45° \le \alpha \le 90°$$

Na Equação 6.11,

M_0 valor do momento fletor que anula a tensão normal de compressão na borda da seção (tracionada por $M_{Sd,Max}$), provocada pelas forças normais de diversas origens concomitantes com V_{Sd}, sendo essa tensão calculada com valor de γ_f igual a 1,0; e

$M_{Sd,max}$ momento fletor de cálculo máximo no trecho, em análise, que pode ser tomado como o de maior valor no semitramo considerado.

6.4.3.1.3 Elementos estruturais tracionados com a linha neutra fora da seção

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

$$V_c = 0$$

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) 0{,}9\, d\, f_{ywd} \left(\operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha\right)$$

$$f_{ywd} = \begin{cases} \dfrac{f_{yk}}{\gamma_s} \le 435\,\text{MPa} & \langle \text{estribos} \rangle \\ 0{,}7\,\dfrac{f_{yk}}{\gamma_s} \le 435\,\text{MPa} & \langle \text{barras dobradas} \rangle \end{cases}$$

Equação 6.12

$$45° \le \alpha \le 90°$$

6.4.3.2 Modelo II

O Modelo II da ABNT NBR 6118 -17.4.2.3 admite para θ uma variação livre entre 30° e 45°, de tal forma não ser possível simplificações na Equação 6.8 (página 6-9).

A ABNT NBR 6118 - 17.4.2.3.b apresenta o cálculo da armadura transversal de elemento estrutural, para o Modelo II, separado por tipo de solicitação. A força cortante resistente de cálculo V_{Rd3} será dada pela Equação 6.6 (página 6-9), V_{sw} pela Equação 6.8 (página 6-9) e V_c definido para cada tipo de solicitação.

6.4.3.2.1 Flexão simples ou flexo-tração com a linha neutra cortando a seção

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

$$V_c = V_{c1}$$

$$V_{c1} = V_{c0}\,\frac{V_{Rd2} - V_{Sd}}{V_{Rd2} - V_{c0}} \le V_{c0}$$

$$V_{c0} = 0{,}6\, f_{ctd}\, b_w\, d$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \begin{cases} \dfrac{0{,}21 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c} & \langle f_{ck} \le 50\,\text{MPa} \rangle \\ \dfrac{1{,}484 \times \ln\left(1 + 0{,}11 f_{ck}\right)}{\gamma_c} & \langle f_{ck} > 50\,\text{MPa} \rangle \end{cases}$$

Equação 6.13

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) 0{,}9\, d\, f_{ywd} \left(\operatorname{cotg}\alpha + \operatorname{cotg}\theta\right)\operatorname{sen}\alpha$$

$$f_{ywd} = \begin{cases} \dfrac{f_{yk}}{\gamma_s} \le 435\,\text{MPa} & \langle \text{estribos} \rangle \\ 0{,}7\,\dfrac{f_{yk}}{\gamma_s} \le 435\,\text{MPa} & \langle \text{barras dobradas} \rangle \end{cases}$$

$$30° \le \theta \le 45°$$

$$45° \le \alpha \le 90°$$

6.4.3.2.2 Flexo-compressão

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

$$V_c = V_{c1}\left(1 + \frac{M_0}{M_{Sd,max}}\right) \leq 2\,V_{c1}$$

$$V_{c1} = V_{c0}\,\frac{V_{Rd2} - V_{Sd}}{V_{Rd2} - V_{c0}} \leq V_{c0}$$

$$V_{c0} = 0{,}6\,f_{ctd}\,b_w\,d$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \begin{cases} \dfrac{0{,}21 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c} & \langle f_{ck} \leq 50\,MPa \rangle \\ \dfrac{1{,}484 \times \ln(1 + 0{,}11 f_{ck})}{\gamma_c} & \langle f_{ck} > 50\,MPa \rangle \end{cases}$$

Equação 6.14

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) 0{,}9\,d\,f_{ywd}\,(\cot g\,\alpha + \cot g\,\theta)\,sen\,\alpha$$

$$f_{ywd} = \begin{cases} \dfrac{f_{yk}}{\gamma_s} \leq 435\,MPa & \langle estribos \rangle \\ 0{,}7\,\dfrac{f_{yk}}{\gamma_s} \leq 435\,MPa & \langle barras\,dobradas \rangle \end{cases}$$

$$30° \leq \theta \leq 45°$$

$$45° \leq \alpha \leq 90°$$

Na Equação 6.14,

M_0 valor do momento fletor que anula a tensão normal de compressão na borda da seção (tracionada por $M_{Sd,Max}$), provocada pelas forças normais de diversas origens concomitantes com V_{Sd}, sendo essa tensão calculada com valor de γ_f igual a 1,0; e

$M_{Sd,max}$ momento fletor de cálculo máximo no trecho, em análise, que pode ser tomado como o de maior valor no semitramo considerado.

6.4.3.2.3 Elementos estruturais tracionados com a linha neutra fora da seção

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

$$V_c = 0$$

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) 0{,}9\,d\,f_{ywd}\,(\cot g\,\alpha + \cot g\,\theta)\,sen\,\alpha$$

$$f_{ywd} = \begin{cases} \dfrac{f_{yk}}{\gamma_s} \leq 435\,MPa & \langle estribos \rangle \\ 0{,}7\,\dfrac{f_{yk}}{\gamma_s} \leq 435\,MPa & \langle barras\,dobradas \rangle \end{cases}$$

Equação 6.15

$$30° \leq \theta \leq 45°$$

$$45° \leq \alpha \leq 90°$$

6.4.4 Resistência de elementos estruturais - diagonal tracionada

A resistência de elementos estruturais, numa determinada seção transversal, deve ser considerada satisfatória quando for verificada, a seguinte condição:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3}$$

Equação 6.16

onde:

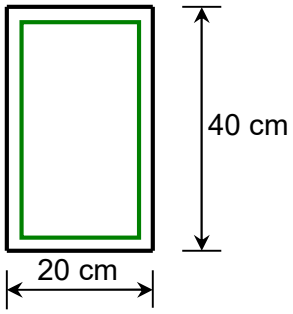
V_{Sd} força cortante solicitante de cálculo na seção; e

V_{Rd3} força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal, de acordo com os modelos descritos em 6.3.2 (página 6-6).

Exemplo 6.2: Verificar, para a seção transversal de viga abaixo indicada, qual a máxima força cortante solicitante de cálculo (V_{Sd}) que a mesma pode suportar, definida pela diagonal tracionada (V_{Rd3}). Fazer a verificação para o Modelo I e para o Modelo II (θ = 30°), considerando estribos verticais (α = 90°).

Considerar:

- aço: CA-50;
- concreto: C25;
- d = h - 5 cm;
- estribos verticais de dois ramos, espaçados de 10 cm, constituídos por barras de 6,3 mm;
- flexão simples; e
- estado limite último, combinações normais (γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15).



Solução: Na determinação de V_{Rd3}, usar a Equação 6.10 (página 6-11) para o Modelo I e a Equação 6.13 (página 6-12) para o Modelo II. V_{Sd} é definida pela Equação 6.16 (página 6-13).

a) Dados - uniformização de unidades (kN e cm)

$f_{ck} = 25\ \text{MPa}$

$\gamma_c = 1{,}4$

$$f_{ctd} = \frac{0{,}21 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c} \quad \langle f_{ck} < 50\,\text{MPa} \rangle$$

$$f_{ctd} = \frac{0{,}21 \times \sqrt[3]{25^2}}{1{,}4} = 1{,}28\,\text{MPa} = 0{,}128\,\text{kN/cm}^2$$

$f_{yk} = 500\ \text{MPa}$

$\gamma_s = 1{,}15$

$$f_{ywd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \leq 435\,\text{MPa} \quad \langle \text{estribos} \rangle$$

$$f_{ywd} = \frac{500}{1{,}15} = 435\,\text{MPa} = 43{,}5\,\text{kN/cm}^2$$

$$A_{sw} = 2A_s = 2 \times \frac{\pi \times 0{,}63^2}{4} = 0{,}623\,\text{cm}^2$$

$s = 10\ \text{cm}$

$b_w = 20\ \text{cm}$

$d = 40 - 5 = 35\ \text{cm}$

b) Modelo I

$\alpha = 90°$ (estribos verticais)

$V_c = 0{,}6\, f_{ctd}\, b_w d = 0{,}6 \times 0{,}128 \times 20 \times 35 = 53{,}76\,kN$

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) 0{,}9\, d\, f_{ywd} \left(\text{sen}\,\alpha + \cos\alpha\right)$$

$$V_{sw} = \left(\frac{0{,}623}{10}\right) \times 0{,}9 \times 35 \times 43{,}5 \times \left(\text{sen}\,90° + \cos 90°\right) = 85{,}37\,kN$$

$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} = 53{,}76 + 85{,}37 = 139{,}13\,kN$

$V_{Sd} \leq V_{Rd3} = 139\ kN$ ◄

c) Modelo II

$\theta = 30°$ $(30° \leq \theta \leq 45°)$

$\alpha = 90°$ $(45° \leq \alpha \leq 90°)$ (estribos verticais)

$V_{c0} = 0{,}6\, f_{ctd}\, b_w d = 0{,}6 \times 0{,}128 \times 20 \times 35 = 53{,}76\,kN$

$V_{Rd2} = 0{,}54\, \alpha_{v2}\, f_{cd}\, b_w\, d\, \text{sen}^2\theta \left(\text{cot g}\,\alpha + \text{cot g}\,\theta\right)$

$V_{Rd2} = 0{,}54 \times 0{,}9 \times 1{,}79 \times 20 \times 35 \times \text{sen}^2 30° \times \left(\text{cot g}\,90° + \text{cot g}\,30°\right)$

$V_{Rd2} = 0{,}54 \times 0{,}9 \times 1{,}79 \times 20 \times 35 \times (0{,}5)^2 \times (0{,}0 + 1{,}732) = 263{,}68\,kN$

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) 0{,}9\, d\, f_{ywd} \left(\text{cot g}\,\alpha + \text{cot g}\,\theta\right) \text{sen}\,\alpha$$

$$V_{sw} = \left(\frac{0{,}623}{10}\right) \times 0{,}9 \times 35 \times 43{,}5 \times \left(\text{cot g}\,90° + \text{cot g}\,30°\right) \times \text{sen}\,90°$$

$$V_{sw} = \left(\frac{0{,}623}{10}\right) \times 0{,}9 \times 35 \times 43{,}5 \times (0{,}00 + 1{,}732) \times 1{,}00 = 147{,}85\,kN$$

$$V_{c1} = V_{c0} \frac{V_{Rd2} - V_{Sd}}{V_{Rd2} - V_{c0}} \leq V_{c0}$$

$$V_c = V_{c1} = 53{,}76 \times \frac{263{,}68 - V_{Sd}}{263{,}68 - 53{,}76} \leq 53{,}76\,kN \ (V_{c1} \text{ função de } V_{Sd})$$

➔ adimitindo $V_{Sd} = V_{Rd3}$, tem-se:

$$V_{Sd} = V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

$$V_{Sd} = V_{c0} \frac{V_{Rd2} - V_{Sd}}{V_{Rd2} - V_{c0}} + V_{sw}$$

$$V_{Sd} = \frac{\left[\left(\frac{V_{Rd2}}{V_{Rd2} - V_{c0}}\right) + \left(\frac{V_{sw}}{V_{c0}}\right)\right]}{\left[\left(\frac{1}{V_{c0}} + \left(\frac{1}{V_{Rd2} - V_{c0}}\right)\right)\right]}$$

$$V_{Sd} = \frac{\left[\left(\frac{263{,}68}{263{,}68 - 53{,}76}\right) + \left(\frac{147{,}85}{53{,}76}\right)\right]}{\left[\left(\frac{1}{53{,}76} + \left(\frac{1}{263{,}68 - 53{,}76}\right)\right)\right]} = 171{,}47\,kN$$

➔ verificando:

$$V_c = V_{c1} = 53{,}76 \times \frac{263{,}68 - 171{,}47}{263{,}68 - 53{,}76} = 23{,}61 kN \leq 53{,}76\,kN$$

$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} = 23{,}61 + 147{,}85 = 171{,}46\,kN$

$V_{Sd} \leq V_{Rd3} = 171\,kN$ ◄

d) Observação

No Modelo I, a força cortante solicitante de cálculo V_{Sd} (139 kN) resultou 19% menor que a correspondente no Modelo II (171 kN). Portanto, neste caso, no que se refere à diagonal tracionada (armadura), flexão simples, o Modelo II tem melhor comportamento (mais folgado) que o Modelo I.

6.5 Armadura mínima

A ABNT NBR 6118 - 17.4.1.1.1 estabelcele, para elementos lineares submetidos a força cortante, uma armadura transversal mínima constituída por estribos, com taxa geométrica dada por:

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w\, s \operatorname{sen}\alpha} \geq 0{,}2\frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}}$$

$$f_{ct,m} = \begin{cases} 0{,}3 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2} & \langle f_{ck} \leq 50\,MPa \rangle \\ 2{,}12 \times \ln(1 + 0{,}11 f_{ck}) & \langle f_{ck} > 50\,MPa \rangle \end{cases}$$

Equação 6.17

$$f_{ywk} = f_{yk} \leq 500\,MPa$$

onde:

ρ_{sw} taxa geométrica de armadura transversal;
A_{sw} área da seção transversal dos estribos;
s espaçamento dos estribos, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural;
α inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural;
b_w largura média da alma, medida ao longo da altura útil da seção,
f_{ywk} resistência característica ao escoamento do aço da armadura transversal; e
$f_{ct,m}$ resistência média à tração do concreto.

Exemplo 6.3: Determinar a taxa geométrica mínima para a armadura transversal de viga com:

- aço: CA-50; e
- concreto: C25.

Solução: Usar a Equação 6.17 para a determinação de ρ_{sw}.

a) Dados

$f_{ck} = 25$ MPa

$f_{ct,m} = 0{,}3 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad \langle f_{ck} \leq 50\,MPa \rangle$

$f_{ct,m} = 0{,}3 \times \sqrt[3]{25^2} = 2{,}56\,MPa$

$f_{yk} = 500$ MPa

$f_{ywk} = f_{yk} \leq 500\,MPa$

$f_{ywk} = 500\,MPa$

b) Taxa geométrica

$$\rho_{sw} \geq 0{,}2\frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}} = 0{,}2 \times \frac{2{,}56}{500} = 0{,}10\%$$ ◄

6.6 Flexão simples - Vigas com estribos verticais

ABNT NBR 6118 - 17.4.1.1.3:

"*A armadura transversal (A_{sw}) pode ser constituída por estribos (fechados na região de apoio das diagonais, envolvendo a armadura longitudinal) ou pela*

composição de estribos e barras dobradas; entretanto, quando forem utilizadas barras dobradas, estas não podem suportar mais do que 60% do esforço total resistido pela armadura."

O detalhamento de vigas de concreto armado com estribos verticais, permitido pela ABNT NBR 6118 - 17.4.1.1.3, tem sido o mais usado pela engenharia de estruturas de concreto armado (Figura 6.14).

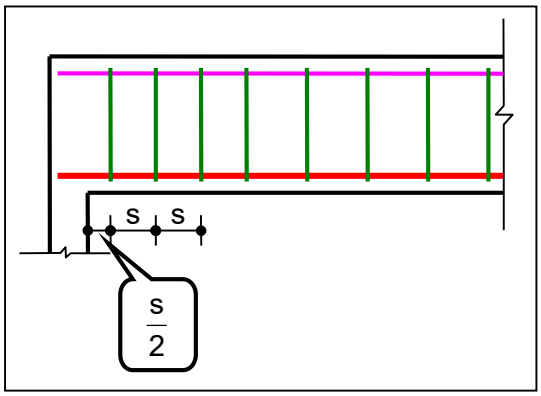


Figura 6.14 - Vigas com estribos verticais

6.6.1 Modelo I

A adoção do Modelo I, que pode exigir mais da diagonal comprimida da treliça de Morsh (ver Exemplo 6.1, página 6-7), tem-se mostrado bastante útil no detalhamento de vigas de concreto armado. Levando em consideração apenas as equações estabelecidas em 6.3.2.1 (Equação 6.3, página 6-6), 6.3.3 (Equação 6.5, página 6-6), 6.4.3.1.1 (Equação 6.10, página 6-11), 6.4.4 (Equação 6.16, página 6-13) e 6.5 (Equação 6.17, página 6-16), para **flexão simples**, tem-se:

$$V_{Sd} \leq \begin{cases} V_{Rd2} \\ V_{Rd3} \end{cases}$$

$$V_{Rd2} = 0{,}27\,\alpha_{v2}\,f_{cd}\,b_w\,d$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad \langle f_{ck}\ \text{em MPa} \rangle$$

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

$$V_c = 0{,}6\,f_{ctd}\,b_w\,d$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \begin{cases} \dfrac{0{,}21 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c} & \langle f_{ck} \leq 50\,\text{MPa} \rangle \\ \dfrac{1{,}484 \times \ln(1 + 0{,}11 f_{ck})}{\gamma_c} & \langle f_{ck} > 50\,\text{MPa} \rangle \end{cases}$$

Equação 6.18

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) 0{,}9\,d\,f_{ywd}$$

$$f_{ywd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \leq 435\,\text{MPa}$$

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w\,s} \geq 0{,}2\,\frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}}$$

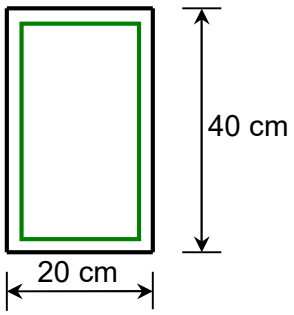
$$f_{ct,m} = \begin{cases} 0{,}3 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2} & \langle f_{ck} \leq 50\,\text{MPa} \rangle \\ 2{,}12 \times \ln(1 + 0{,}11 f_{ck}) & \langle f_{ck} > 50\,\text{MPa} \rangle \end{cases}$$

$$f_{ywk} = f_{yk} \leq 500\,\text{MPa}$$

Exemplo 6.4: Verificar, para a seção transversal de viga abaixo indicada, qual a máxima força cortante solicitante de cálculo (V_{Sd}) que a mesma pode suportar.

Considerar:

- aço: CA-50;
- concreto: C25;
- d = h - 5 cm;
- estribos verticais de dois ramos, espaçados de 10 cm, barras de 6,3 mm;
- flexão simples, Modelo I; e
- estado limite último, combinações normais (γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15).



Solução: Na determinação de V_{Sd}, usar a Equação 6.18.

a) Dados - uniformização de unidades (kN e cm)

$$f_{ck} = 25\,MPa = 2{,}5\,kN/cm^2$$

$$\gamma_c = 1{,}4$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad \langle f_{ck} \text{ em MPa} \rangle$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{25}{250} = 0{,}9$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{2{,}5}{1{,}4} = 1{,}79\,kN/cm^2$$

$$f_{ct,m} = 0{,}3 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad \langle f_{ck} \leq 50\,MPa \rangle$$

$$f_{ct,m} = 0{,}3 \times \sqrt[3]{25^2} = 2{,}56\,MPa = 0{,}256\,kN/cm^2$$

$$f_{ctd} = \frac{0{,}21 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c} \quad \langle f_{ck} < 50\,MPa \rangle$$

$$f_{ctd} = \frac{0{,}21 \times \sqrt[3]{25^2}}{1{,}4} = 1{,}28\,MPa = 0{,}128\,kN/cm^2$$

$$f_{yk} = 500\,MPa$$

$$f_{ywk} = f_{yk} \leq 500\,MPa$$

$$f_{ywk} = 500\,MPa = 50\,kN/cm^2$$

$$\gamma_s = 1{,}15$$

$$f_{ywd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \leq 435\,MPa$$

$$f_{ywd} = \frac{500}{1{,}15} = 435\,MPa = 43{,}5\,kN/cm^2$$

$$A_{sw} = 2A_s = 2 \times \frac{\pi \times 0{,}63^2}{4} = 0{,}623\,cm^2$$

$$s = 10\ cm$$

$$b_w = 20\ cm$$

$$d = 40 - 5 = 35\ cm$$

$$\rho_{sw} \geq 0{,}2\frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}} = 0{,}2 \times \frac{0{,}256}{50} = 0{,}10\%$$

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w\, s} = \frac{0{,}623}{20 \times 10} = 0{,}31\% > 0{,}10\%$$

b) V_{Rd2}

$$V_{Rd2} = 0{,}27\,\alpha_{v2}\, f_{cd}\, b_w\, d = 0{,}27 \times 0{,}9 \times 1{,}79 \times 20 \times 35 = 304{,}48\ kN$$

$$V_{Rd2} = 304\ kN \blacktriangleleft \text{ (ver Exemplo 6.1, página 6-7)}$$

c) V_{Rd3}

$$V_c = 0{,}6\, f_{ctd}\, b_w d = 0{,}6 \times 0{,}128 \times 20 \times 35 = 53{,}76\,kN$$

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) 0{,}9\, d\, f_{ywd} = \left(\frac{0{,}623}{10}\right) \times 0{,}9 \times 35 \times 43{,}5 = 85{,}37\,kN$$

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} = 53{,}76 + 85{,}37 = 139{,}13\,kN$$

$$V_{Rd3} = 139\,kN \blacktriangleleft \text{ (ver Exemplo 6.2, página 6-14)}$$

d) V_{Sd}

$$V_{Sd} \leq \begin{cases} V_{Rd2} = 304\,kN \\ V_{Rd3} = 139\,kN \end{cases}$$

$$V_{Sd} = 139\,kN \blacktriangleleft$$

6.6.2 Modelo II

A adoção do Modelo II para vigas com estribos verticais pode ser uma solução interessante quando se quer exigir menos da diagonal comprimida da treliça de Morsh (ver Exemplo 6.1, página 6-7). Desta forma, levando em consideração apenas as equações estabelecidas em 6.3.2.2 (Equação 6.4, página 6-6), 6.3.3 (Equação 6.5, página 6-6), 6.4.3.2.1 (Equação 6.13, página 6-12), 6.4.4 (Equação 6.16, página 6-13) e 6.5 (Equação 6.17, página 6-16), para **flexão simples**, tem-se:

$$V_{Sd} \leq \begin{cases} V_{Rd2} \\ V_{Rd3} \end{cases}$$

$$V_{Rd2} = 0{,}54\,\alpha_{v2}\, f_{cd}\, b_w\, d\, \mathrm{sen}\theta \cos\theta$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad \langle f_{ck} \text{ em MPa} \rangle$$

$$30° \leq \theta \leq 45°$$

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

$$V_c = V_{c1}$$

$$V_{c1} = V_{c0}\,\frac{V_{Rd2} - V_{Sd}}{V_{Rd2} - V_{c0}} \leq V_{c0}$$

$$V_{c0} = 0{,}6\, f_{ctd}\, b_w d$$

Equação 6.19

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \begin{cases} \dfrac{0{,}21 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c} & \langle f_{ck} \le 50\,MPa \rangle \\ \dfrac{1{,}484 \times \ln(1 + 0{,}11 f_{ck})}{\gamma_c} & \langle f_{ck} > 50\,MPa \rangle \end{cases}$$

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) 0{,}9\, d\, f_{ywd} \cot\theta$$

$$f_{ywd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \le 435\,MPa$$

Eq. 6.19 (cont.)

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w\, s} \ge 0{,}2 \frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}}$$

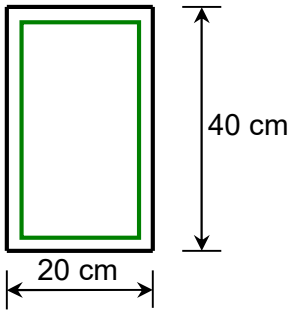
$$f_{ct,m} = \begin{cases} 0{,}3 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2} & \langle f_{ck} \le 50\,MPa \rangle \\ 2{,}12 \times \ln(1 + 0{,}11 f_{ck}) & \langle f_{ck} > 50\,MPa \rangle \end{cases}$$

$$f_{ywk} = f_{yk} \le 500\,MPa$$

Exemplo 6.5: Verificar, para a seção transversal de viga abaixo indicada, qual a máxima força cortante solicitante de cálculo (V_{Sd}) que a mesma pode suportar.

Considerar:

- aço: CA-50;
- concreto: C25;
- d = h - 5 cm;
- estribos verticais de dois ramos, espaçados de 10 cm, constituídos por barras de 6,3 mm;
- flexão simples, Modelo II, θ = 30°; e
- estado limite último, combinações normais (γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15).



Solução: Na determinação de V_{Sd}, usar a Equação 6.19.

a) Dados - uniformização de unidades (kN e cm)

$$f_{ck} = 25\,MPa = 2{,}5\,kN/cm^2$$

$$\gamma_c = 1{,}4$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad \langle f_{ck} \text{ em MPa} \rangle$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{25}{250} = 0{,}9$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{2{,}5}{1{,}4} = 1{,}79\,kN/cm^2$$

$$f_{ct,m} = 0{,}3 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad \langle f_{ck} \leq 50\,MPa \rangle$$

$$f_{ct,m} = 0{,}3 \times \sqrt[3]{25^2} = 2{,}56\,MPa = 0{,}256\,kN/cm^2$$

$$f_{ctd} = \frac{0{,}21 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c} \quad \langle f_{ck} < 50\,MPa \rangle$$

$$f_{ctd} = \frac{0{,}21 \times \sqrt[3]{25^2}}{1{,}4} = 1{,}28\,MPa = 0{,}128\,kN/cm^2$$

$$f_{yk} = 500\ MPa$$

$$f_{ywk} = f_{yk} \leq 500\,MPa$$

$$f_{ywk} = 500\,MPa = 50\ kN/cm^2$$

$$\gamma_s = 1{,}15$$

$$f_{ywd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \leq 435\,MPa$$

$$f_{ywd} = \frac{500}{1{,}15} = 435\,MPa = 43{,}5\,kN/cm^2$$

$$A_{sw} = 2A_s = 2 \times \frac{\pi \times 0{,}63^2}{4} = 0{,}623\,cm^2$$

$$s = 10\ cm$$

$$b_w = 20\ cm$$

$$d = 40 - 5 = 35\ cm$$

$$\rho_{sw} \geq 0{,}2\frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}} = 0{,}2 \times \frac{0{,}256}{50} = 0{,}10\%$$

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w\, s} = \frac{0{,}623}{20 \times 10} = 0{,}31\% > 0{,}10\%$$

$$\theta = 30° \quad (30° \leq \theta \leq 45°)$$

b) V_{Rd2}

$$V_{Rd2} = 0{,}54\,\alpha_{v2}\, f_{cd}\, b_w\, d\,\mathrm{sen}\theta\cos\theta = 0{,}54 \times 0{,}9 \times 1{,}79 \times 20 \times 35 \times \mathrm{sen}\,30° \times \cos 30°$$

$$V_{Rd2} = 0{,}54 \times 0{,}9 \times 1{,}79 \times 20 \times 35 \times 0{,}50 \times 0{,}866 = 263{,}68\,kN$$

$$V_{Rd2} = 264\,kN \blacktriangleleft \text{ (ver Exemplo 6.1, página 6-7)}$$

c) V_{Rd3}

$$V_{c0} = 0{,}6\, f_{ctd}\, b_w d = 0{,}6 \times 0{,}128 \times 20 \times 35 = 53{,}76\,kN$$

$$V_{Rd2} = 263{,}68\,kN$$

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) 0{,}9\, d\, f_{ywd} \cot\theta$$

$$V_{sw} = \left(\frac{0{,}623}{10}\right) \times 0{,}9 \times 35 \times 43{,}5 \times \cot 30° = \left(\frac{0{,}623}{10}\right) \times 0{,}9 \times 35 \times 43{,}5 \times 1{,}732 = 147{,}85\,kN$$

$$V_{c1} = V_{c0}\,\frac{V_{Rd2} - V_{Sd}}{V_{Rd2} - V_{c0}} \leq V_{c0}$$

$$V_c = V_{c1} = 53{,}76 \times \frac{263{,}68 - V_{Sd}}{263{,}68 - 53{,}76} \leq 53{,}76\,kN\ (V_{c1} \text{ função de } V_{Sd})$$

➔ adimitindo $V_{Sd} = V_{Rd3}$, tem-se:

$$V_{Sd} = V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

$$V_{Sd} = V_{c0}\frac{V_{Rd2} - V_{Sd}}{V_{Rd2} - V_{c0}} + V_{sw}$$

$$V_{Sd} = \frac{\left[\left(\frac{V_{Rd2}}{V_{Rd2} - V_{c0}}\right) + \left(\frac{V_{sw}}{V_{c0}}\right)\right]}{\left[\left(\frac{1}{V_{c0}} + \left(\frac{1}{V_{Rd2} - V_{c0}}\right)\right)\right]}$$

$$V_{Sd} = \frac{\left[\left(\frac{263{,}68}{263{,}68 - 53{,}76}\right) + \left(\frac{147{,}85}{53{,}76}\right)\right]}{\left[\left(\frac{1}{53{,}76} + \left(\frac{1}{263{,}68 - 53{,}76}\right)\right)\right]} = 171{,}47\,\text{kN}$$

➔ verificando:

$$V_c = V_{c1} = 53{,}76 \times \frac{263{,}68 - 171{,}47}{263{,}68 - 53{,}76} = 23{,}61\text{kN} \leq 53{,}76\,\text{kN}$$

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} = 23{,}61 + 147{,}85 = 171{,}46\,\text{kN}$$

$V_{Rd3} = 171\,\text{kN}$ ◄ (ver Exemplo 6.1, página 6-14)

d) V_{Sd}

$$V_{Sd} \leq \begin{cases} V_{Rd2} = 264\,\text{kN} \\ V_{Rd3} = 171\text{kN} \end{cases}$$

$V_{Sd} \leq 171\text{kN}$ ◄

e) Comparações de Modelos

Valores do Modelo I retirados do Exemplo 6.4, página 6-18.

Modelo	I	II
α	90°	90°
θ	45°	30°
V_c	54 kN	24 kN
V_{sw}	85 kN	148 kN
V_{Rd2}	304 kN	264 kN
V_{Rd3}	139 kN	171 kN

Como pode ser observado na tabela, o Modelo I apresenta melhores condições (maior folga) para o concreto (maior V_{Rd2}), ao passo que o Modelo II se apresenta melhor (mais folgado) para armadura (maior V_{Rd3}). Em outras palavras, Modelo II, neste caso, poderia resistir a uma força cortante de 171 kN com estribos verticais de dois ramos, espaçados de 10 cm, constituídos por barras de 6,3 mm. Para esta mesma disposição de armadura (estribos), o Modelo I suportaria, no máximo, 139 kN.

6.7 Condições para uso de estribos em elementos estruturais

ABNT NBR 6118 - 18.3.3.2:

"O diâmetro da barra que constitui o estribo deve ser maior ou igual a 5 mm, sem exceder 1/10 da largura da alma da viga.

O espaçamento mínimo entre estribos, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural, deve ser suficiente para permitir a passagem do vibrador,

garantindo um bom adensamento da massa. O espaçamento máximo deve atender às seguintes condições:

- *se $V_d \leq 0{,}67\ V_{Rd2}$, então $s_{max} = 0{,}6\ d \leq 300mmm$;*
- *se $V_d > 0{,}67\ V_{Rd2}$, então $s_{max} = 0{,}3\ d \leq 200mmm$."*

Embora a ABNT NBR 6118 - 18.3.3.2 não especifique um valor exato para o espaçamento mínimo entre estribos, é recomendável que este valor não seja inferior a 7 cm. Em casos de extrema necessidade, o espaçamento pode ser reduzido para valores inferiores a 7 cm, porém torna-se necessário que sejam verificadas as condições totais de concretagem que envolvem todas as armaduras (longitudinais e transversais).

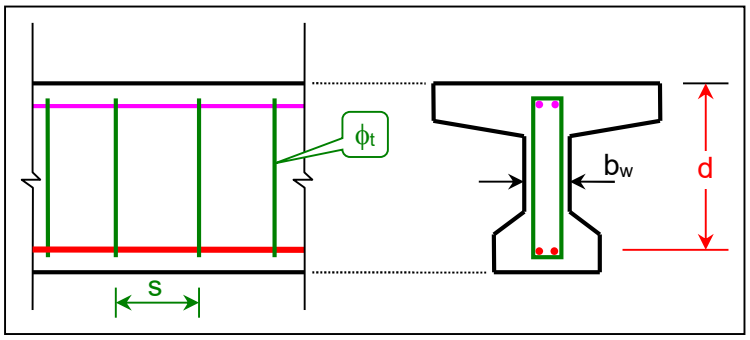


Figura 6.15 - Estribos de viga de concreto armado

Considerando as recomendações da ABNT NBR 6118 - 18.3.3.2, e admitindo como espaçamento mínimo o valor de 7 cm, tem-se:

$$5\,mm \leq \phi_t \leq \frac{b_w}{10}$$

$$\frac{V_{Sd}}{V_{Rd2}} \leq 0{,}67 \quad \Rightarrow \quad 7\,cm \leq s \leq \min\begin{bmatrix} 0{,}6\,d \\ 30\,cm \end{bmatrix}$$

$$\frac{V_{Sd}}{V_{Rd2}} > 0{,}67 \quad \Rightarrow \quad 7\,cm \leq s \leq \min\begin{bmatrix} 0{,}3\,d \\ 20\,cm \end{bmatrix}$$

Equação 6.20

onde:

ϕ_t diâmetro da barra que constitui o estribo;

s espaçamento entre estribos, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural;

b_w menor largura da seção, compreendida ao longo da altura útil d;

d altura útil da seção, igual à distância da borda comprimida ao centro de gravidade da armadura de tração;

V_{Sd} força cortante solicitante de cálculo, na seção; e

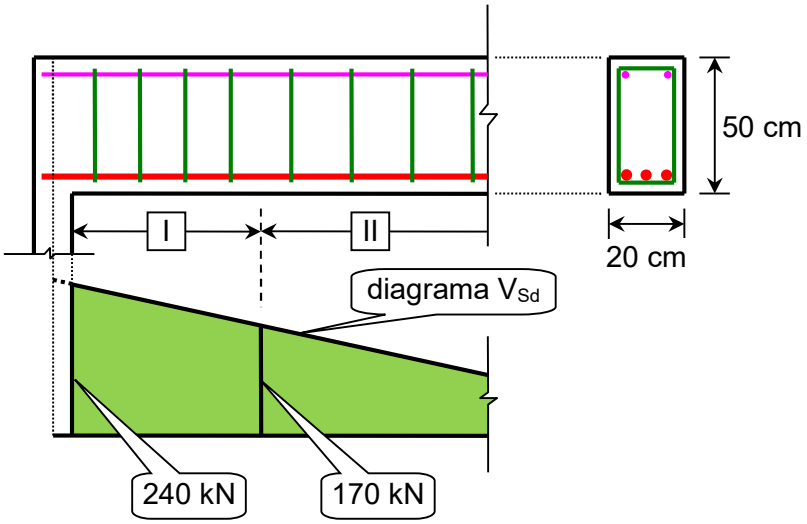
V_{Rd2} força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto.

No caso de elementos estruturais de pouca altura útil ($d \leq 23$ cm), o produto 0,3 d poderá resultar inferior a 7 cm. Neste caso o espaçamento mínimo de 7 cm deverá ser ignorado, mantendo-se o espaçamento igual ou inferior a 0,3 d.

Exemplo 6.6: Determinar o espaçamento dos estribos (verticais) para o trecho II da viga abaixo indicada, considerando Modelo I e Modelo II com θ igual a 30°.

Considerar:

- aço: CA-60;
- concreto: C30;
- d = h - 6 cm;
- estribos verticais de dois ramos, constituídos por fios de 7 mm; e
- estado limite último, combinações normais ($\gamma_c = 1{,}4$ e $\gamma_s = 1{,}15$).



Solução: A solução do problema consiste na aplicação da Equação 6.18 (página 6-17) para o Modelo I, Equação 6.19 (página 6-19) para o Modelo II, e Equação 6.20. Observar que a verificação de V_{Rd2} deve ser feita para a maior força cortante solicitante de cálculo V_{Sd} atuante na viga (240 kN). O cálculo da armadura deve ser feito para V_{Sd} igual a 170 kN que corresponde a maior força cortante de cálculo atuante no trecho II.

a) Dados - uniformização de unidades (kN e cm)

$$f_{ck} = 30\ \text{MPa} = 3{,}0\ \text{kN/cm}^2$$

$$\gamma_c = 1{,}4$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad \langle f_{ck}\ \text{em MPa} \rangle$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{30}{250} = 0{,}88$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{3{,}0}{1{,}4} = 2{,}14\ \text{kN/cm}^2$$

$$f_{ct,m} = 0{,}3 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad \langle f_{ck} \le 50\text{MPa} \rangle$$

$$f_{ct,m} = 0{,}3 \times \sqrt[3]{30^2} = 2{,}90\text{MPa} = 0{,}290\,\text{kN/cm}^2$$

$$f_{ctd} = \frac{0{,}21 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c} \quad \langle f_{ck} < 50\text{MPa} \rangle$$

$$f_{ctd} = \frac{0{,}21 \times \sqrt[3]{30^2}}{1{,}4} = 1{,}45\text{MPa} = 0{,}145\,\text{kN/cm}^2$$

$$f_{yk} = 600\ \text{MPa}$$

$$f_{ywk} = f_{yk} \le 500\text{MPa}$$

$$f_{ywk} = 500\text{MPa} = 50\ \text{kN/cm}^2$$

$$\gamma_s = 1{,}15$$

$$f_{ywd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \le 435\text{MPa}$$

$$f_{ywd} = \frac{600}{1{,}15} = 522\text{MPa} > 435\text{MPa}$$

$$f_{ywd} = 435\text{MPa} = 43{,}5\,\text{kN/cm}^2$$

$$5\,mm \le \phi_t \le \frac{b_w}{10}$$

$$5\,mm \le \phi_t \le \frac{200}{10}$$

$$5\,mm \le \phi_t \le 20\,mm$$

$$\underbrace{\phi_t}_{7mm} \begin{cases} > 5\,mm \\ < 20\,mm \end{cases}$$

$$A_{sw} = 2A_s = 2 \times \frac{\pi \times 0{,}7^2}{4} = 0{,}77\,cm^2$$

$$\rho_{sw} \ge 0{,}2\frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}} = 0{,}2 \times \frac{0{,}290}{50} = 0{,}12\%$$

$b_w = 20\ cm$

$d = 50 - 6 = 44\ cm$

$\theta = 30°$ $(30° \le \theta \le 45°)$ (Modelo II)

$V_{Sd,max,I} = 240\,kN (trecho I)$ (para verificação de V_{Rd2})

$V_{Sd,max,II} = 170\,kN (trecho II)$ (para verificação de V_{Rd3})

b) Modelo I

b.1. V_{Rd2}

$$V_{Rd2} = 0{,}27\,\alpha_{v2}\,f_{cd}\,b_w\,d = 0{,}27 \times 0{,}88 \times 2{,}14 \times 20 \times 44 = 447{,}45\,kN$$

$$\underbrace{V_{Sd,max,I}}_{240} < \underbrace{V_{Rd2}}_{447{,}45}$$

b.2. V_{Rd3}

$$V_c = 0{,}6\,f_{ctd}\,b_w\,d = 0{,}6 \times 0{,}145 \times 20 \times 44 = 76{,}56\,kN$$

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) 0{,}9\,d\,f_{ywd} = \left(\frac{0{,}77}{s}\right) \times 0{,}9 \times 44 \times 43{,}5 = \frac{1326{,}40}{s}$$

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

$$V_{Rd3} = 76{,}56 + \frac{1326{,}40}{s}$$

$$V_{Rd3} \ge V_{Sd,max,II} = 170\,kN$$

$$76{,}56 + \frac{1326{,}40}{s} \ge 170$$

$$s \le 14{,}20\,cm$$

$$s = 14\,cm \blacktriangleleft$$

b.2.1 Verificação de V_{Rd3}

$$V_{Rd3} = 76{,}56 + \frac{1326{,}40}{14} = 171{,}30\,kN$$

$$\underbrace{V_{Sd,max,II}}_{170} < \underbrace{V_{Rd3}}_{171{,}30}$$

b.2.2 Verificação de s

$$\frac{V_{Sd}}{V_{Rd2}} = \frac{170}{447{,}45} = 0{,}38 \le 0{,}67$$

$$7\,cm \le s \le \min\begin{bmatrix} 0{,}6\,d = 0{,}6 \times 44 = 26{,}4\,cm \\ \\ 30\,cm \end{bmatrix}$$

$$7\,cm \le s \le 26{,}4\,cm$$

$$\underbrace{s}_{14\,cm} \begin{cases} > 7\,cm \\ < 26{,}4\,cm \end{cases}$$

b.2.3 Verificação de ρ_{sw}

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w\,s} = \frac{0{,}77}{20 \times 14} = 0{,}28\% > 0{,}12\%$$

c) Modelo II

c.1. V_{Rd2}

$$V_{Rd2} = 0{,}54\,\alpha_{v2}\,f_{cd}\,b_w\,d\,\text{sen}\theta\cos\theta = 0{,}54 \times 0{,}88 \times 2{,}14 \times 20 \times 44 \times \text{sen}\,30° \times \cos 30°$$

$$V_{Rd2} = 0{,}54 \times 0{,}88 \times 2{,}14 \times 20 \times 44 \times 0{,}50 \times 0{,}866 = 387{,}49\,kN$$

$$\underbrace{V_{Sd,max,I}}_{240} < \underbrace{V_{Rd2}}_{387{,}49}$$

c.2. V_{Rd3}

$$V_{c0} = 0{,}6\,f_{ctd}\,b_w\,d = 0{,}6 \times 0{,}145 \times 20 \times 44 = 76{,}56\,kN$$

$$V_{Rd2} = 387{,}49\,kN$$

$$V_{Sd,max,II} = 170\,kN$$

$$V_{c1} = V_{c0}\,\frac{V_{Rd2} - V_{Sd}}{V_{Rd2} - V_{c0}} \le V_{c0}$$

$$V_c = V_{c1} = 76{,}56 \times \left(\frac{387{,}49 - 170}{387{,}49 - 76{,}56}\right) = 53{,}55\,kN$$

$$\underbrace{V_{c1}}_{53{,}55} < \underbrace{V_{c0}}_{76{,}56}$$

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) 0{,}9\,d\,f_{ywd}\cot\theta$$

$$V_{sw} = \left(\frac{0{,}77}{s}\right) \times 0{,}9 \times 44 \times 43{,}5 \times \cot 30° = \left(\frac{0{,}77}{s}\right) \times 0{,}9 \times 44 \times 43{,}5 \times 1{,}732 = \frac{2297{,}33}{s}$$

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

$$V_{Rd3} = 53{,}55 + \frac{2297{,}33}{s}$$

$$V_{Rd3} \ge V_{Sd,max,II} = 170\,kN$$

$$53{,}55 + \frac{2297{,}33}{s} \ge 170$$

$$s \le 19{,}73\,cm$$

$$s = 19\,cm \blacktriangleleft$$

c.2.1 Verificação de V_{Rd3}

$$V_{Rd3} = 53{,}55 + \frac{2297{,}33}{19} = 174{,}46\,kN$$

$$\underbrace{V_{Sd,max,II}}_{170} < \underbrace{V_{Rd3}}_{174{,}46}$$

c.2.2 Verificação de s

$$\frac{V_{Sd}}{V_{Rd2}} = \frac{170}{387{,}49} = 0{,}44 \le 0{,}67$$

$$7\,cm \le s \le \min\begin{bmatrix} 0{,}6\,d = 0{,}6 \times 44 = 26{,}4\,cm \\ \\ 30\,cm \end{bmatrix}$$

$$7\,cm \le s \le 26{,}4\,cm$$

$$\underbrace{s}_{19\,cm} \begin{cases} > 7\,cm \\ < 26{,}4\,cm \end{cases}$$

c.2.3 Verificação de ρ_{sw}

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w\, s} = \frac{0{,}77}{20 \times 19} = 0{,}20\% > 0{,}12\%$$

d) Comparação de estribos

Modelo I: 1 ϕ de 7 mm @ 14 cm para resistir força cortante de 170 kN.

Modelo II: 1 ϕ de 7 mm @ 19 cm para resistir força cortante de 170 kN.

Neste exemplo, o Modelo II se mostrou mais econômico. A taxa de armadura ρ_{sw} para o Modelo I resultou em 0,28%, maior que a do Modelo II que ficou em 0,20%.

Muito cuidado deve ser tomado para afirmar que <u>sempre</u> o Modelo II exigirá menos armadura que o Modelo I. No Modelo II, a diminuição do valor de V_c com o aumento de V_{Sd} pode levar este Modelo a uma taxa de armadura maior que a do Modelo I.

6.8 Cargas próximas aos apoios

A existência de cargas próximas aos apoios pode influenciar na determinação da armadura de cisalhamento em elementos estruturais de concreto armado.

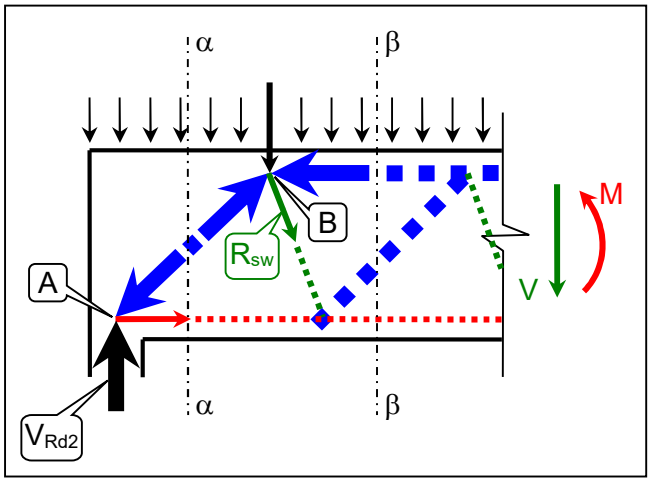


Figura 6.16 - Cargas próximas aos apoios

Da Figura 6.16 pode ser observado que:

- as cargas uniformemente distribuídas, à esquerda do plano α, não interferem no nó B (onde existe V_{sw}), são direcionadas diretamente ao apoio (nó) A e, no equilíbrio vertical de forças, influenciam na determinação da força V_{Rd2} (reação de apoio), relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto; e
- as cargas uniformemente distribuídas, compreendidas entre os planos α e β, interferem no nó B e, no equilíbrio vertical de forças, influenciam na determinação da força V_{sw}, resistida pela armadura transversal A_{sw}.

Desta forma, pode-se afirmar:

- as cargas uniformemente distribuídas, à esquerda do plano α, **<u>não</u> <u>interferem</u>** na determinação de A_{sw}; e

- as cargas uniformemente distribuídas, à direita do plano α, **interferem** na verificação de V_{Rd2}.

ABNT NBR 6118 - 17.4.1.2.1:

"*Para o cálculo da armadura transversal, no caso de apoio direto (se a carga e a reação forem aplicadas em faces opostas do elemento estrutural, comprimindo-o), valem as seguintes prescrições:*

- *no trecho entre o apoio e a seção situada à distância d/2 da face do apoio, a força cortante oriunda de carga distribuída pode ser considerada constante e igual à desta seção;*
- *a força cortante devida a uma carga concentrada aplicada a uma distância $a \leq 2d$ do eixo teórico do apoio pode, neste trecho de comprimento a, ser reduzida, multiplicando-a por a/(2d).*

As reduções indicadas nesta seção não se aplicam à verificação da resistência à compressão diagonal do concreto. No caso de apoios indiretos, essas reduções também não são permitidas."

A Figura 6.17 mostra os diagramas de força cortante para o cálculo da armadura transversal de elementos estruturais de concreto armado, como estabelecido pela ABNT NBR 6118 - 17.4.1.2.1.

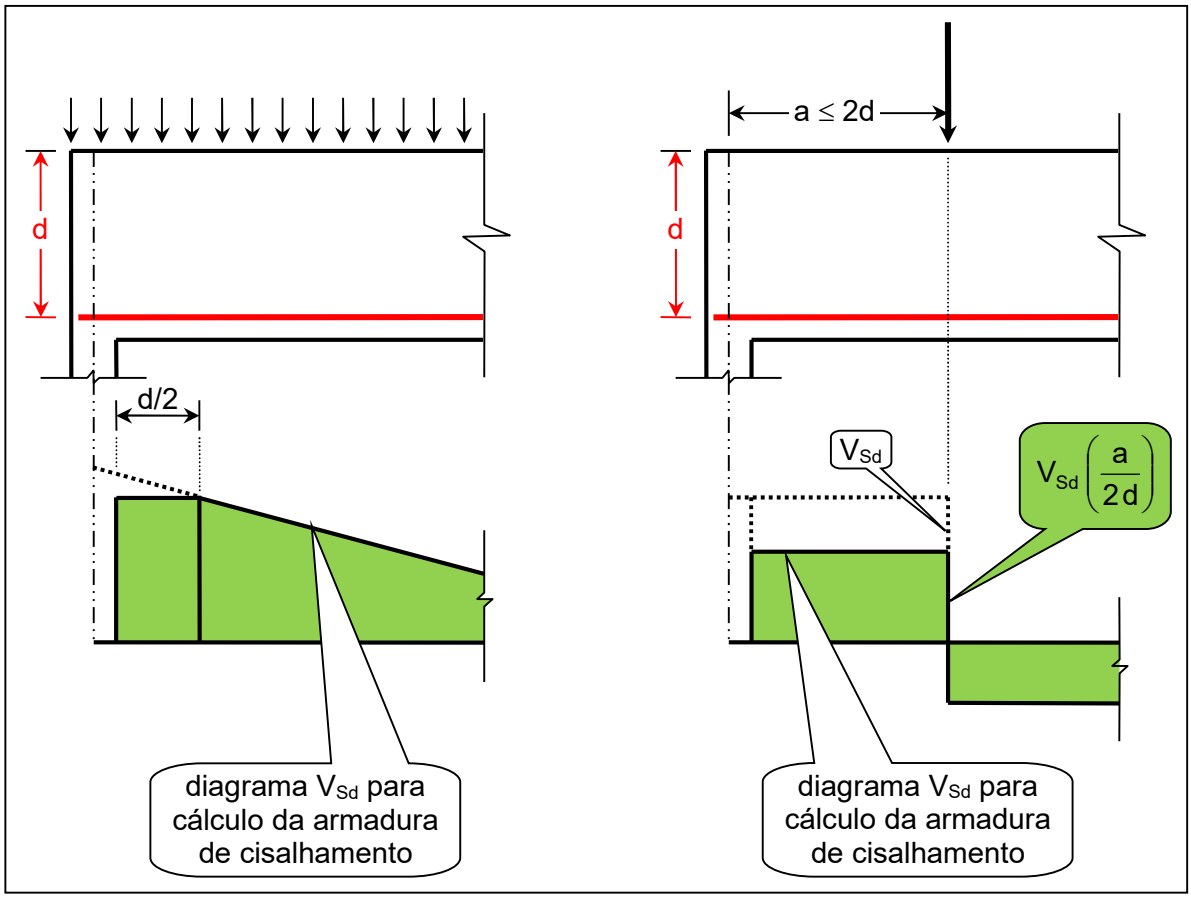
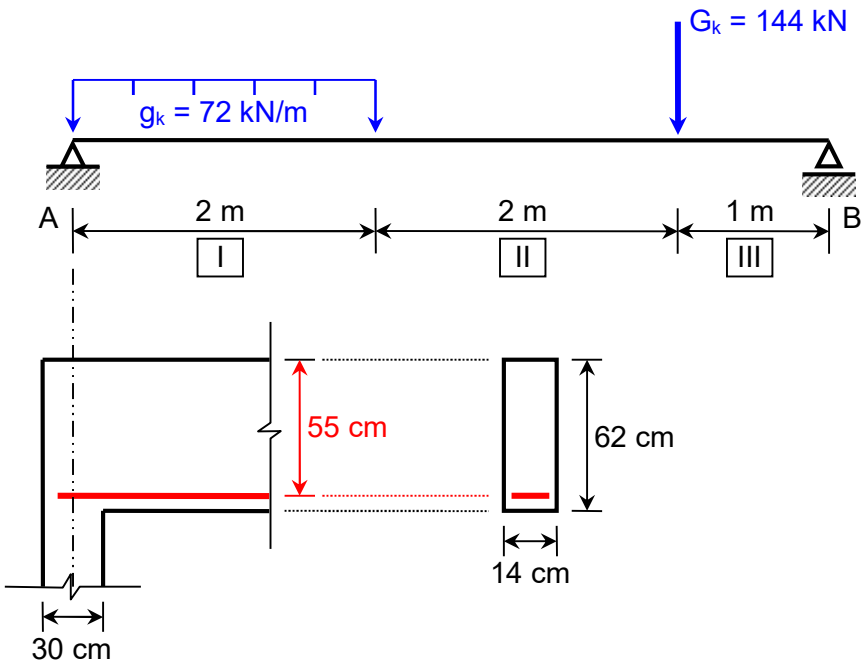


Figura 6.17 - Diagramas V_{Sd} para cálculo da armadura de cisalhamento

Exemplo 6.7: Determinar a armadura de cisalhamento os trechos I, II e III da viga abaixo indicada.

Considerar:

- aço: CA-60;
- concreto: C25;
- estribos verticais de dois ramos;
- flexão simples, Modelo I; e
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4; γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15).



Solução: A solução do problema consiste na aplicação da Equação 6.18 (página 6-17), Equação 6.20 (página 6-23), bem como das reduções de carga apresentadas na Figura 6.17.

a) Dados - uniformização de unidades (kN e cm)

$$f_{ck} = 25\ \text{MPa} = 2{,}5\ \text{kN/cm}^2$$

$$\gamma_c = 1{,}4$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad \langle f_{ck}\ \text{em MPa} \rangle$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{25}{250} = 0{,}90$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{2{,}5}{1{,}4} = 1{,}79\ \text{kN/cm}^2$$

$$f_{ct,m} = 0{,}3 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad \langle f_{ck} \leq 50\,\text{MPa} \rangle$$

$$f_{ct,m} = 0{,}3 \times \sqrt[3]{25^2} = 2{,}56\,\text{MPa} = 0{,}256\,\text{kN/cm}^2$$

$$f_{ctd} = \frac{0{,}21 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c} \quad \langle f_{ck} < 50\,\text{MPa} \rangle$$

$$f_{ctd} = \frac{0{,}21 \times \sqrt[3]{25^2}}{1{,}4} = 1{,}28\,\text{MPa} = 0{,}128\,\text{kN/cm}^2$$

$$f_{yk} = 600\ \text{MPa}$$

$$f_{ywk} = f_{yk} \leq 500\,\text{MPa}$$

$$f_{ywk} = 500\,\text{MPa} = 50\ \text{kN/cm}^2$$

$$\gamma_s = 1{,}15$$

$$f_{ywd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \leq 435\,\text{MPa}$$

$$f_{ywd} = \frac{600}{1{,}15} = 522\,\text{MPa} > 435\,\text{MPa}$$

$f_{ywd} = 435\,MPa = 43{,}5\,kN/cm^2$

$b_w = 14\ cm$

$d = 55\ cm$

$\ell_{pil} = 30\ cm$

$$5\,mm \le \phi_t \le \frac{b_w}{10}$$

$$5\,mm \le \phi_t \le \frac{140}{10}$$

$$5\,mm \le \phi_t \le 14\,mm$$

$$\rho_{sw} \ge 0{,}2\frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}} = 0{,}2 \times \frac{0{,}256}{50} = 0{,}10\%$$

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w\, s} \ge 0{,}10\%$$

$$\frac{A_{sw}}{s} \ge \frac{0{,}10}{100} \times \underbrace{14}_{b_w} = 0{,}0140\ \frac{cm^2}{cm} = 1{,}40\,cm^2/m$$

$$V_{Rd2} = 0{,}27\,\alpha_{v2}\, f_{cd}\, b_w\, d = 0{,}27 \times 0{,}90 \times 1{,}79 \times 14 \times 55 = 334{,}93\,kN$$

$$V_c = 0{,}6\, f_{ctd}\, b_w\, d = 0{,}6 \times 0{,}128 \times 14 \times 55 = 59{,}14\,kN$$

b) Força cortante atuando nas faces dos pilares

carga uniformemente distribuída:

$$V_{Sd,eixo,A} = 1{,}4 \times \left[72 \times 2 \times \left(\frac{4}{5}\right)\right] = 161{,}28\,kN$$

$\frac{\ell_{pil}}{2}$

$$V_{Sd,face,A} = 161{,}28 - 1{,}4 \times \left[72 \times \left(\frac{0{,}30}{2}\right)\right] = 146{,}16\,kN$$

$$V_{Sd,eixo,B} = V_{Sd,face,B} = -1{,}4 \times \left[72 \times 2 \times \left(\frac{1}{5}\right)\right] = -40{,}32\,kN$$

carga concentrada:

$$V_{Sd,eixo,A} = V_{Sd,face,A} = 1{,}4 \times \left[144 \times \left(\frac{1}{5}\right)\right] = 40{,}32\,kN$$

$$V_{Sd,eixo,B} = V_{Sd,face,B} = -1{,}4 \times \left[144 \times \left(\frac{4}{5}\right)\right] = -161{,}28\,kN$$

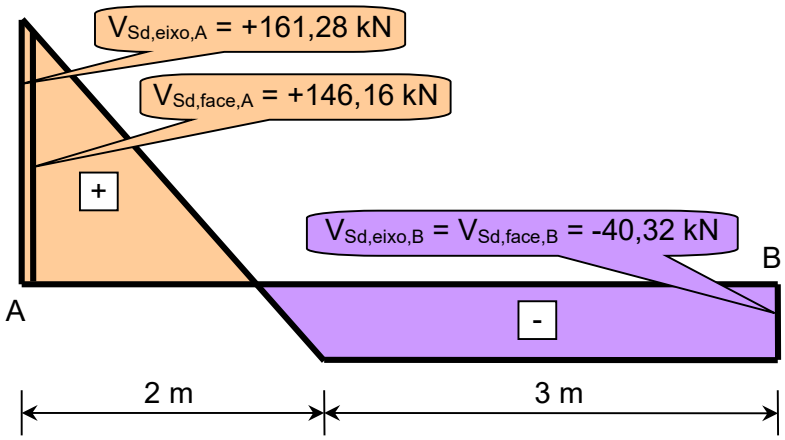
conjunto de cargas:

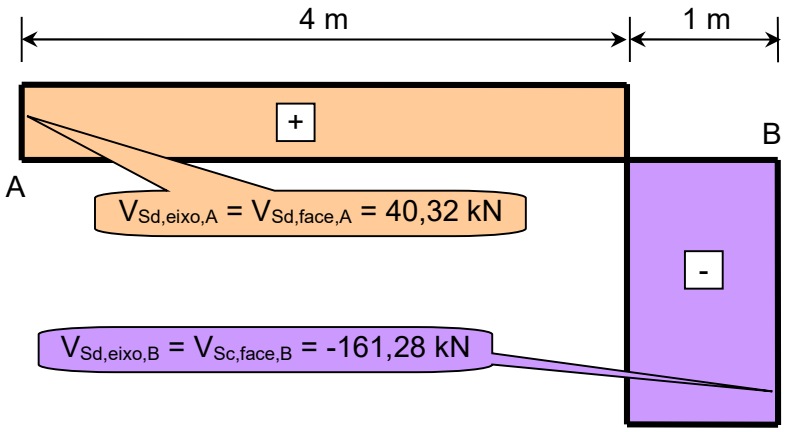
$$V_{Sd,face,A} = V_{Sd,face,A,dist} + V_{Sd,face,A,conc}$$

$$V_{Sd,face,A} = 146{,}16 + 40{,}32 = 186{,}48\,kN$$

$$V_{Sd,face,B} = V_{Sd,face,B,dist} + V_{Sd,face,B,conc}$$

$$V_{Sd,face,B} = -40{,}32 - 161{,}28 = -201{,}60\,kN$$ ← **máxima força cortante na face do pilar**





c) Verificação de V_{Rd2}

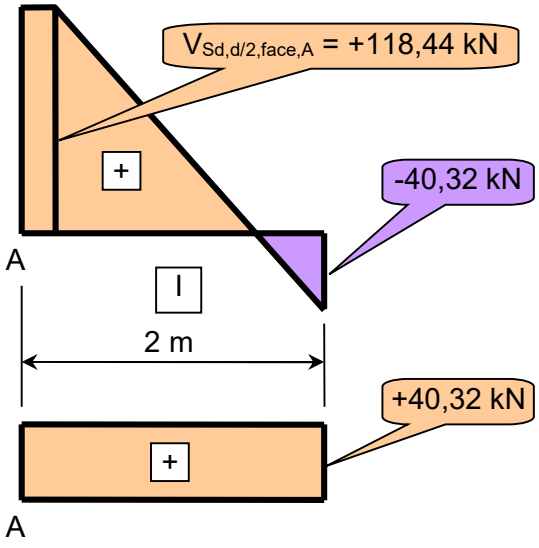
$V_{Sd,face,max} = 201{,}60\,kN$ (valor absoluto)

$V_{Rd2} = 334{,}93\,kN$

$V_{Sd} \leq V_{Rd2}$

$\underbrace{V_{Sd,face,max}}_{201,60} < \underbrace{V_{Rd2}}_{334,93}$

d) Trecho I



$$V_{Sd,d/2,face,A} = 161{,}28 - 1{,}4 \times \left\{ 72 \times \left[\left(\frac{0{,}30}{2} \right) + \left(\frac{0{,}55}{2} \right) \right] \right\} = 118{,}44\,kN \text{ (carga distribuída)}$$

$V_{Sd.eixo,A}$ γ_g g_k $\frac{\ell_{pil}}{2}$ $\frac{d}{2}$

$V_{Sd,face,A} = 40{,}32\,kN$ (carga concentrada)

$V_{Sd} = V_{Sd,max} = 118{,}44 + 40{,}32 = 158{,}76\,kN$ ← máxima força cortante no trecho I

$V_c = 59{,}14\,kN$

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s} \right) 0{,}9\,d\,f_{ywd} = \left(\frac{A_{sw}}{s} \right) \times 0{,}9 \times 55 \times 43{,}5 = 2153{,}25\,\frac{A_{sw}}{s}$$

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} = 59{,}14 + 2153{,}25\,\frac{A_{sw}}{s}$$

$$V_{Sd} \le V_{Rd3}$$

$$158{,}76 \le 59{,}14 + 2153{,}25\,\frac{A_{sw}}{s}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} \ge 0{,}0463\,\frac{cm^2}{cm} = 4{,}63\,cm^2/m > 1{,}40\,cm^2/m$$

$$\frac{V_{Sd}}{V_{Rd2}} = \frac{158{,}76}{334{,}93} = 0{,}47 \le 0{,}67$$

$$7\,cm \le s \le \min \begin{bmatrix} 0{,}6\,d = 0{,}6 \times 55 = 33\,cm \\ \\ 30\,cm \end{bmatrix}$$

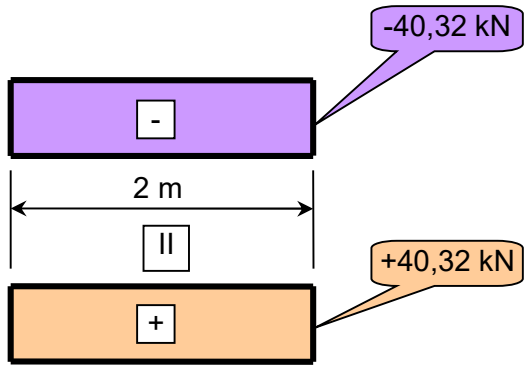
$$7\,cm \le s \le 30\,cm$$

ϕ_t (mm)	A_{sw} (cm^2)	s (cm)	A_{sw}/s (cm^2/m)
5	0,393	8	4,91
5,5	0,475	10	4,75
6	0,565	12	4,71
6,4	0,643	13	4,95
7	0,770	16	4,81
8	1,005	21	4,79

$$\left\langle \begin{matrix} s\,cm & \rightarrow & 0{,}393\,cm^2 \\ 100\,cm & \rightarrow & 4{,}63\,cm^2 \end{matrix} \right\rangle \Rightarrow s = 8{,}49\,cm$$

$$\left\langle \begin{matrix} 8\,cm & \rightarrow & 0{,}393\,cm^2 \\ 100\,cm & \rightarrow & \frac{A_{sw}}{s} \end{matrix} \right\rangle \Rightarrow \frac{A_{sw}}{s} = 4{,}91\,cm^2/m$$

e) Trecho II



$V_{Sd} = -40{,}32\,kN$ (carga distribuida)

$V_{Sd} = 40{,}32\,kN$ (**carga concentrada**)

$V_{Sd} = V_{Sd,max} = -40{,}32 + 40{,}32 = 0{,}00\,kN$ ← **força cortante no trecho II**

$V_c = 59{,}14\,kN$

$$V_{sw} = 2153{,}25\frac{A_{sw}}{s}$$

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} = 59{,}14 + 2153{,}25\frac{A_{sw}}{s}$$

$$V_{Sd} \le V_{Rd3}$$

$$0{,}00 \le 59{,}14 + 2153{,}25\frac{A_{sw}}{s}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} \ge -0{,}0275\frac{cm^2}{cm} = -2{,}75\,cm^2/m < 1{,}40\,cm^2/m$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = 1{,}40\,cm^2/m \text{ (armadura mínima)}$$

$$\frac{V_{Sd}}{V_{Rd2}} = \frac{0{,}00}{334{,}93} = 0{,}00 \le 0{,}67$$

$$7\,cm \le s \le \min\begin{bmatrix} 0{,}6\,d = 0{,}6 \times 55 = 33\,cm \\ \\ 30\,cm \end{bmatrix}$$

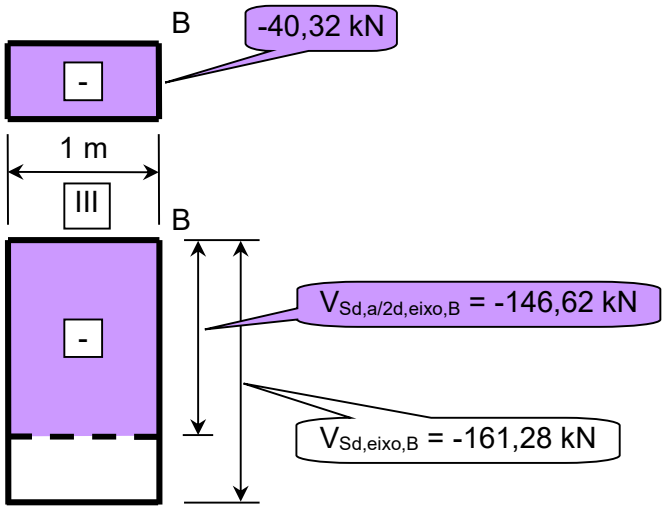
$$7\,cm \le s \le 30\,cm$$

ϕ_t (mm)	A_{sw} (cm^2)	s (cm)	A_{sw}/s (cm^2/m)
5	0,393	28	1,40
5,5	0,475	30	1,58
6	0,565	30	1,88
6,4	0,643	30	2,14
7	0,770	30	2,57
8	1,005	30	3,35

$$\left\langle \begin{matrix} s\,cm & \rightarrow & 0{,}393\,cm^2 \\ 100\,cm & \rightarrow & 1{,}40\,cm^2 \end{matrix} \right\rangle \Rightarrow s = 28{,}07\,cm$$

$$\left\langle \begin{matrix} 28\,cm & \rightarrow & 0{,}393\,cm^2 \\ 100\,cm & \rightarrow & \frac{A_{sw}}{s} \end{matrix} \right\rangle \Rightarrow \frac{A_{sw}}{s} = 1{,}40\,cm^2/m$$

f) Trecho III



$V_{Sd} = -40{,}32\,kN$ (**carga distribuida**)

$$V_{Sd,a/2d,eixo,B} = -161{,}28 \times \left(\frac{100}{2 \times 55}\right) = -146{,}62\,kN$$ (**carga concentrada**)

$V_{Sd.eixo,B}$ $\qquad$ $\frac{a}{2d}$

$$V_{Sd} = V_{Sd,max} = -40{,}32 - 146{,}62 = 186{,}94\,kN$$ ← **máxima força cortante no trecho III**

$$V_c = 59{,}14\,kN$$

$$V_{sw} = 2153{,}25\frac{A_{sw}}{s}$$

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} = 59{,}14 + 2153{,}25\frac{A_{sw}}{s}$$

$$V_{Sd} \le V_{Rd3}$$

$$186{,}94 \le 59{,}14 + 2153{,}25\frac{A_{sw}}{s}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} \ge 0{,}0594\frac{cm^2}{cm} = 5{,}94\,cm^2/m > 1{,}40\,cm^2/m$$

$$\frac{V_{Sd}}{V_{Rd2}} = \frac{186{,}94}{334{,}93} = 0{,}56 \le 0{,}67$$

$$7\,cm \le s \le \min\begin{bmatrix} 0{,}6\,d = 0{,}6 \times 55 = 33\,cm \\ \\ 30\,cm \end{bmatrix}$$

$$7\,cm \le s \le 30\,cm$$

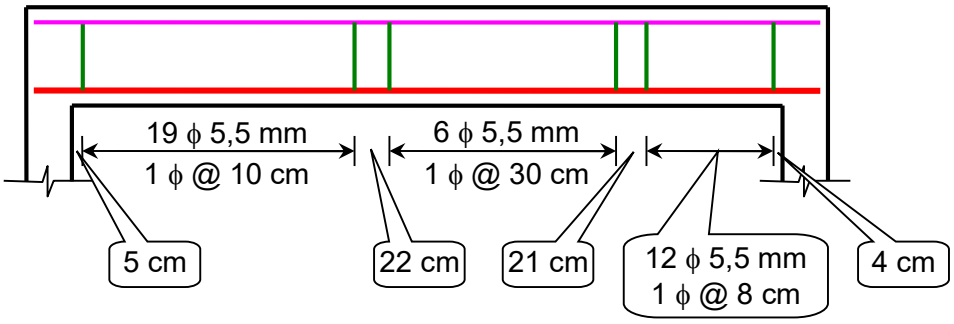
ϕ_t (mm)	A_{sw} (cm^2)	s (cm)	A_{sw}/s (cm^2/m)
5	0,393	6	6,55
5,5	0,475	8	5,94
6	0,565	9	6,28
6,4	0,643	10	6,43
7	0,770	12	6,42
8	1,005	16	6,28

$$\left\langle \begin{matrix} s\,cm & \rightarrow & 0{,}393\,cm^2 \\ 100\,cm & \rightarrow & 5{,}94\,cm^2 \end{matrix} \right\rangle \Rightarrow s = 6{,}62\,cm$$

$$\left\langle \begin{matrix} 6\,cm & \rightarrow & 0{,}393\,cm^2 \\ 100\,cm & \rightarrow & \frac{A_{sw}}{s} \end{matrix} \right\rangle \Rightarrow \frac{A_{sw}}{s} = 6{,}55\,cm^2/m$$

g) Posicionamento dos estribos

A opção por barras (fios, pois a armadura é constituída pelo aço CA-60) de 5 mm deve ser descartada pois levaria a um espaçamento de 6 cm no trecho III, o que deve ser evitado (evitar espaçamentos inferiores a 7 cm). É adequado o uso tanto de barras (fios) de 5,5 mm como de 6 mm. O uso de barras (fios) acima de 6 mm levaria a um disperdício de armadura no trecho II (trecho de armadura mínima). A opção será pela barra (fio) de menor bitola, ou seja, barra (fio) de 5,5 mm.



6.9 Decalagem do diagrama de força no banzo tracionado

Seja a viga da Figura 6.18 submetida a um carregamento qualquer onde, internamente, está representada a treliça de Morsh.

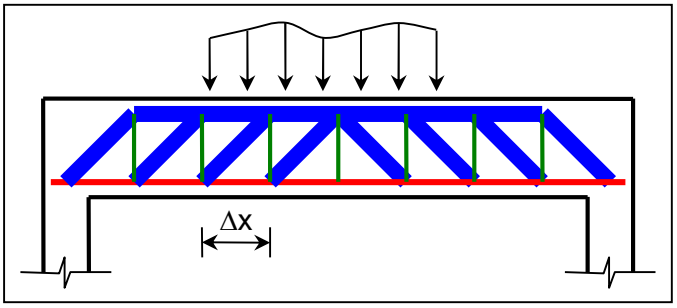


Figura 6.18 - Viga com representação da treliça de Morsh

Seja agora, um trecho isolado da viga onde somente forças horizontais, oriundas de momentos fletores, são consideradas (Figura 6.19). Conforme mostrado na Figura 6.18, os banzos superiores e inferiores da treliça são admitidos paralelos. Desta forma, pode-se, também, admitir, na Figura 6.19, a igualdade dos braços de alavanca z, distância entre as forças R_{cd} e R_{sd}. Existindo no trecho Δx da Figura 6.19 variação dos momentos fletores ($M_{Rd,B} > M_{Rd,A}$), sendo z constante e M_{Rd} dado pelo produto R_{sd} z, conclui-se que a força atuante na armadura tracionada R_{sd} não é constante neste trecho ($R_{sd,B} > R_{sd,A}$ da mesma forma que $M_{Rd,B} > M_{Rd,A}$).

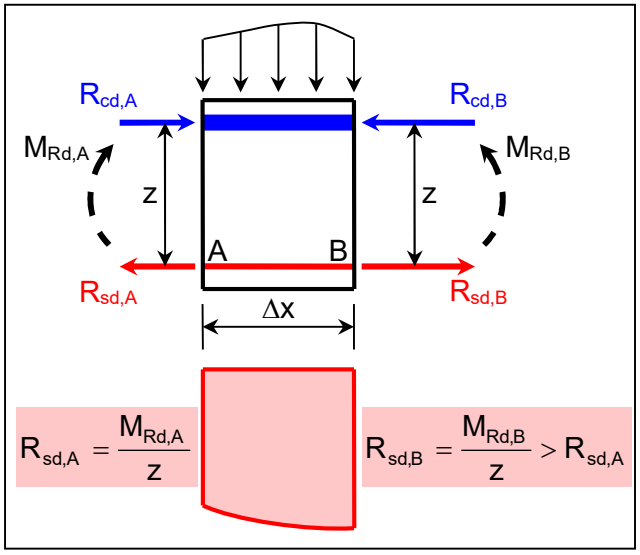


Figura 6.19 - Forças horizontais em um trecho de viga

Seja agora o mesmo trecho Δx isolado da treliça da Figura 6.18, onde está mostrado as forças internas de tração R_{sd} atuantes no banzo inferior da treliça de Morsh. Por se tratar de um trecho de treliça, obrigatoriamente deve-se ter, na Figura 6.20, forças R_{sd} iguais entre dois nós consecutivos (nós A e B que definem o trecho Δx). Isto vale dizer que a força atuante na armadura tracionada (armadura horizontal inferior) é constante no trecho Δx.

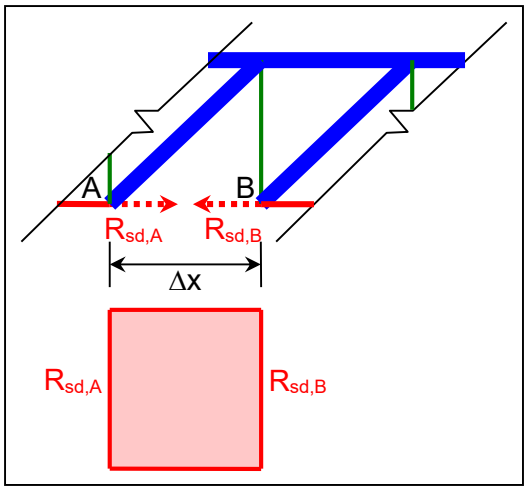


Figura 6.20 - Forças horizontais no banzo inferior da treliça

Do exposto, fica caracterizado uma discrepância quanto ao comportamento da força R_{sd}, pois, para o mesmo trecho Δx, ora ela é variável (Figura 6.19) ora ela é constante (Figura 6.20). Isto se explica pela completa independência existente na determinação da armadura horizontal (armadura de momento fletor) com a determinação da armadura vertical (armadura de força cortante). Determina-se a armadura horizontal sem levar em conta a força cortante, ao mesmo

tempo em que se determina a armadura vertical sem levar em conta o momento fletor. Um critério de cálculo (momento fletor) considera a viga como um todo, o outro (força cortante) admite o comportamento de uma treliça interna.

Para levar em conta a discrepância existente no comportamento da armadura horizontal tracionada, e agora já podemos considerá-la tanto na face inferior da viga (momento positivo) com na face superior (momento negativo), deve o dimensionamento desta armadura ser feito para o maior valor absoluto da força $R_{\underline{sd}}$ atuante no trecho Δx (ponto B da Figura 6.19 e da Figura 6.20). Isto vale dizer que o diagrama de forças R_{sd} deve ser deslocado na direção da menor destas forças (na direção de $R_{sd,A}$ da Figura 6.19, ou de B para A) de tal modo que no trecho Δx a força horizontal tracionada fique constante com seu maior valor absoluto. A Figura 6.21 mostra um exemplo de diagrama de forças R_{sd} deslocado.

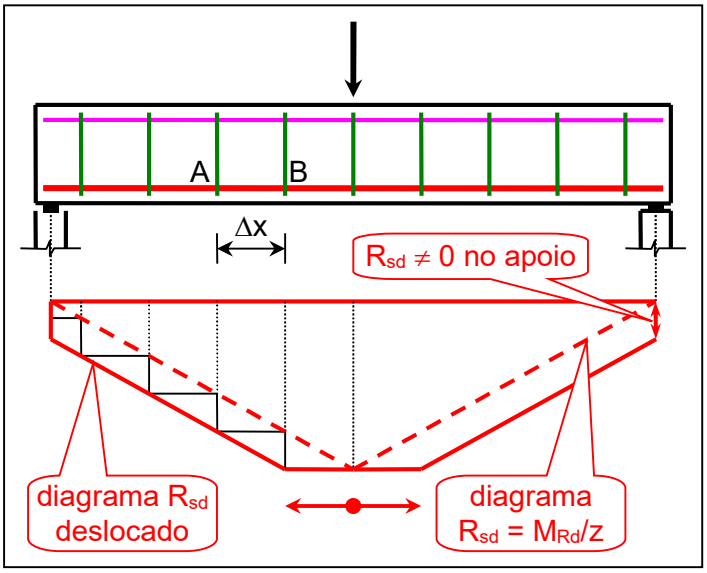


Figura 6.21 - Diagrama R_{sd} deslocado

ABNT NBR 6118 - 17.4.2.2.c - Modelo de cálculo I:

"*Quando a armadura longitudinal de tração for determinada através do equilíbrio de esforços na seção normal ao eixo do elemento estrutural, os efeitos provocados pela fissuração obliqua podem ser substituídos no cálculo pela decalagem do diagrama de força no banzo tracionado, dada pela expressão:*

$$a_\ell = d\left[\frac{V_{Sd,max}}{2\left(V_{Sd,max} - V_c\right)}\left(1+\cot g\,\alpha\right) - \cot g\,\alpha\right] \le d$$

onde:

a_ℓ *= d, para* $|V_{Sd,max}| \le |V_c|$*;*

$a_\ell \ge 0{,}5\ d$*, no caso geral; e*

$a_\ell \ge 0{,}2\ d$*, para estribos inclinados a 45°.*

Essa decalagem pode ser substituída, aproximadamente, pela correspondente decalagem do diagrama de momentos fletores."

ABNT NBR 6118 - 17.4.2.3.c - Modelo de cálculo II:

"*Se forem mantidas as condições estabelecidas 17.4.2.2-c, o deslocamento do diagrama de momentos fletores, aplicando o processo descrito nessa Seção, deve ser:*

$$a_\ell = 0{,}5\,d\left(\cot g\,\theta - \cot g\,\alpha\right)$$

onde:

$a_\ell \ge 0{,}5\ d$*, no caso geral;*

$a_\ell \ge 0{,}2\ d$*, para estribos inclinados a 45°.*"

6.9.1 Modelo I - estribos verticais

A adoção do Modelo I,com estribos verticais (α = 90°), tem se constituído em prática comum da engenharia de estruturas de concreto armado. Desta forma, o estabelecido na ABNT NBR 6118 - 17.4.2.2.c resulta:

$$a_\ell = \frac{d}{2}\left(\frac{V_{Sd,max}}{(V_{Sd,max} - V_c)}\right)\begin{cases}\geq 0{,}5\,d \\ \leq d\end{cases}$$

Equação 6.21

$$a_\ell = d \quad \left\langle |V_{Sd,max}| \leq |V_c| \right\rangle$$

6.9.2 Modelo II - estribos verticais

Caso seja utilizado o Modelo II,com estribos verticais (α = 90°), o estabelecido na ABNT NBR 6118 - 17.4.2.3.c resulta:

$$a_\ell = 0{,}5\,d\cot g\theta$$
$$30° \leq \theta \leq 45°$$

Equação 6.22

A Figura 6.22 mostra como ficaria um diagrama de momentos fletores solicitantes de cálculo para efeito de dimensionamento e detalhamento da armadura horizontal de tração. É interessante notar que no apoio rotulado B há um aparente aparecimento de momento fletor. Na realidade, neste apoio B, está representada a força horizontal de tração que aparece no equilíbrio do nó A da Figura 6.16 (página 6-27).

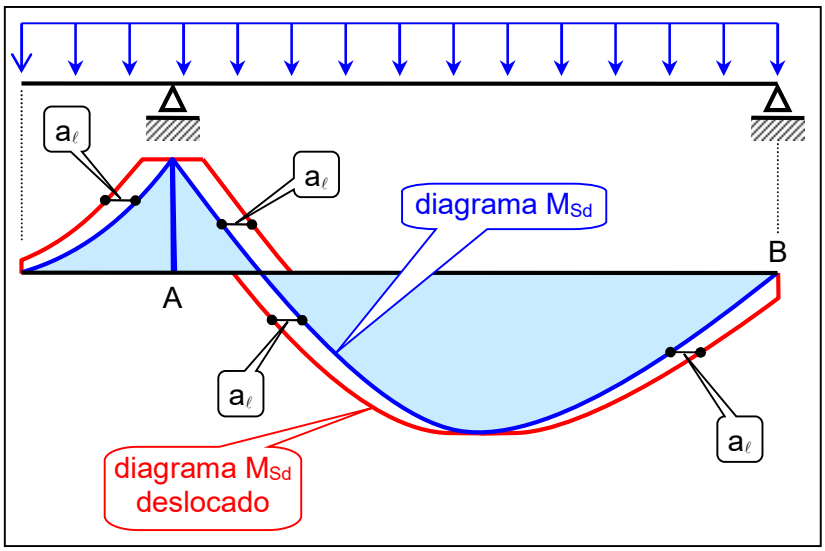
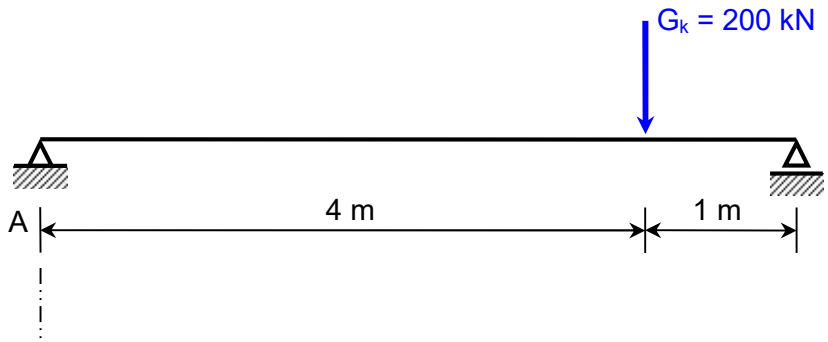


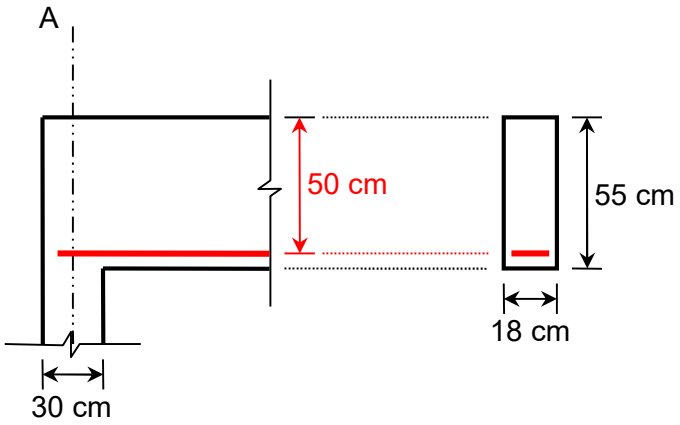
Figura 6.22 - Diagrama M_{Sd} deslocado

Exemplo 6.8: Efetuar o deslocamento do diagrama de momentos fletores solicitantes de cálculo para a viga abaixo representada.

Considerar:

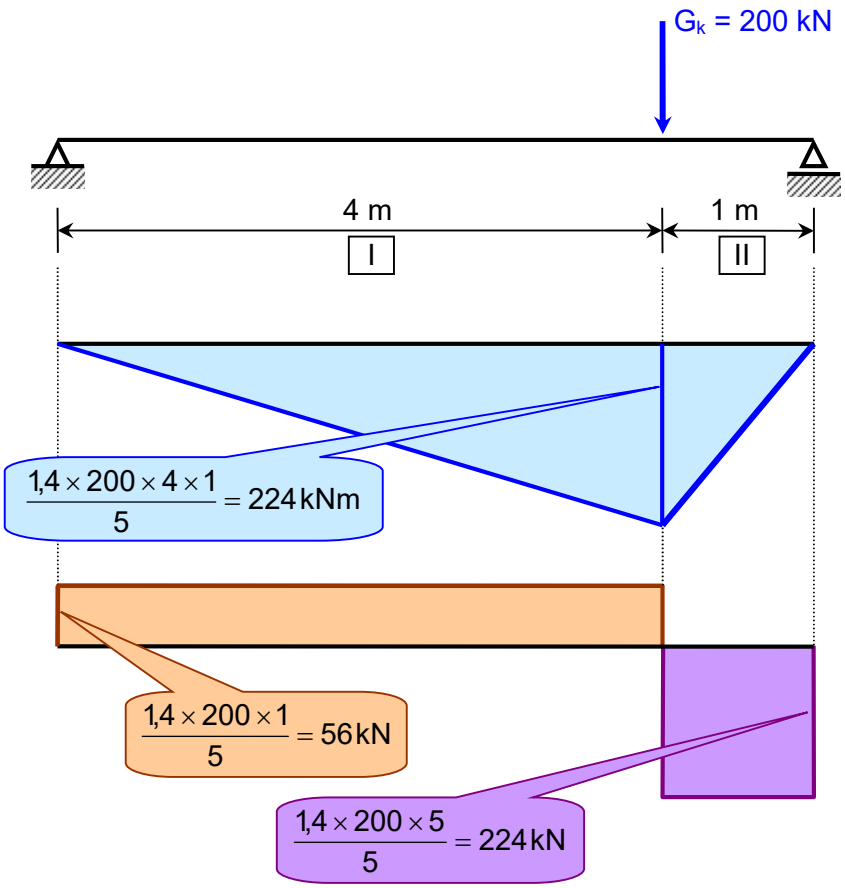
- concreto: C30;
- estribos verticais de dois ramos;
- preso próprio desprezível;
- flexão simples, Modelo I; e
- estado limite último, combinações normais, (γ_g = 1,4; γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15).





Solução: A solução do problema consiste na aplicação da Equação 6.3 (página 6-6) para a verificação de V_{Rd2} e Equação 6.21 para a determinação de a_ℓ.

a) Diagramas M_{Sd} e V_{Sd}



b) Dados - uniformização de unidades (kN e cm)

$f_{ck} = 30\ \text{MPa} = 3{,}0\ \text{kN/cm}^2$

$\gamma_c = 1{,}4$

$\alpha_{v2} = 1 - \dfrac{f_{ck}}{250} \quad \langle f_{ck} \text{ em MPa} \rangle$

$\alpha_{v2} = 1 - \dfrac{30}{250} = 0{,}88$

$f_{cd} = \dfrac{f_{ck}}{\gamma_c}$

$$f_{cd} = \frac{3,0}{1,4} = 2,14\ kN/cm^2$$

$$f_{ctd} = \frac{0,21\sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c} \quad \langle f_{ck}\ em\ MPa \rangle$$

$$f_{ctd} = \frac{0,21\sqrt[3]{30^2}}{1,4} = 1,45 MPa = 0,145 kN/cm^2$$

$b_w = 18\ cm$

$d = 50\ cm$

$V_{Rd2} = 0,27\,\alpha_{v2}\,f_{cd}\,b_w\,d$

$V_{Rd2} = 0,27 \times 0,88 \times 2,14 \times 18 \times 50 = 457,62 kN$

$V_c = 0,6\,f_{ctd}\,b_w\,d$

$V_c = 0,6 \times 0,145 \times 18 \times 50 = 78,30 kN$

c) Verificação de V_{Rd2}

$V_{Sd} \le V_{Rd2}$

$V_{Sd,face,max} = 224 kN$ (valor absoluto)

$V_{Rd2} = 457,62 kN$

$\underbrace{V_{Sd,face,max}}_{224} < \underbrace{V_{Rd2}}_{457,62}$ OK

d) Valor de a_ℓ para o trecho I

$$a_\ell = \frac{d}{2}\left(\frac{V_{Sd,max}}{(V_{Sd,max} - V_c)}\right)\begin{cases} \ge 0,5\,d \\ \le d \end{cases}$$

$V_{Sd,max} = 56 kN$ (valor absoluto)

$V_c = 78,30 kN$

$\underbrace{V_{Sd,max}}_{56} < \underbrace{V_c}_{78,30} \Rightarrow a_\ell = d$

$a_\ell = 50 cm$ ◄

e) Valor de a_ℓ para o trecho II

$V_{Sd,max} = 224 kN$ (valor absoluto)

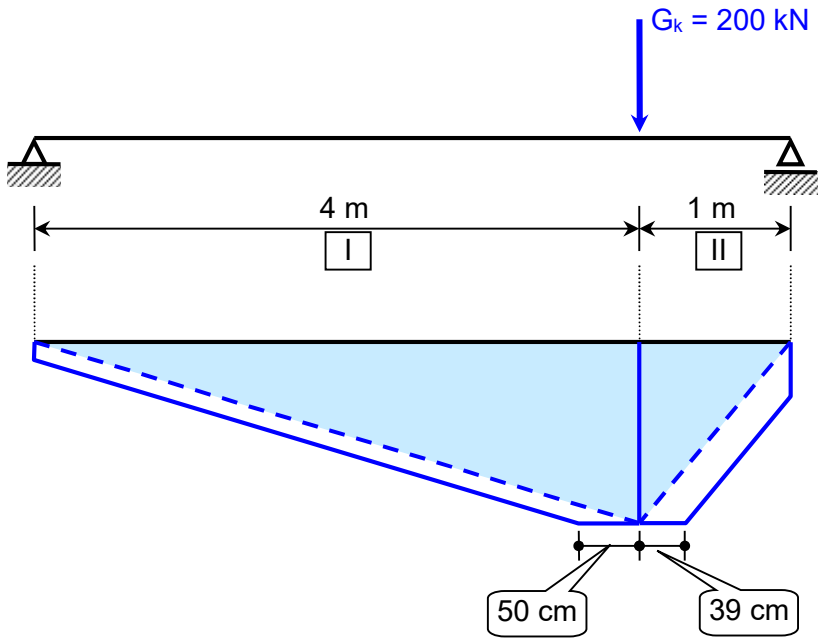
$V_c = 78,30 kN$

$$a_\ell = \frac{50}{2}\left(\frac{224}{(224 - 78,30)}\right) = 38,44 cm$$

$$a_\ell \begin{cases} \ge 0,5\,d = 0,5 \times 50 = 25 cm \\ \le d = 50 cm \end{cases}$$

$a_\ell = 39 cm$ ◄

f) Diagrama deslocado



6.10 Simbologia Específica

a	distância de carga concentrada ao eixo teórico do apoio (pilar)
a_ℓ	distância correspondente a decalagem do diagrama de força no banzo tracionado da treliça de Morsh, ou do diagrama de momentos fletores
b_w	menor largura da seção, compreendida ao longo da altura úitl d largura média da alma, medida ao longo da altura útil da seção
d	altura útil da seção, igual à distância da borda comprimida ao centro de gravidade da armadura de tração
f_{cd}	resistência de cálculo à compressão do concreto
f_{ck}	resistência característica à compressão do concreto
f_{ctd}	resistência de cálculo à tração do concreto
$f_{ctk,inf}$	resistência característica inferior à tração do concreto
$f_{ct,m}$	resistência média à tração do concreto
f_{yd}	resistência de cálculo ao escoamento do aço
f_{yk}	resistência característica ao escoamento do aço
f_{ywd}	resistência de cálculo ao escoamento do aço da armadura transversal
f_{ywk}	resistência característica ao escoamento do aço da armadura transversal
g_k	valor característico da ação permanente (carga uniformemente distribuída)
h	altura da elemento estrutural
ℓ_{pil}	largura de pilar
n	número da barras componentes da armadura transversal A_{sw}
q_k	valor característico da ação variável (carga uniformemente distribuída)
s	espaçamento entre estribos, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural espaçamento entre elementos da armadura transversal A_{sw}, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural
s_{max}	espaçamento máximo entre estribos, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural
z	braço de alavanca
A_s	área da seção transversal da barra (fio) que constitui o estribo

A_{sw} área da seção transversal do conjunto de ramos que constitui o estribo
área da seção transversal de uma barra que constitui a armadura transversal do elemento estrutural

G_k valor característico da ação permanente (carga concentrada)

M momento fletor

M_{Rd} momento fletor resistente de cálculo

$M_{Sd,max}$ máximo momento fletor de cálculo

M_0 momento fletor que anula a tensão normal de compressão na borda da seção (tracionada por $M_{Sd,Max}$)

Q_k valor característico da ação variável (carga concentrada)

R_{cd} força resistente de cálculo atuante na região de concreto comprimido

R_{cw} força atuante na diagonal de compressão da treliça de Morsh, resultante das tensões σ_{cw}

R_{sd} força resistente de cálculo atuante na armadura tracionada

R_{sw} força atuante na armadura transversal (diagonal tracionada da treliça de Morsh)

V força cortante

V_c parcela da força cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça de Morsh, função da resistência do concreto e das dimensões da seção transversal do elemento estrutural

V_{c0} valor usado na determinação de V_c

V_{c1} valor usado na determinação de V_c

V_{Rd2} força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto

V_{Rd3} força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal

V_{Sd} força cortante solicitante de cálculo

$V_{Sd,a/2d,eixo}$ força cortante solicitante de cálculo atuante a uma distância a/2d do eixo teórico do pilar

$V_{Sd,d/2,face}$ força cortante solicitante de cálculo atuante a uma distância d/2 da face interna do pilar

$V_{Sd,eixo}$ força cortante solicitante de cálculo correspondente ao eixo do pilar

$V_{Sd,face}$ força cortante solicitante de cálculo atuante na face interna do pilar

$V_{Sd,max}$ máxima força cortante solicitante de cálculo

V_{sw} parcela de força cortante resistida pela armadura transversal A_{sw}
componente vertical da força R_{sw}

α inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural
inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural

α_{v2} fator de correção da resistência de cálculo à compressão do concreto

ϕ diâmetro da barra

ϕ_t diâmetro da barra (fio) que constitui o estribo

γ_c coeficiente de ponderação da resistência do concreto

γ_g coeficiente de ponderação para ações permanentes diretas

γ_q coeficiente de ponderação para ações variáveis diretas

γ_s coeficiente de ponderação da resistência do aço

θ inclinação da fissura em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural
inclinação das bielas de compressão consideradas no dimensionamento à força cortante

ρ_{sw} taxa geométrica de armadura transversal

σ_{cw} tensão normal atuante na diagonal de compressão da treliça de Morsh

σ_{sw} tensão normal atuante na armadura transversal
σ_x tensão normal na direção x
σ_I tensão principal de tração
σ_{II} tensão principal de compressão
τ_{xy} tensão tangencial
Δx trecho de viga
K constante
ψ ângulo auxiliar

6.11 Exercícios

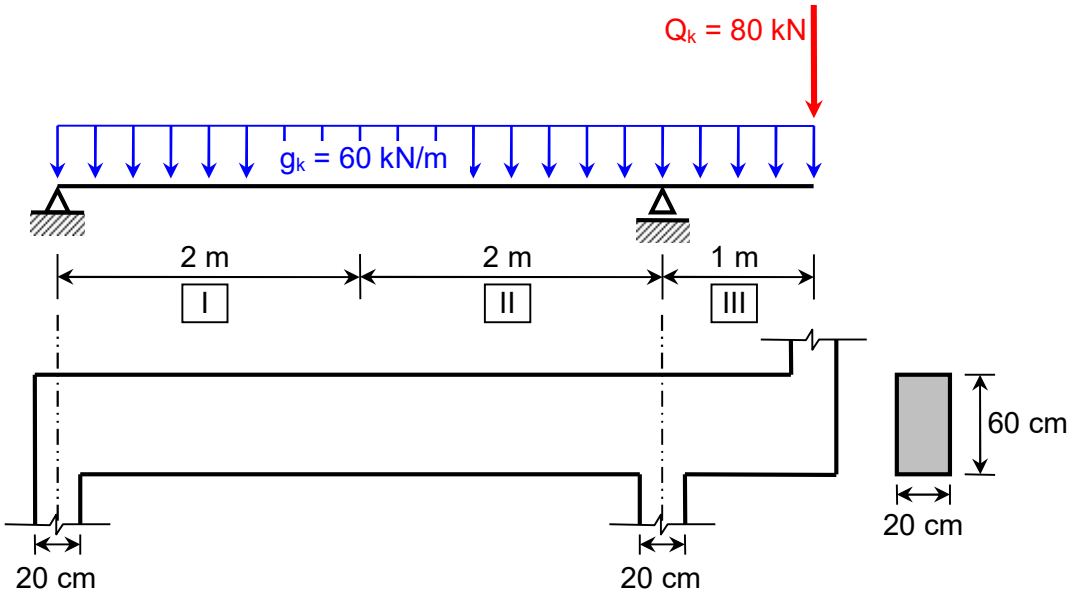
Ex. 6.1: Determinar, para a viga abaixo representada, o diâmetro e os espaçamentos necessários para os estribos dos trechos I, II e III.

Dados:

- concreto: C20; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4, γ_q = 1,4, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- modelo I, estribos verticais de dois ramos;
- d = h - 6 cm;
- viga simplesmente apoiada nos pilares;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 20 cm de largura;
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.



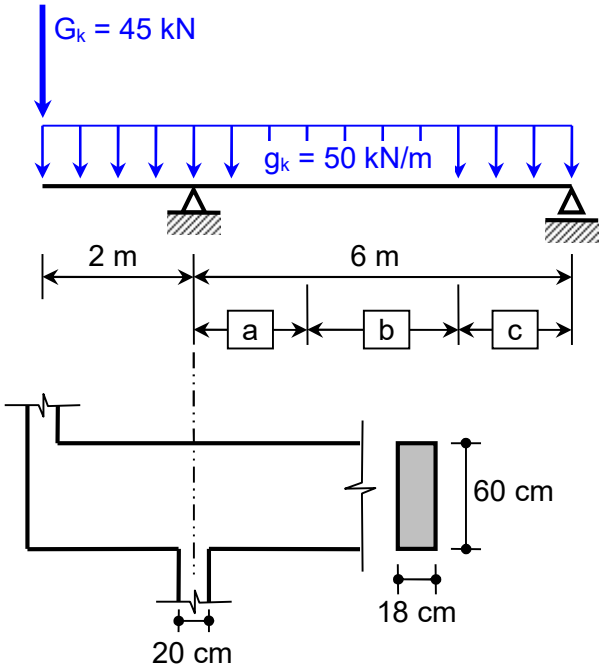
Ex. 6.2: Determinar, para a viga abaixo representada, os valores das distâncias a, b e c. Sabe-se que a armadura transversal do trecho b é composta por estribos verticais de dois ramos, diâmetro 6 mm, espaçados de 25 cm.

Dados:

- concreto: C25; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4, γ_q = 1,4, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- modelo I;
- d = h - 6 cm;
- viga simplesmente apoiada nos pilares;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 20 cm de largura;
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.



Ex. 6.3: Determinar, para a viga abaixo esquematizada:

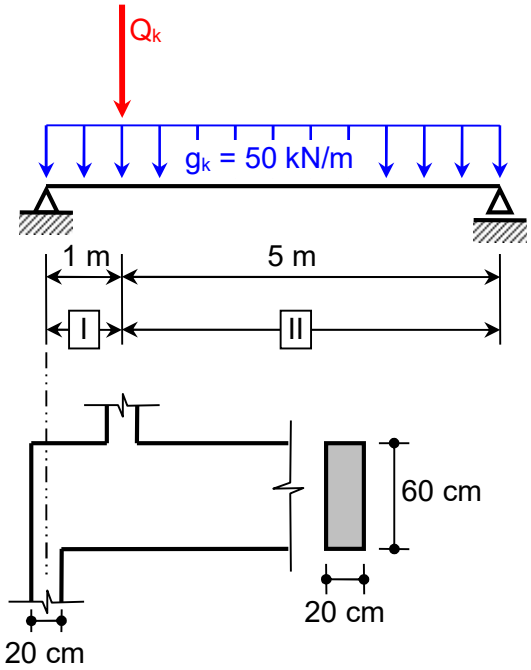
a. a máxima carga Q_k possível de atuar na viga; e
b. a armadura necessária (cm^2/m) para os trechos I e II, função da carga Q_k definida no item anterior.

Dados:

- concreto: C30; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4, γ_q = 1,4, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- modelo II, θ = 37°, estribos verticais;
- d = h - 7 cm;
- viga simplesmente apoiada nos pilares;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 20 cm de largura;
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.



Ex. 6.4: A estrutura indicada na figura é suportada por uma viga inferior de seção retangular. Para atender às exigências arquitetônicas, a viga deve possuir a menor altura possível. Considerando apenas o cisalhamento, determine o valor de h_{min} (múltiplo de 5 cm) bem como as armaduras transversais (cm^2/m) necessárias nos trechos I e II.

Dados:

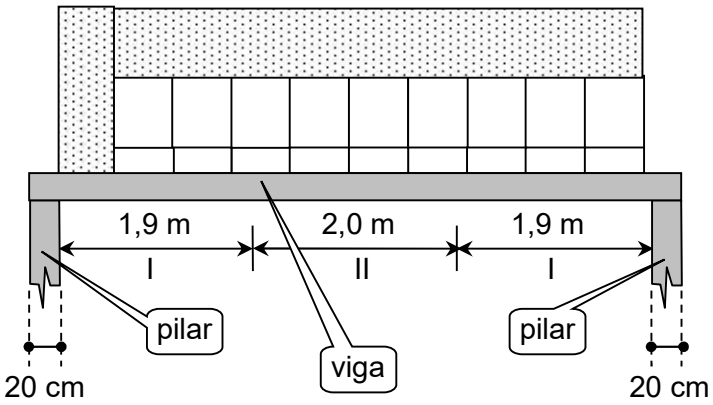
- concreto: C35; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4, γ_q = 1,4, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- modelo I, estribos verticais de dois ramos;
- h = d + 6 cm;
- b_w = 25 cm;
- carga permanente uniformemente distribuída em toda viga (6 m): g_k = 50 kN/m;
- carga acidental uniformemente distribuída em toda viga (6 m): q_k = 30 kN/m;
- viga simplesmente apoiada nos pilares;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares (6 m);
- pilares suportes da viga com 20 cm de largura (distância de 10 cm do eixo até a face do apoio);
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.

Obs:

- peso próprio da viga incluído na carga g_k.



Ex. 6.5: Determinar, para a viga abaixo representada, os valores de a, b e c de tal forma que no trecho b a armadura para resistir os esforços devidos à força cortante seja a mínima estabelecida pela NBR 6118.

Dados:

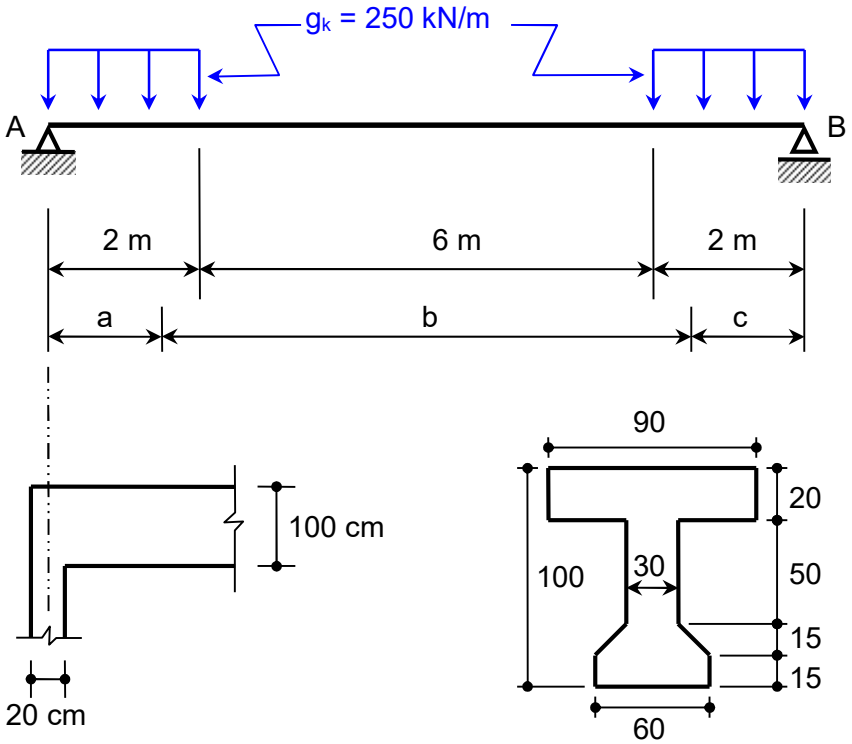
- concreto: C30; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4, γ_q = 1,4, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- modelo I, estribos verticais de dois ramos;
- altura útil (d) igual a 88% da altura total (h);
- viga simplesmente apoiada nos pilares;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 20 cm de largura (10 cm entre o eixo e a face);
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.

Obs:

- desconsiderar o peso próprio da viga;



seção transversal - cm

Ex. 6.6: Determinar, para a viga abaixo indicada, o valor máximo da carga Q_k (valor característico) que a mesma pode suportar. Verificar a possibilidade de ruptura ao cisalhamento tanto por compressão no concreto como por tração na armadura transversal (estribos).

Dados:

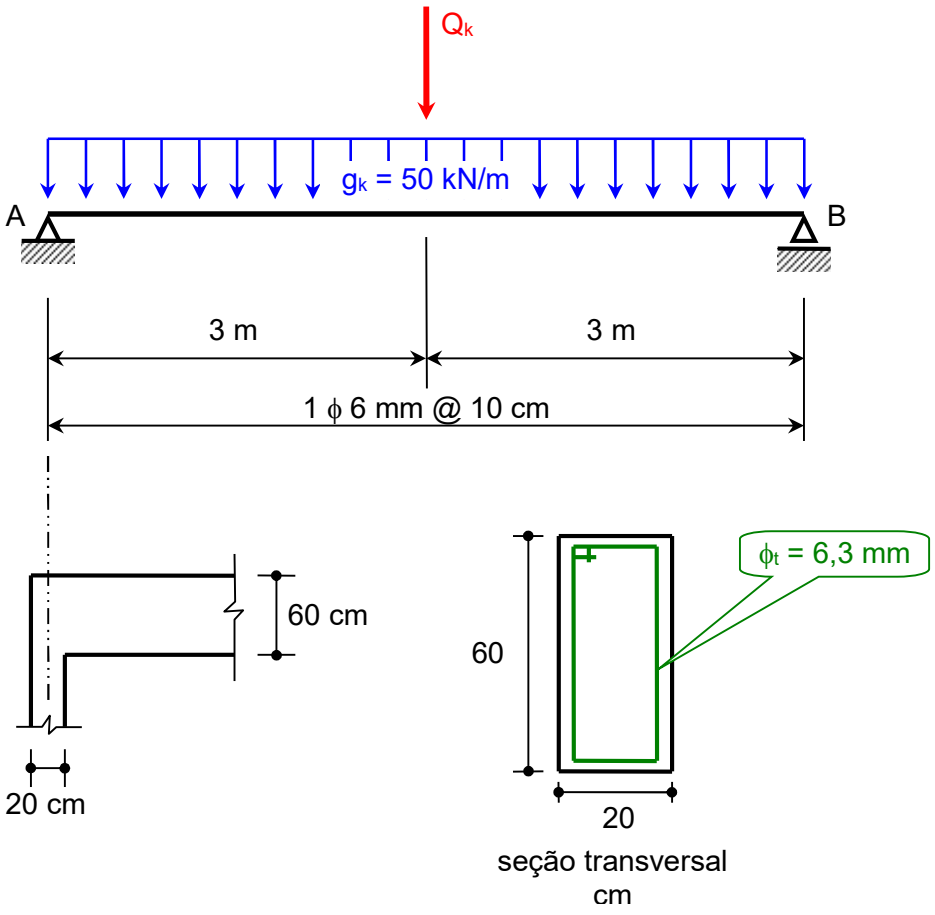
- concreto: C25; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4, γ_q = 1,4, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- modelo I, estribos verticais de dois ramos, diâmetro 6 mm, espaçados de 10 cm;
- d = h - 7 cm;
- viga simplesmente apoiada nos pilares;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 20 cm de largura (10 cm entre o eixo e a face);
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.

Obs:

- peso próprio da viga incluído na carga g_k.



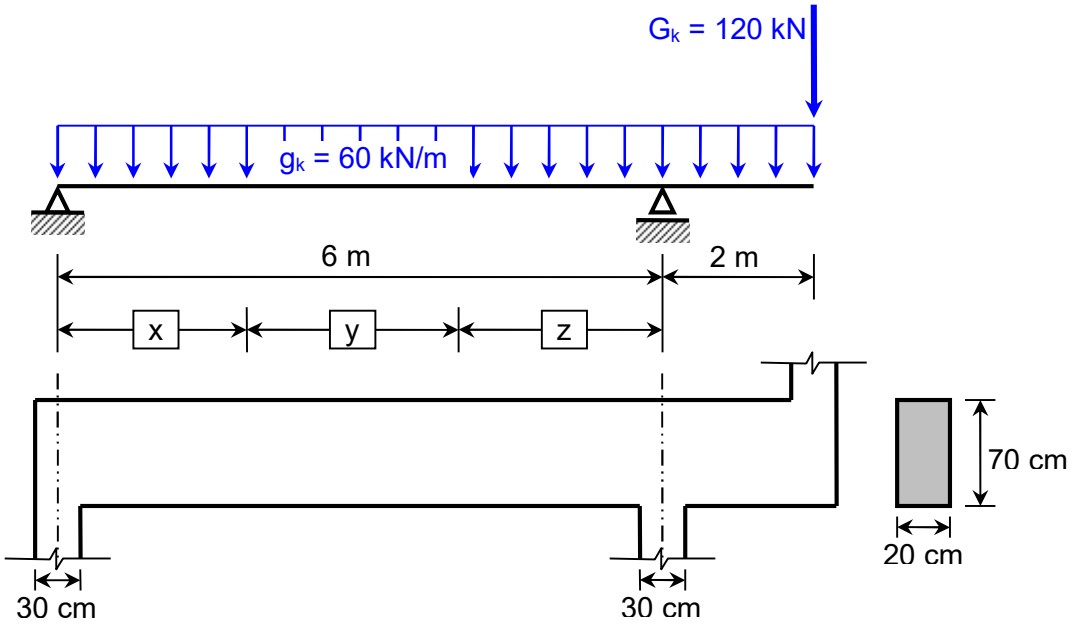
Ex. 6.7: Determinar, para a viga abaixo representada, os valores de x, y e z de tal forma que no trecho y a armadura para resistir os esforços devidos à força cortante seja a mínima estabelecida pela ABNT NBR 6118.

Dados:

- concreto: C30; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4, γ_q = 1,4, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- d = h - 8 cm;
- modelo I, estribos verticais;
- viga simplesmente apoiada nos pilares;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 30 cm de largura;
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.



Ex. 6.8: Uma viga de seção retangular com 60 cm de base e 40 cm de altura, está armada transversalmente com estribos verticais de quatro ramos, diâmetro ϕ = 7 mm. Para esta viga, pede-se:

a. a área de armadura transversal por unidade de comprimento (cm^2/m) para espaçamento de estribos igual a 12 cm; e

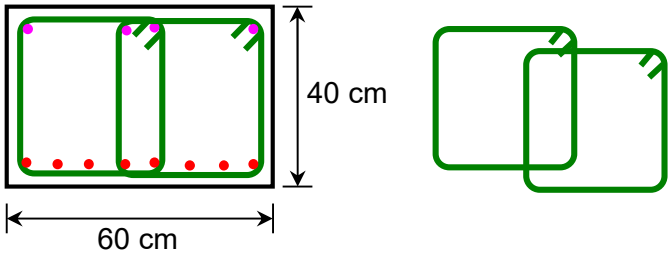
b. o máximo esforço cortante de cálculo que a seção resiste para ρ_{sw} igual a 0,2%.

Dados:

- concreto: C25; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4, γ_q = 1,4, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- modelo II, θ = 40°;
- d = h - 6 cm;
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.



Ex. 6.9: Determinar, para a viga abaixo representada:

a. a altura mínima necessária; e

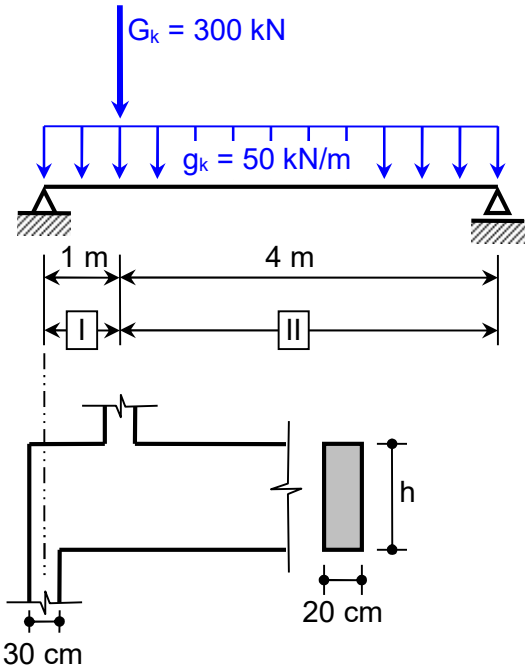
b. o diâmetro e o espaçamento dos estribos verticais necessários para os trechos I e II, considerada a altura da viga definida no item a.

Dados:

- concreto: C25; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,35, γ_q = 1,5, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- modelo I, estribos de dois ramos;
- h múltiplo de 5 cm;
- d = h - 6 cm;
- viga simplesmente apoiada nos pilares;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 30 cm de largura;
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.



Ex. 6.10: Determinar, para a viga abaixo representada, o diâmetro e os espaçamentos dos estribos verticais necessários para os trechos I, II e III. A viga deverá ter a menor altura possível (múltiplo de 5 cm) permitida pela ABNT NBR-6118.

Dados:

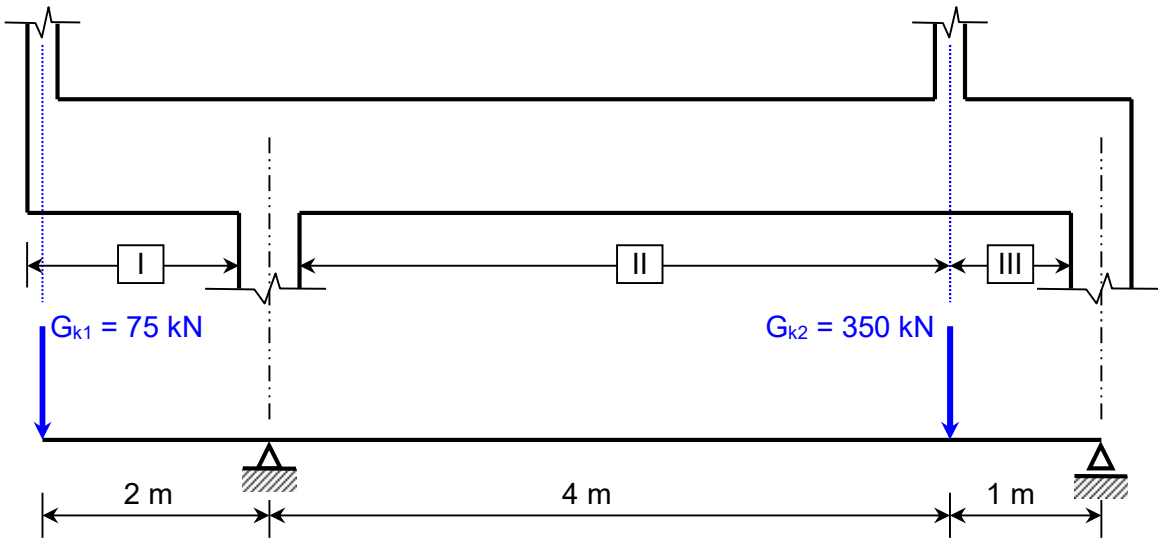
- concreto: C30; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4, γ_q = 1,4, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- modelo II, θ = 30°, estribos de dois ramos;
- b_w = 20 cm;
- d = h - 6 cm;
- viga simplesmente apoiada nos pilares;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 40 cm de largura;
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.

Obs:

- desconsiderar o peso próprio da viga.



Ex. 6.11: Considere que, para a estrutura indicada abaixo, as vigas V1 e V2, de seções retangulares 15 cm x 60 cm, podem ser calculadas, cada uma delas, de uma forma simplificada, como se fossem isoladas e bi-apoiadas. Considerando apenas os esforços de cisalhamento atuantes na estrutura, pede-se:

a. dentre as duas vigas (V1 e V2), qual é a mais crítica em termos da resistência do concreto;

b. a armadura vertical (cm^2/m) necessária para a viga V1, na região do apoio correspondente ao pilar P1 (trecho de 1 m compreendido entre o pilar P1 e a projeção vertical do pilar P3); e

c. a armadura vertical (cm^2/m) necessária para a viga V2, na região compreendida entre os pilares P1 e P3.

Dados:

- concreto: C30; e
- aço: CA-60.

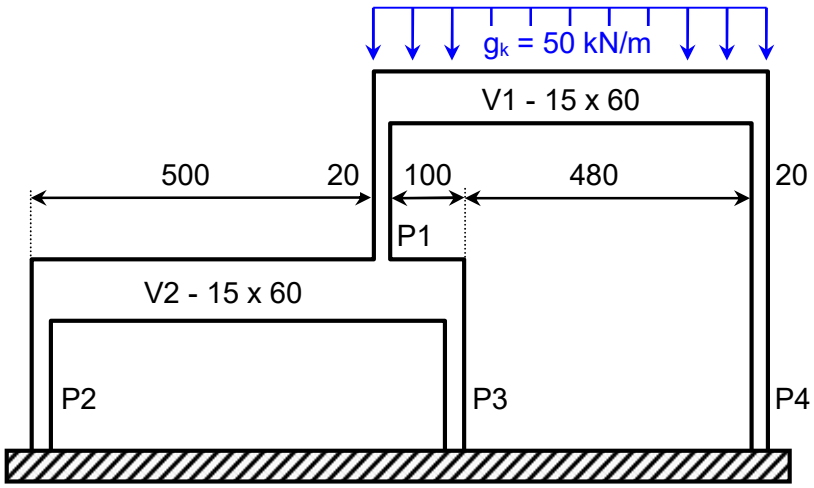
Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4, γ_q = 1,4, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- modelo I;
- d = h - 7 cm;
- viga simplesmente apoiada nos pilares;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;

- pilares com 20 cm de largura;
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.

Obs:

- desconsiderar o peso próprio das vigas e pilares.



dimensões em cm

Ex. 6.12: Determinar, para a viga abaixo representada, o diâmetro e os espaçamentos dos estribos verticais necessários para os trechos I, II e III.

Dados:

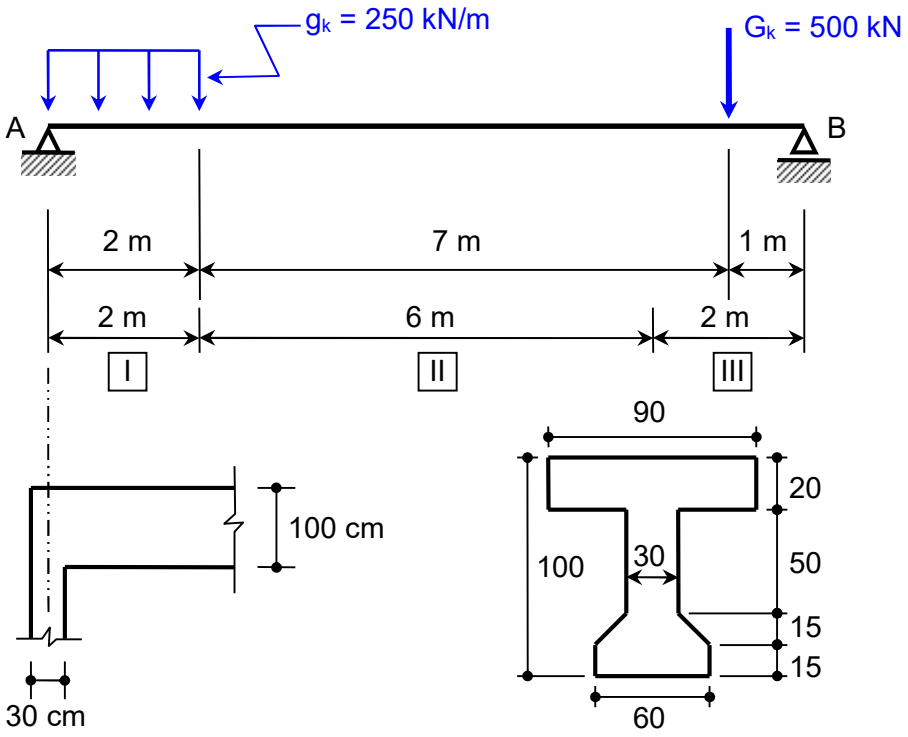
- concreto: C25; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4, γ_q = 1,4, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- modelo II, θ = 30°, estribos de dois ramos;
- d = h - 8 cm;
- viga simplesmente apoiada nos pilares;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 30 cm de largura;
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.

Obs:

- desconsiderar o peso próprio da viga.



seção transversal - cm

Ex. 6.13: Determinar, para a estrutura abaixo indicada, o máximo valor que a carga permanente uniformemente distribuída g_k pode assumir, de tal forma que a viga, de seção retangular vazada, não atinja o estado limite último relativo à força cortante. A viga terá estribos verticais de quatro ramos constituídos por barras de 10 mm espaçadas de 12 cm.

Dados:

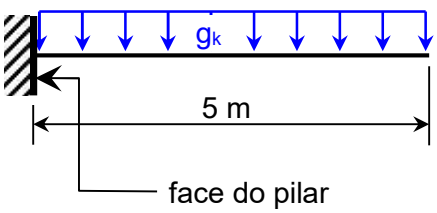
- concreto: C25; e
- aço: CA-60.

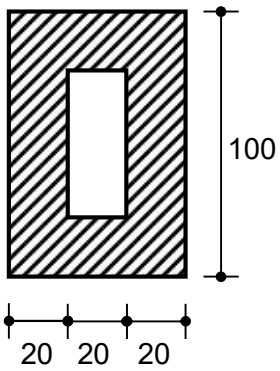
Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações especiais (γ_g = 1,3, γ_q = 1,2, γ_c = 1,2 e γ_s = 1,15);
- d = h - 10 cm;
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.

Obs:

- peso próprio da viga incluído na carga g_k; e
- verificações para o modelo I e para o modelo II, θ = 30°.





dimensões em cm

Ex. 6.14: Para a viga abaixo representada, pede-se:

a. a menor altura possível (múltiplo de 5 cm) que a mesma deva ter, de tal modo que o estado limite último por ruptura do concreto não seja alcançado; e

b. a armadura de cisalhamento (cm^2/m) necessária para o trecho I, calculada em função da altura definida no item a.

Dados:

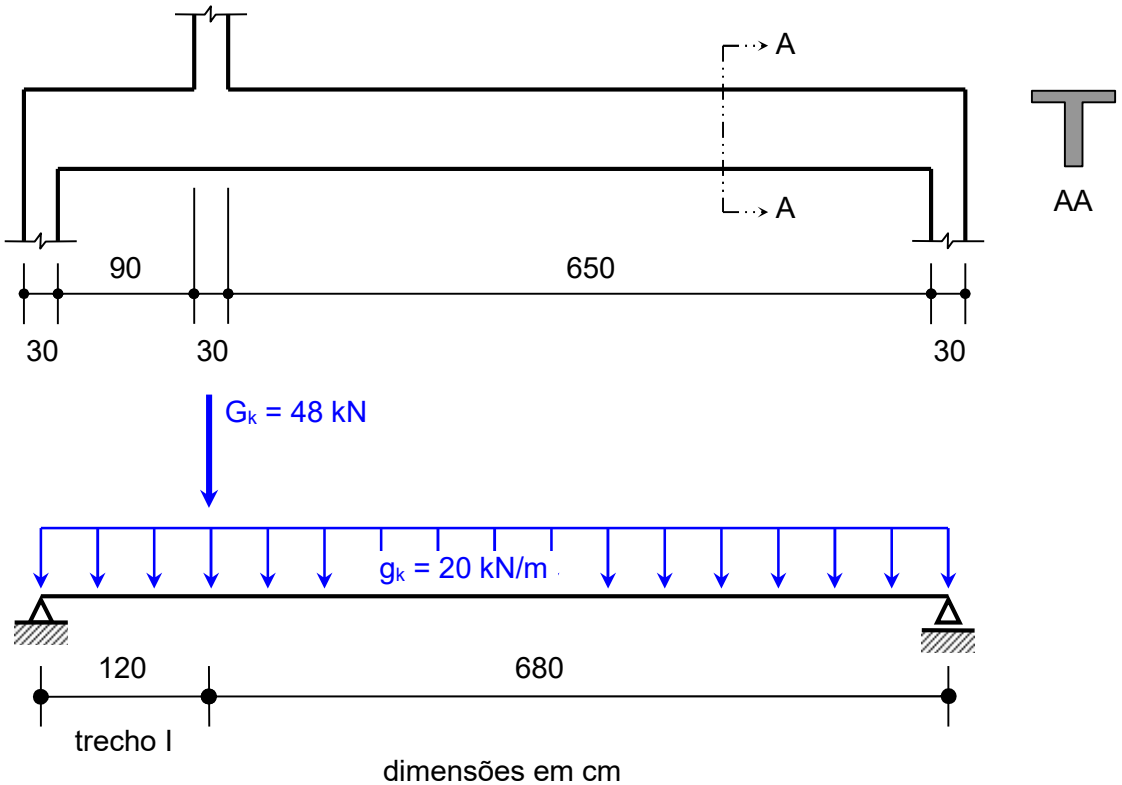
- concreto: C30; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- modelo I, estribos verticais;
- $b_w = 15$ cm;
- $b_f = 60$ cm;
- $h_f = 12$ cm;
- $d = h - 7$ cm;
- viga simplesmente apoiada nos pilares;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 30 cm de largura;
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.

Obs:

- peso próprio da viga incluído na carga g_k.



dimensões em cm

Ex. 6.15: Determinar o máximo carregamento g_k que a viga abaixo indicada pode suportar. Nos trechos laterais AB e CD os estribos são espaçados a cada 10 cm, enquanto que no trecho central BC o espaçamento é de 25 cm. Em todos os trechos da viga os estribos são verticais de dois ramos, diâmetro 8 mm.

Dados:

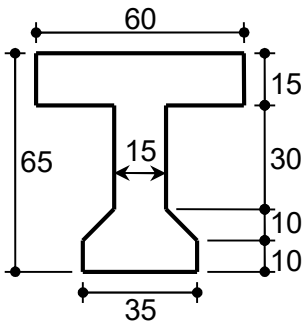
- concreto: C35; e
- aço: CA-60.

Considerar:

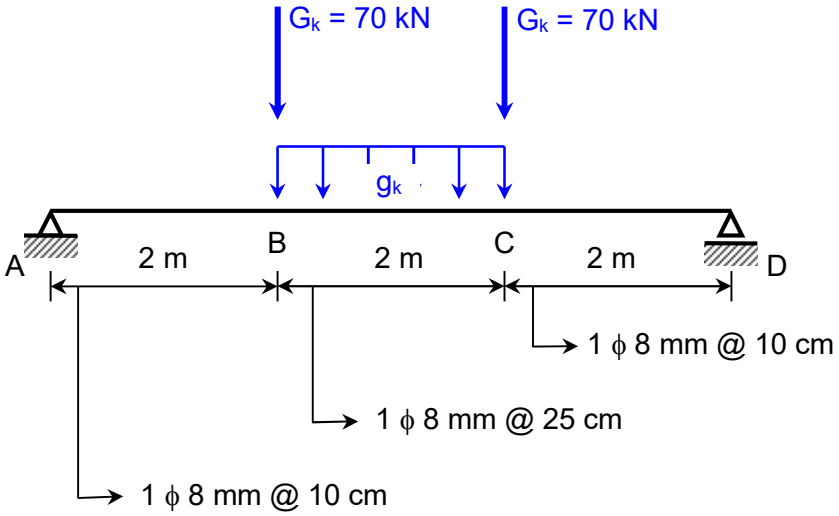
- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4, γ_q = 1,4, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- modelo I;
- d = h - 7 cm;
- viga simplesmente apoiada nos pilares;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 20 cm de largura;
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.

Obs:

- desconsiderar o peso próprio da viga.



seção transversal
cm



Ex. 6.16: Determinar a menor altura possível (múltiplo de 5 cm) para a viga abaixo representada. Com esta altura definida e considerando que no trecho central (trecho III) a armadura de cisalhamento será constituída por 1 ϕ 8 mm @ 25 cm (estribos verticais de 2 ramos), determinar:

a. as distâncias correspondentes aos trechos II, III e IV; e
b. o espaçamento necessário para estribos verticais de 2 ramos do trecho V, mantido o diâmetro de 8 mm.

Dados:

- concreto: C25; e
- aço: CA-60.

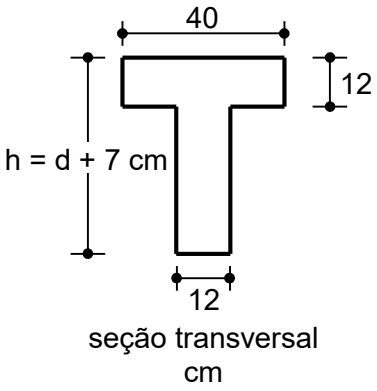
Considerar:

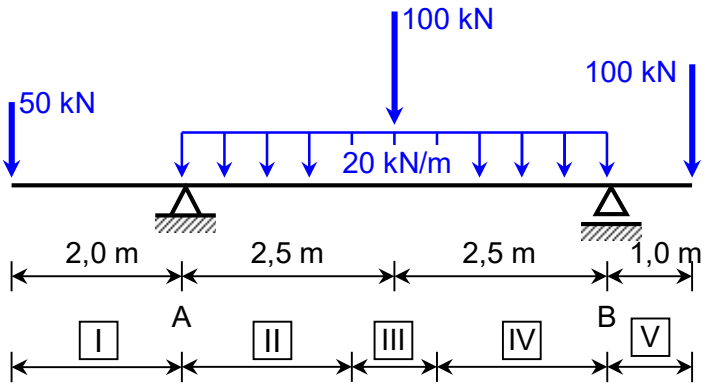
- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4, γ_q = 1,4, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- modelo II, θ = 37°;
- todas as cargas (valores característicos) atuando simultaneamente;

- viga simplesmente apoiada nos pilares;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 40 cm de largura (eixos A e B);
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.

Obs:

- desconsiderar o peso próprio da viga.





Ex. 6.17: Sobre a viga AB, abaixo representada, corre um carrinho cujo peso total corresponde a 400 kN. Desconsiderando o peso próprio desta viga e sabendo-se que o carrinho corre a partir da posição 1 (posição limite), pede-se:

a. a menor altura (h) possível para a viga (adotar valor múltiplo de 5 cm); e
b. a armadura vertical (cm^2/m) necessária para resistir aos esforços de cisalhamento na região próxima ao apoio A.

Dados:

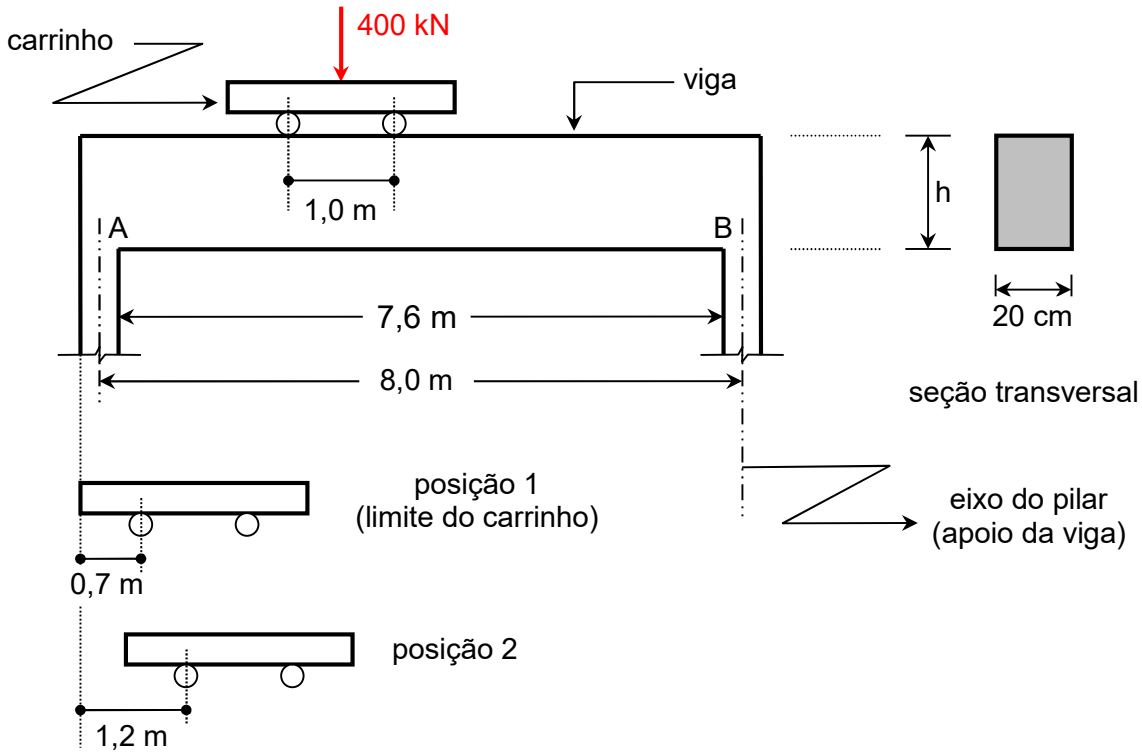
- concreto: C30; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- modelo I, estribos verticais;
- d = h - 7 cm;
- viga simplesmente apoiada em A e B;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 40 cm de largura (eixos A e B);
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.

Obs:

- para a definição da armadura de cisalhamento próxima ao apoio A, verificar apenas as posições 1 e 2. Indicar, ao final dos cálculos, qual a posição do carrinho que definiu a armadura de cisalhamento.



Ex. 6.18: Determinar a armadura de cisalhamento (cm^2/m) do trecho I (a direita do apoio do balanço) da viga abaixo representada.

Dados:

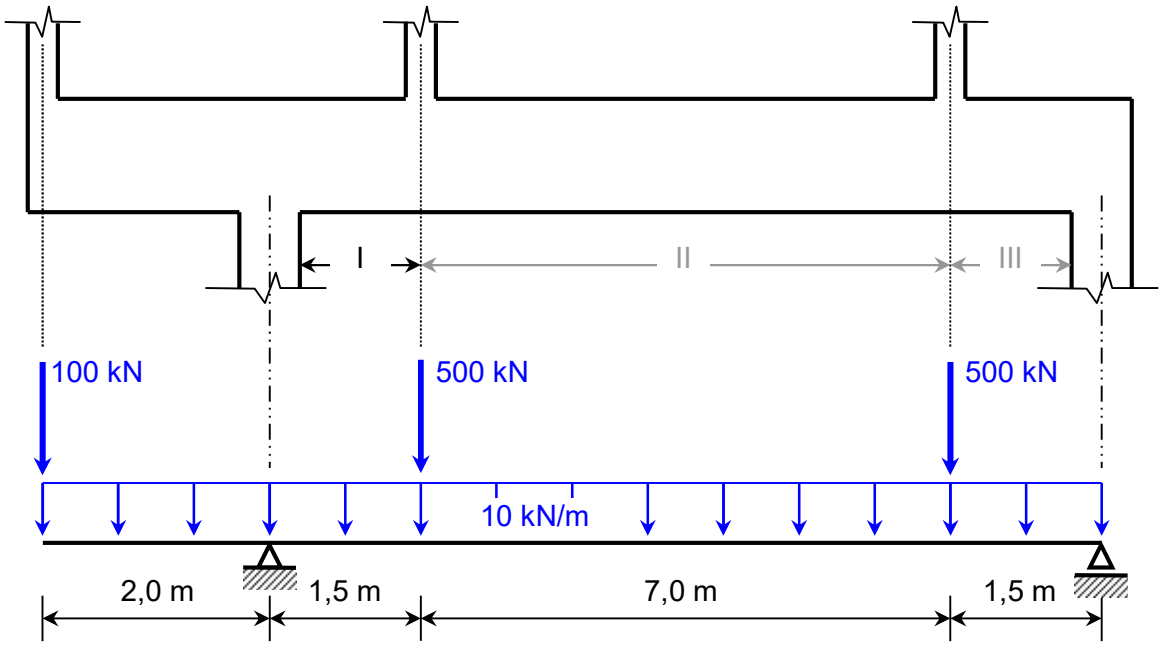
- concreto: C25; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- modelo I, estribos verticais;
- h = 100 cm;
- d = 90 cm;
- b_w = 25 cm;
- todas as cargas (valores característicos) atuando simultaneamente;
- viga simplesmente apoiada nos pilares;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 40 cm de largura;
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.

Obs:

- obrigatória a verificação da resistência do concreto aos esforços de cisalhamento.



Ex. 6.19: Determinar o máximo valor da carga G_k (valor característico) que a viga abaixo representada pode suportar. No trecho I os estribos são de 8 mm espaçados de 30 cm, ao passo que no trecho II os estribos, de mesmo diâmetro, estão posicionados a cada 10 cm.

Dados:

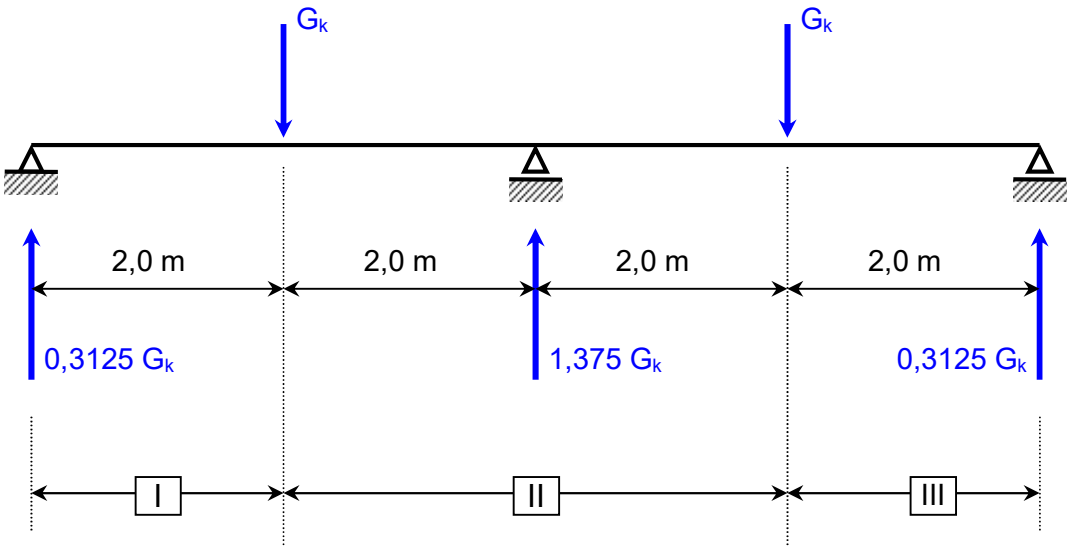
- concreto: C30; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4, γ_q = 1,4, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- modelo I, estribos verticais de 2 ramos;
- h = 60 cm;
- d = 53 cm;
- b_w = 20 cm;
- todas as cargas (valores característicos) atuando simultaneamente;
- viga simplesmente apoiada nos pilares;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 20 cm de largura;
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.

Obs:

- desconsiderar o peso próprio da viga.



Ex. 6.20: A viga da figura abaixo representada deve transferir a carga do pilar que nasce na ponta do balanço para as fundações (apoios A e B). Nestas condições, pede-se:

a. a menor altura h possível para a viga (utilizar valor múltiplo de 5 cm);

b. o diâmetro e os espaçamentos necessários para os estribos do trecho I e do trecho II, para a altura estabelecida no item a.

Dados:

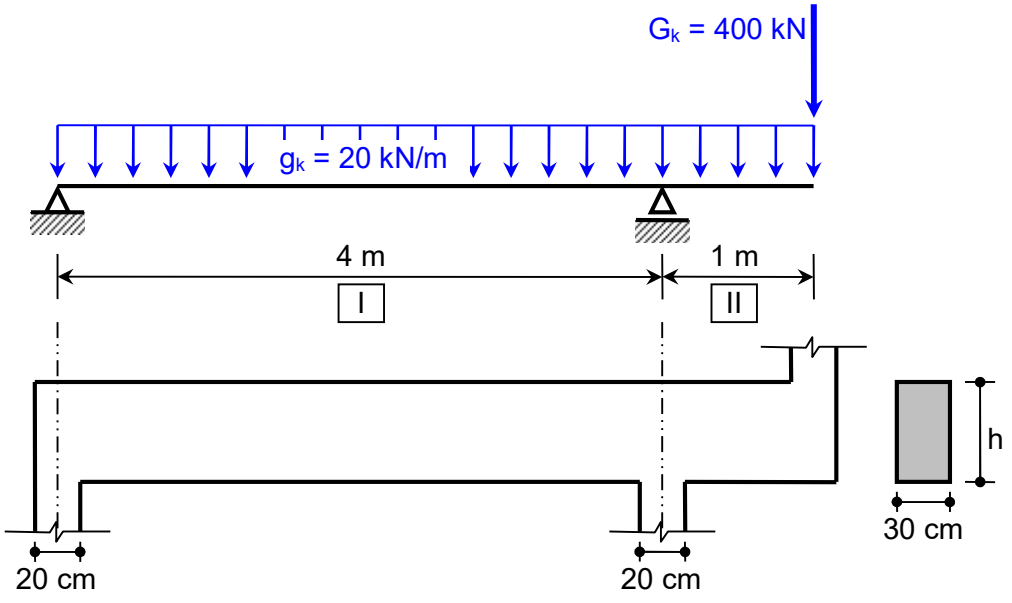
- concreto: C25; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4, γ_q = 1,4, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- modelo I, estribos verticais de 2 ramos;
- d = h - 7 cm;
- viga simplesmente apoiada nos pilares;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 20 cm de largura;
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.

Obs:

- peso próprio da viga incluído na carga g_k.



Ex. 6.21: Para a viga abaixo representada, pede-se:

a. o menor valor possível (múltiplo de 5 cm) para a base da viga;

b. a definição dos trechos I, II e III (valores de x, y e z), de tal forma que o trecho II tenha a menor taxa de armadura transversal possível, considerando o b_w estabelecido no item a; e

c. o espaçamento dos estribos no trecho I, considerando o b_w estabelecido no item a.

Dados:

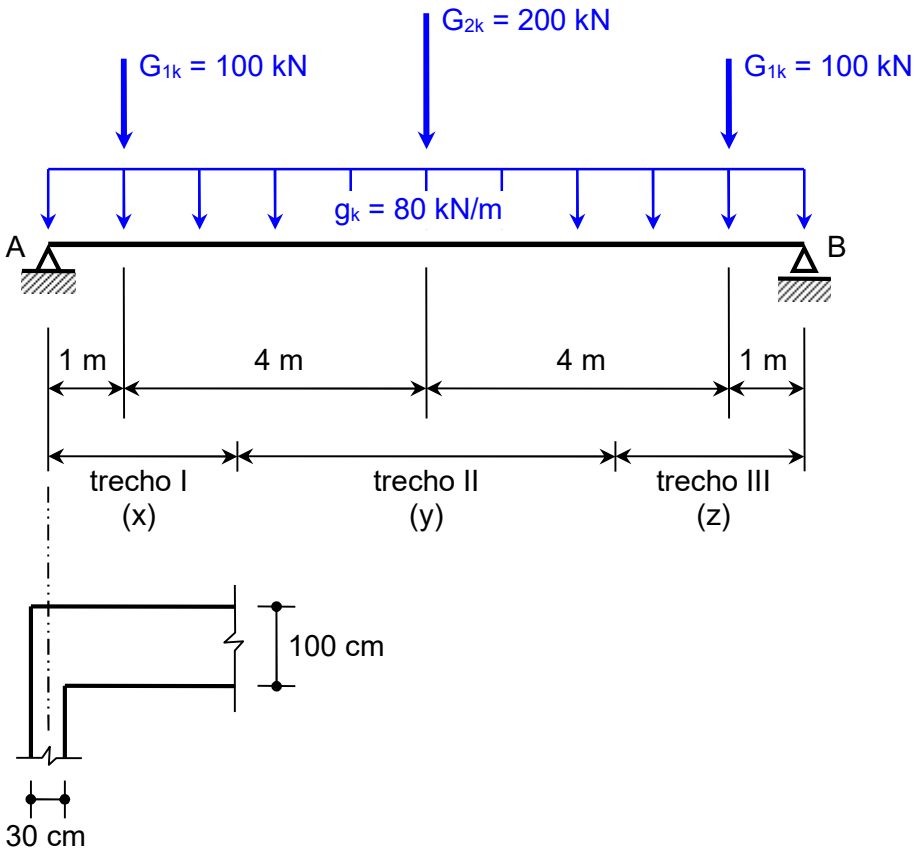
- concreto: C30; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4, γ_q = 1,4, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- modelo I, estribos verticais de 2 ramos, diâmetro 10 mm;
- h = 100 cm;
- d = h - 10 cm;
- viga simplesmente apoiada em A e B;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 30 cm de largura (eixos A e B);
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.

Obs:

- peso próprio da viga incluído na carga g_k.



Ex. 6.22: Definir, para a viga abaixo representada, o máximo carregamento permanente g_k (valor característico) possível. No trecho I os estribos são de 8 mm espaçados de 10 cm, ao passo que no trecho II os estribos, de mesmo diâmetro, estão posicionados a cada 30 cm.

Dados:

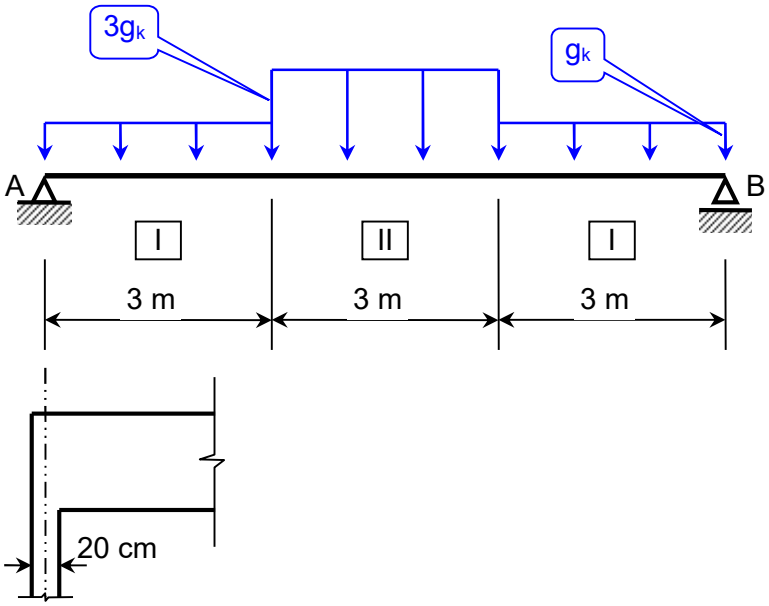
- concreto: C25; e
- aço: CA-50.

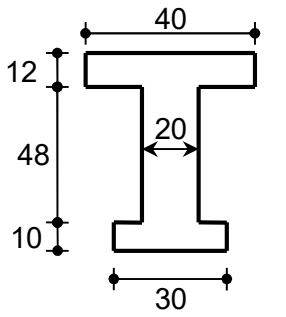
Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4, γ_q = 1,4, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- modelo II, θ = 30°, estribos verticais de 2 ramos;
- d = h - 7 cm;
- viga simplesmente apoiada em A e B;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 20 cm de largura (eixos A e B);
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.

Obs:

- peso próprio da viga incluído na carga g_k.





seção transversal
cm

Ex. 6.23: A viga ABC indicada na figura abaixo tem altura constante por trechos. No trecho AB, a altura é de 60 cm, enquanto que no trecho BC a altura é de 40 cm. Para esta viga, pede-se:

a. o máximo valor da carga concentrada G_k (valor característico) que a viga pode suportar; e
b. a armadura transversal (cm^2/m) necessária no trecho AB.

Dados:

- concreto: C25; e
- aço: CA-50.

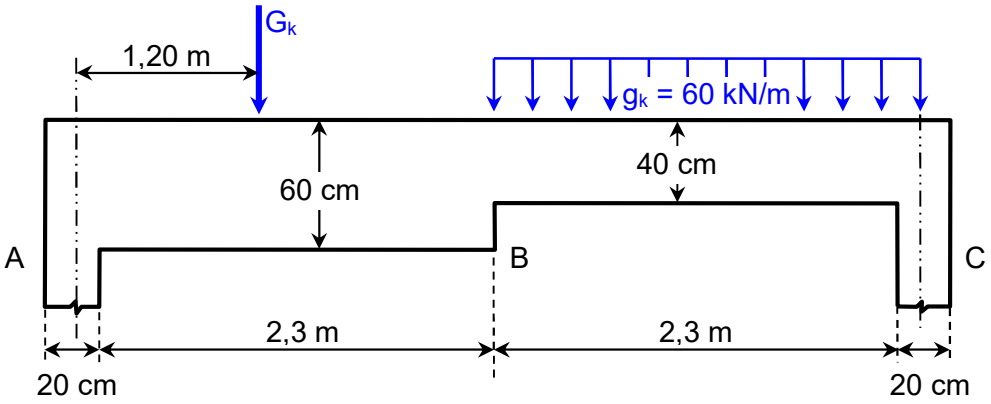
Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4, γ_q = 1,4, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- modelo I, estribos verticais de 2 ramos;
- b_w = 20 cm;
- d = h - 6 cm;

- viga simplesmente apoiada em A e C;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 20 cm de largura (eixos A e C);
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.

Obs:

- desconsiderar o peso próprio da viga.



Ex. 6.24: Determinar o espaçamento da armadura de cisalhamento do trecho II (esquerda do apoio B) da viga abaixo indicada.

Dados:

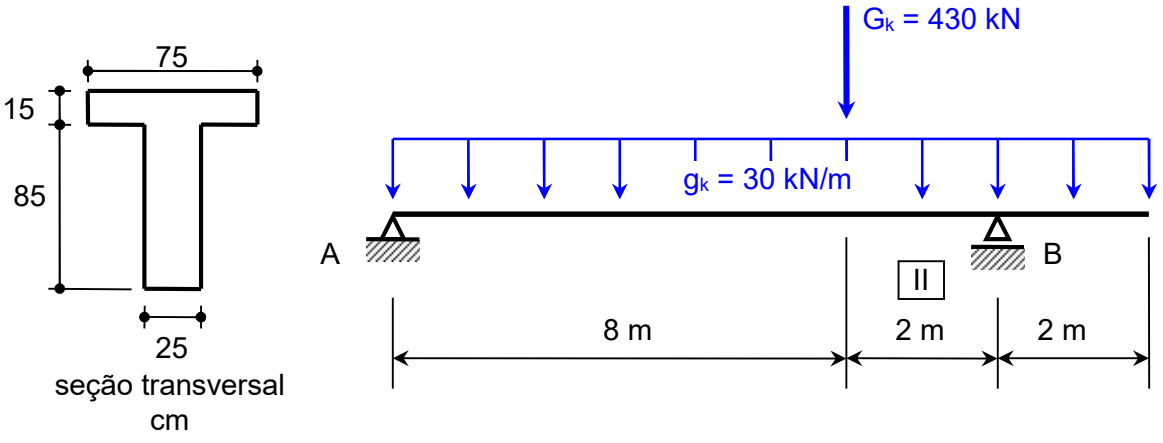
- concreto: C25; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4, γ_q = 1,4, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- modelo I, estribos verticais de 2 ramos, diâmetro 10 mm;
- d = h - 10 cm;
- viga simplesmente apoiada em A e B;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 40 cm de largura (eixos A e B);
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.

Obs:

- peso próprio da viga incluído na carga g_k.



Ex. 6.25: Determinar, para a viga abaixo representada, qual o máximo valor que a carga acidental q_k (valor característico) pode assumir. No trecho I os estribos são de 8 mm espaçados de 10 cm, ao passo que no trecho II os estribos, de mesmo diâmetro, estão posicionados a cada 25 cm.

Dados:

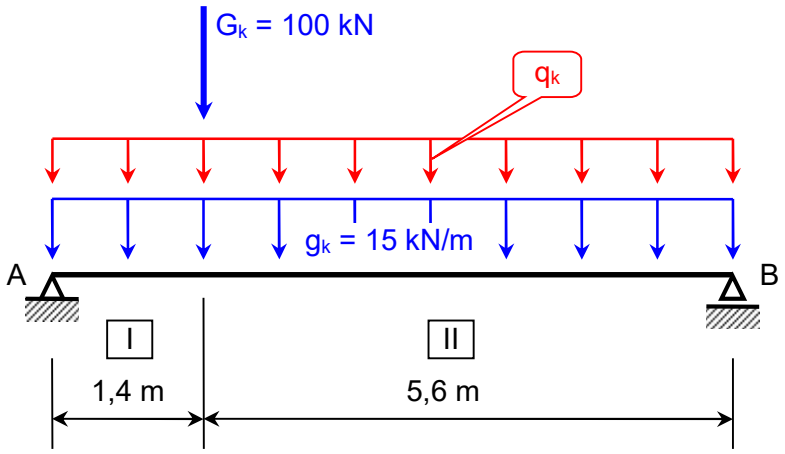
- concreto: C30; e
- aço: CA-50.

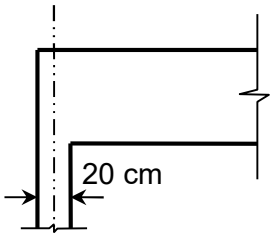
Considerar:

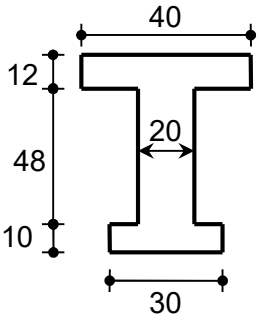
- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4, γ_q = 1,4, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- modelo I, estribos verticais de 2 ramos;
- d = h - 8 cm;
- viga simplesmente apoiada em A e B;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 20 cm de largura (eixos A e B);
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.

Obs:

- peso próprio da viga incluído na carga g_k.







seção transversal
cm

Ex. 6.26: Determinar, para a viga abaixo representada, o diâmetro e os espaçamentos necessários para a armadura de cisalhamento. Considerar os trechos em balanços mais três trechos iguais para o vão central. As reações (cargas permanentes) da laje L1 e das vigas V1 e V2 correspondem a (valores característicos):

- laje L1: 22 kN/m;
- viga V1: 120 kN; e
- viga V2: 55kN.

Dados:

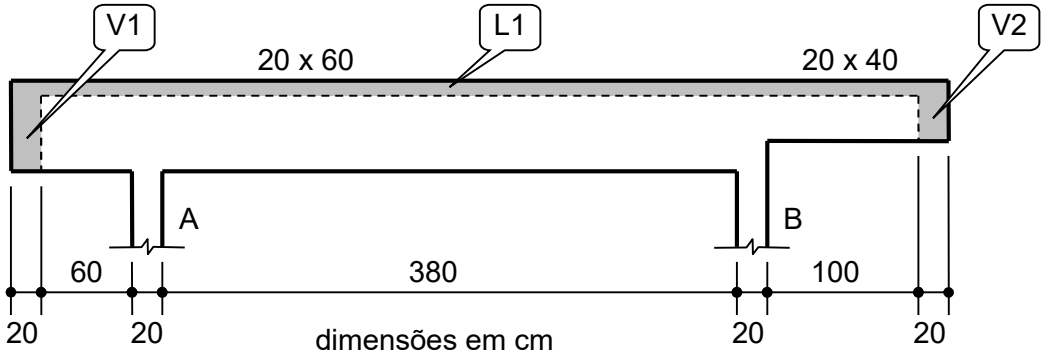
- concreto: C30; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4, γ_q = 1,4, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- modelo I, estribos verticais de 2 ramos;
- d = h - 7 cm;
- viga simplesmente apoiada em A e B;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 20 cm de largura (eixos A e B);
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.

Obs:

- avaliar o peso próprio da viga e considerar no carregamento;
- somente a reação da laje consiste em carga aplicada na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio).



Ex. 6.27: Determinar o máximo valor da carga Q_k que a viga abaixo indicada pode suportar. Nos trechos próximos aos apoios os estribos são espaçados de 10 cm, enquanto que no trecho central o espaçamento é de 25 cm. Em todos os trechos da viga os estribos são verticais de quatro ramos, diâmetro 8 mm.

Dados:

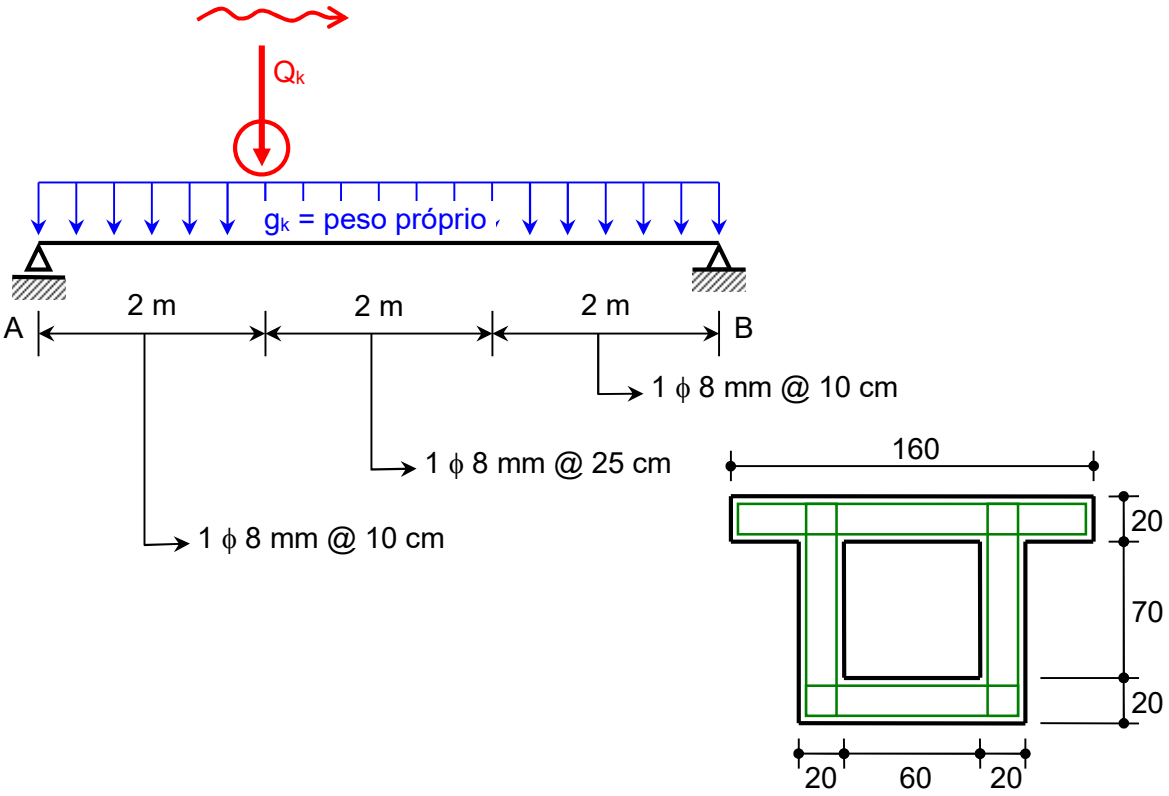
- concreto: C25; e
- aço: CA-60.

Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4, γ_q = 1,4, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- modelo I;
- d = h - 12 cm;
- viga simplesmente apoiada em pilares;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 20 cm de largura (10 cm entre o eixo e a face);
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.

Obs:

- a carga distribuída corresponde ao peso próprio da viga (peso específico igual a 25 kN/m^3).



Ex. 6.28: Determinara, para a viga abaixo representada, o máximo valor do vão ℓ.

Dados:

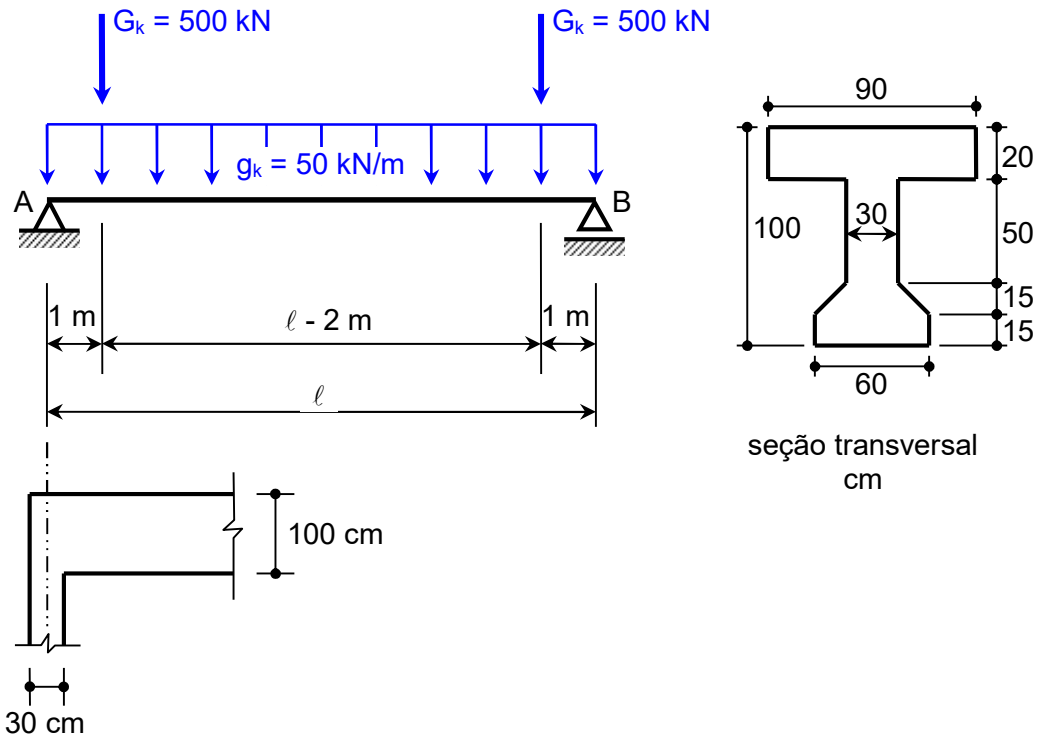
- concreto: C25; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4, γ_q = 1,4, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- modelo I;
- d = 90 cm
- viga simplesmente apoiada em A e B;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 30 cm de largura (eixos A e B);
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.

Obs:

- desconsiderar o peso próprio da viga.



Ex. 6.29: Determinara, para a viga abaixo representada:

a. o menor valor possível para o ângulo θ (múltiplo de 5º), de tal forma que a viga possa resistir os esforços devidos à força cortante; e

b. a armadura necessária (cm^2/m) nos trechos I, II e III, considerando o valor de θ estabelecido no item a.

Dados:

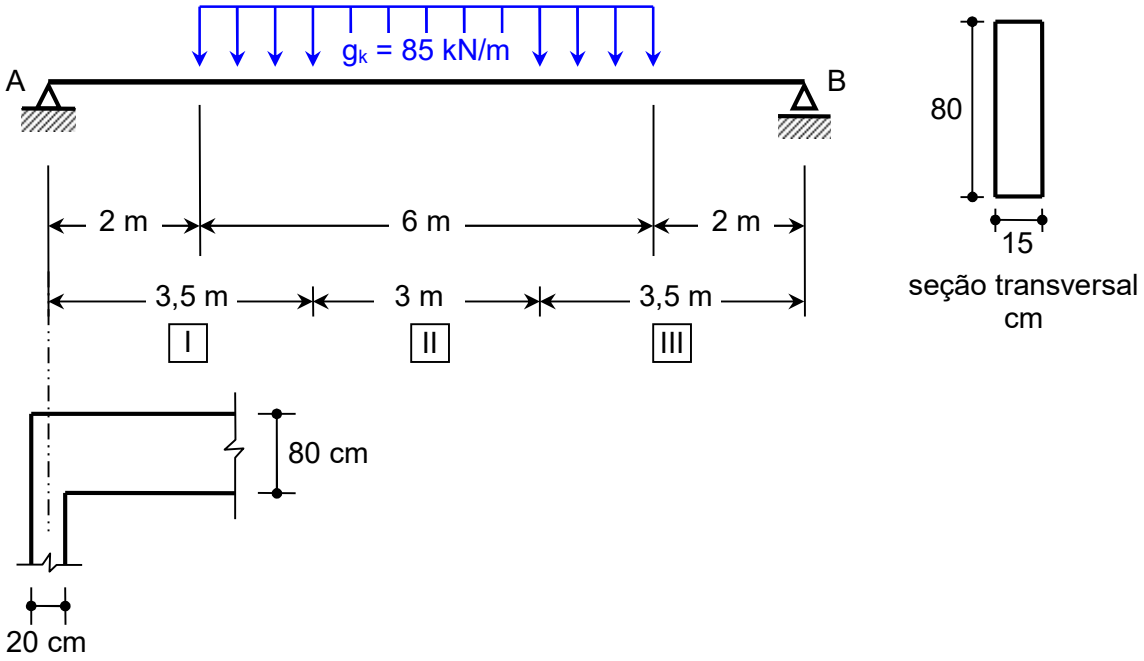
- concreto: C30; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4, γ_q = 1,4, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- modelo II, estribos verticais de 2 ramos;
- altura útil (d) igual a 88% da altura total (h);
- viga simplesmente apoiada nos pilares;
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 20 cm de largura (eixos A e B);
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.

Obs:

- desconsiderar o peso próprio da viga.



Ex. 6.30: A viga ABCD da estrutura abaixo representada receberá a carga de n pavimentos. Cada pavimento transmite uma carga $P_{d,i}$ = 400 kN (valor de cálculo) a cada uma das colunas verticais. O carregamento total que chega aos pontos B e C da viga é a soma das cargas de todos os pavimentos. Pede-se:

a. o número máximo de pavimentos (n) que a viga ABCD é capaz de suportar; e

b. a armadura transversal (cm^2/m) no trecho AB da referida viga.

Dados:

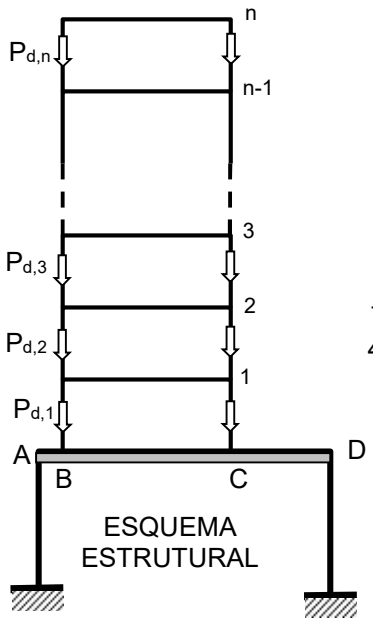
- concreto: C30; e
- aço: CA-50.

Considerar:

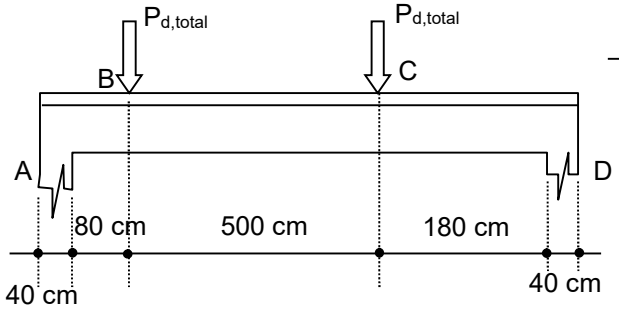
- somente solicitações tangenciais (força cortante);
- estado limite último, combinações normais (γ_g = 1,4, γ_q = 1,4, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15);
- modelo I, estribos verticais;
- altura útil (d) igual a altura total (h) menos 10 cm;
- viga simplesmente apoiada nos pilares (apoios A e D);
- vão de cálculo da viga igual à distância entre os eixos dos pilares;
- pilares suportes da viga com 40 cm de largura;
- cargas aplicadas na face superior da viga (face oposta a da reação de apoio); e
- todas as recomendações da ABNT NBR-6118, inclusive aquelas referentes à redução no cálculo da armadura de cisalhamento.

Obs:

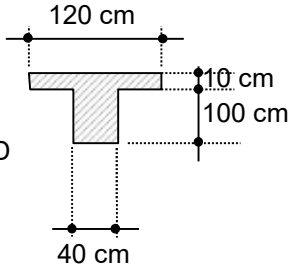
- desconsiderar o peso próprio da viga; e
- $P_{d,i}$ (valor de cálculo) leva em consideração os coeficientes de segurança relativos às combinações de ações (carga permanente e carga acidental).



Viga - ABCD



$P_{d,total} = \sum P_{d,i}$



seção
transversal