

7 ADERÊNCIA ENTRE O CONCRETO E O AÇO

7.1 TIPOS DE ADERÊNCIA

A aderência entre o concreto e o aço pode ser obtida:

- por adesão (Figura 7.1a);
- por atrito (Figura 7.1b);
- mecanicamente (Figura 7.1c)

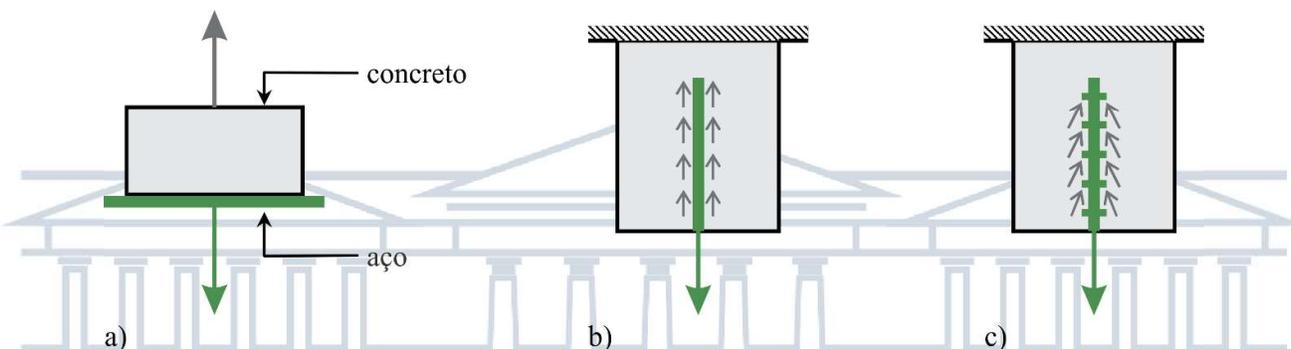


Figura 7.1 - Tipos de aderência.

A aderência mecânica, conseguida através de mossas ou saliências, é a mais eficiente de todas.

A caracterização da superfície de aderência das barras de aços destinados a armaduras para concreto armado é feita pelo coeficiente de conformação superficial η , através ensaio estabelecido na ABNT NBR 7477. Os valores mínimos para este coeficiente, apresentados na ABNT NBR 7480 são estabelecidos em função da categoria do aço. Para a ABNT NBR 6118, a conformação superficial é medida pelo coeficiente η_1 . Os valores para este coeficiente são estabelecidos em função do tipo de superfície lateral das barras. As relações entre os coeficientes η e η_1 , apresentadas pela ABNT NBR 6118, item 8.3.2, são mostradas na Tabela 7.1¹.

Superfície	η_1	η
Lisa (CA-25)	1,00	$\geq 1,0$
Entalhada (CA-60)	1,40	$\geq 1,5$
Nervurada (CA-50)	2,25	$\geq 1,5$

Tabela 7.1 - Relação entre η e η_1 .

7.2 ANCORAGEM DE BARRAS TRACIONADAS

Seja a Figura 7.2 onde é mostrada a transferência da força normal R_s atuante na barra de aço para o bloco de concreto. Esta transferência de força é possível devido ao desenvolvimento de tensões tangenciais de aderência $\tau_{b,x}$ entre a armadura e o concreto.

¹ A ABNT NBR 6118, item 8.3.2, define o coeficiente de conformação superficial da ABNT NBR 7480 como sendo η_b . As barras nervuradas são, também, referidas como de alta aderência.

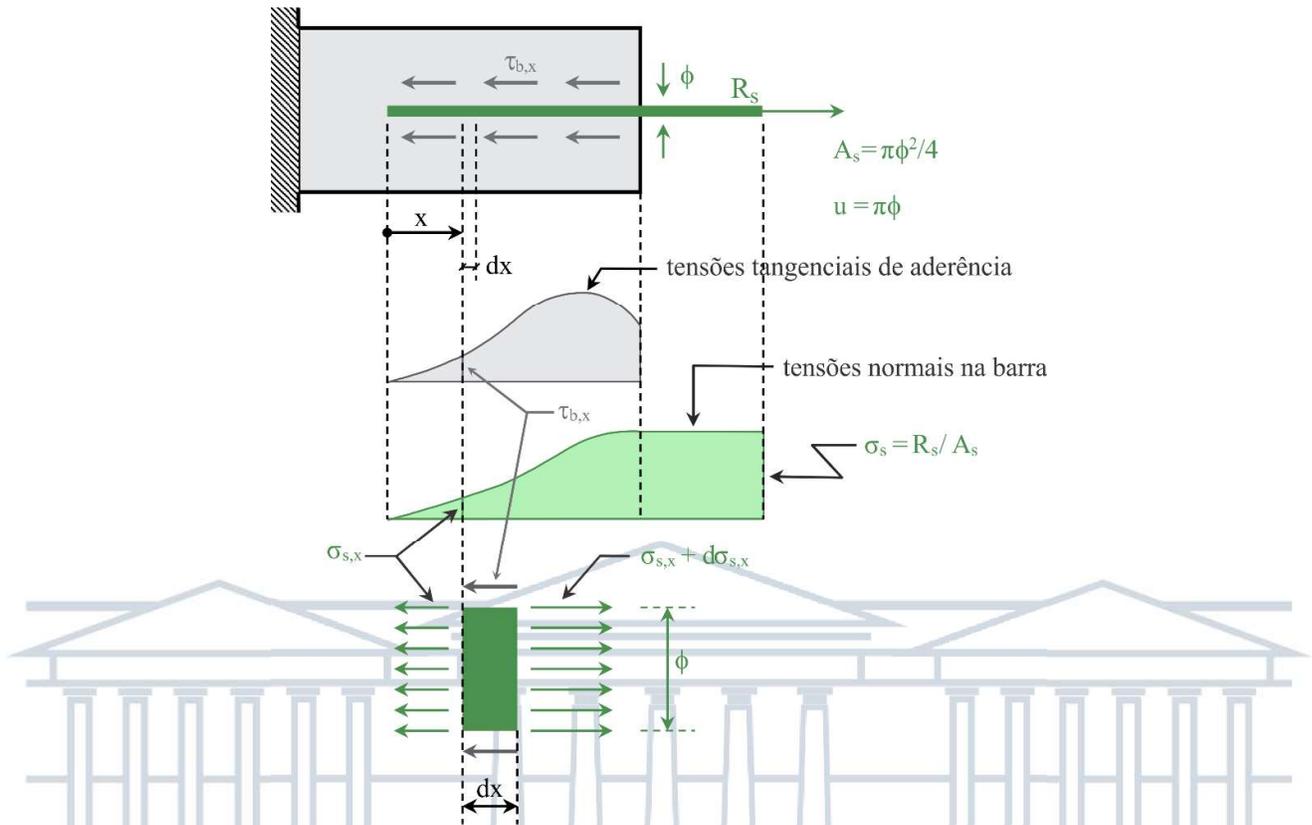


Figura 7.2 - Transferência de força normal.

Fazendo o equilíbrio de forças atuantes no seguimento de barra dx , tem-se:

$$A_s \sigma_{s,x} + u \, dx \, \tau_{b,x} = A_s (\sigma_{s,x} + d\sigma_{s,x})$$

$$u \, dx \, \tau_{b,x} = A_s \, d\sigma_{s,x}$$

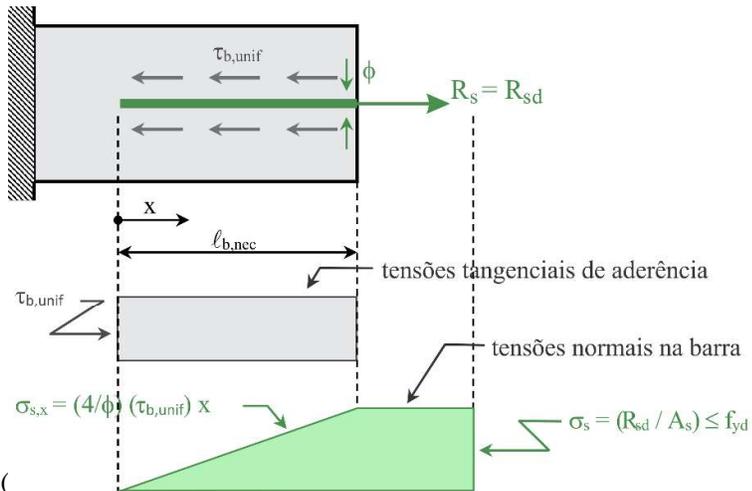
$$\pi \phi \, dx \, \tau_{b,x} = \frac{\pi \phi^2}{4} \, d\tau_{b,x}$$

$$\tau_{b,x} = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{d\sigma_{s,x}}{dx}$$

$$\frac{d\sigma_{s,x}}{dx} = \frac{4}{\phi} \cdot \tau_{b,x}$$

Equação 7.1

A solução da Equação 7.1 só é possível se for conhecida a variação de $\tau_{b,x}$ ao longo de x . A solução simplificada (usada em projeto com a introdução de coeficientes de segurança adequados) consiste em adotar para $\tau_{b,x}$ um valor constante, admitindo as tensões de aderência uniformemente distribuídas ao longo do trecho da barra



situado dentro do bloco de concreto (

Figura 7.3). Nestas condições tem-se:

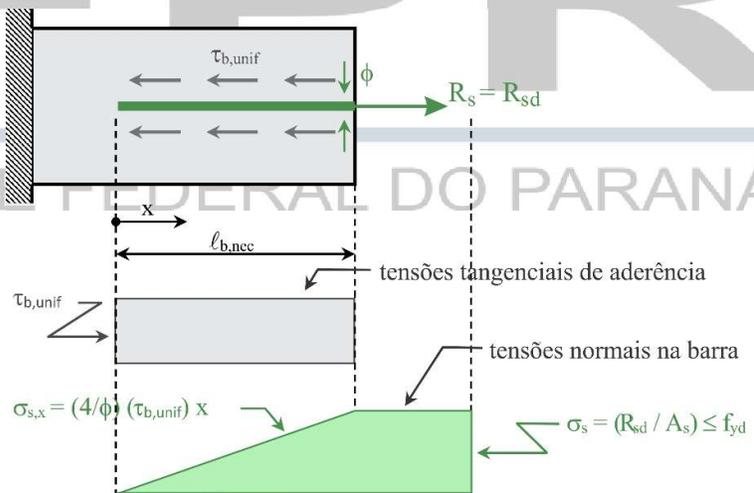
$$\frac{d\sigma_{s,x}}{dx} = \frac{4}{\phi} \cdot \tau_{b,unif}$$

$$d\sigma_{s,x} = \left(\frac{4}{\phi} \cdot \tau_{b,unif} \right) dx$$

$$\int d\sigma_{s,x} = \left(\frac{4}{\phi} \cdot \tau_{b,unif} \right) \int dx$$

$$\sigma_{s,x} = \left(\frac{4}{\phi} \cdot \tau_{b,unif} \right) x$$

Equação 7.2



A Equação 7.2 corresponde a uma reta e a

Figura 7.3 mostra o esquema simplificado de transferência de força atuante na barra para o bloco de concreto ($\tau_{b,unif}$ é constante e $\sigma_{s,x}$ varia linearmente). Em se tratando de valores de projeto (valores de cálculo), o valor da tensão normal σ_s deve ficar limita a f_{yd} e a força R_s assume o valor de cálculo R_{sd} .

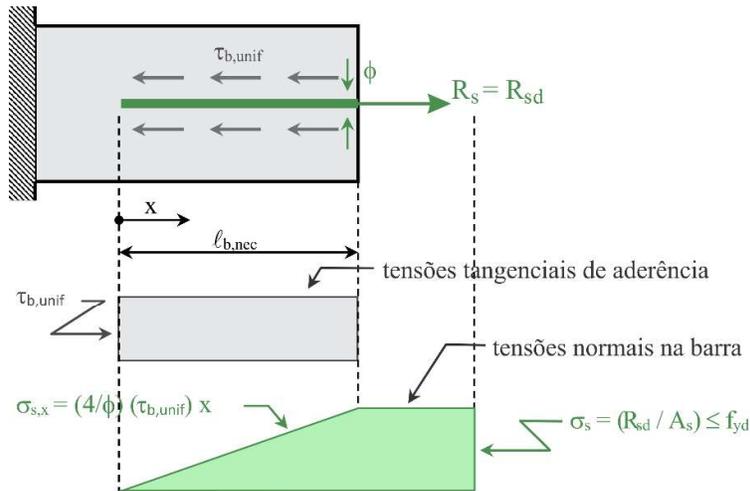
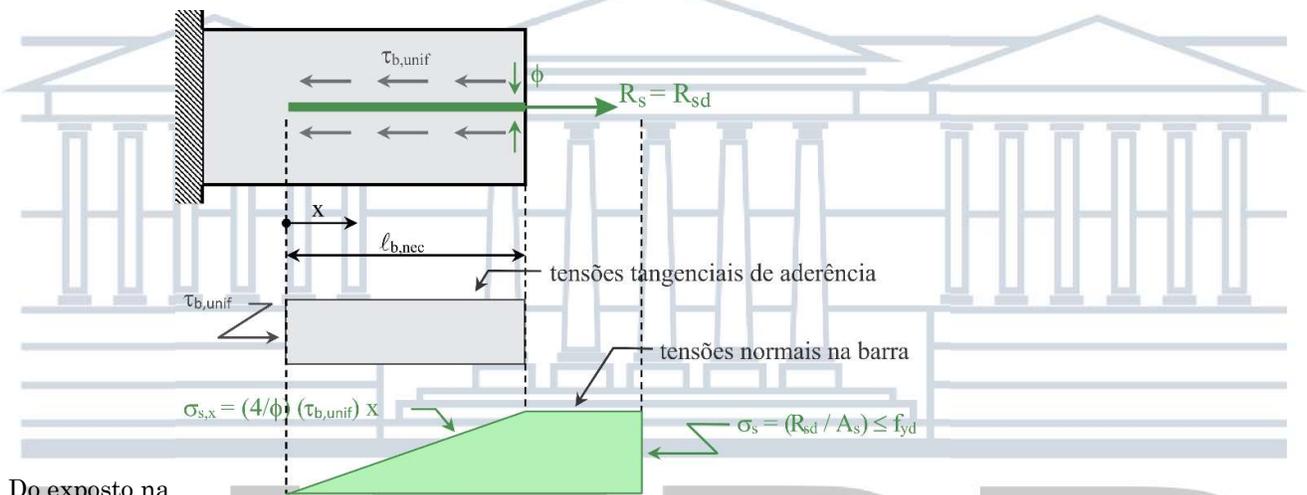


Figura 7.3 - Comprimento de ancoragem - valores de projeto.



Do exposto na

Figura 7.3, torna-se possível determinar o comprimento de ancoragem necessário $l_{b,nec}$ para tornar nula, no final da barra, a tensão normal nela atuante, ou seja, o comprimento de ancoragem necessário para que a força atuante na barra possa ser transferida para o concreto. Do diagrama de tensões normais mostrado na

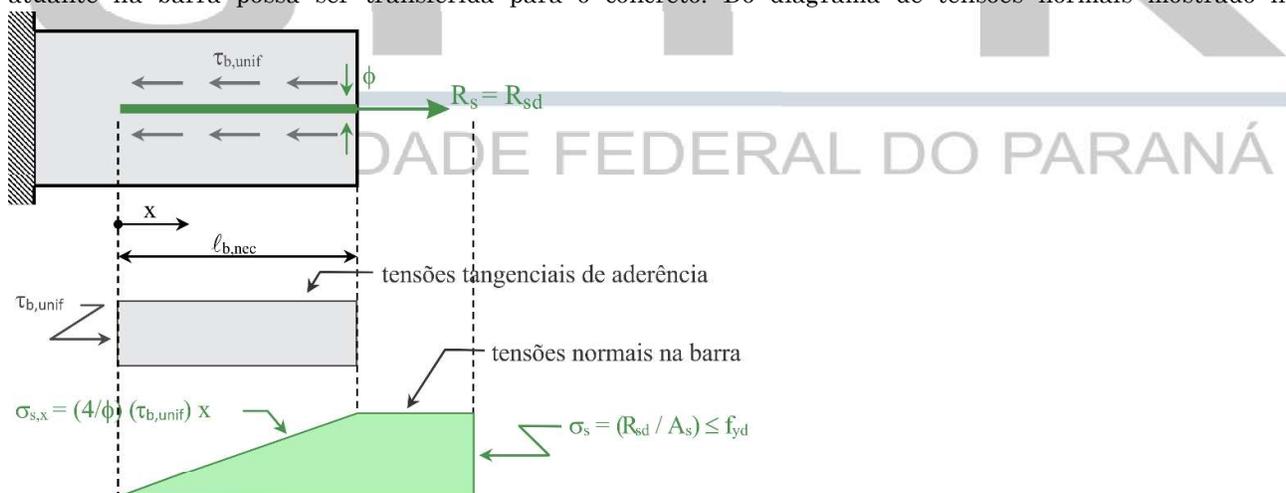


Figura 7.3 pode-se estabelecer:

$$x = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_{s,x} = 0$$

$$x = l_{b,nec} \quad \Rightarrow \quad \sigma_{s,x} = \sigma_s = \frac{R_{sd}}{A_s}$$

Introduzindo os valores de $\ell_{b,nec}$ e σ_s na Equação 7.2, tem-se:

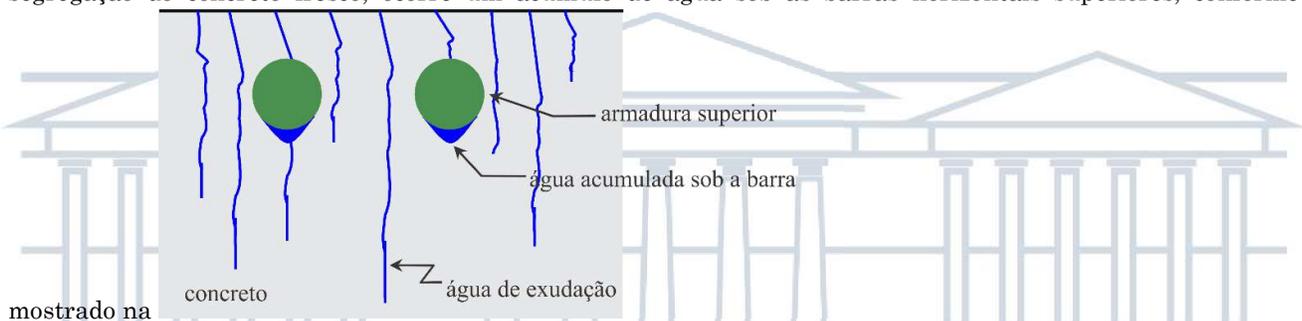
$$\sigma_s = \left(\frac{4}{\phi} \cdot \tau_{b,unif} \right) \ell_{b,nec}$$

$$\ell_{b,nec} = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{\sigma_s}{\tau_{b,unif}}$$

Equação 7.3

7.3 INFLUÊNCIA DA POSIÇÃO DA BARRA

A qualidade da aderência varia em função da posição da barra. Barras horizontais situadas na parte superior de uma viga ou de uma laje têm qualidade de aderência inferior àquelas colocadas na parte inferior. Devido à segregação do concreto fresco, ocorre um acúmulo de água sob as barras horizontais superiores, conforme



mostrado na Figura 7.4. Posteriormente, sendo esta água absorvida pelo concreto, vazios serão formados na parte inferior das barras superiores diminuindo, conseqüentemente, a qualidade da aderência. A sedimentação do cimento que ocorre antes do início da pega e a exudação do excesso de água de amassamento também contribuem para a pior qualidade de aderência do concreto situado na parte superior de uma viga ou laje (

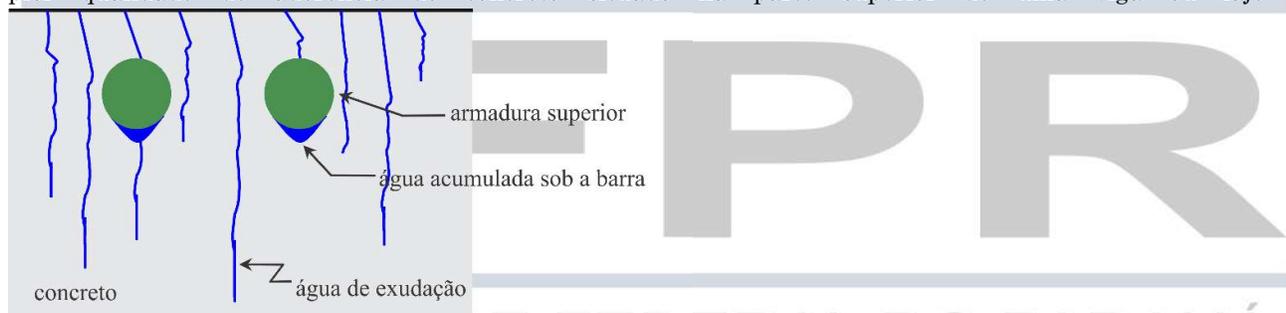


Figura 7.4).

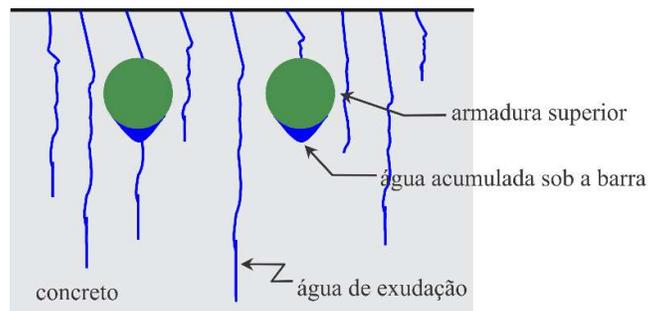
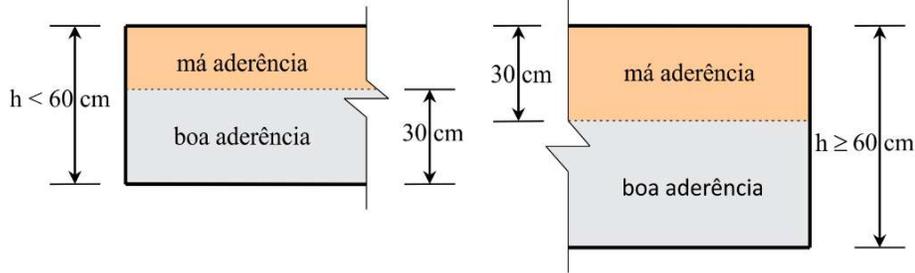


Figura 7.4 - Qualidade da aderência - armadura horizontal superior.

A ABNT NBR 6118, item 9.3.1, considera os trechos de barras em boa situação de aderência quando estiverem em uma das posições seguintes:

- a) com inclinação maior que 45° sobre a horizontal;
 b) horizontais ou com inclinação menor que 45° sobre a horizontal, desde que (



c) Figura 7.5):

- para elementos estruturais com $h < 60$ cm, localizados no máximo 30 cm acima da face inferior do elemento ou da junta de concretagem mais próxima;
- para elementos estruturais com $h \geq 60$ cm, localizados no mínimo 30 cm abaixo da face superior do elemento ou da junta de concretagem mais próxima.

Os trechos das barras em outras posições e quando do uso de formas deslizantes devem ser considerados em má situação quanto à aderência.

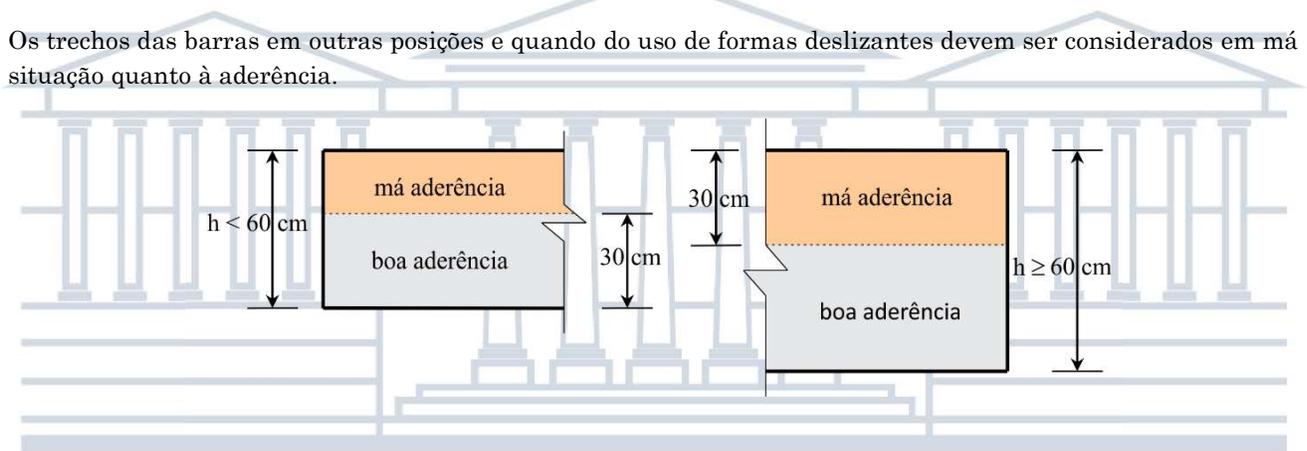


Figura 7.5 - Situações de boa e má aderência para armaduras horizontais.

Em termos gerais pode-se dizer que as armaduras negativas (armaduras horizontais superiores) de vigas e lajes com altura superior a 30 cm estão em situações de má aderência. As armaduras positivas de lajes e vigas (armaduras horizontais inferiores), bem como as armaduras de pilares (armaduras verticais), de modo geral, estão em situação de boa aderência.

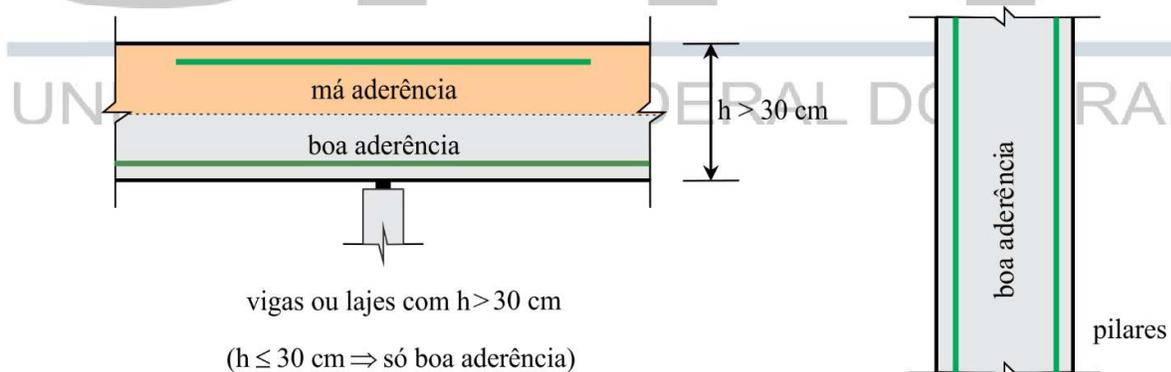


Figura 7.6 - Armaduras em situações de boa e má aderência.

7.4 RESISTÊNCIA DE ADERÊNCIA DE CÁLCULO

A ABNT NBR 6118, item 9.3.2.1, estabelece que a resistência de aderência de cálculo entre armadura e concreto na ancoragem de armaduras passivas deve ser obtida pela seguinte expressão:

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 f_{ctd}$$

Equação 7.4

sendo:

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c}$$

$$\eta_1 = \begin{cases} 1,00 & \langle \text{barras lisas} \rangle \\ 1,40 & \langle \text{barras entalhadas} \rangle \\ 2,25 & \langle \text{barras nervuradas ou alta aderência} \rangle \end{cases}$$

$$\eta_2 = \begin{cases} 1,00 & \langle \text{situações de boa aderência} \rangle \\ 0,70 & \langle \text{situações de má aderência} \rangle \end{cases}$$

$$\eta_3 = \begin{cases} 1,00 & \langle \phi \leq 32 \text{ mm} \rangle \\ 0,92 & \langle \phi = 40 \text{ mm} \rangle \end{cases}$$

Na falta de ensaios para a determinação mais precisa do valor da resistência à tração do concreto característica, é permitido pela ABNT NBR 6118, item 8.2.5, o uso das seguintes expressões:

$$f_{ct,m} = 0,3 \sqrt[3]{f_{ck}^2}$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ct,m} \quad \langle \text{valores em MPa} \rangle$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 f_{ct,m}$$

Equação 7.5

Se $f_{ckj} \geq 7 \text{ MPa}$, as expressões da Equação 7.5 podem também ser usadas para idades diferentes de 28 dias.

Combinando a Equação 7.54 e Equação 7.5, tem-se:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ct,m} = 0,7 \times (0,3 \sqrt[3]{f_{ck}^2}) = 0,21 \sqrt[3]{f_{ck}^2}$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \frac{0,21 \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c}$$

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 f_{ctd} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \left(\frac{0,21 \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c} \right)$$

$$f_{bd} = \left(\frac{0,21 \eta_1 \eta_2 \eta_3}{\gamma_c} \right) \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad \langle f_{ck} \text{ em MPa} \rangle$$

Equação 7.6

Os valores de γ_c estão mostrados na Tabela [3.7] e para o ELU valem:

$$\gamma_c = \begin{cases} 1,40 & \langle \text{combinações normais} \rangle \\ 1,20 & \langle \text{combinações especiais ou de construção} \rangle \\ 1,20 & \langle \text{combinações excepcionais} \rangle \end{cases}$$

EXEMPLO 7.1

Determinar o valor de f_{bd} para a região superior de uma viga de concreto armado que terá 70 cm da altura.

Considerar:

- concreto: C25;
- barra nervurada: ϕ 40 mm;
- combinação normal de carregamento - ELU.

Solução: O valor de f_{bd} é determinado pela Equação 7.6. Para η_1 deverá ser usado o valor 2,25 que corresponde a barra nervurada; para η_2 deverá ser usado o valor 0,7 que corresponde a situação de má aderência, região superior de viga de 70 cm (ver

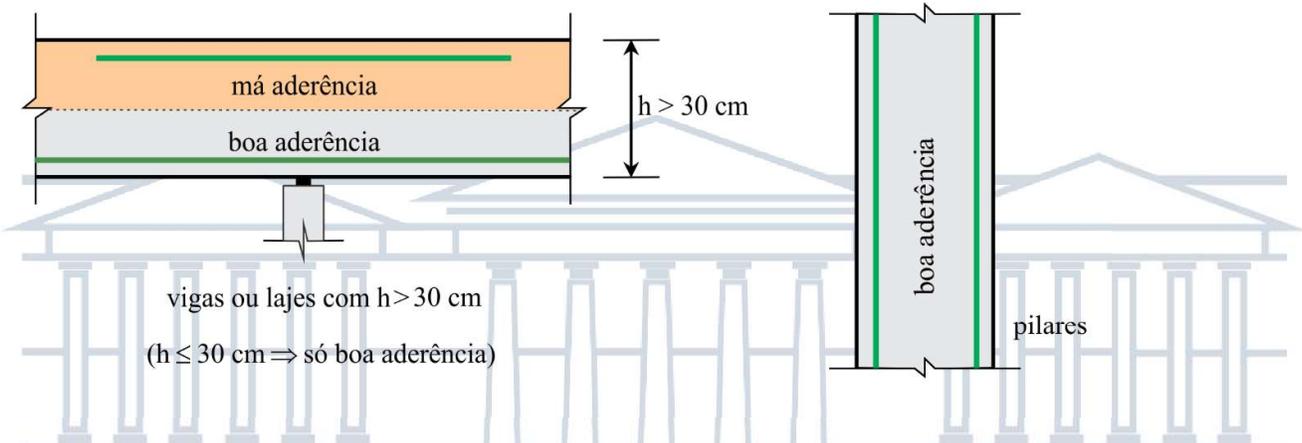


Figura 7.6); para η_3 deverá ser usado o valor 0,92 que corresponde a barra de diâmetro 40 mm; e para γ_c deverá ser usado o valor 1,4 que corresponde a combinação de normal de carregamento - ELU.

a) Dados:

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa} \quad \langle \text{C25} \rangle$$

$$\eta_1 = 2,25 \quad \langle \text{barranervurada} \rangle$$

$$\eta_2 = 0,70 \quad \langle \text{situação de má aderência} \rangle$$

$$\eta_3 = 0,92 \quad \langle \phi = 40 \text{ mm} \rangle$$

$$\gamma_c = 1,40 \quad \langle \text{ELU - combinação normal} \rangle$$

b) f_{bd} :

$$f_{bd} = \left(\frac{0,21 \eta_1 \eta_2 \eta_3}{\gamma_c} \right) \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad \langle f_{ck} \text{ em MPa} \rangle$$

$$f_{bd} = \left(\frac{0,21 \times 2,25 \times 0,7 \times 0,92}{1,4} \right) \sqrt[3]{25^2} = 1,86 \text{ MPa}$$

$$f_{bd} = 1,86 \text{ MPa} \quad \blacktriangleleft$$

Os valores de f_{bd} para situações de boa aderência e barras com diâmetro igual ou menor que 32 mm estão mostrados na Tabela 7.2.

f_{bd}		
$\phi \leq 32 \text{ mm}$	(boa aderência)	$\gamma_c = 1,40$
concreto	barras	

	lisas	entalhadas	nervuradas
C20	1,11 MPa	1,55 MPa	2,49 MPa
C25	1,28 MPa	1,80 MPa	2,89 MPa
C30	1,45 MPa	2,03 MPa	3,26 MPa
C35	1,60 MPa	2,25 MPa	3,61 MPa
C40	1,75 MPa	2,46 MPa	3,95 MPa
C45	1,90 MPa	2,66 MPa	4,27 MPa
C50	2,04 MPa	2,85 MPa	4,58 MPa

Tabela 7.2 - Valores de f_{bd} ².

7.5 COMPRIMENTO DE ANCORAGEM - VALORES DE CÁLCULO

Os valores de cálculo para comprimento de ancoragem de barras, a serem usados em projetos de estruturas de concreto armado, são obtidos da Equação 7.3 substituindo $\tau_{b,unif}$ por f_{bd} , de tal forma que:

$$\ell_{b,nec} = \frac{\phi \cdot \sigma_s}{4 \cdot f_{bd}}$$

Equação 7.7

No caso particular em que a tensão normal σ_s corresponde ao valor limite de cálculo f_{yd} , tem-se:

$$\ell_b = \frac{\phi \cdot f_{yd}}{4 \cdot f_{bd}}$$

Equação 7.8

A ABNT NBR 6118, item 9.4.2.4, define o valor de ℓ_b da Equação 7.8 como sendo o **comprimento de ancoragem básico**, necessário para ancorar a força limite $A_s f_{yd}$, atuante na barra, admitindo, ao longo desse comprimento, resistência de aderência uniforme e igual a f_{bd} .

Deve ser observado que o valor do comprimento de ancoragem necessário ($\ell_{b,nec}$ da **Erro! Fonte de referência não encontrada.**) será sempre menor ou igual ao comprimento de ancoragem básico (ℓ_b da Equação 7.8) pois $\sigma_s \leq f_{yd}$.

ABNT NBR 6118:

“9.4.2.4 Comprimento de ancoragem básico

Define-se comprimento de ancoragem básico como o comprimento reto de uma barra de armadura passiva necessário para ancorar a força limite $A_s f_{yd}$ nessa barra, admitindo, ao longo desse comprimento, resistência de aderência uniforme e igual a f_{bd} , conforme item 9.3.2.1.”

O comprimento de ancoragem básico é dado por:

$$\ell_b = \frac{\phi \cdot f_{yd}}{4 \cdot f_{bd}}$$

9.4.2.5 Comprimento de ancoragem necessário

O comprimento de ancoragem necessário pode ser calculado por:

$$\ell_{b,nec} = \alpha \ell_b \frac{A_{s,cal}}{A_{s,ef}} \geq \ell_{b,min}$$

² Para situação de má aderência, multiplicar os valores da tabela por 0,7.

sendo:

$\alpha = 1,0$ para barras sem gancho;

$\alpha = 0,7$ para barras tracionadas com gancho, com cobrimento no plano normal ao do gancho $\geq 3\phi$;

$\alpha = 0,7$ quando houver barras transversais soldadas conforme 9.4.2.2;

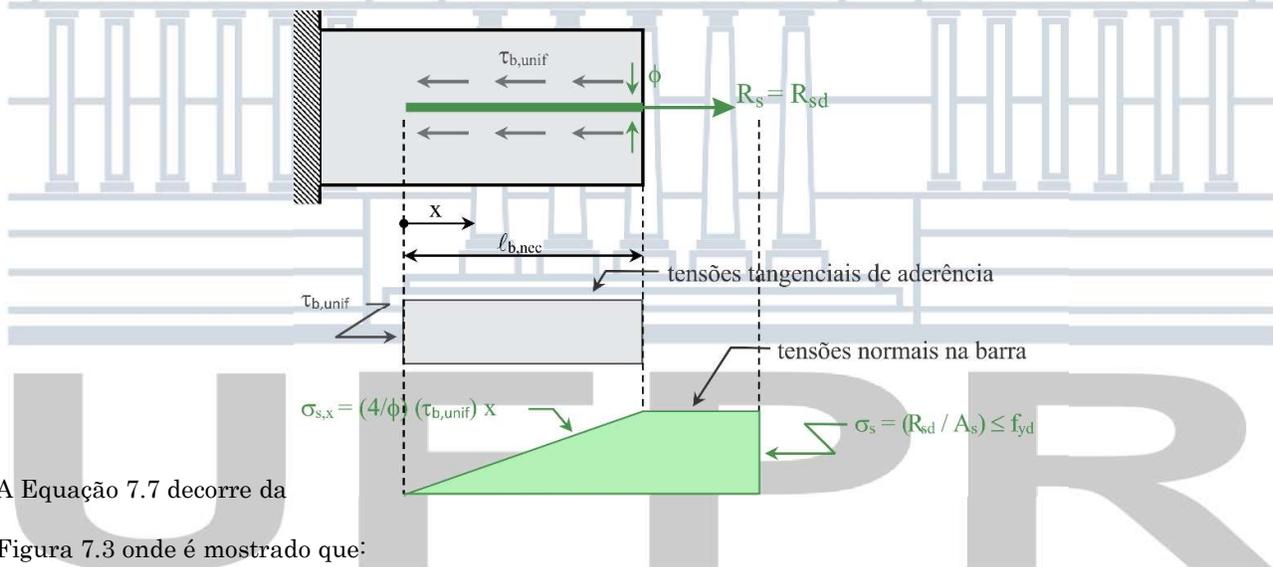
$\alpha = 0,5$ quando houver barras transversais soldadas conforme 9.4.2.2 e gancho, com cobrimento no plano normal ao do gancho $\geq 3\phi$;

ℓ_b calculado conforme 9.4.2.4;

$\ell_{b,min}$ o maior valor entre $0,3\ell_b$, 10ϕ e 100 mm

Permite-se, em casos especiais, considerar outros fatores redutores do comprimento de ancoragem necessário.“

Deve ser observado que a apresentação do comprimento de ancoragem necessário apresentado pelo item 9.4.2.5 da ABNT NBR 6118, aparentemente, difere do estabelecido pela Equação 7.7. No entanto, os dois modos de apresentação são equivalentes, como demonstrado a seguir.



A Equação 7.7 decorre da

Figura 7.3 onde é mostrado que:

$$\sigma_s = \frac{R_{sd}}{A_s} = \frac{R_{sd}}{A_{s,ef}}$$

onde A_s representa a área da seção transversal efetiva ($A_{s,ef}$) da barra tracionada pela força R_{sd} . Desta forma, a Equação 7.7 pode ser escrita

$$\ell_{b,nec} = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{\sigma_s}{f_{bd}} = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{1}{f_{bd}} \cdot \frac{R_{sd}}{A_{s,ef}}$$

Como uma força pode ser sempre representada pelo produto de uma área por uma tensão, para a força R_{sd} vale:

$$R_{sd} = A_{s,cal} \times f_{yd}$$

onde $A_{s,cal}$ representa a área a ser calculada ($A_{s,cal} \leq A_{s,ef}$), para que a tensão σ_s atuante na barra tracionada pela força R_{sd} resulte igual a f_{yd} . Desta forma, tem-se:

$$l_{b,nec} = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{1}{f_{bd}} \cdot \frac{R_{sd}}{A_{s,ef}} = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{1}{f_{bd}} \cdot \frac{A_{s,cal} \times f_{yd}}{A_{s,ef}}$$

ou ainda:

$$l_{b,nec} = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{1}{f_{bd}} \cdot \frac{R_{sd}}{A_{s,ef}} = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{1}{f_{bd}} \cdot \frac{A_{s,cal} \times f_{yd}}{A_{s,ef}} \quad \text{Equação 7.9}$$

A Equação 7.79 é, portanto, a mesma apresentada pela ABNT NBR 6118, item 9.4.2.5, a menos do fator α .

Desta forma, o valor de $l_{b,nec}$ pode ser calculado por:

$$l_{b,nec} = \alpha l_b \frac{A_{s,cal}}{A_{s,ef}} \geq \max \begin{bmatrix} 0,3 l_b \\ 10\phi \\ 10\text{cm} \end{bmatrix} \quad \text{Equação 7.10}$$

A combinação da Equação 7.7 com a Equação 7.9, resulta em:

$$l_{b,nec} = \frac{\phi}{4} \times \frac{\sigma_s}{f_{bd}} = \frac{\phi}{4} \times \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \times \frac{A_{s,cal}}{A_{s,ef}}$$

de tal forma que, a tensão atuante na barra tracionada fica definida por:

$$\sigma_s = \frac{A_{s,cal}}{A_{s,ef}} \times f_{yd} \quad \text{Equação 7.11}$$

EXEMPLO 7.2

Determinar o valor do comprimento de ancoragem básico das barras de armadura positiva (armadura inferior) a ser usado em vigas de concreto armado a serem construídas com concreto classe C20 e aço CA-50. Considerar apenas barras nervuradas com diâmetros inferiores a 40 mm e combinações normais de carregamento - ELU.

Solução: O valor de l_b é determinado pela Equação 7.8, com f_{bd} definido pela Equação 7.6. Para η_1 deverá ser usado o valor 2,25 que corresponde a barra nervurada; para η_2 deverá ser usado o valor 1,0 que corresponde a situação de boa aderência, região inferior de vigas (ver

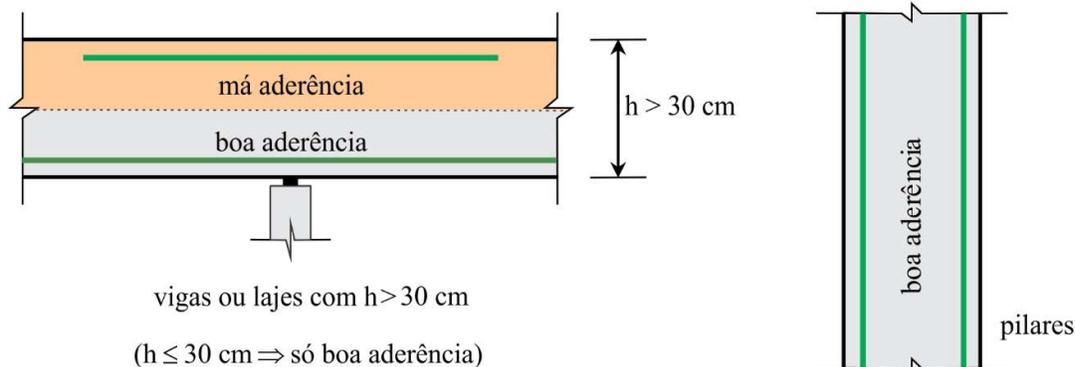


Figura 7.6); para η_3 deverá ser usado o valor 1,0 que corresponde a barras de diâmetro menor que 40 mm; para

γ_c deverá ser usado o valor 1,4 que corresponde a combinações normal de carregamento - ELU; e para γ_s deverá ser usado o valor 1,15 que corresponde a combinações normal de carregamento - ELU.

a) Dados:

$$f_{ck} = 20 \text{ MPa} \text{ (C20)}$$

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa} \text{ (CA50)}$$

$$\eta_1 = 2,25 \text{ (barranervurada)}$$

$$\eta_2 = 1,00 \text{ (situação de boa aderência)}$$

$$\eta_3 = 1,00 \text{ (}\phi < 40 \text{ mm)}$$

$$\gamma_c = 1,40 \text{ (ELU - combinação normal)}$$

$$\gamma_s = 1,15 \text{ (ELU - combinação normal)}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa}$$

b) f_{bd}

$$f_{bd} = \left(\frac{0,21 \eta_1 \eta_2 \eta_3}{\gamma_c} \right) \sqrt[3]{f_{ck}^2} \text{ (} f_{ck} \text{ em MPa)}$$

$$f_{bd} = \left(\frac{0,21 \times 2,25 \times 1,0 \times 1,0}{1,4} \right) \sqrt[3]{20^2} = 2,49 \text{ MPa}$$

c) l_b

$$l_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}}$$

$$l_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{435}{2,49} = 44 \phi$$

$$l_b = 44 \phi \blacktriangleleft$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Os valores de l_b para CA-50, situações de boa aderência e barras com diâmetro igual ou menor que 32 mm estão mostrados na Tabela 7.3.

l_b			
$\gamma_c = 1,40$ $\gamma_s = 1,15$	$\phi \leq 32 \text{ mm}$ (boa aderência)		CA-50
concreto	Barras		
	Lisas	entalhadas	nervuradas
C20	98 ϕ	70 ϕ	44 ϕ
C25	85 ϕ	61 ϕ	38 ϕ
C30	75 ϕ	54 ϕ	33 ϕ
C35	68 ϕ	48 ϕ	30 ϕ
C40	62 ϕ	44 ϕ	28 ϕ
C45	57 ϕ	41 ϕ	25 ϕ
C50	53 ϕ	38 ϕ	24 ϕ

Tabela 7.3 - Comprimento de ancoragem básico - CA-50³



³ Para situação de má aderência, dividir os valores da tabela por 0,7.

7.6 REDUÇÃO DO COMPRIMENTO DE ANCORAGEM

7.6.1 GANCHOS DAS ARMADURAS DE TRACÇÃO

Uma das maneiras permitidas pela ABNT NBR 6118 para a redução de comprimentos de ancoragem é através do uso de ganchos em armaduras tracionadas (

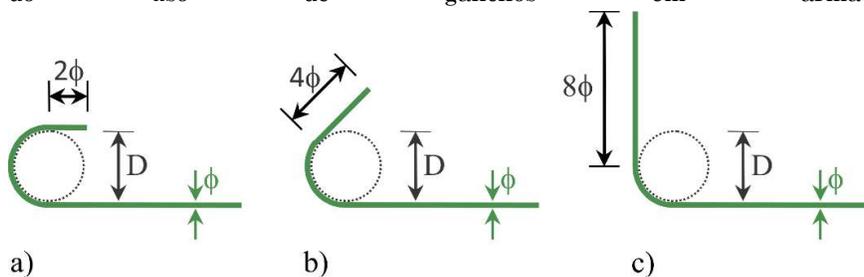


Figura 7.7).

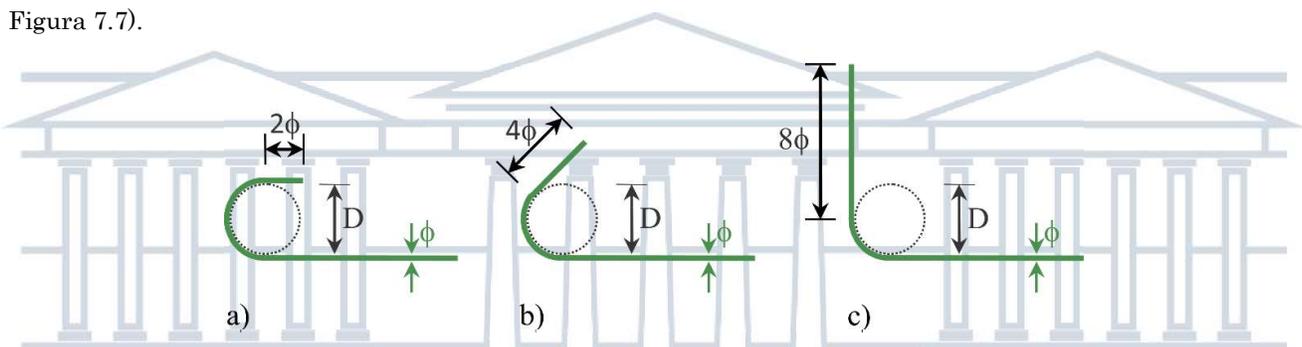
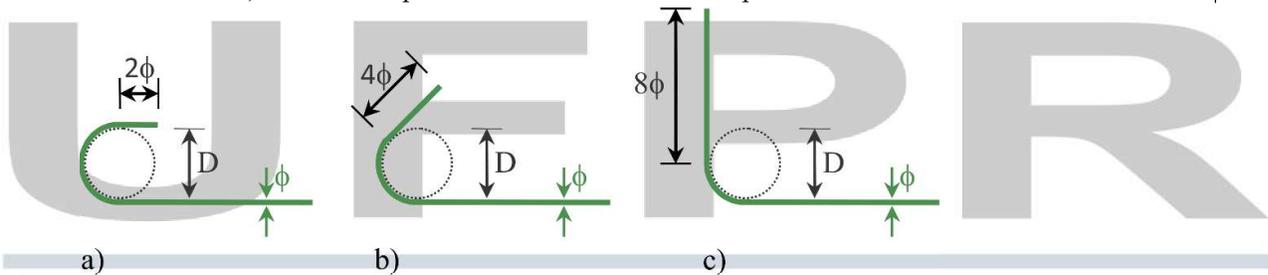


Figura 7.7 – Tipos de ganchos

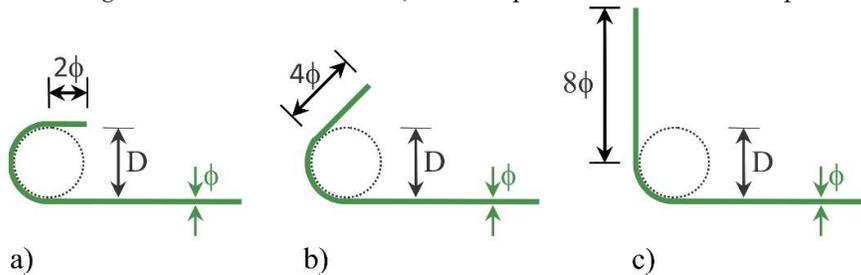
De acordo com o item 9.4.2.3 da ABNT NBR 6118, os ganchos podem ser:

a) semicirculares, com ponta reta de comprimento não inferior a 2ϕ (



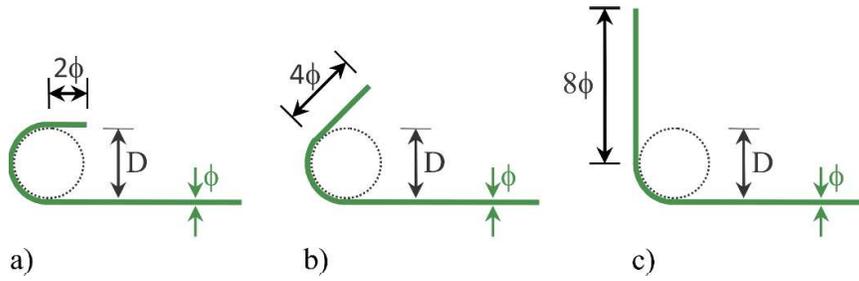
b) Figura 7.7.a);

c) em ângulo de 45° (interno), com ponta reta de comprimento não inferior a 4ϕ (



d) Figura 7.7.b); e

e) em ângulo reto, com ponta reta de comprimento não inferior a 8ϕ (



f) Figura 7.7.c).

Para as barras lisas, os ganchos devem ser semicirculares.

O diâmetro interno da curvatura (D) dos ganchos das armaduras longitudinais de tração deve ser pelo menos igual ao estabelecido na Tabela 7.4.

Bitola (mm)	Tipo de Aço		
	CA-25	CA-50	CA-60
<20	4φ	5φ	6φ
≥20	5φ	8φ	-

Tabela 7.4 – Diâmetro dos pinos de dobramento

É importante observar que o uso de ganchos em barras tracionadas é bastante restrito. A necessária cobertura de concreto (3ϕ), no plano normal ao do gancho, praticamente, só ocorre nas extremidades de vigas que

terminam em vigas, como mostrado na

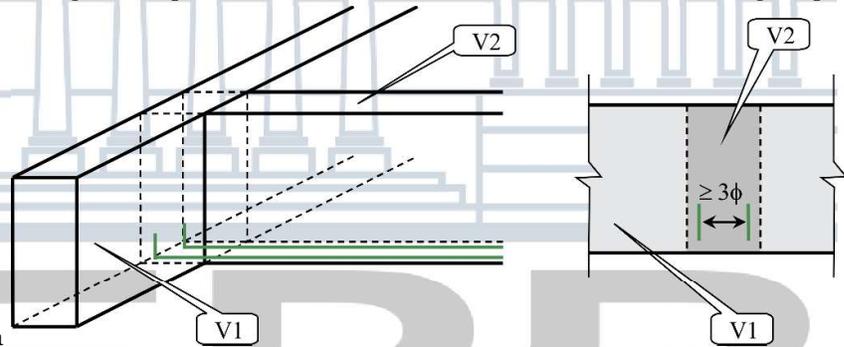


Figura 7.8. O gancho da armadura da viga V2, tem, dentro da viga V1, cobertura lateral de concreto maior que 3ϕ . Para outras barras da viga V1, posicionadas fora do encontro das vigas, torna-se mais difícil a obtenção do cobrimento exigido pela ABNT NBR 6118.

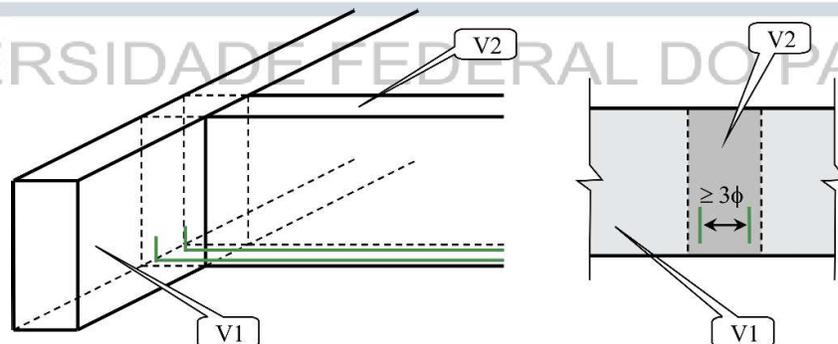


Figura 7.8 – Ganchos em extremidade de viga

7.6.2 BARRAS TRANSVERSAIS SOLDADAS

Outra maneira permitida pela ABNT NBR 6118 para a redução de comprimentos de ancoragem é através do uso de barras transversais soldadas (

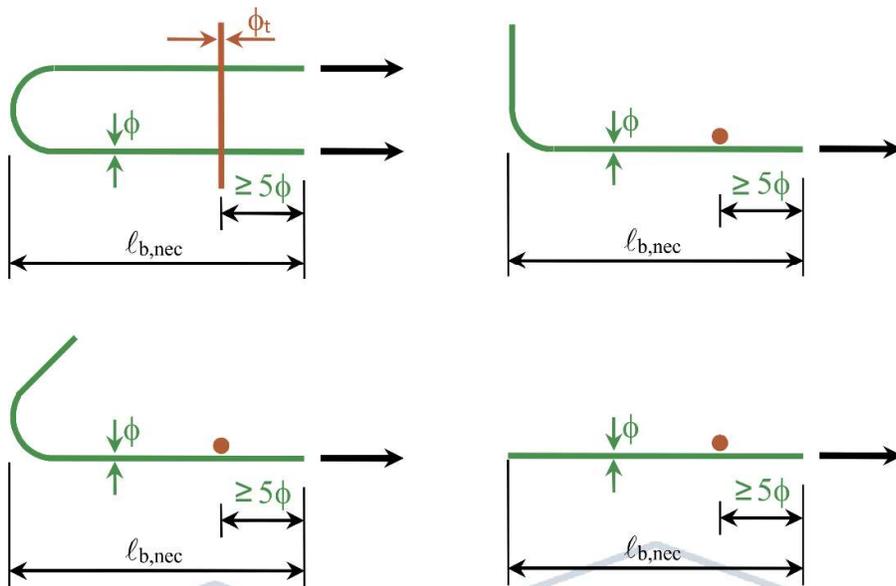


Figura 7.9).

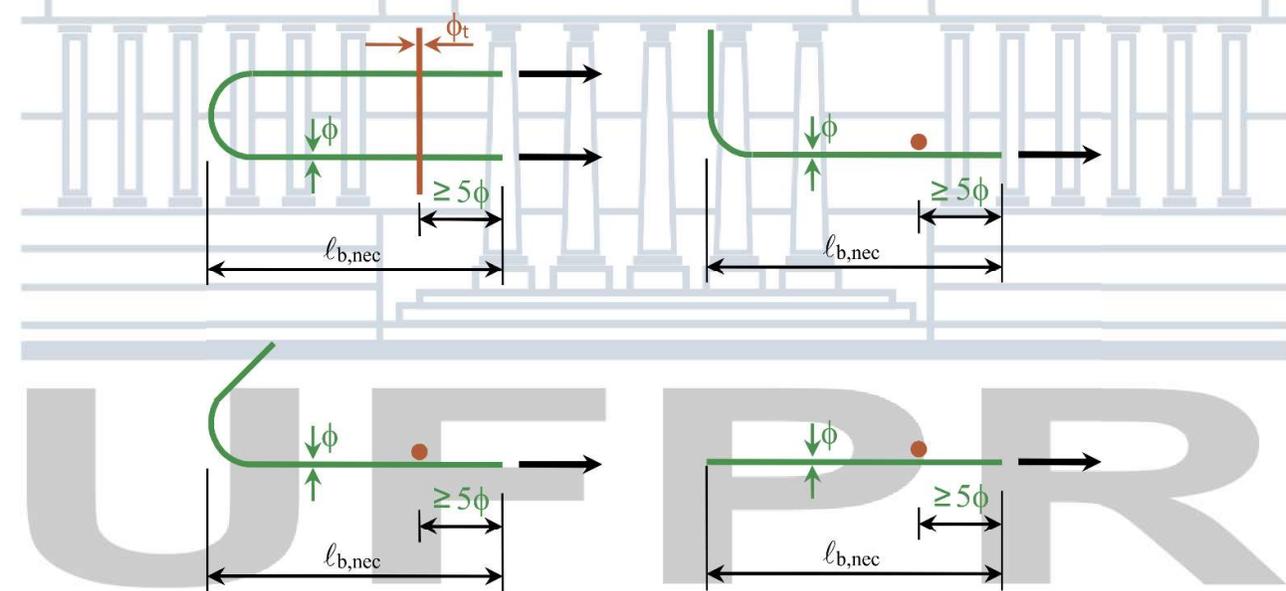
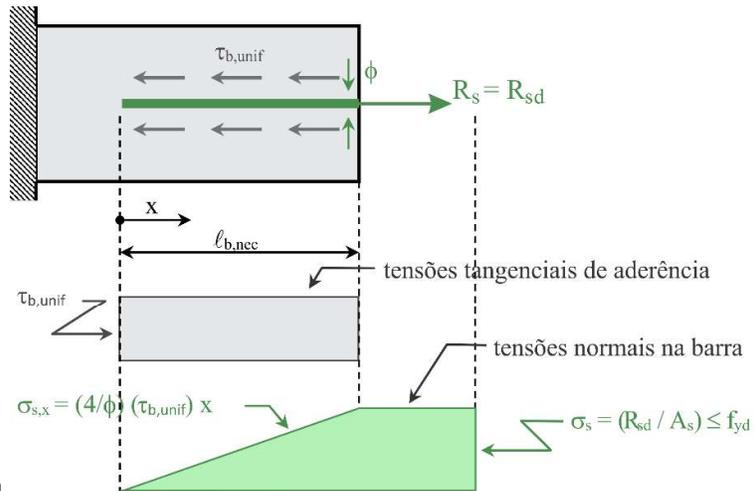


Figura 7.9 – Ancoragem com barras transversais soldadas

De acordo com o item 9.4.2.2 da ABNT NBR 6118, a redução de comprimentos de ancoragem é através do uso de barras transversais soldadas poderá ser feita desde que:

- o diâmetro da barra soldada seja maior ou igual a 60% do diâmetro da barra ancorada ($\phi_t \geq 0,6 \phi$);
- a distância da barra transversal ao ponto de início da ancoragem seja maior ou igual 5 vezes o diâmetro da barra ancorada ($\geq 5 \phi$);
- a resistência ao cisalhamento da solda seja maior ou igual a 30% da resistência da barra ancorada ($0,3 A_s f_{yd}$).

7.7 DIAGRAMA R_{SD}



Conforme mostrada na

Figura 7.3, as armaduras necessitam, em sua parte final, de um determinado comprimento para se fixarem (ancorarem) dentro da massa de concreto. Desta forma o diagrama de tensões normais possível de ser desenvolvido em uma barra de aço destinada a armadura para concreto armado é o mostrado na

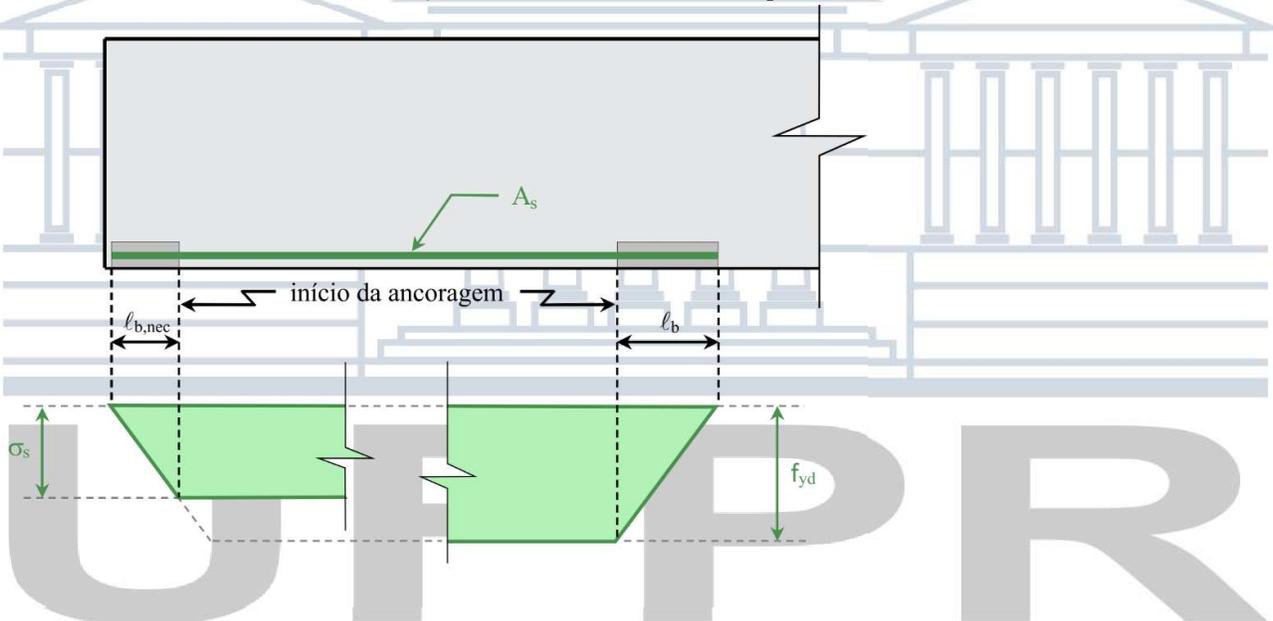
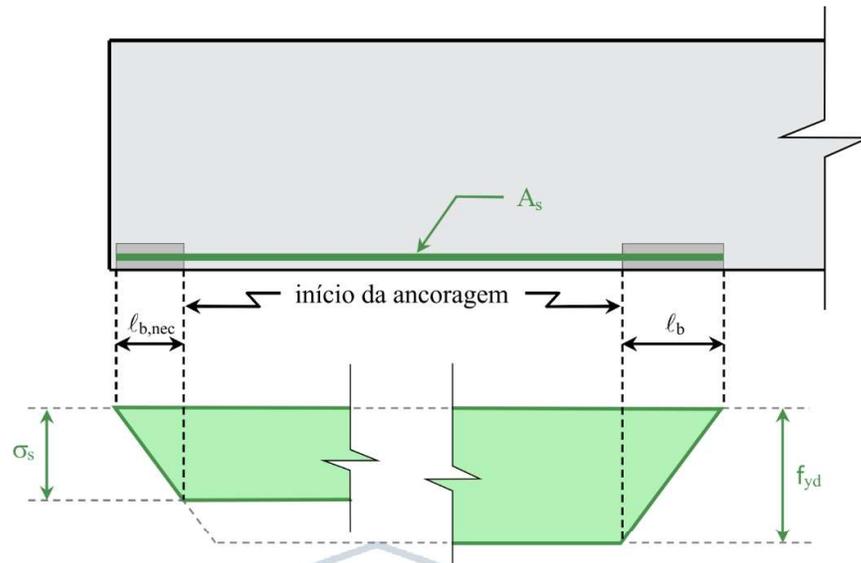


Figura 7.10.



Deve ser observado na

Figura 7.10 que a tensão normal na barra σ_s só pode atingir o valor máximo f_{yd} se houver espaço suficiente para ancoragem com o desenvolvimento do comprimento de ancoragem básico l_b (lado direito do diagrama). Quando o espaço necessário para a ancoragem da barra é restrito (lado esquerdo do diagrama), onde somente o comprimento de ancoragem necessário $l_{b,nec}$ pode ser desenvolvido, a tensão normal σ_s é menor que f_{yd} .

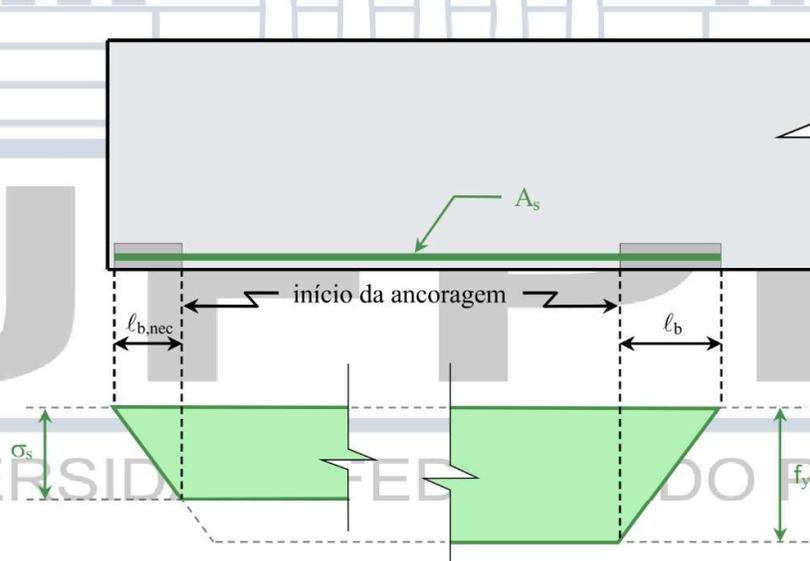


Figura 7.10 - Diagrama de tensões normais em barras de aço para concreto armado

Se as ordenadas mostradas no diagrama de tensões da

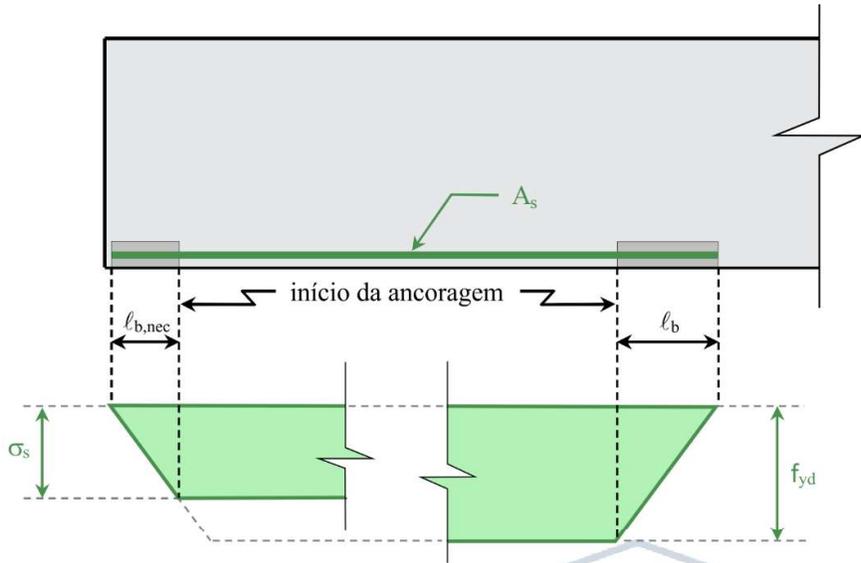
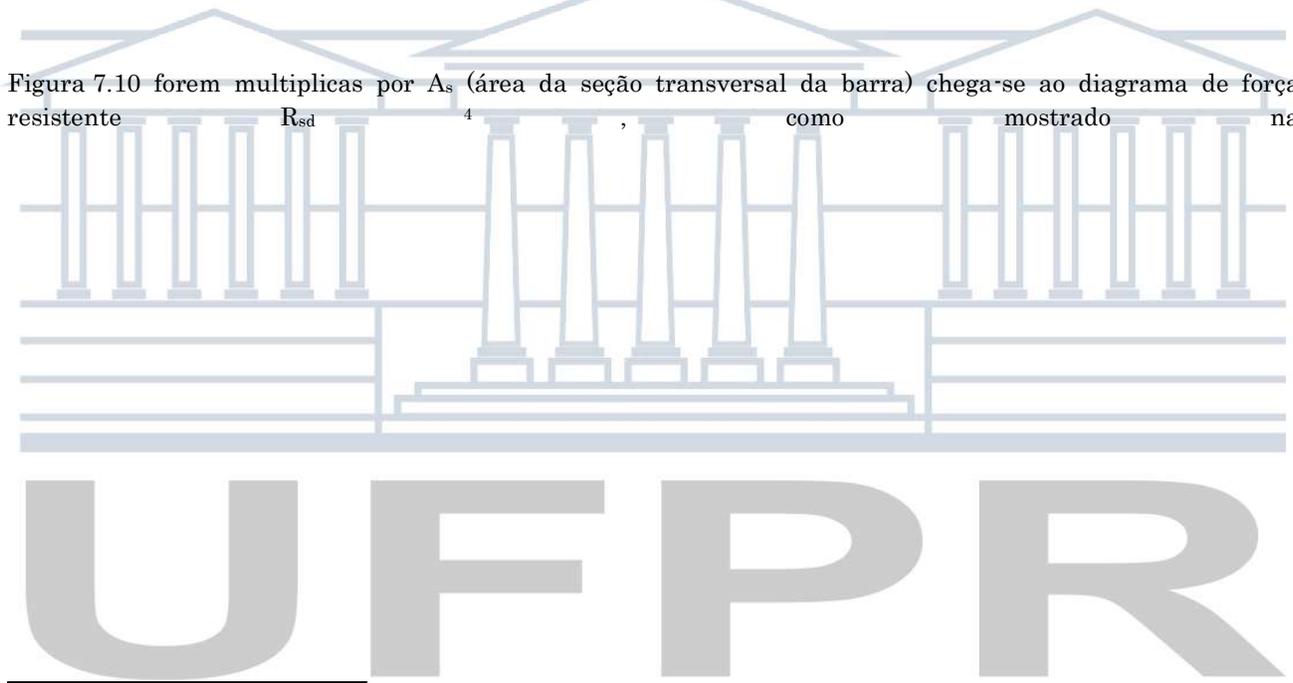


Figura 7.10 forem multiplicadas por A_s (área da seção transversal da barra) chega-se ao diagrama de força resistente R_{sd} , como mostrado na



4 A força resistente R_{sd} é a mesma força mostrada na Figura [5.14] e na

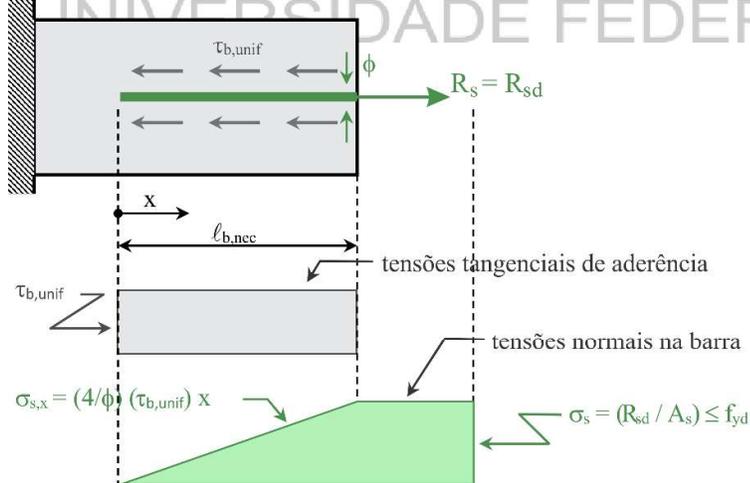


Figura 7.3.

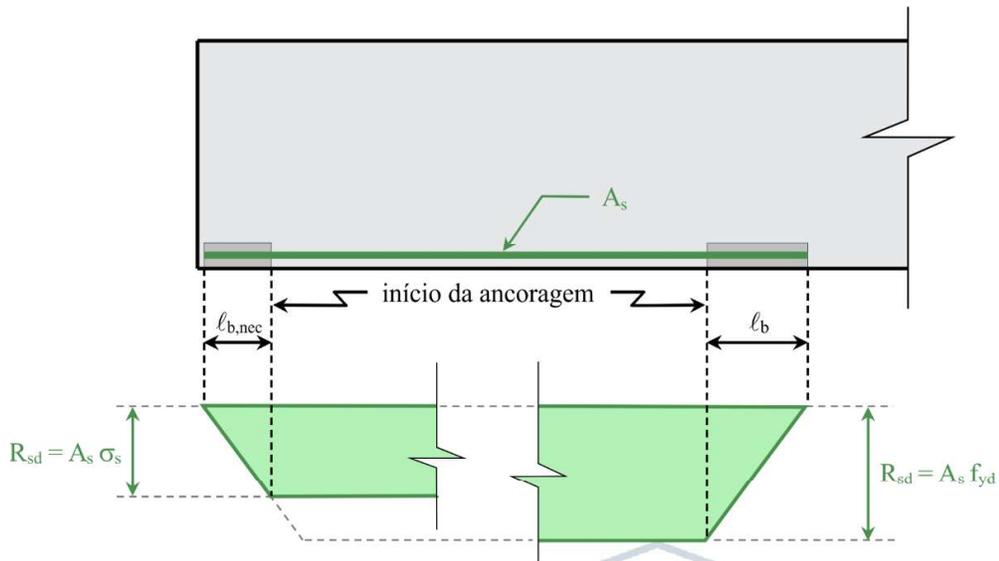


Figura 7.11 (trocou-se tensão por força).

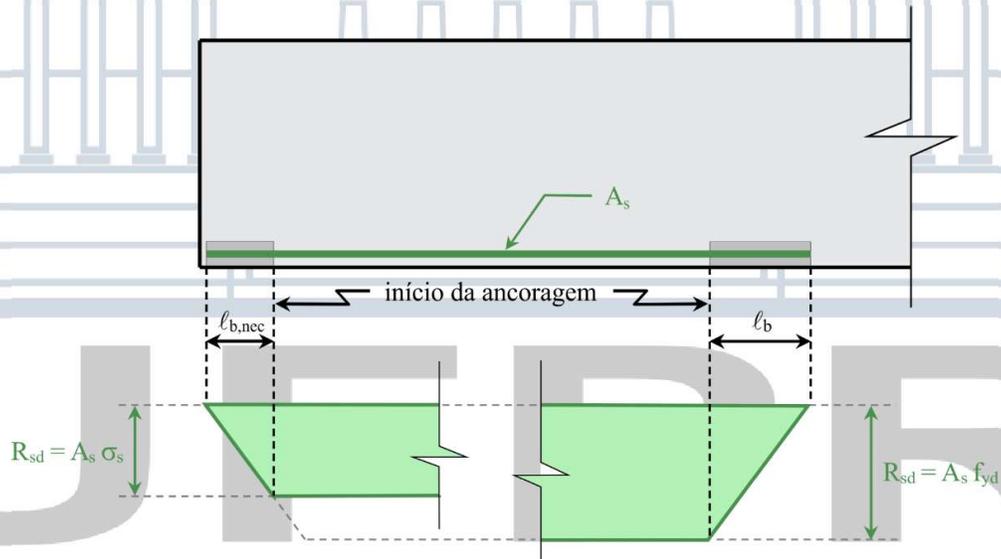


Figura 7.11 - Diagrama R_{sd} (esforço resistente de cálculo)

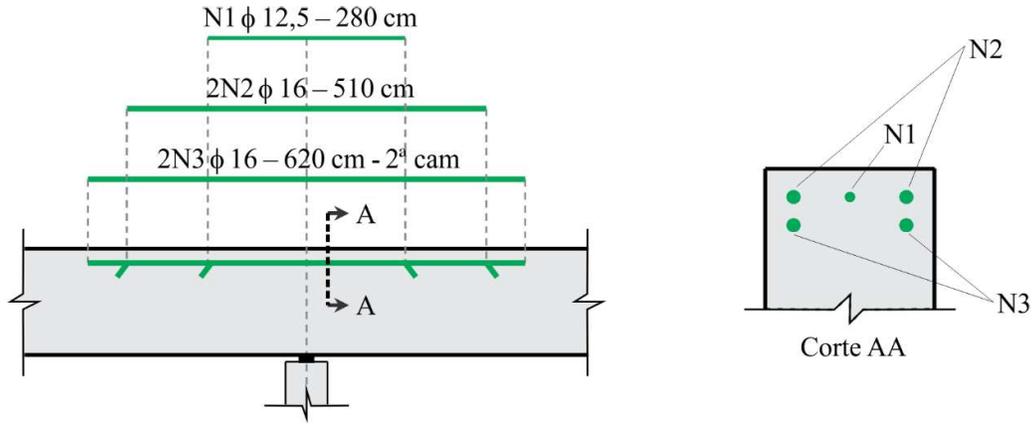
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

EXEMPLO 7.3

Determinar o diagrama de força resistente de cálculo R_{sd} para as armaduras negativas (tracionadas) da viga abaixo indicada.

Considerar:

- concreto: C20;
- barra nervurada: CA-50;
- combinação normal de carregamento - ELU;
- $\sigma_s = f_{yd}$ (máximo aproveitamento das barras).



Solução: O valor de l_b deverá ser determinado para cada barra usando a Equação 7.8, com f_{bd} definido pela **Erro! Fonte de referência não encontrada..** Para η_1 deverá ser usado o valor 2,25 que corresponde a barra ercurada; para η_2 deverá ser usado o valor 0,7 que corresponde a situação de má aderência, região superior de

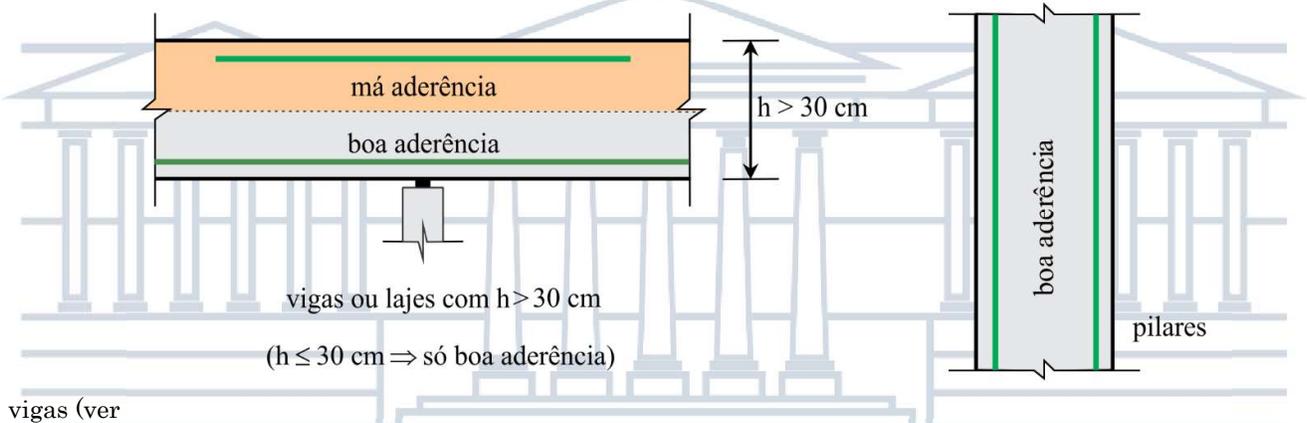


Figura 7.6); para η_3 deverá ser usado o valor 1,0 que corresponde a barras de diâmetro menor que 40 mm; para γ_c deverá ser usado o valor 1,4 que corresponde a combinações normal de carregamento - ELU; e para γ_s deverá ser usado o valor 1,15 que corresponde a combinações normal de carregamento - ELU. Os diagramas individuais R_{sd} (N1, N2 e N3) são obtidos de módulo análogo ao apresentado na

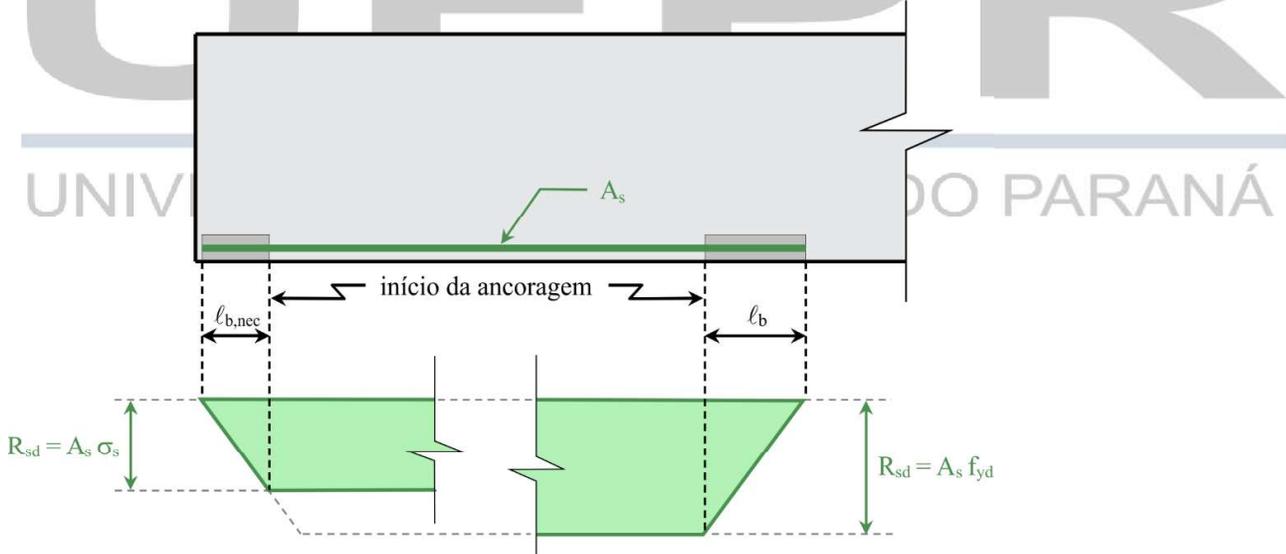


Figura 7.11 usando somente valores l_b na horizontal e $A_s f_{yd}$ na vertical. Por se tratar de armadura negativa, os valores das forças deverão ser posicionados "para cima", contrário ao apresentado na

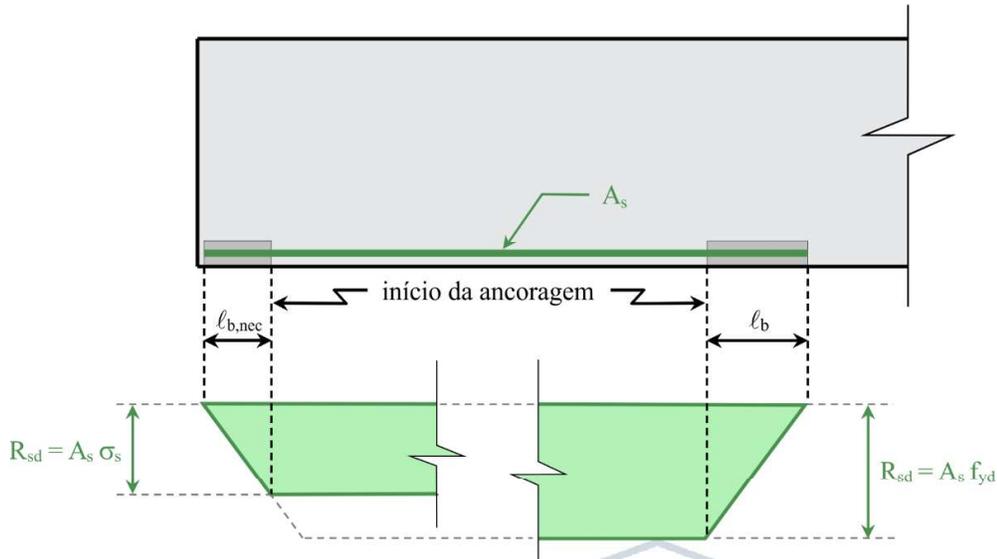


Figura 7.11 que corresponde a armaduras positivas ("para baixo"). O diagrama final R_{sd} corresponde à somatória dos diagramas individuais.

a) Dados - uniformização de unidades (kN e cm):

$$f_{ck} = 20 \text{ MPa} = 2 \text{ kN/cm}^2 \quad \langle \text{C20} \rangle$$

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa} = 50,0 \text{ kN/cm}^2 \quad \langle \text{CA50} \rangle$$

$$\eta_1 = 2,25 \quad \langle \text{barranervurada} \rangle$$

$$\eta_2 = 0,70 \quad \langle \text{situação de má aderência} \rangle$$

$$\eta_3 = 1,00 \quad \langle \phi < 40 \text{ mm} \rangle$$

$$\gamma_c = 1,40 \quad \langle \text{ELU - combinação normal} \rangle$$

$$\gamma_s = 1,15 \quad \langle \text{ELU - combinação normal} \rangle$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa} = 43,5 \text{ kN/cm}^2$$

b) f_{bd}

$$f_{bd} = \left(\frac{0,21 \eta_1 \eta_2 \eta_3}{\gamma_c} \right) \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad \langle f_{ck} \text{ em MPa} \rangle$$

$$f_{bd} = \left(\frac{0,21 \times 2,25 \times 0,7 \times 1,0}{1,4} \right) \sqrt[3]{20^2} = 1,74 \text{ MPa} = 0,174 \text{ kN/cm}^2$$

c) l_b

$$l_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}}$$

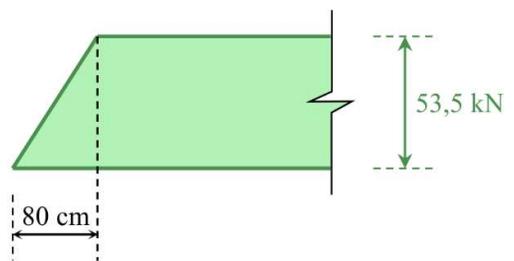
$$l_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{43,5}{0,174} = 63\phi$$

$$\phi = 12,5 \text{ mm} \Rightarrow l_b = 63 \times 12,5 = 787,5 \text{ mm} \approx 80 \text{ cm}$$

$$\phi = 16 \text{ mm} \Rightarrow l_b = 63 \times 16 = 1008 \text{ mm} \approx 100 \text{ cm}$$

d) Diagramas individuais das forças resistentes de cálculo

d.1) 12,5 mm, $l_b = 80 \text{ cm}$



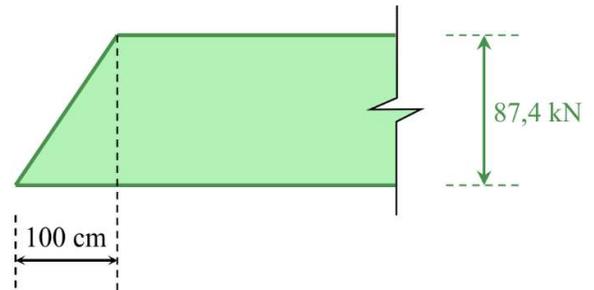
$$A_s = \frac{\pi \phi^2}{4} = \frac{\pi 1,25^2}{4} = 1,23 \text{ cm}^2$$

$$R_{sd} = A_s f_{yd} = 1,23 \times 43,5 = 53,5 \text{ kN}$$

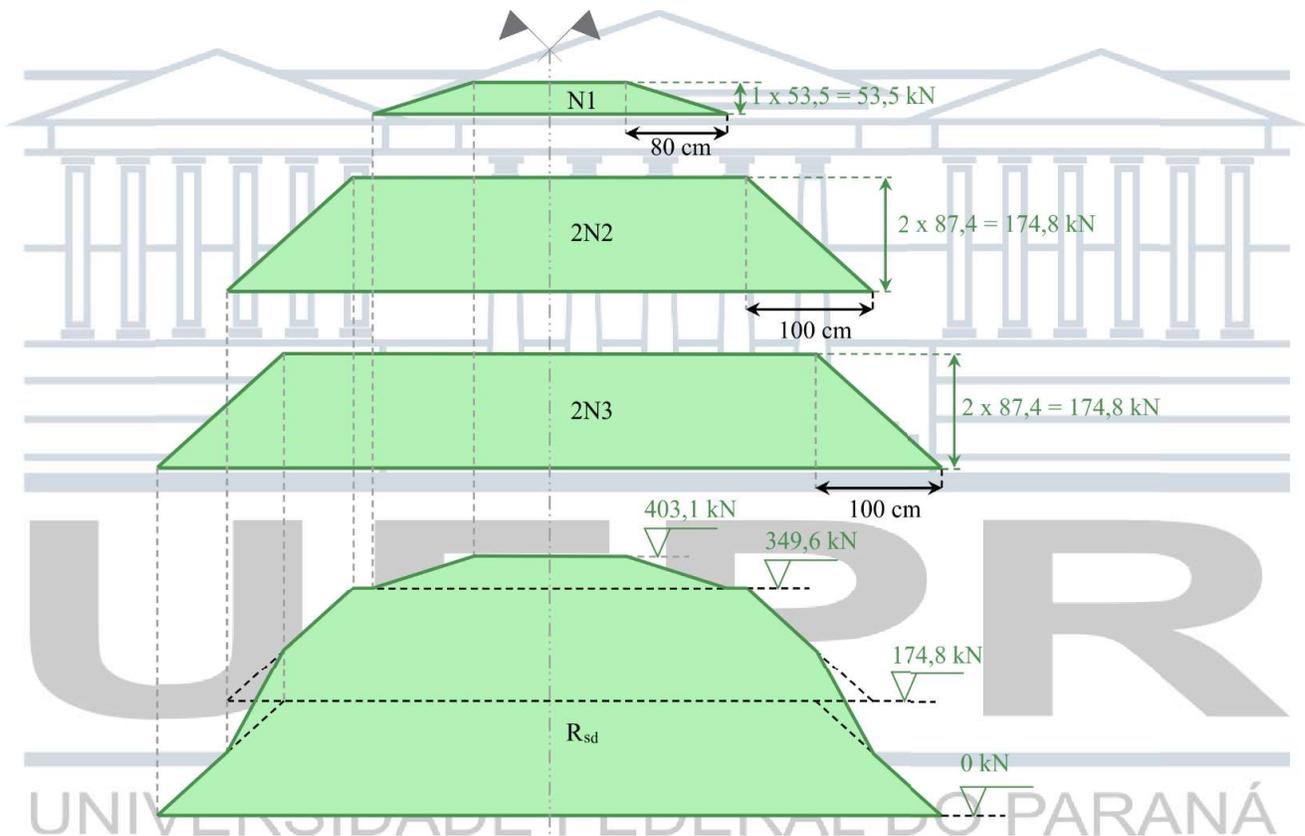
d.2) 16 mm, $l_b = 100 \text{ cm}$

$$A_s = \frac{\pi \phi^2}{4} = \frac{\pi 1,6^2}{4} = 2,01 \text{ cm}^2$$

$$R_{sd} = A_s f_{yd} = 2,01 \times 43,5 = 87,4 \text{ kN}$$



e) Diagrama R_{sd}



7.8 DIAGRAMA M_{RD1}

Seja a

Figura 7.12⁵, onde são mostradas as solicitações e resistências atuantes em um trecho de viga de concreto armado de seção retangular sem armadura de compressão.

⁵ Esta Figura corresponde à Figura [5.14] do Capítulo [5].

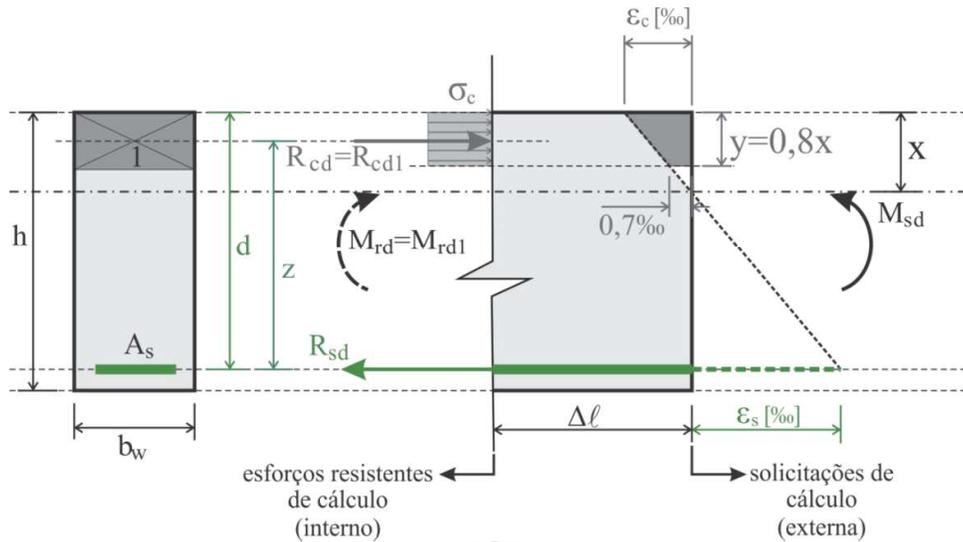


Figura 7.12 - Esforços e solicitações em vigas de concreto armado

Por se tratar de seção retangular sem armadura de compressão, para a Figura 7.12, são válidas as seguintes expressões:

$$R_{cd} = R_{cd1}$$

$$M_{Rd} = M_{Rd1}$$

Da

Figura 7.12 também valem as seguintes expressões:

$$\sigma_c = 0,85 f_{cd}$$

$$z = d - \frac{y}{2}$$

de tal forma que:

$$R_{cd1} = R_{sd}$$

$$R_{cd1} = \sigma_c b_w y$$

$$R_{cd1} = 0,85 f_{cd} b_w y$$

$$R_{sd} = A_s \sigma_s$$

$$M_{Rd1} = R_{cd1} z = R_{sd} z$$

Portanto:

$$0,85 f_{cd} b_w y = A_s \sigma_s$$

$$y = \frac{1}{0,85} \cdot \frac{A_s}{b_w} \cdot \frac{\sigma_s}{f_{cd}}$$

$$z = d - \frac{y}{2}$$

$$z = d - \left(\frac{1}{1,7} \cdot \frac{A_s \cdot \sigma_s}{b_w \cdot f_{cd}} \right)$$

$$z = d \left[1 - \left(\frac{1}{1,7} \cdot \frac{A_s \cdot \sigma_s}{b_w \cdot d \cdot f_{cd}} \right) \right]$$

$$\beta_z = \frac{z}{d} = 1 - \left(\frac{1}{1,7} \cdot \frac{A_s \cdot \sigma_s}{b_w \cdot d \cdot f_{cd}} \right) \quad \text{Equação 7.12}$$

Introduzindo o valor de β_z na equação de M_{Rd1} , tem-se:

$$M_{Rd1} = R_{sd} z = R_{sd} (\beta_z d) = (A_s \sigma_s) (\beta_z d)$$

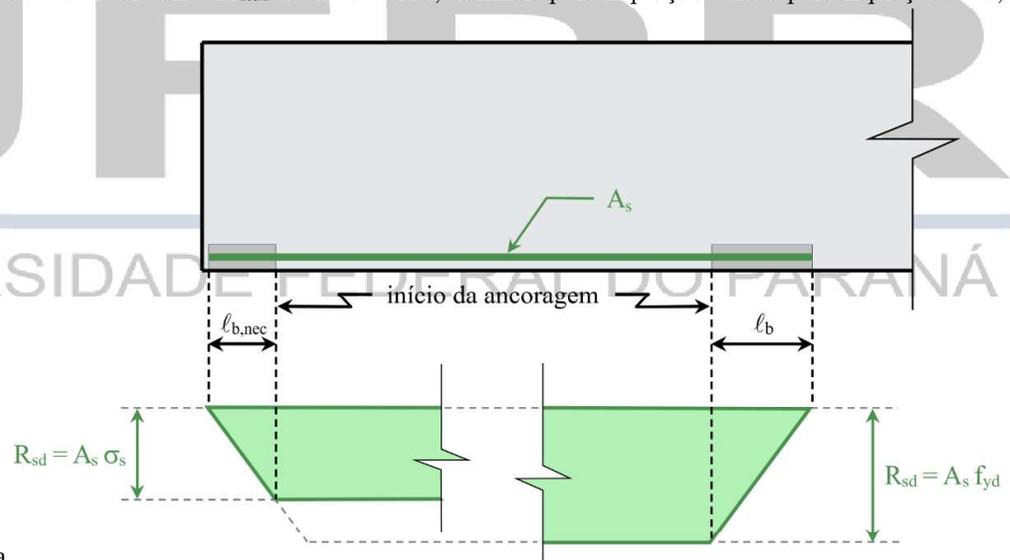
$$M_{Rd1} = A_s \sigma_s \beta_z d \quad \text{Equação 7.13}$$

Admitindo que $\epsilon_{yd} \leq \epsilon_s \leq 10\text{‰}$ ⁶, do diagrama tensão-deformação do aço (Figura [4.5]) pode-se estabelecer:



A Equação 7.13 corresponde ao momento fletor resistente de cálculo para barras ancoradas com $\ell_{b,nec}$ ($\sigma_s < f_{yd}$) e a Equação 7.15 corresponde ao momento fletor resistente de cálculo para barras ancoradas com ℓ_b ($\sigma_s = f_{yd}$). Observar, também, que a Equação 7.13 e a Equação 7.15 estão contidas na Equação [5.18] usada para a determinação de armadura longitudinal de vigas de seção retangular sem armadura de compressão.

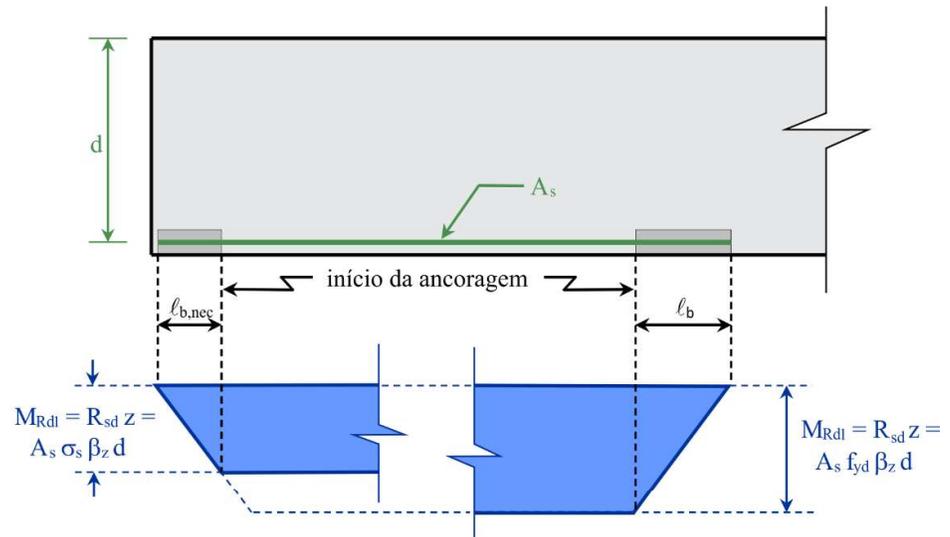
O diagrama de momento fletor resistente M_{Rd1} de uma barra, definido pela Equação 7.13 e pela Equação 7.15, é



análogo ao diagrama da

Figura 7.11, com ordenada $A_s \sigma_s \beta_z d$ para ancoragem $\ell_{b,nec}$ ($\sigma_s < f_{yd}$) e ordenada $A_s f_{yd} \beta_z d$ para ancoragem ℓ_b

⁶ Esta condição para ϵ_s corresponde aos domínios 2 e 3 da Figura [5.4]. Corresponde, também, às vigas subarmadas (dúteis, se β_x observar os limites estabelecidos pela Equação [5.3]).



($\sigma_s = f_{yd}$), como mostrado na

Figura 7.13. De modo simplificado pode-se dizer que o diagrama de momento fletor resistente M_{Rd1} é obtido do diagrama R_{sd} multiplicando suas ordenadas pelo braço de alavanca z ($\beta_z d$).

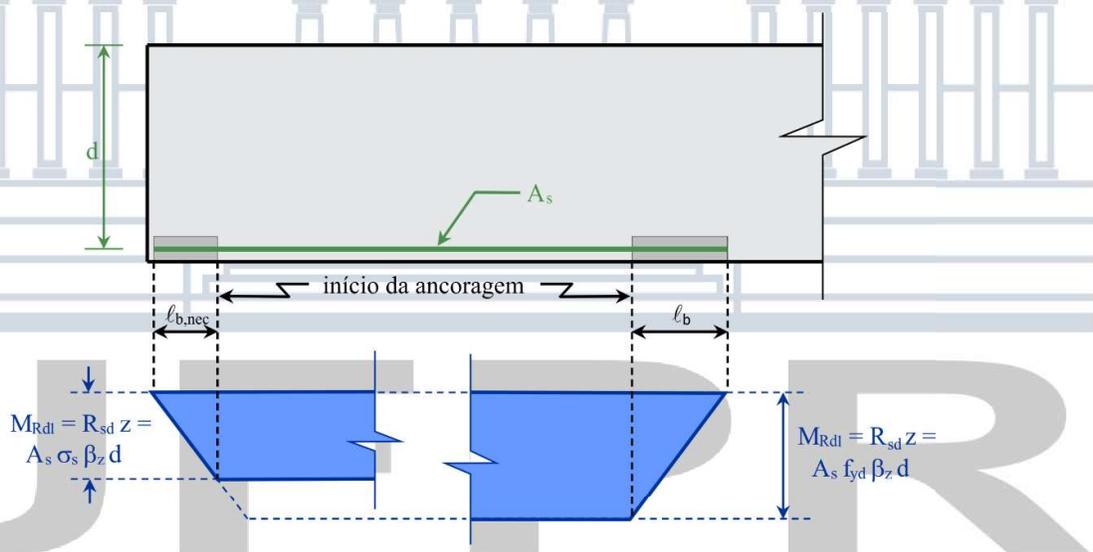


Figura 7.13 - Diagrama M_{Rd1} (momento resistente de cálculo).

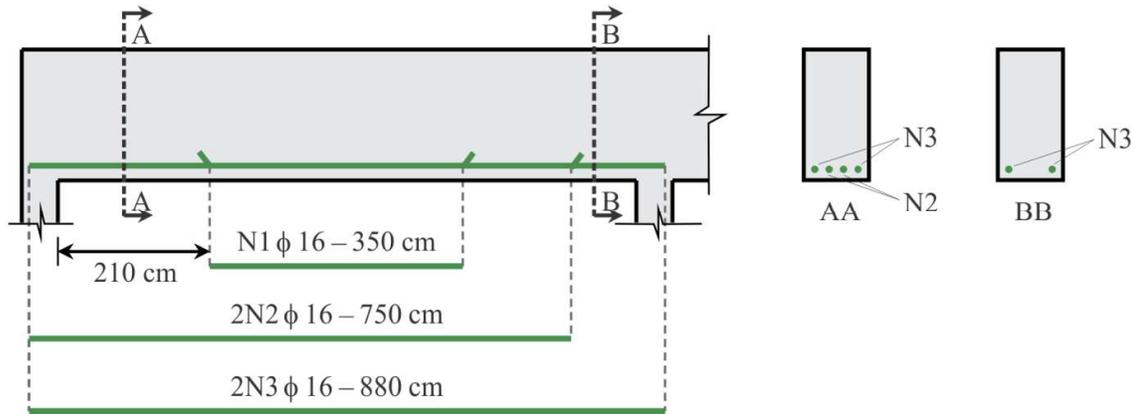
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

EXEMPLO 7.4

Determinar o diagrama de momento resistente de cálculo M_{Rd1} para as armaduras positivas (tracionadas) da viga abaixo indicada. A viga tem 20 cm de base e 50 cm de altura útil.

Considerar:

- concreto: C25;
- barra nervurada: CA-50;
- combinação normal de carregamento - ELU;
- $\sigma_s = f_{yd}$ (máximo aproveitamento das barras).



Solução: O valor de ℓ_b deverá ser determinado para cada barra usando a **Fonte de referência não encontrada.**, com f_{bd} definido pela **Fonte de referência não encontrada.** Para η_1 deverá ser usado o valor 2,25 que corresponde a barra nervurada; para η_2 deverá ser usado o valor 1,0 que corresponde a situação de boa aderência, região inferior de vigas (ver

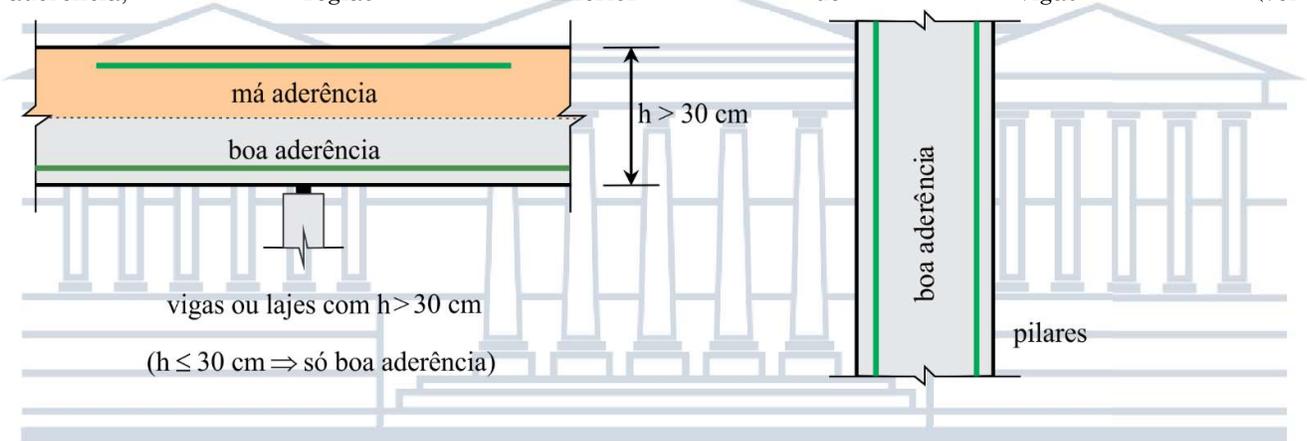


Figura 7.6); para η_3 deverá ser usado o valor 1,0 que corresponde a barras de diâmetro menor que 40 mm; para γ_c deverá ser usado o valor 1,4 que corresponde a combinações normal de carregamento - ELU; e para γ_s deverá ser usado o valor 1,15 que corresponde a combinações normal de carregamento - ELU. O diagrama M_{Rd1} é obtido de módulo análogo ao diagrama R_{sd} do **Fonte de referência não encontrada.**, com o uso da Equação 7.15 para determinação dos valores dos momentos resistentes de cálculo. Por se tratar de armadura positiva, os valores dos momentos deverão ser posicionados "para baixo", como apresentado na

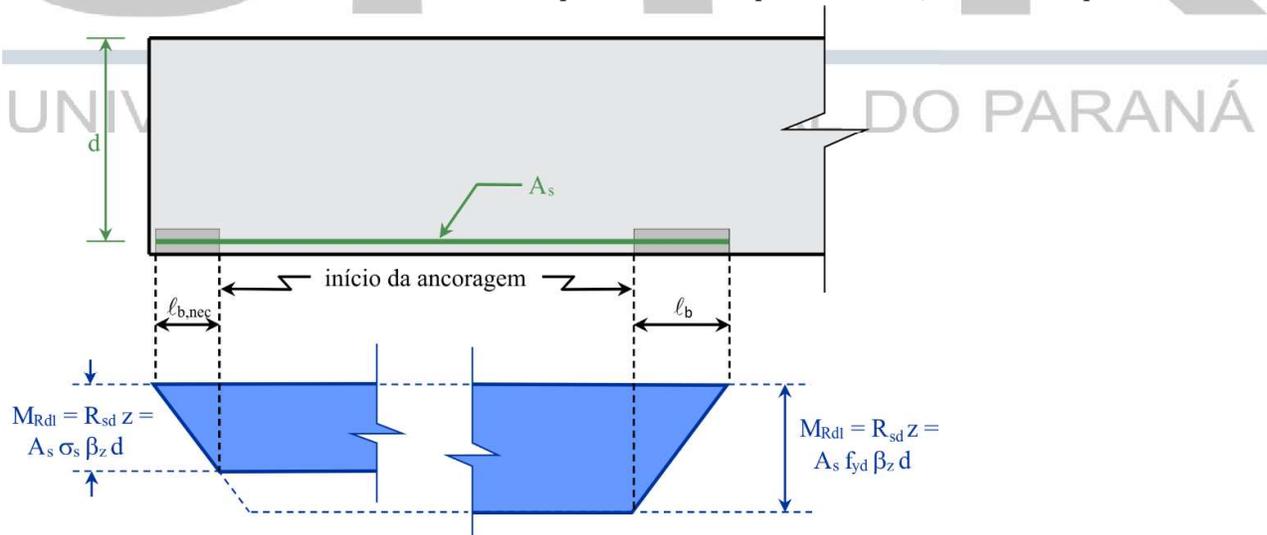


Figura 7.13.

a) Dados - uniformização de unidades (kN e cm)

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa} = 2,5 \text{ kN/cm}^2 \quad \langle \text{C20} \rangle$$

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa} = 50,0 \text{ kN/cm}^2 \quad \langle \text{CA50} \rangle$$

$$\eta_1 = 2,25 \quad \langle \text{barranervurada} \rangle$$

$$\eta_2 = 1,00 \quad \langle \text{situação de boa aderência} \rangle$$

$$\eta_3 = 1,00 \quad \langle \phi < 40 \text{ mm} \rangle$$

$$\gamma_c = 1,40 \quad \langle \text{ELU - combinação normal} \rangle$$

$$\gamma_s = 1,15 \quad \langle \text{ELU - combinação normal} \rangle$$

$$b_w = 20 \text{ cm} \quad \langle \text{largura da viga} \rangle$$

$$d = 50 \text{ cm} \quad \langle \text{altura útil da viga} \rangle$$

$$\phi = 16 \text{ mm} = 1,6 \text{ cm} \quad \langle \text{diâmetro da barra} \rangle$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,4} = 17,9 \text{ MPa} = 1,79 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa} = 43,5 \text{ kN/cm}^2$$

b) f_{bd}

$$f_{bd} = \left(\frac{0,21 \eta_1 \eta_2 \eta_3}{\gamma_c} \right) \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad \langle f_{ck} \text{ em MPa} \rangle$$

$$f_{bd} = \left(\frac{0,21 \times 2,25 \times 1,0 \times 1,0}{1,4} \right) \sqrt[3]{25^2} = 2,89 \text{ MPa} = 0,289 \text{ kN/cm}^2$$

c) ℓ_b

$$\ell_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}}$$

$$\ell_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{435}{0,289} = 38 \phi$$

$$\ell_b = 38 \phi = 38 \times 16 = 608 \text{ mm} \approx 60 \text{ cm}$$

d) β_z

d.1) 2 ϕ 16 mm (seção BB)

$$A_s = 2 \frac{\pi \phi^2}{4} = 2 \frac{\pi 1,6^2}{4} = 4,02 \text{ cm}^2$$

$$\beta_z = 1 - \left(\frac{1}{1,7} \cdot \frac{A_s}{b_w d} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \right)$$

$$\beta_z = 1 - \left(\frac{1}{1,7} \cdot \frac{4,02}{20 \times 50} \cdot \frac{43,5}{1,79} \right) = 0,943$$

d.2) 4 ϕ 16 mm (seção AA)

$$A_s = 4 \frac{\pi \phi^2}{4} = 4 \frac{\pi 1,6^2}{4} = 8,04 \text{ cm}^2$$

$$\beta_z = 1 - \left(\frac{1}{1,7} \cdot \frac{8,04}{20 \times 50} \cdot \frac{43,5}{1,79} \right) = 0,885$$

d.3) 5 ϕ 16 mm (seção situada entre 2,1 m e 5,6 m da face interna do pilar esquerdo)

$$A_s = 5 \frac{\pi \phi^2}{4} = 5 \frac{\pi 1,6^2}{4} = 10,05 \text{ cm}^2$$
$$\beta_z = 1 - \left(\frac{1}{1,7} \cdot \frac{10,05}{20 \times 50} \cdot \frac{43,5}{1,79} \right) = 0,856$$

d.4) Adoção de um único valor para β_z

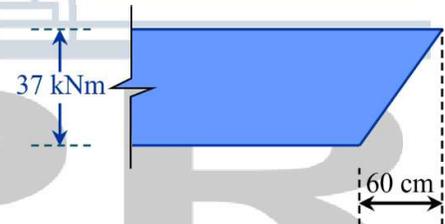
Deve ser observado, neste exemplo, que para uma variação de armadura de 150% (de 2 barras para 5 barras) a variação de β_z foi de -9% (de 0,943 para 0,856).

Com o objetivo de não perder a linearidade entre os valores de M_{Rd1} para as diversas combinações de barras, é prática comum no detalhamento de vigas de concreto armado adotar, independentemente do número de barras atuantes na seção transversal de qualquer trecho de viga, um único valor para o braço de alavanca z , ou seja adotar um único β_z ($z = \beta_z d$). Para que as condições de segurança não sejam violadas, adota-se o menor β_z (menor braço de alavanca, menor fletor resistente M_{Rd1}) que justamente correspondente à seção transversal com maior número de barras, ou seja adota-se o β_z correspondente à seção transversal mais solicitada (onde atua o máximo momento fletor solicitante de cálculo M_{sd}). Desta forma, o modo simplificado de determinar o valor de β_z é através do uso da equação:

$$\beta_z = 1 - \left(\frac{1}{1,7} \cdot \frac{A_{s,max}}{b_w d} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \right)$$
$$A_{s,max} = 10,05 \text{ cm}^2 \quad \langle 5 \phi 16 \rangle$$
$$\beta_z = 1 - \left(\frac{1}{1,7} \cdot \frac{10,05}{20 \times 50} \cdot \frac{43,5}{1,79} \right) = 0,856$$
$$\beta_z = 0,856$$

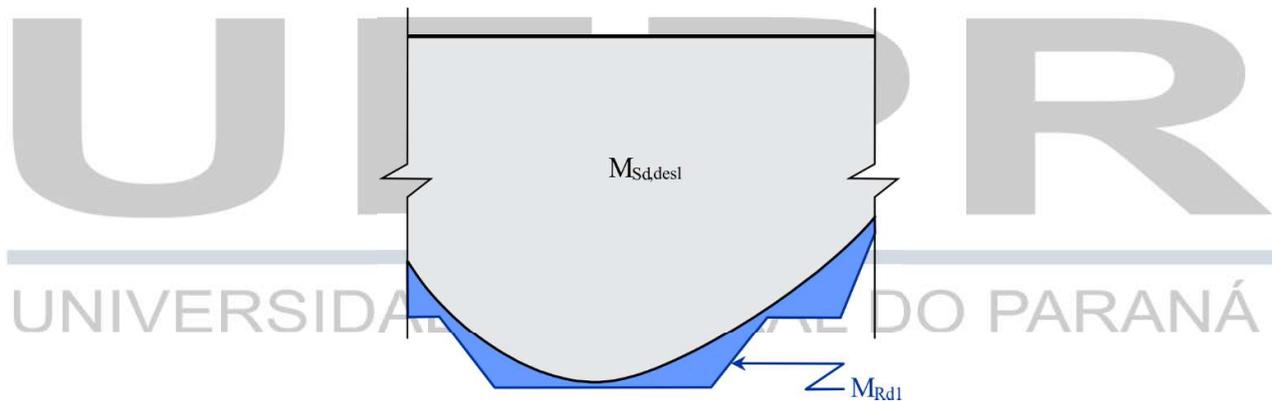
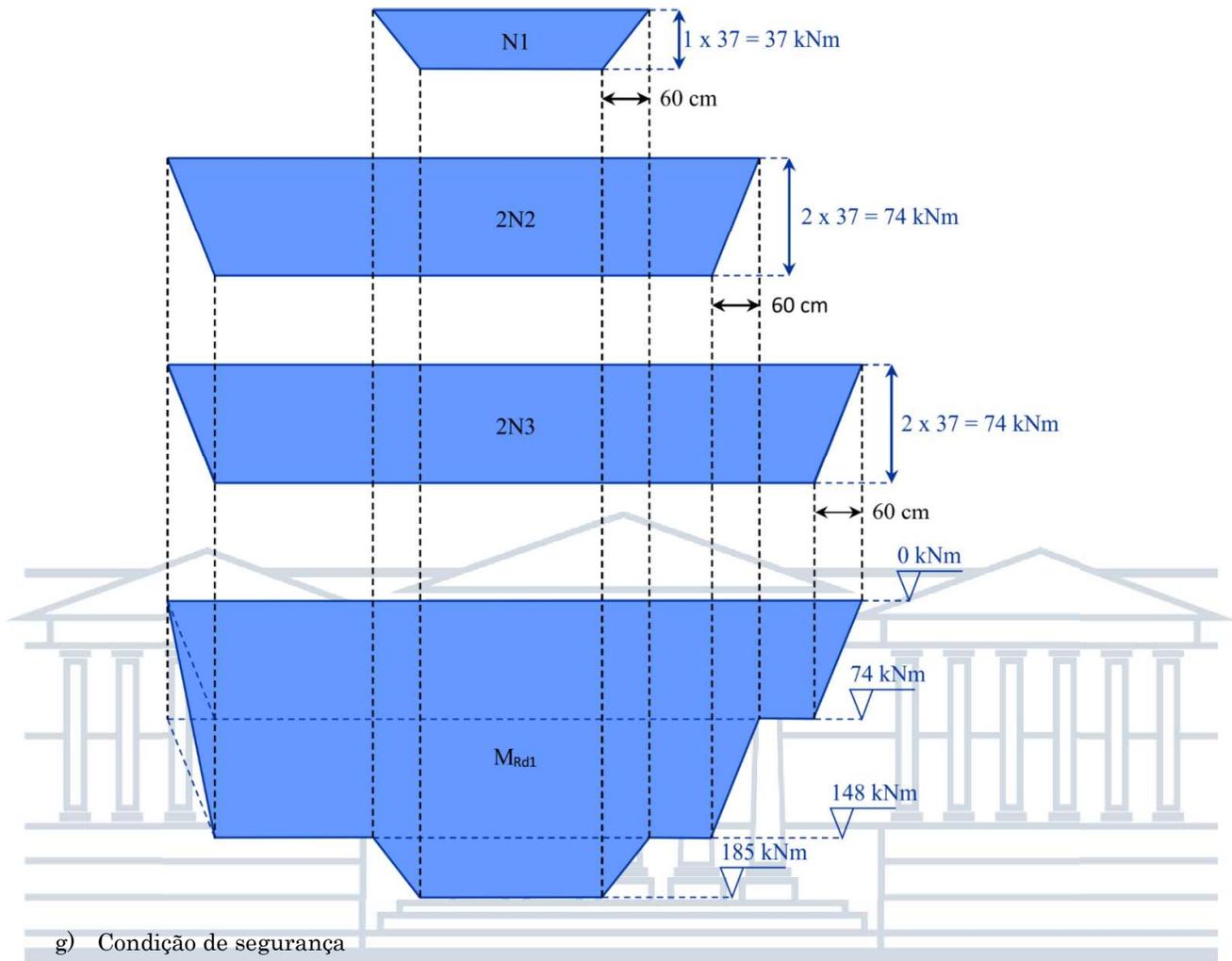
e) Diagrama M_{Rd1} para uma barra de 16 mm

$$A_s = \frac{\pi \phi^2}{4} = \frac{\pi 1,6^2}{4} = 2,01 \text{ cm}^2$$
$$M_{Rd1} = A_s f_{yd} \beta_z d = 2,01 \times 43,5 \times 0,856 \times 50$$
$$M_{Rd1} = 3742 \text{ kNcm} = 37 \text{ kNm}$$



Existindo barras com bitolas diferentes, para cada uma delas deverá ser desenvolvido o diagrama M_{Rd1} .

f) Diagrama M_{Rd1}



A viga será segura se, em qualquer seção transversal, for verificada a condição $M_{Rd1} \geq M_{Sd,desl}$ ($R_d \geq S_d$).

Além do exposto neste exemplo, outras condições para detalhamento de armadura longitudinal de vigas devem ser observadas, como as estabelecidas no item 18.3.2.3 da ABNT NBR 6118.

7.9 POSIÇÃO RELATIVA ENTRE OS DIAGRAMAS $M_{S,DESL}$ E M_{RD1}

7.9.1 VÃOS E APOIOS INTERMEDIÁRIOS DE VIGAS

Segundo a ABNT NBR 6118, item 18.3.2.3.1, o diagrama M_{Rd1} , nos pontos onde a tensão normal atuante nas

barras é nula (pontas das barras), deve ficar afastado de 10ϕ (diâmetro da barra que esta sendo ancorada) do diagrama $M_{Sd,dest}$, (diagrama de momentos fletores solicitantes, deslocado) como mostrado na

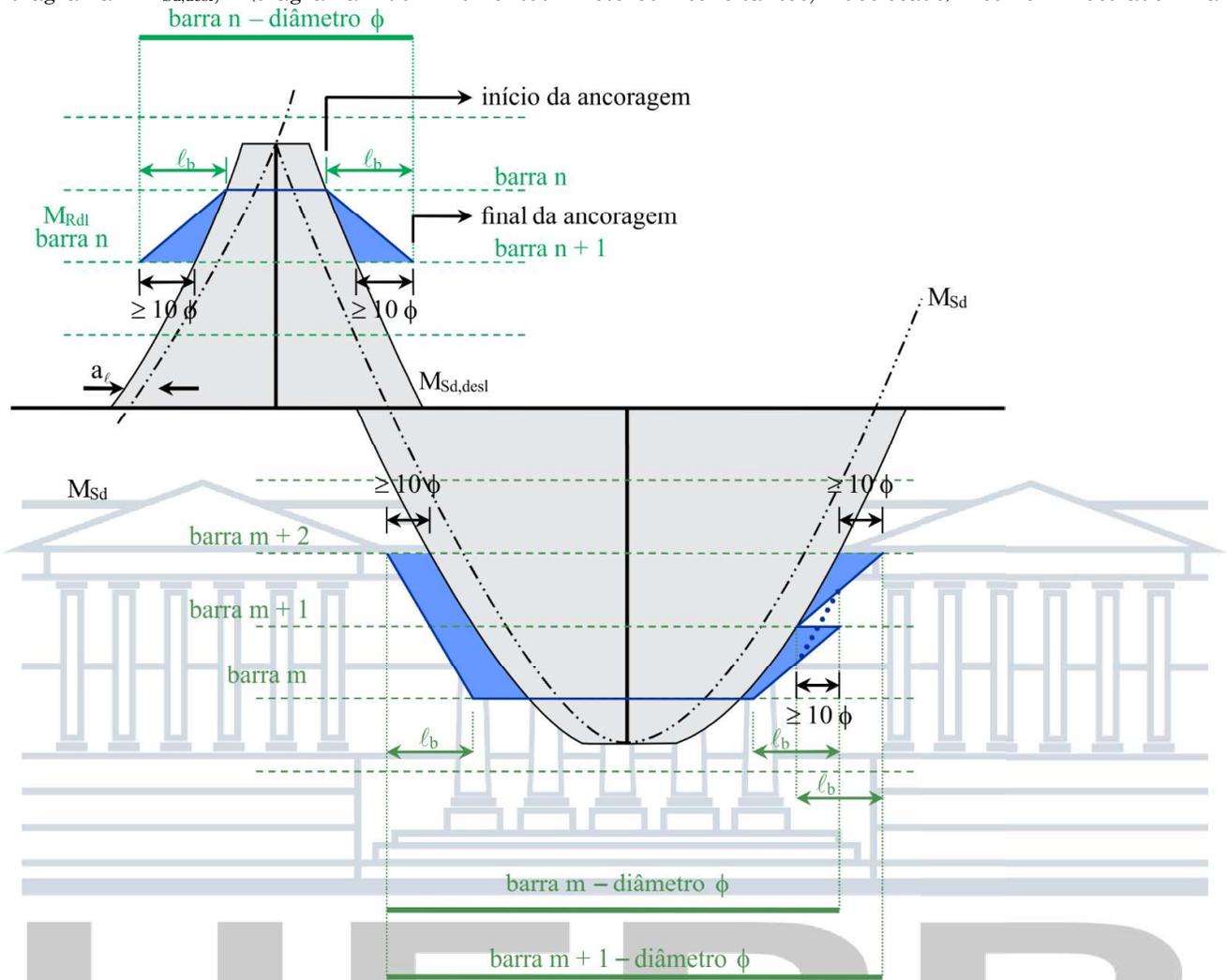


Figura 7.14.

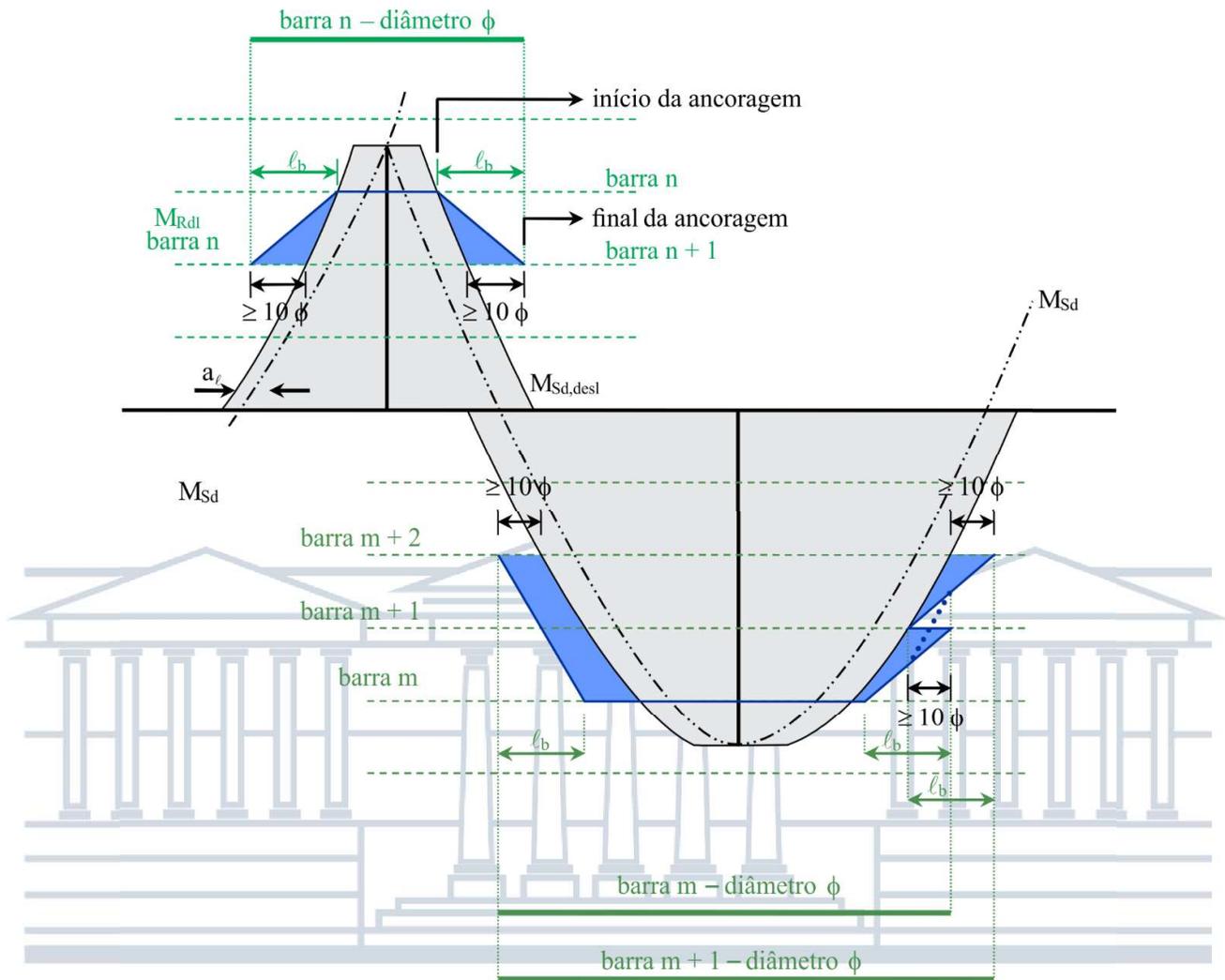


Figura 7.14 – Posição relativa entre os diagramas $M_{Sd,desl}$ e M_{Rd1} .

EXEMPLO 7.5

Detalhar a armadura positiva da viga abaixo representada. A viga tem 15 cm de base e 50 cm de altura.

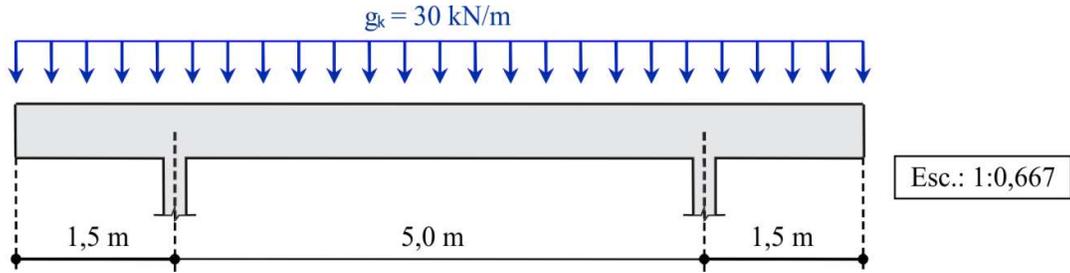
Dados:

- concreto: C20;
- barra nervurada: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais;
- viga de seção retangular, sem armadura de compressão e simplesmente apoiada nos pilares;
- pilares com 20 cm de largura;
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- $a_r = d$;
- armadura transversal (estribos): 6,3 mm;
- cobrimento nominal: 3 cm;
- dimensão máxima do agregado: 12,5 mm.

Obs.: peso próprio da viga incluído na carga g_k .



Solução: O valor de ℓ_b é determinado de modo análogo ao do **Erro! Fonte de referência não encontrada.** A determinação da armadura necessária para resistir ao máximo momento fletor positivo é feita de modo análogo ao do Exemplo [5.1]. O posicionamento das barras é determinado de modo análogo ao mostrado na

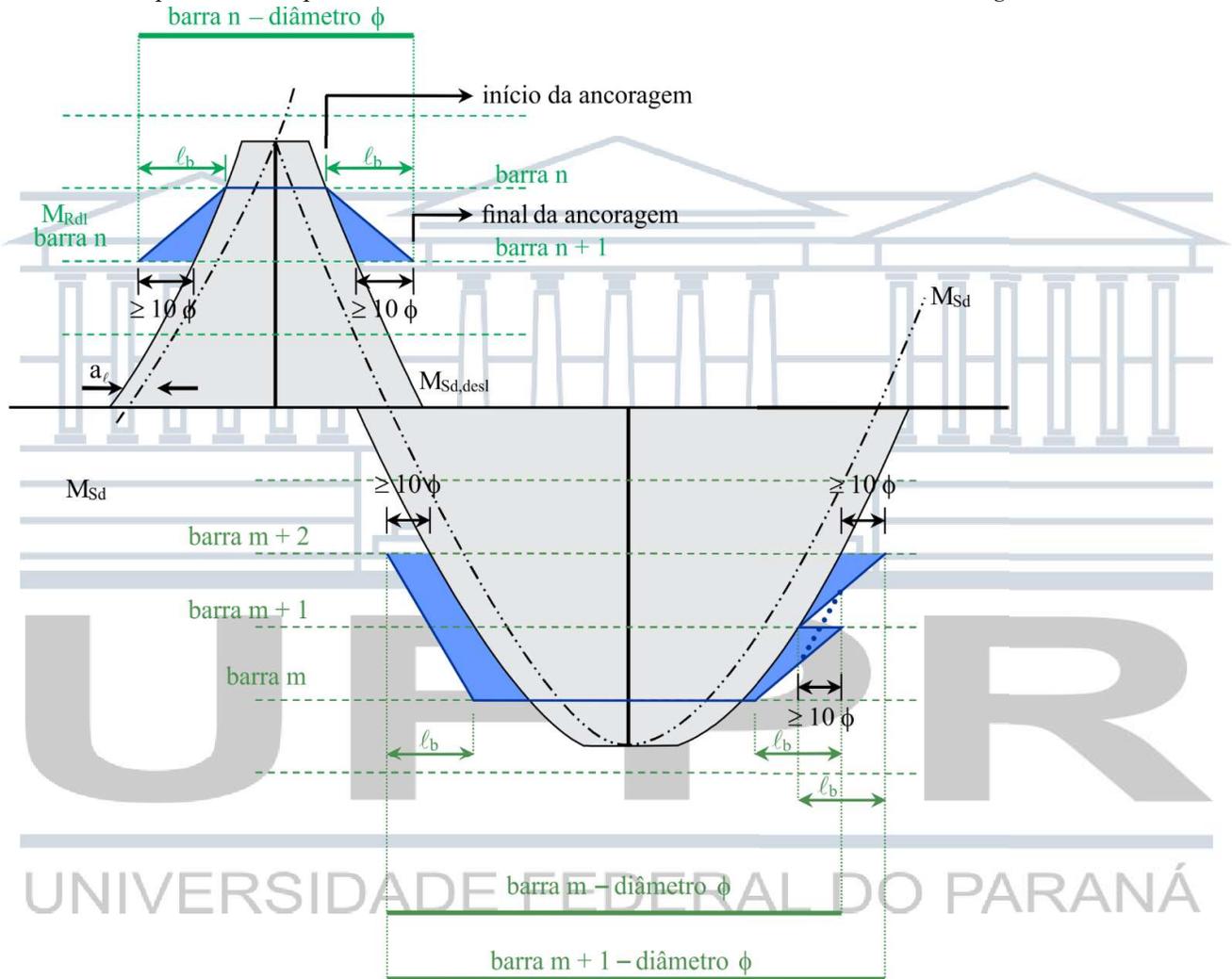
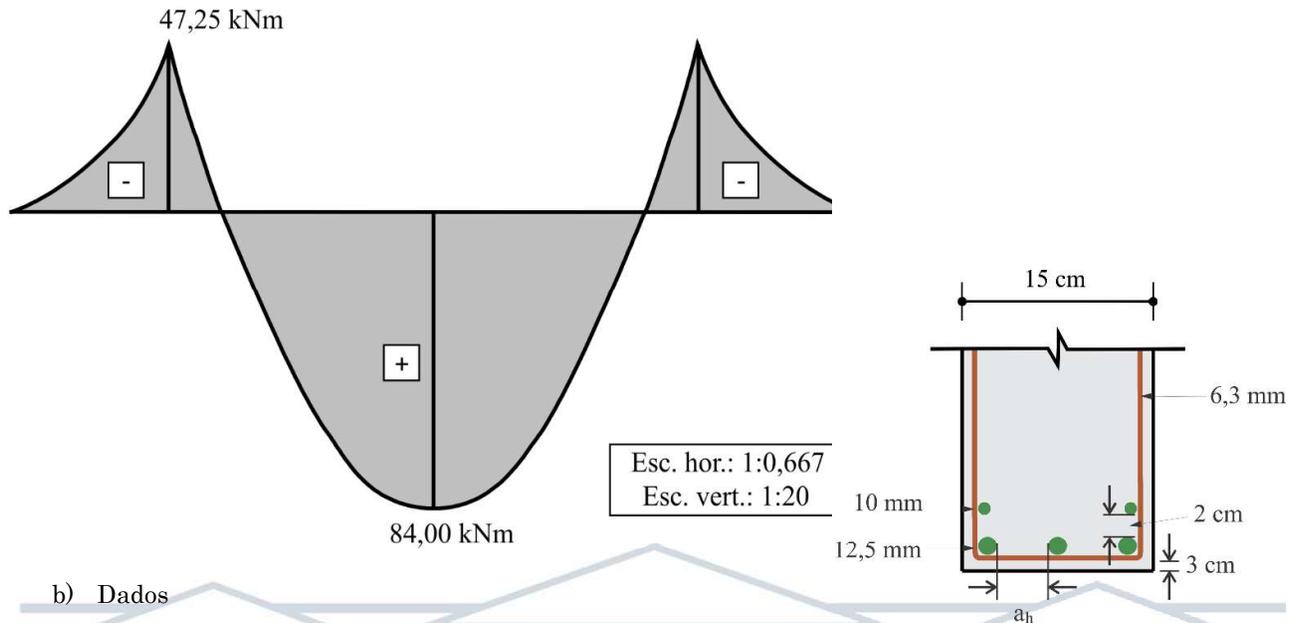


Figura 7.14.

a) Diagrama M_{Sd}



b) Dados

$$f_{ck} = 20 \text{ MPa} \text{ (C20)}$$

$$\gamma_c = 1,40 \text{ (ELU - combinação normal)}$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{20}{1,4} = 14,3 \text{ MPa} = 1,43 \text{ kN/cm}^2$$

$$\eta_1 = 2,25 \text{ (barranervurada)}$$

$$\eta_2 = 1,00 \text{ (situação de boa aderência)}$$

$$\eta_3 = 1,00 \text{ (}\phi < 40 \text{ mm)}$$

$$f_{bd} = \left(\frac{0,21 \eta_1 \eta_2 \eta_3}{\gamma_c} \right) \sqrt[3]{f_{ck}^2} \text{ (} f_{ck} \text{ em MPa)}$$

$$f_{bd} = \left(\frac{0,21 \times 2,25 \times 1,0 \times 1,0}{1,4} \right) \sqrt[3]{20^2} = 2,49 \text{ MPa} = 0,249 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa} \text{ (CA50)}$$

$$\gamma_s = 1,15 \text{ (ELU - combinação normal)}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa} = 43,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$\ell_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}}$$

$$\ell_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{43,5}{0,249} = 44 \phi$$

$$b_w = 15 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$d = 50 - 6 = 44 \text{ cm (assumido)}$$

$$c_{nom} = 3 \text{ cm}$$

$$\phi_t = 6,3 \text{ mm} = 0,63 \text{ cm}$$

$$d_{max} = 12,5 \text{ mm} = 1,25 \text{ cm}$$

$$A_{s,min} = \max \left[\begin{array}{l} 0,035 \times \frac{1,43}{43,5} \times 15 \times 50 = 0,86 \text{ cm}^2 \\ 0,0015 \times 15 \times 50 = 1,13 \text{ cm}^2 \end{array} \right] = 1,13 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,max} = 0,04 \times 15 \times 50 = 30,0 \text{ cm}^2$$

$$M_{Sd} = 84 \text{ kNm} = 8400 \text{ kNcm}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

$$M_{Rdt,lim} = 0,272 \times 15 \times 44^2 \times 1,43 = 11295 \text{ kNcm}$$

$$\underbrace{M_{Sd}}_{8400 \text{ kNcm}} < \underbrace{M_{Rdt,lim}}_{11295 \text{ kNcm}} \Rightarrow \text{n\~{o} h\~{a} necessidade de armadura de compress\~{a}o}$$

$$M_{Sd} = M_{Rd} = M_{Rdt} = 8400 \text{ kNcm}$$

c) Armadura longitudinal

$$\beta_c = \frac{8400}{15 \times 44^2 \times 1,43} = 0,202 < 0,272 \text{ OK}$$

$$\beta_c = 0,202 \xrightarrow{\text{tabela}} \begin{cases} \beta_z = 0,862 \\ \beta_s = 1,000 \end{cases}$$

$$A_s = \frac{8400}{0,862 \times 44 \times 1,000 \times 43,5} = 5,09 \text{ cm}^2 \begin{cases} > 1,13 \text{ cm}^2 \\ < 30,0 \text{ cm}^2 \end{cases} \text{ OK}$$

$$3\phi 12,5 = 3 \times \frac{\pi \times 1,25^2}{4} = 3,68 \text{ cm}^2$$

$$2\phi 10 = 2 \times \frac{\pi \times 1,0^2}{4} = 1,57 \text{ cm}^2$$

$$3\phi 12,5 + 2\phi 10 = 5,25 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,cal} = 5,09 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,ef} = 5,25 \text{ cm}^2$$

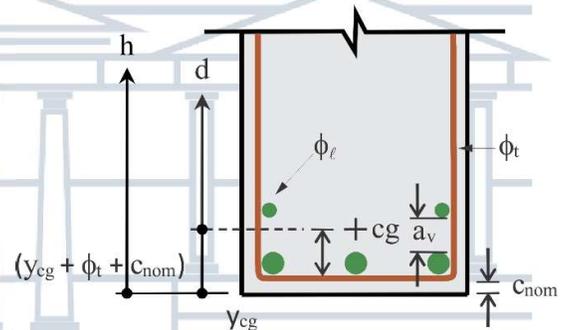
d) Verifica\~{c}\~{a}o de a_h e a_v

$$a_v = 2,00 \text{ cm}$$

$$a_h = \frac{15 - (2 \times 3,0 + 2 \times 0,63 + 3 \times 1,25)}{3 - 1} = 2,00 \text{ cm}$$

$$a_v \geq \max \begin{bmatrix} 2 \text{ cm} \\ \phi_\ell = 1,25 \text{ cm} \\ 0,5 d_{\max} = 0,5 \times 1,25 = 0,63 \text{ cm} \end{bmatrix} = 2,0 \text{ cm} \text{ OK}$$

$$a_h \geq \max \begin{bmatrix} 2 \text{ cm} \\ \phi_\ell = 1,25 \text{ cm} \\ 1,2 d_{\max} = 1,2 \times 1,25 = 1,50 \text{ cm} \end{bmatrix} = 2,0 \text{ cm} \text{ OK}$$



e) Verifica\~{c}\~{a}o de d

$$y_{cg} = \frac{\left[3 \times \left(\frac{\pi \times 1,25^2}{4} \right) \times \left(\frac{1,25}{2} \right) \right] + \left[2 \times \left(\frac{\pi \times 1,0^2}{4} \right) \times \left(1,25 + 2,0 + \frac{1,0}{2} \right) \right]}{\left[3 \times \left(\frac{\pi \times 1,25^2}{4} \right) \right] + \left[2 \times \left(\frac{\pi \times 1,0^2}{4} \right) \right]}$$

$$y_{cg} = \frac{\left(3 \times 1,25^2 \times \frac{1,25}{2} \right) + \left[2 \times 1,0^2 \times \left(1,25 + 2,0 + \frac{1,0}{2} \right) \right]}{(3 \times 1,25^2) + (2 \times 1,0^2)} = 1,56 \text{ cm}$$

$$d = h - (y_{cg} + \phi_t + c_{nom})$$

$$d = 50 - (1,56 + 0,63 + 3,0) = 44,81 \text{ cm} > 44 \text{ cm} \text{ OK}$$

$$d = 44,81 \text{ cm}$$

$$a_\ell = d \approx 45 \text{ cm}$$

f) Determina\~{c}\~{a}o de M_{Rdt}

$$\beta_s = \left(\frac{0,68 b_w d f_{cd}}{A_s f_{yd}} \right) \beta_x$$

$$\beta_s = \left(\frac{0,68 \times 15 \times 44,81 \times 1,43}{5,25 \times 43,5} \right) \times \beta_x$$

$$\beta_s = 2,862 \beta_x$$

$$\beta_x = 0,349 \beta_s$$

$$\beta_x = 0,349 \Rightarrow \begin{cases} \beta_c = 0,204 \\ \beta_z = 0,860 \\ \beta_s = 1,000 \text{ OK} \end{cases}$$

tabela

$$M_{Rd1} = \beta_c b_w d^2 f_{cd}$$

$$M_{Rd1} = 0,204 \times 15 \times 44,81^2 \times 1,43 = 8786 \text{ kNcm} > \underbrace{8400 \text{ kNcm}}_{M_{Sd}}$$

$$M_{Rd1, \phi 12,5} = 8786 \times \frac{3 \times \frac{\pi \times 1,25^2}{4}}{3 \times \frac{\pi \times 1,25^2}{4} + 2 \times \frac{\pi \times 1,0^2}{4}}$$

$$M_{Rd1, \phi 12,5} = 8786 \times \frac{3,68}{5,25} = 6158 \text{ kNcm} = 62 \text{ kNm}$$

$$M_{Rd1, \phi 10} = 8786 \times \frac{2 \times \frac{\pi \times 1,0^2}{4}}{3 \times \frac{\pi \times 1,25^2}{4} + 2 \times \frac{\pi \times 1,0^2}{4}}$$

$$M_{Rd1, \phi 10} = 8786 \times \frac{1,57}{5,25} = 2628 \text{ kNcm} = 26 \text{ kNm}$$

Verificação do valor de β_z e M_{Rd1} (Equação 7.14 e Equação 7.15)

$$\beta_z = \frac{z}{d} = 1 - \left(\frac{1}{1,7} \cdot \frac{A_s}{b_w d} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \right)$$

$$\beta_z = 1 - \left(\frac{1}{1,7} \times \frac{5,25}{15 \times 44,81} \times \frac{43,5}{1,43} \right) = 0,860 \text{ OK}$$

$$M_{Rd1} = A_s f_{yd} \beta_z d$$

$$M_{Rd1} = 5,25 \times 43,5 \times 0,860 \times 44,81 = 8801 \text{ kNcm} > 8786 \text{ kNcm} \text{ (imprecisão de tabela)}$$

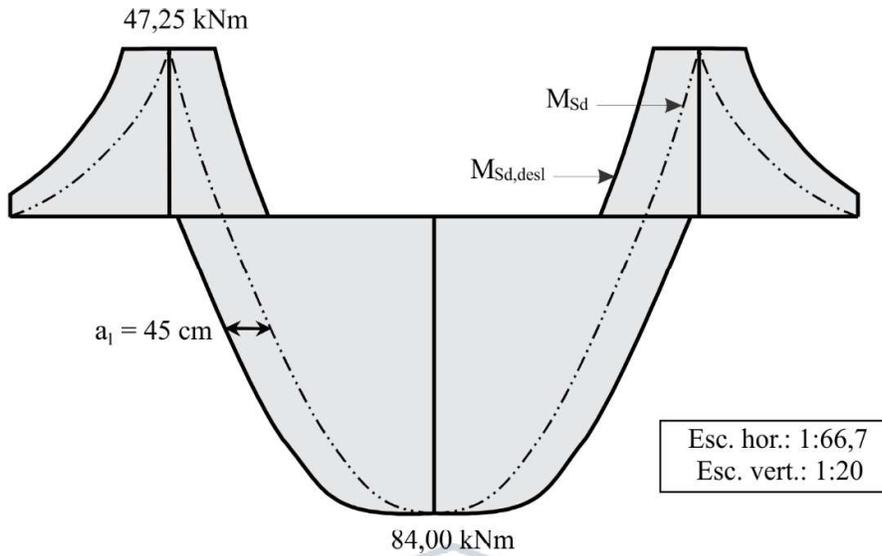
A diferença dos valores de M_{Rd1} , calculados como funções de β_c (8 786 kNcm) e de β_z (8 801 kNcm), é devida à imprecisão de tabela. Para β_x igual a 0,349412 (valor mais exato), β_c corresponderia a 0,204392 e β_z seria igual a 0,860234. O valor de M_{Rd1} , função de β_c , $0,204392 \times 15 \times 44,81^2 \times 1,43$ resultaria igual a 8803 kNcm e o valor de M_{Rd1} , função de β_z , $5,25 \times 43,5 \times 0,860235 \times 44,81$ corresponderia a 8803 kNcm. Esta imprecisão de tabela será ignorada na seqüência da resolução deste Exemplo.

g) Determinação dos comprimentos de ancoragem

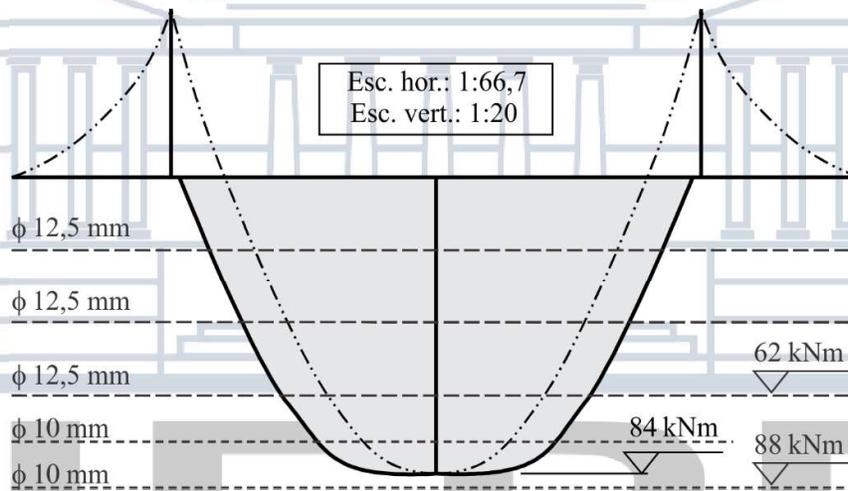
$$\ell_{b, \phi 10 \text{ mm}} = 44 \times 10 = 440 \text{ mm} = 44 \text{ cm}$$

$$\ell_{b, \phi 12,5 \text{ mm}} = 44 \times 12,5 = 550 \text{ mm} = 55 \text{ cm}$$

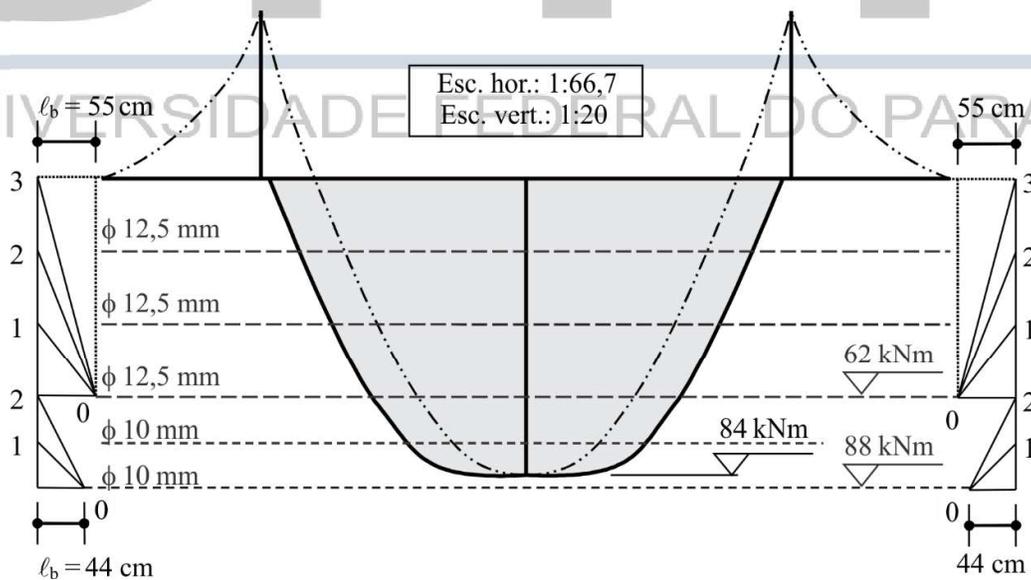
h) Diagrama $M_{Sd, desl}$



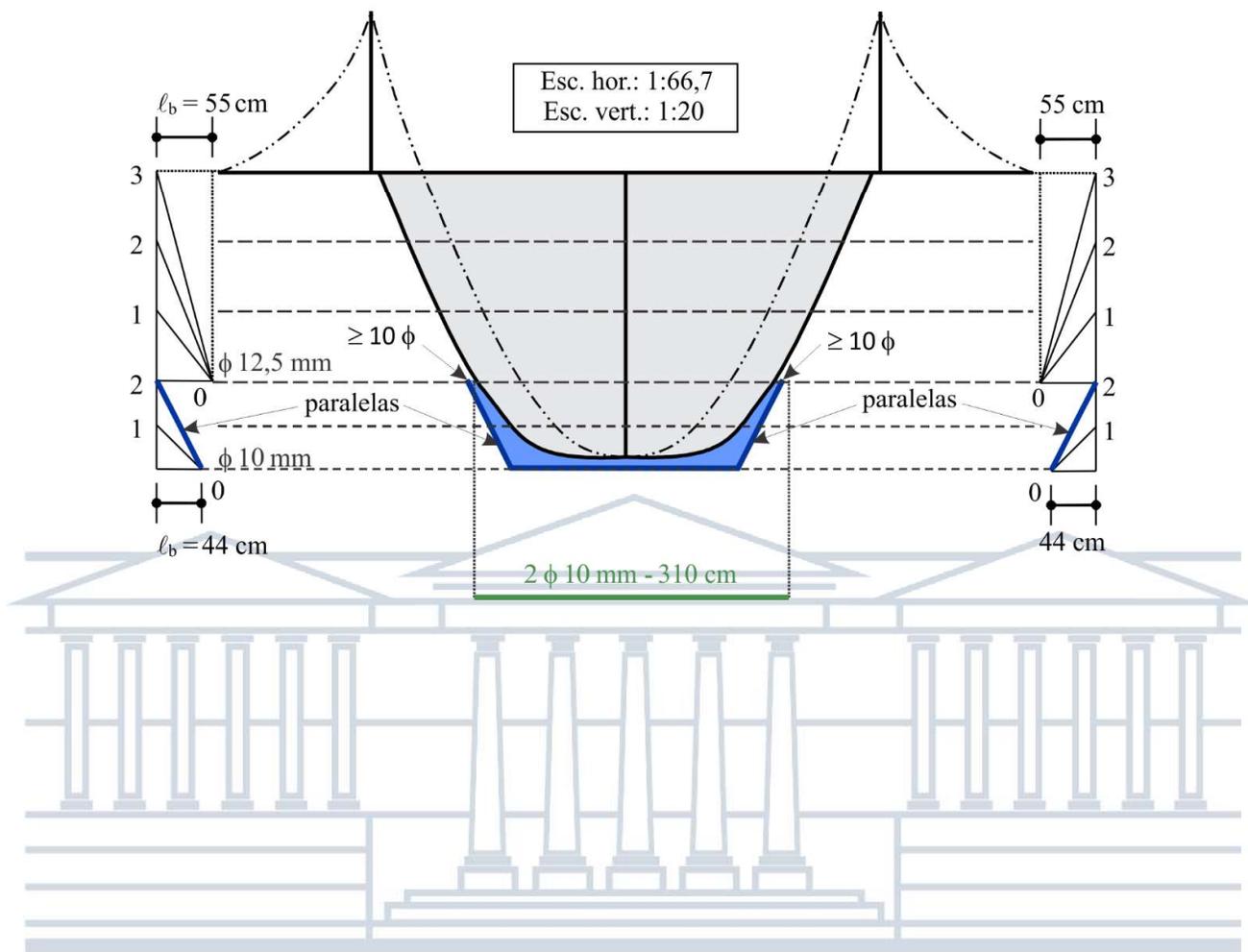
i) Posicionamento vertical das barras em relação ao diagrama $M_{sd,desl}$



j) Leque de ancoragem



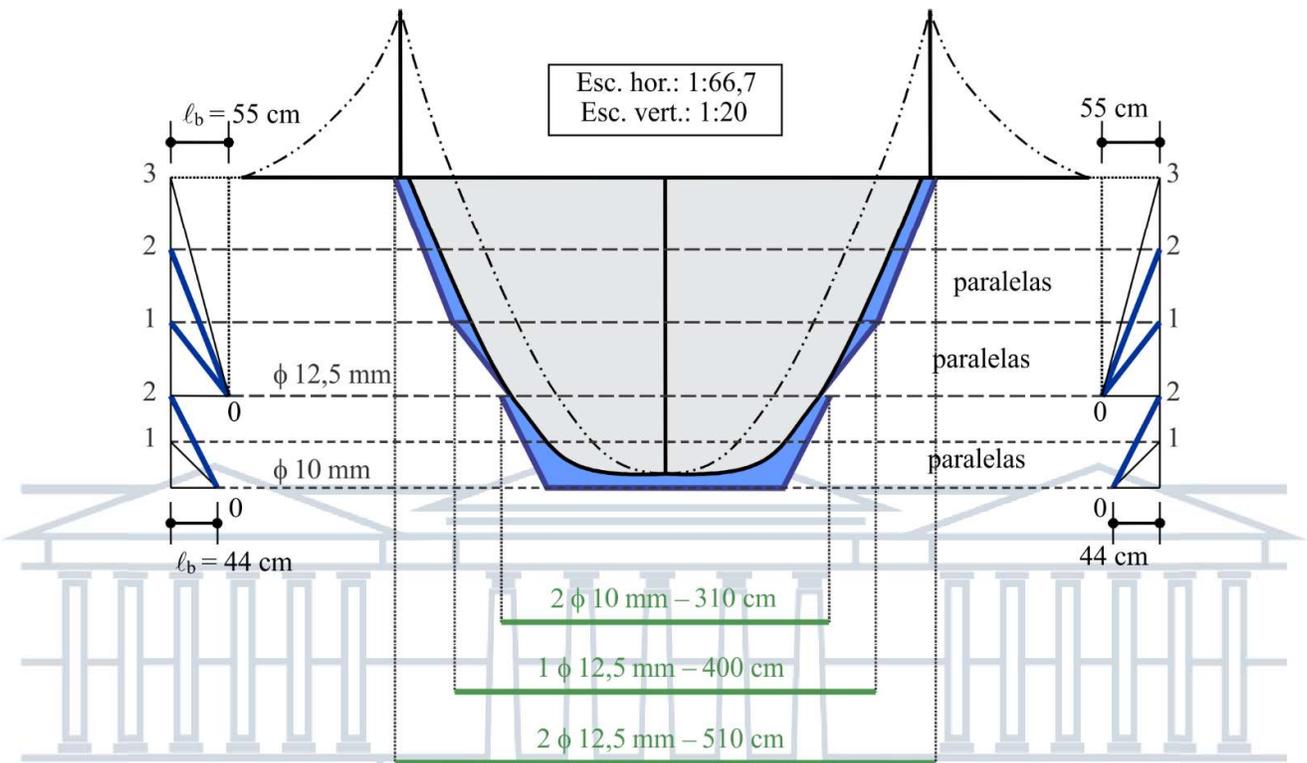
k) Paralelismo de ancoragem



U F P R

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

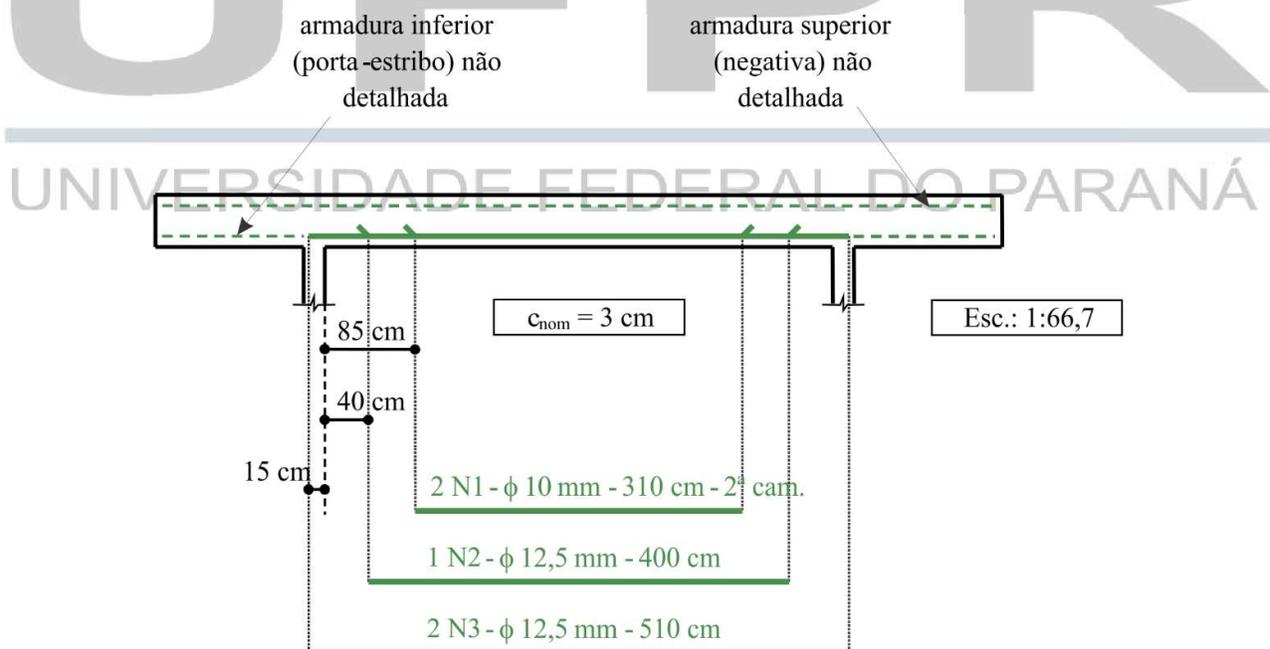
l) Diagramas M_{Rd1} dos conjuntos de barras



Obs.:

- Todas as pontas das barras estão afastadas de uma distância maior ou igual a 10ϕ do diagrama $M_{Sd,desl}$.
- O paralelismo de ancoragem existente do lado direito é simétrico em relação ao lado esquerdo.

m) Detalhamento da armadura longitudinal positiva



Para detalhamento da armadura longitudinal negativa ver **Erro! Fonte de referência não encontrada..**

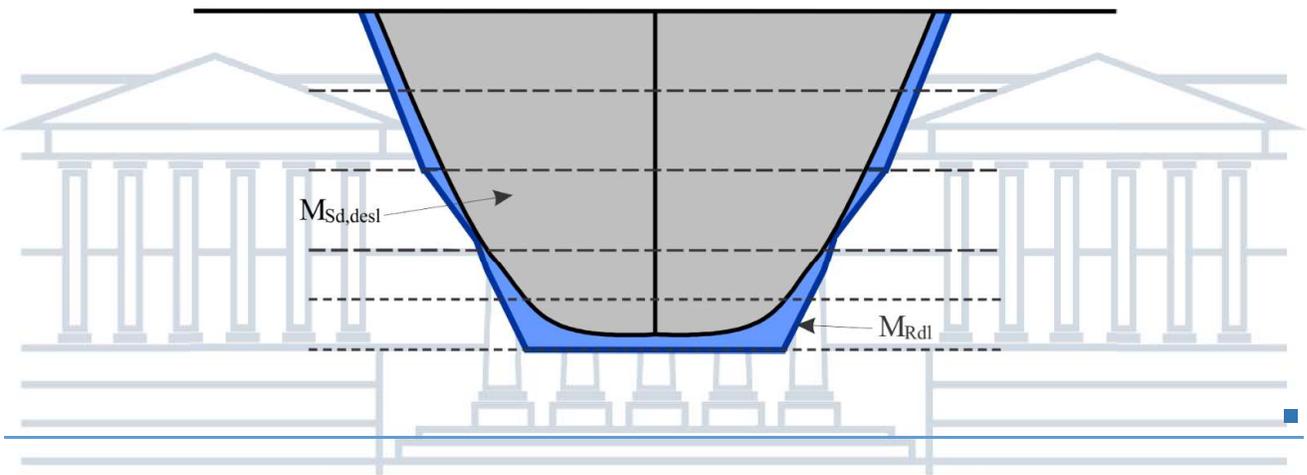
n) Verificações

De acordo com o item 18.3.2.4 -c da ABNT NBR 6118, pelo menos 25% da armadura positiva deve ser estendida aos apoios intermediários. Como duas barras (N3) chegam ao apoio, tem-se:

$$\%A_{s,apoio} = \frac{2 \times \frac{\pi \times 1,25^2}{4}}{3 \times \frac{\pi \times 1,25^2}{4} + 2 \times \frac{\pi \times 1,0^2}{4}} = 47\% > 25\% \text{ OK}$$

De acordo com item 18.3.2.4.1 da ABNT NBR 6118, as armaduras positivas provenientes do meio do vão deverão estender-se, no mínimo, 10ϕ além da face do apoio. Como a armadura N3 está posicionada 15 cm além da face interna do apoio, o item da Norma está verificado (10ϕ corresponde a 12,5 cm).

o) Diagramas $M_{Sd,desl}$ e M_{Rd1}



7.9.2 BALANÇOS

Para os trechos de vigas em balanços, o detalhamento da ancoragem reta requer alguns cuidados especiais. Pela Figura 7.15 pode ser observado que, pelo detalhamento apresentado em 7.9.1, parte da armadura reta ancorada ficaria situada fora da viga.

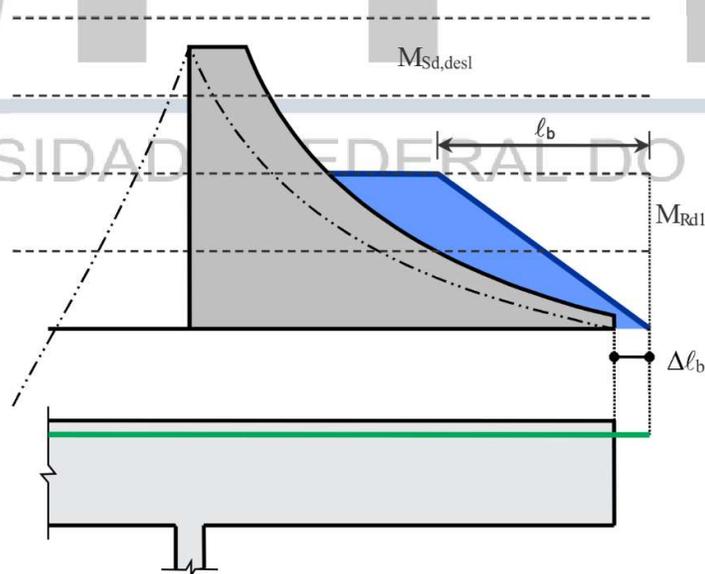


Figura 7.15 – Vigas em balanço

Embora dispositivos especiais de ancoragem possam ser usados para resolver a situação da armadura mostrada

na Figura 7.15, é prática comum a dobra desta armadura para dentro da viga. Para se evitar que trechos expressivos de ancoragem se situem na vertical é conveniente adotar para Δl_b valores não superiores a 25% de l_b , como mostrado na Figura 7.16 (Δl_b contado a partir da face final do balanço). Como as pontas de barras devem estar afastadas de 10ϕ do diagrama $M_{Sd,desl}$ e a parte dobrada não pode ser maior que d , tem-se para Δl_b :

$$10\phi \leq \Delta l_b \leq \min \left[\begin{array}{l} 0,25 l_b \\ d \end{array} \right] \quad \text{Equação 7.16}$$

Se as desigualdades apresentadas na **Erro! Fonte de referência não encontrada.** não puderem ser verificadas simultaneamente, prevalece os 10ϕ , desde que inferiores a d .

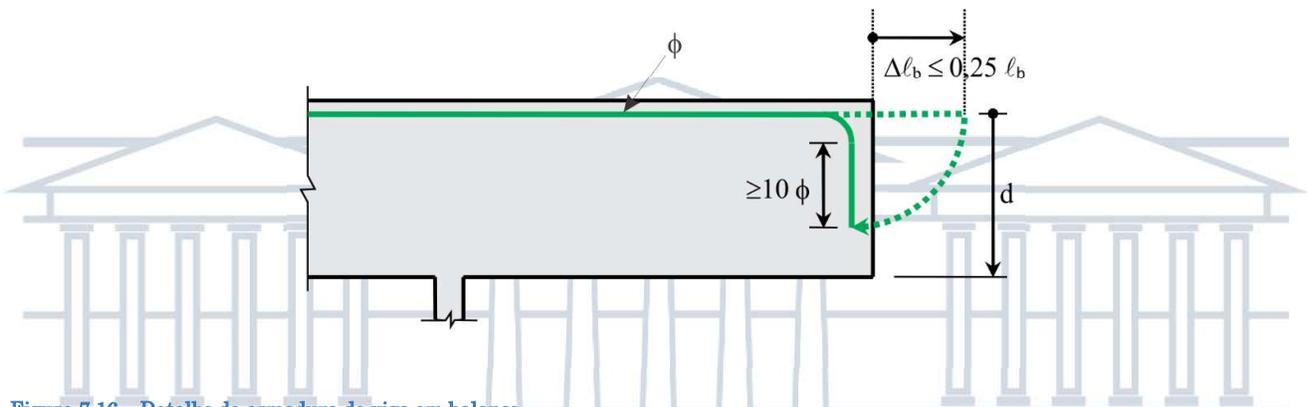


Figura 7.16 – Detalhe de armadura de viga em balanço

O comprimento do trecho reto dobrado (trecho vertical), também, não deverá ser inferior a 10ϕ (Figura 7.16).

Para a definição do diâmetro do pino de dobramento das barras longitudinais que chegam a ponta do balanço deve ser usada a Tabela 7.6, apresentada em **Erro! Fonte de referência não encontrada.**

EXEMPLO 7.6

Detalhar a armadura negativa da viga abaixo representada. A viga tem 15 cm de base e 50 cm de altura.

Dados:

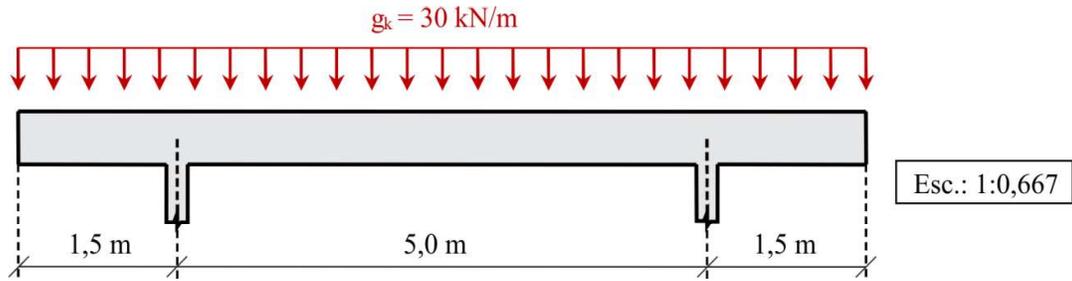
- concreto: C20; e
- barra nervurada: CA 50.

Considerar:

- somente solicitações normais;
- viga de seção retangular, sem armadura de compressão e simplesmente apoiada nos pilares;
- pilares com 20 cm de largura;
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- $a_t = d$;
- armadura transversal (estribos): 6,3 mm;
- cobrimento nominal: 3 cm; e
- dimensão máxima do agregado: 12,5 mm.

Obs.:

- peso próprio da viga incluído na carga g_k .



Solução: O valor de l_b é determinado de modo análogo ao do Exemplo [5.2]. Fonte de referência não encontrada.. A determinação da armadura necessária para resistir ao máximo momento fletor negativo é feita de modo análogo ao do Exemplo [5.2]. O posicionamento das barras é determinado de modo análogo ao mostrado na

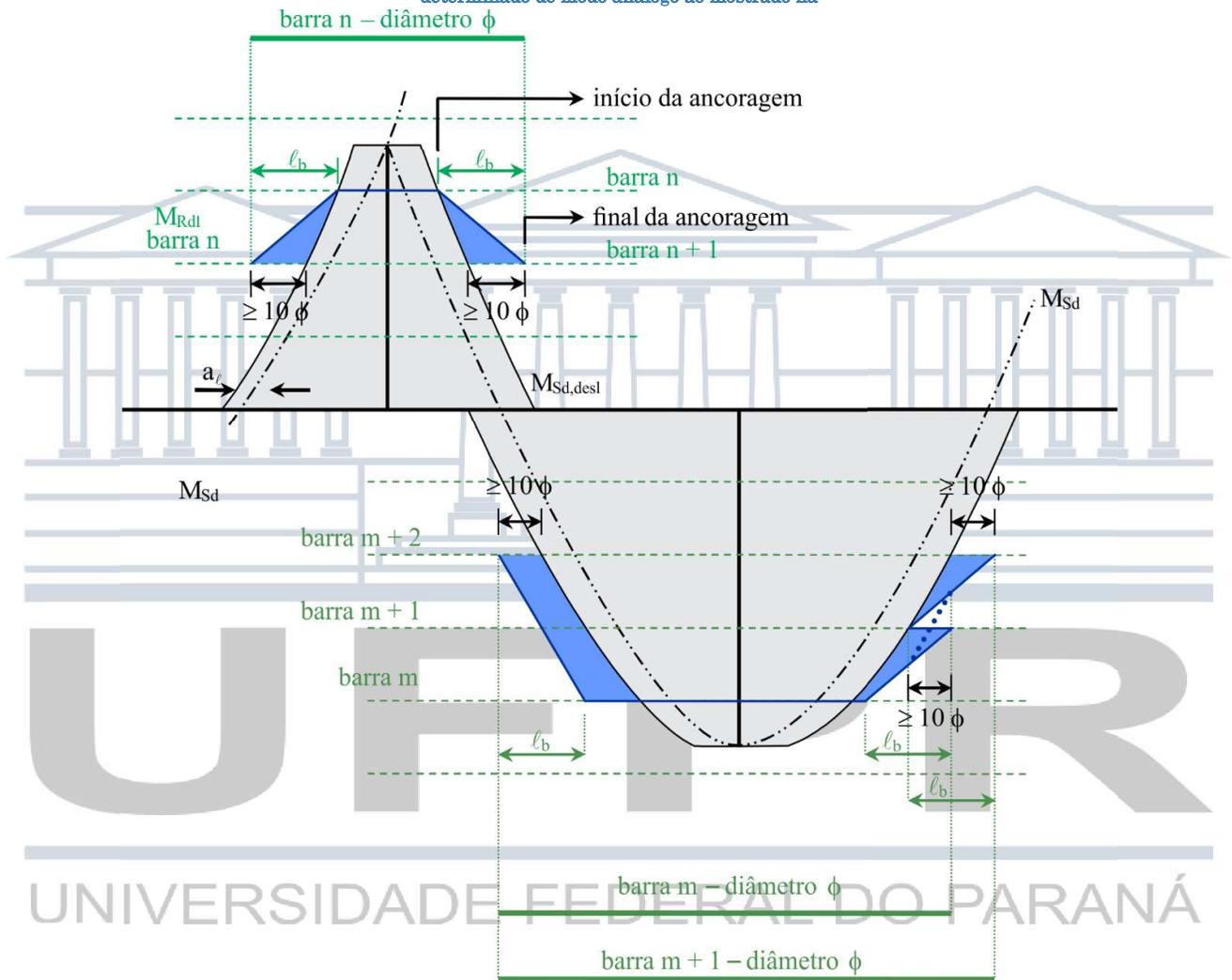
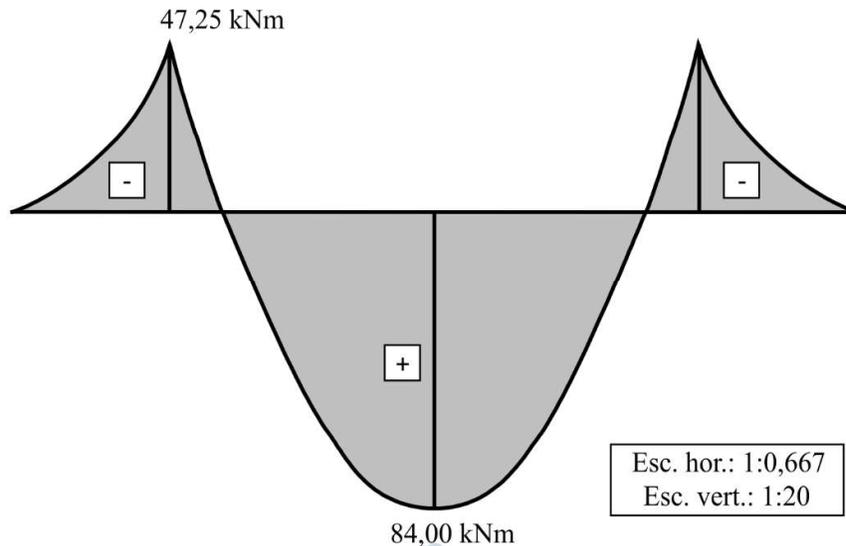


Figura 7.14.

a) Diagrama M_{Sd}



b) Dados

$$f_{ck} = 20 \text{ MPa} \text{ (C20)}$$

$$\gamma_c = 1,40 \text{ (ELU - combinação normal)}$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{20}{1,4} = 14,3 \text{ MPa} = 1,43 \text{ kN/cm}^2$$

$$\eta_1 = 2,25 \text{ (barranervurada)}$$

$$\eta_2 = 0,70 \text{ (situação de má aderência)}$$

$$\eta_3 = 1,00 \text{ (}\phi < 40 \text{ mm)}$$

$$f_{bd} = \left(\frac{0,21 \eta_1 \eta_2 \eta_3}{\gamma_c} \right) \sqrt[3]{f_{ck}^2} \text{ (} f_{ck} \text{ em MPa)}$$

$$f_{bd} = \left(\frac{0,21 \times 2,25 \times 0,7 \times 1,0}{1,4} \right) \sqrt[3]{20^2} = 1,74 \text{ MPa} = 0,174 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa} \text{ (CA50)}$$

$$\gamma_s = 1,15 \text{ (ELU - combinação normal)}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa} = 43,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$\ell_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}}$$

$$\ell_b = \frac{\phi}{4} \times \frac{43,5}{0,174} = 63\phi$$

$$b_w = 15 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$d = 50 - 6 = 44 \text{ cm (assumido)}$$

$$c_{nom} = 3 \text{ cm}$$

$$\phi_t = 6,3 \text{ mm} = 0,63 \text{ cm}$$

$$d_{max} = 12,5 \text{ mm} = 1,25 \text{ cm}$$

$$A_{s,min} = \max \left[\begin{array}{l} 0,035 \times \frac{1,43}{43,5} \times 15 \times 50 = 0,86 \text{ cm}^2 \\ 0,0015 \times 15 \times 50 = 1,13 \text{ cm}^2 \end{array} \right] = 1,13 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,max} = 0,04 \times 15 \times 50 = 30,0 \text{ cm}^2$$

$$M_{Sd} = 47,25 \text{ kNm} = 4725 \text{ kNcm}$$

UFPR

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

$$M_{Rd1,lim} = 0,272 \times 15 \times 44^2 \times 1,43 = 11295 \text{ kNcm}$$

$$\underbrace{M_{Sd}}_{4725 \text{ kNcm}} < \underbrace{M_{Rd1,lim}}_{11295 \text{ kNcm}} \Rightarrow \text{n\~{o} h\~{a} necessidade de armadura de compress\~{a}o}$$

$$M_{Sd} = M_{Rd} = M_{Rd1} = 4725 \text{ kNcm}$$

c) Armadura longitudinal

$$\beta_c = \frac{4725}{15 \times 44^2 \times 1,43} = 0,114 < 0,272 \text{ OK}$$

$$\beta_c = 0,114 \Rightarrow \begin{cases} \beta_z = 0,928 \\ \beta_s = 1,000 \end{cases} \text{ (tabela)}$$

$$A_s = \frac{4725}{0,928 \times 44 \times 1,000 \times 43,5} = 2,66 \text{ cm}^2 \left\{ \begin{array}{l} > 1,13 \text{ cm}^2 \\ < 30,0 \text{ cm}^2 \end{array} \right. \text{ OK}$$

$$4 \phi 10 = 4 \times \frac{\pi \times 1,0^2}{4} = 3,14 \text{ cm}^2 \text{ (2 camadas)}$$

$$A_{s,cal} = 2,66 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,ef} = 3,14 \text{ cm}^2$$

d) Verifica\~{c}\~{a}o de a_h e a_v

$$a_v = 2,00 \text{ cm}$$

$$a_h = \frac{15 - (2 \times 3,0 + 2 \times 0,63 + 2 \times 1,0)}{2 - 1} = 5,74 \text{ cm}$$

$$a_v \geq \max \left[\begin{array}{l} 2 \text{ cm} \\ \phi_\ell = 1,25 \text{ cm} \\ 0,5d_{max} = 0,5 \times 1,25 = 0,63 \text{ cm} \end{array} \right] = 2,0 \text{ cm OK}$$

$$a_h \geq \max \left[\begin{array}{l} 2 \text{ cm} \\ \phi_\ell = 1,25 \text{ cm} \\ 1,2d_{max} = 1,2 \times 1,25 = 1,50 \text{ cm} \end{array} \right] = 2,0 \text{ cm OK}$$

e) Verifica\~{c}\~{a}o de d

$$y_{cg} = \frac{\left[2 \times \left(\frac{\pi \times 1,0^2}{4} \right) \times \left(\frac{1,0}{2} \right) \right] + \left[2 \times \left(\frac{\pi \times 1,0^2}{4} \right) \times \left(1,0 + 2,0 + \frac{1,0}{2} \right) \right]}{\left[4 \times \left(\frac{\pi \times 1,0^2}{4} \right) \right]} = 2,00 \text{ cm}$$

$$d = h - (y_{cg} + \phi_t + c_{nom})$$

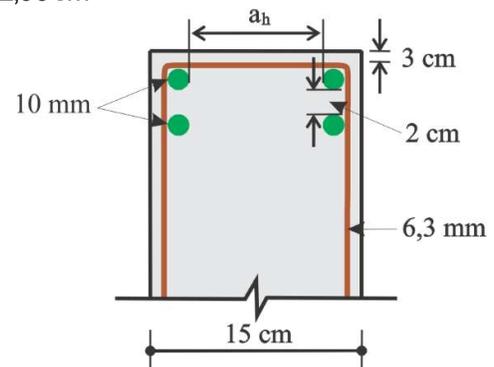
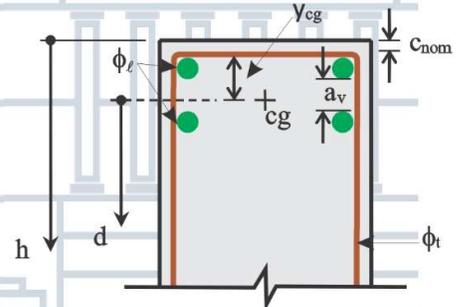
$$d = 50 - (2,00 + 0,63 + 3,0) = 44,37 \text{ cm} > 44 \text{ cm OK}$$

$$d = 44,37 \text{ cm}$$

$$a_\ell = d \approx 45 \text{ cm}$$

f) Determina\~{c}\~{a}o de M_{Rd1}

$$\beta_s = \left(\frac{0,68 b_w d f_{cd}}{A_s f_{yd}} \right) \beta_x$$



$$\beta_s = \left(\frac{0,68 \times 15 \times 44,37 \times 1,43}{3,14 \times 43,5} \right) \beta_x$$

$$\beta_x = 0,211 \beta_s$$

$$\beta_x = 0,211 \Rightarrow \begin{cases} \beta_c = 0,131 \\ \beta_z = 0,916 \\ \beta_s = 1,000 \text{ OK} \end{cases}$$

tabela

$$M_{Rd1} = \beta_c b_w d^2 f_{cd}$$

$$M_{Rd1} = 0,131 \times 15 \times 44,37^2 \times 1,43 = 5532 \text{ kNcm} > \underbrace{4725 \text{ kNcm}}_{M_{Sd}}$$

Verificação do valor de β_z e M_{Rd1} (Equação 7.14 e Equação 7.15)

$$\beta_z = \frac{z}{d} = 1 - \left(\frac{1}{1,7} \cdot \frac{A_s}{b_w d} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \right)$$

$$\beta_z = 1 - \left(\frac{1}{1,7} \times \frac{3,14}{15 \times 44,37} \times \frac{43,5}{1,43} \right) = 0,916 \text{ OK}$$

$$M_{Rd1} = A_s f_{yd} \beta_z d$$

$$M_{Rd1} = 3,14 \times 43,5 \times 0,916 \times 44,37 = 5551 \text{ kNcm} \approx 5532 \text{ kNcm} \text{ OK}$$

g) Determinação dos comprimentos de ancoragem

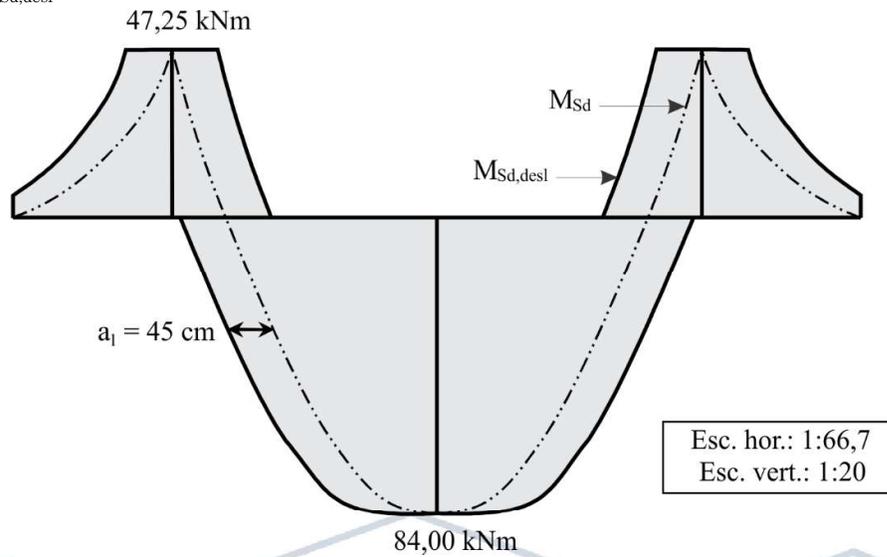
$$\ell_{b,\phi 10\text{mm}} = 63 \times 10 = 630 \text{ mm} = 63 \text{ cm}$$



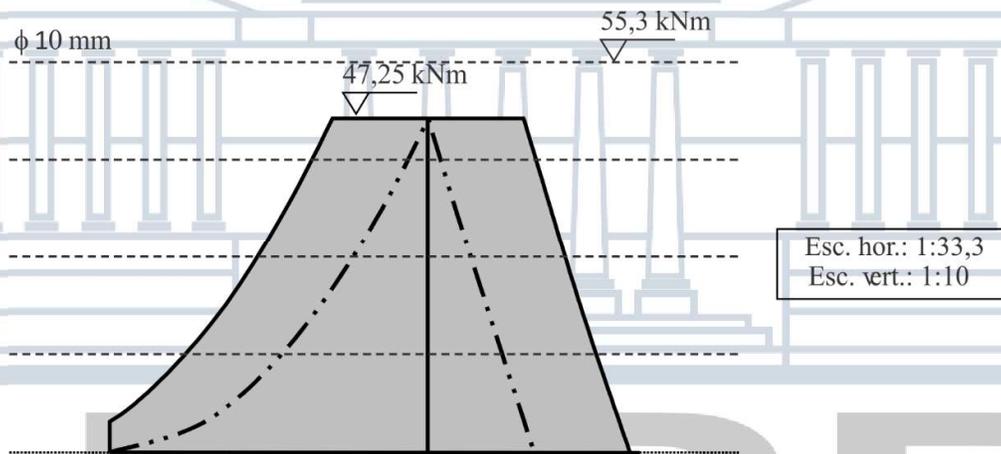
UFPR

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

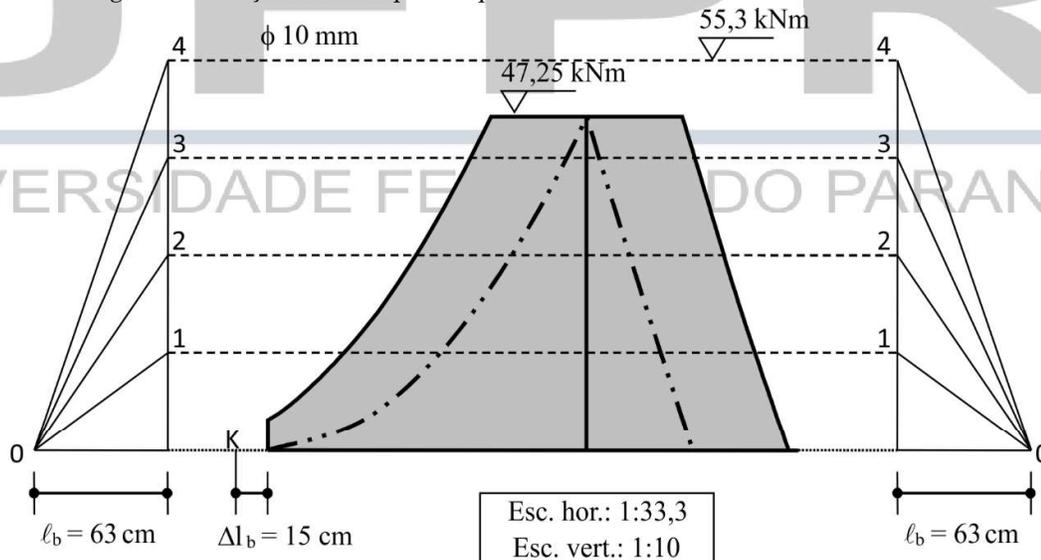
h) Diagrama $M_{Sd,desl}$



i) Posicionamento vertical das barras em relação ao diagrama $M_{Sd,desl}$ (apoio esquerdo)

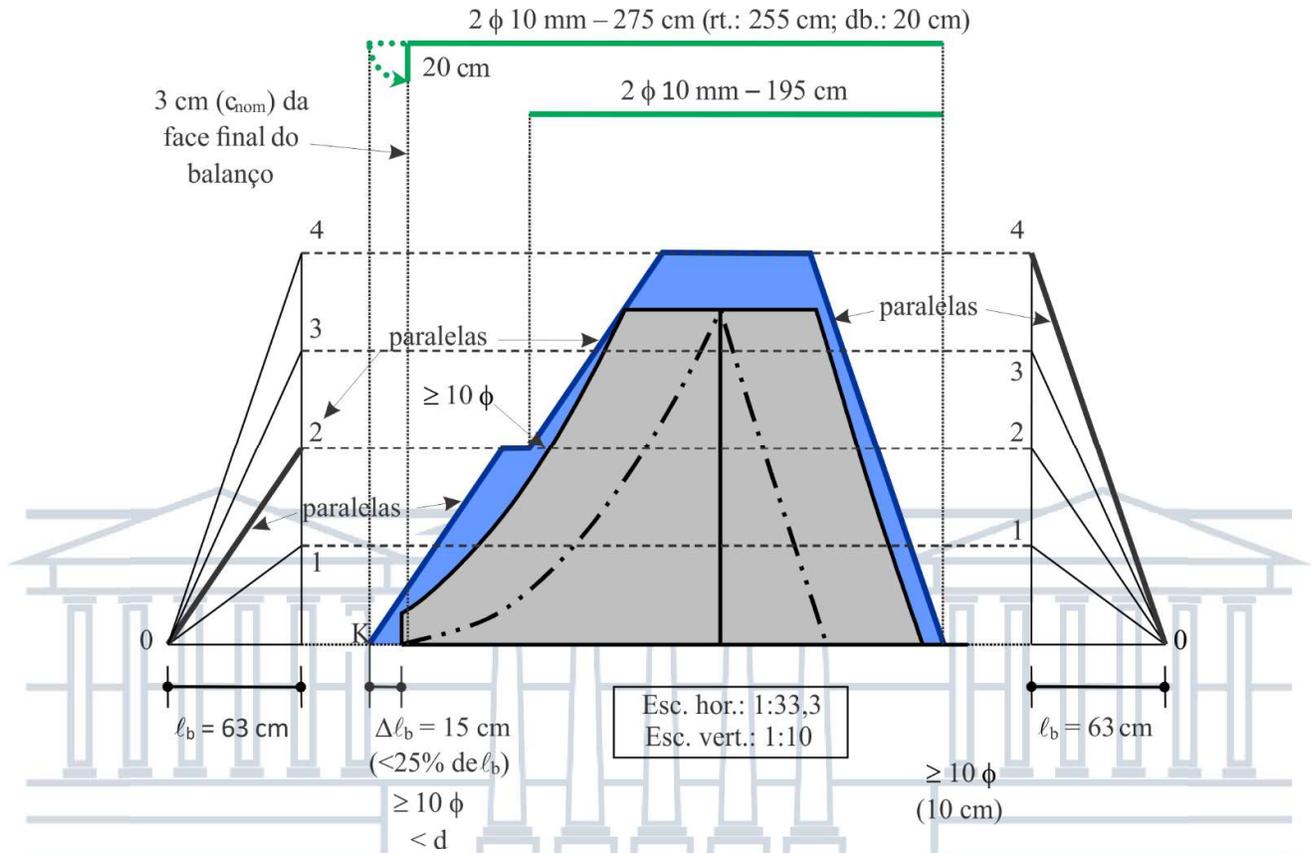


j) Leque de ancoragem e definição de Δl_b (apoio esquerdo)



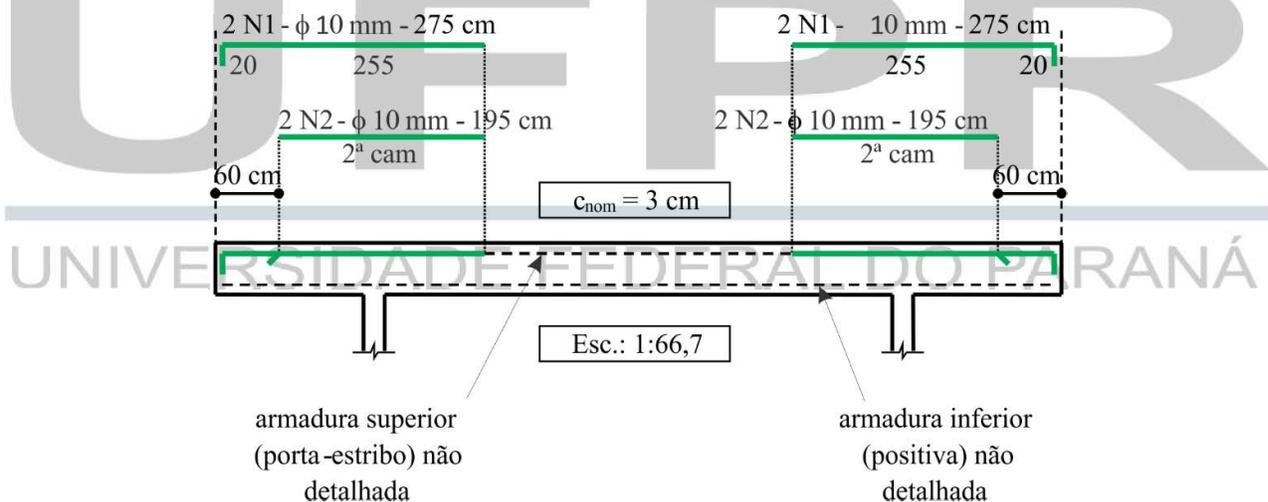
O ponto K corresponde ao ponto final de ancoragem (ponta de barra) das barras que irão cobrir o momento negativo que aparece na ponta do balanço devido ao deslocamento do diagrama M_{Sa} . O valor de Δl_b satisfaz a todas as desigualdades da **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, ou seja, menor que $0,25 l_b$ ($15,75$ cm), menor que d ($44,37$ cm) e maior que 10ϕ (10 cm).

k) Diagramas M_{Rd1} dos conjuntos de barras (apoio esquerdo)



A dobra da barra N1 foi ajustada de 18 para 20 cm (15 cm correspondente a $\Delta\ell_b$ mais 3 cm de c_{nom}).

l) Detalhamento da armadura longitudinal negativa



Para detalhamento da armadura longitudinal positiva ver Exemplo 7.5.

Conforme visto em [6.2], a analogia da treliça de Morsh apresenta um conjunto de forças como mostrado na Figura 7.17.

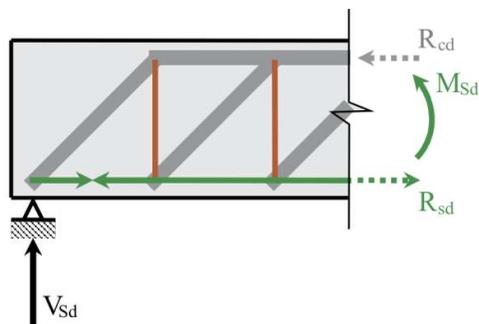


Figura 7.17 – Forças atuantes na treliça de Morsh

Na Figura 7.17 tem-se:

- M_{sd} momento fletor solicitante de cálculo;
- R_{cd} força resistente de cálculo atuante na região de concreto comprimido;
- R_{sd} força resistente de cálculo atuante na armadura tracionada;
- V_{sd} força cortante solicitante de cálculo.

Ainda, na Figura 7.17, deve ser observado que:

- na região do apoio, a resultante R_{sd} é função direta da reação de apoio V_{sd} ; e
- em região afastada do apoio, a resultante R_{sd} é função direta do momento fletor M_{sd} .

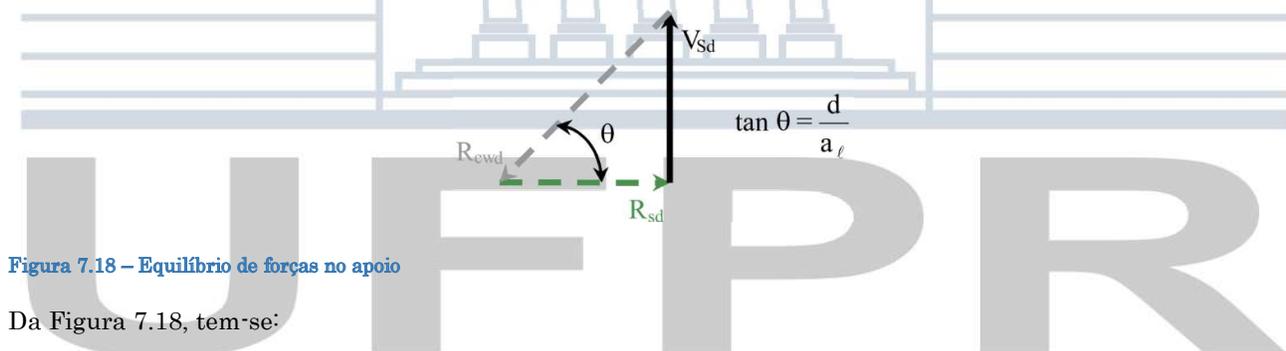


Figura 7.18 – Equilíbrio de forças no apoio

Da Figura 7.18, tem-se:

$$R_{sd} = \frac{a_f}{d} V_{sd}$$

Equação 7.17

ABNT NBR 6118:

“18.3.2.4 Armadura de tração nas seções de apoio

Os esforços de tração junto aos apoios de vigas simples ou contínuas devem ser resistidos por armadura longitudinais que satisfaçam à mais severa das seguintes condições:

- a) no caso de ocorrência de momentos positivos, as armaduras obtidas através do dimensionamento da seção;
- b) em apoios extremos, para garantir ancoragem da diagonal de compressão, armaduras capazes de resistir a uma força de tração $R_{sd} = (a_f / d) V_d + N_d$, onde V_d é a força cortante no apoio e N_d é a força de tração eventualmente existente;
- c) em apoios extremos e intermediários, por prolongamento de uma parte da armadura de tração do vão ($A_{s,vão}$), correspondente ao máximo momento positivo do tramo ($M_{vão}$), de modo que:

- $A_{s,apoi} \geq 1/3 (A_{s,vão})$ se M_{apoi} for nulo ou negativo e de valor absoluto $|M_{apoi}| \leq 0,5 M_{vão}$;
- $A_{s,apoi} \geq 1/4 (A_{s,vão})$ se M_{apoi} for negativo e de valor absoluto $|M_{apoi}| > 0,5 M_{vão}$.

18.3.2.4.1 Ancoragem da armadura de tração nos apoios

"Quando se tratar do caso de 18.3.2.4-a), as ancoragens devem obedecer aos critérios da figura 18.3.

Para os casos de 18.3.2.4-b) e c), em apoios extremos, as barras das armaduras devem ser ancoradas a partir da face do apoio, com comprimentos iguais ou superiores ao maior dos seguintes valores:

- $\ell_{b,nec}$, conforme 9.4.2.5;
- $(r + 5,5 \phi)$;
- 60 mm.

Quando houver cobrimento da barra no trecho, medido normalmente ao plano do gancho, de pelo menos 70 mm, e as ações acidentais não ocorrerem com grande frequência com seu valor máximo, o primeiro dos três valores anteriores pode ser desconsiderado, prevalecendo as duas condições restantes.

Para os casos de 18.3.2.4-b) e c), em apoios intermediários, o comprimento de ancoragem pode ser igual a 10ϕ , desde que não haja qualquer possibilidade da ocorrência de momentos positivos nessa região, provocados por situações imprevistas, particularmente por efeito de vento e eventuais recalques. Quando essa possibilidade existir, as barras devem ser contínuas ou emendadas sobre o apoio."

As seguintes observações devem ser feitas a respeito dos itens 18.3.2.4 e 18.3.2.4.1 da ABNT NBR 6118:

- a) A expressão que aparece em 18.3.2.4-b, ficaria melhor representada se aparecesse como:

$$R_{Sd} = \frac{a_\ell}{d} V_{Sd} + N_{Sd}$$

onde:

R_{Sa} representaria a força (horizontal) de tração solicitante de cálculo ("externa") atuante na direção da armadura que chega ao apoio;

V_{Sd} representaria a força (vertical) cortante solicitante de cálculo ("externa") atuante no apoio;

N_{Sa} representaria a força (horizontal) normal de tração solicitante de cálculo ("externa") que poderia atuar na viga;

a_ℓ corresponderia ao deslocamento horizontal do diagrama M_{Sd} (momento fletor solicitante de cálculo); e

d corresponderia a altura útil da viga.

Desta forma todos os componentes da equação seriam referidos a valores solicitantes de cálculo ("externos").

Observar que a Equação 7.17 corresponde ao equilíbrio de uma força vertical solicitante ("externa") por forças resistentes ("internas"). Daí aparecer R_{sd} (s minúsculo) no lugar de R_{Sa} (s maiúsculo). Ambas representam forças atuantes na armadura horizontal, sendo R_{sd} a correspondente resistência ("interna") da força solicitante R_{Sa} ("externa"). Pela condição de segurança, $R_{sd} \geq R_{Sa}$ (a resistente tem que ser maior ou igual a solicitante).

A ABNT NBR 6118, ao usar R_{Sa} (s maiúsculo), procura representar a solicitação que estará submetida a armadura na região de ancoragem.

- b) O r que aparece na expressão $r + 5,5 \phi$, do item 18.3.2.4.1, corresponde ao raio interno mínimo de curvatura, definidos na Tabela 7.4.

7.9.3.1 ANCORAGEM RETA SEM GANCHO OU BARRA TRANSVERSAL SOLDADA

A ancoragem reta, sem gancho ou barra transversal soldada, de apoio extremo de vigas de concreto armado

⁷ **R** de resultante (força resistente), **s** (minúsculo) de aço e **d** de "design" (projeto/cálculo).

⁸ **R** (maiúsculo) de força, **S** (maiúsculo) de solicitação e **d** de "design" (projeto/cálculo).

pode ser representada pela Figura 7.19.

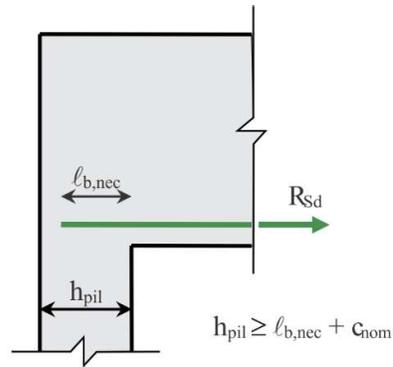


Figura 7.19 – Ancoragem reta sem gancho

O valor de $l_{b,nec}$ é dado pela **Erro! Fonte de referência não encontrada.** e vale:

$$l_{b,nec} = \frac{\phi}{4} \times \frac{\sigma_s}{f_{bd}}$$

Por outro lado, R_{Sd} da Figura 7.19 pode ser obtido da Equação 7.17 e vale:

$$R_{Sd} = \frac{a_\ell}{d} V_{Sd}$$

A tensão σ_s que aparece na equação de l_b pode ser representada por:

$$\sigma_s = \frac{a_\ell V_{Sd}}{A_{s,ef}} \leq f_{yd}$$

Introduzindo o valor de σ_s na expressão de $l_{b,nec}$, tem-se:

$$l_{b,nec} = \frac{\phi}{4} \times \frac{1}{f_{bd}} \times \frac{a_\ell V_{Sd}}{A_{s,ef}}$$

ou ainda,

$$l_{b,nec} = \frac{\phi}{A_{s,ef}} \times \frac{1}{4 f_{bd}} \times \frac{a_\ell}{d} V_{Sd}$$

Equação 7.18

$$A_{s,ef} \geq \frac{a_\ell}{d} \times \frac{V_{Sd}}{f_{yd}}$$

O item 9.4.2.5 da ABNT NBR 6118, estabelece, para $l_{b,nec}$:

$$l_{b,nec} \geq \max \begin{bmatrix} 0,3 l_b \\ 10\phi \\ 10\text{cm} \end{bmatrix}$$

Equação 7.19

Por outro lado, o item 18.3.2.4.1 da ABNT NBR 6118 define que os comprimentos de ancoragem, em apoios

extremos, devem ser iguais ou superiores a $r + 5,5 \phi$ ou 60 mm. Como o limite de 60 mm (6 cm) é inferior a 100 mm (10 cm) e o maior diâmetro apresentado na Tabela 7.4 corresponde a 8ϕ (raio 4ϕ , $r + 5,5 \phi = 9,5 \phi$), a verificação da Equação 7.19 atende, por inteiro, ao estabelecido em 18.3.2.4.1 da ABNT NBR 6118.

Lembrando que:

$$\ell_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}}$$

tem-se:

$$\ell_{b,nec} \geq \max \left[\begin{array}{l} 0,3 \left(\frac{\phi}{4} \times \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \right) \\ 10\phi \\ 10\text{cm} \end{array} \right] \quad \text{Equação 7.20}$$

Valores mínimos para $\ell_{b,nec}$ podem, então, serem tabelados, como mostrado a seguir.

$\ell_{b,nec}$							
$\gamma_c = 1,40$		CA-50 (boa aderência)				$\gamma_s = 1,15$	
concreto	barras nervuradas						
	10 mm	12,5 mm	16 mm	20 mm	22 mm	25 mm	32 mm
C20	13 cm	16 cm	21 cm	26 cm	29 cm	33 cm	42 cm
C25	11 cm	14 cm	18 cm	23 cm	25 cm	28 cm	36 cm
C30	10 cm	13 cm	16 cm	20 cm	22 cm	25 cm	32 cm
C35	10 cm	13 cm	16 cm	20 cm	22 cm	25 cm	32 cm
C40	10 cm	13 cm	16 cm	20 cm	22 cm	25 cm	32 cm
C45	10 cm	13 cm	16 cm	20 cm	22 cm	25 cm	32 cm
C50	10 cm	13 cm	16 cm	20 cm	22 cm	25 cm	32 cm

Tabela 7.5 – Valores mínimos de $\ell_{b,nec}$ para ancoragem de apoio extremo

Somando-se aos valores apresentados na Tabela 7.5, o cobrimento nominal (c_{nom}), têm-se os valores mínimos para a dimensão do pilar (h_{pil}).

A junção da Equação 7.18 com a Equação 7.20, permite:

$$\ell_{b,nec} = \frac{\phi}{A_{s,ef}} \times \frac{1}{4 f_{bd}} \times \frac{a_\ell}{d} V_{Sd} \geq \left\{ \begin{array}{l} 0,3 \left(\frac{\phi}{4} \times \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \right) \\ 10\phi \\ 10\text{cm} \end{array} \right. \quad \text{Equação 7.21}$$

$$A_{s,ef} \geq \frac{a_\ell}{d} \times \frac{V_{Sd}}{f_{yd}}$$

EXEMPLO 7.7

Detalhar a armadura positiva da viga abaixo representada. A viga tem 20 cm de base e 60 cm de altura.

Dados:

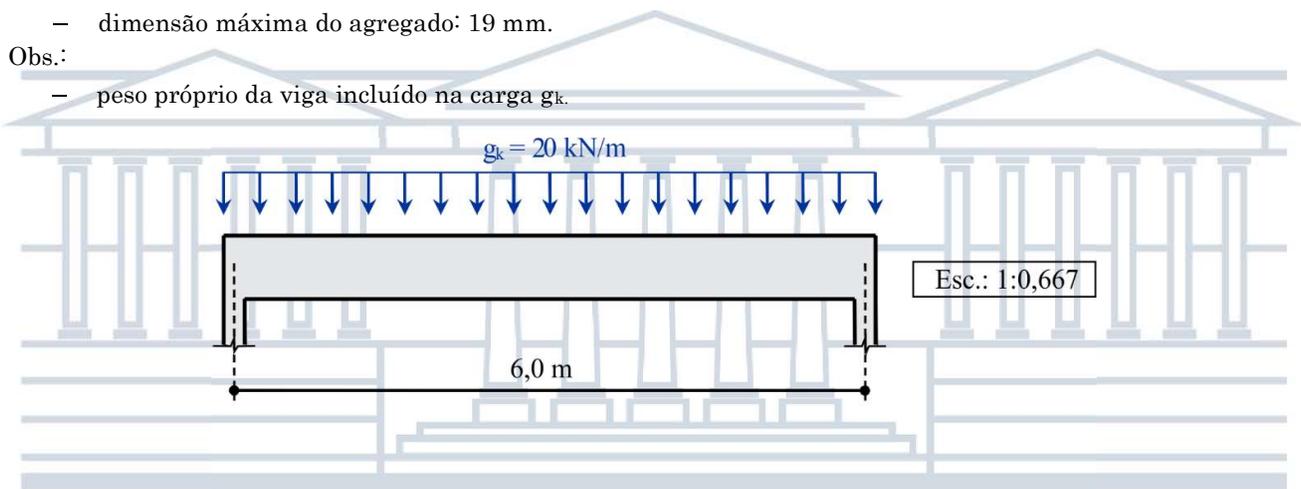
- concreto: C25; e
- barra nervurada: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais;
- viga de seção retangular, sem armadura de compressão e simplesmente apoiada nos pilares;
- pilares com 20 cm de largura;
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$); - armadura transversal (estribos): 6,3 mm;
- cobrimento nominal: 3 cm; e
- dimensão máxima do agregado: 19 mm.

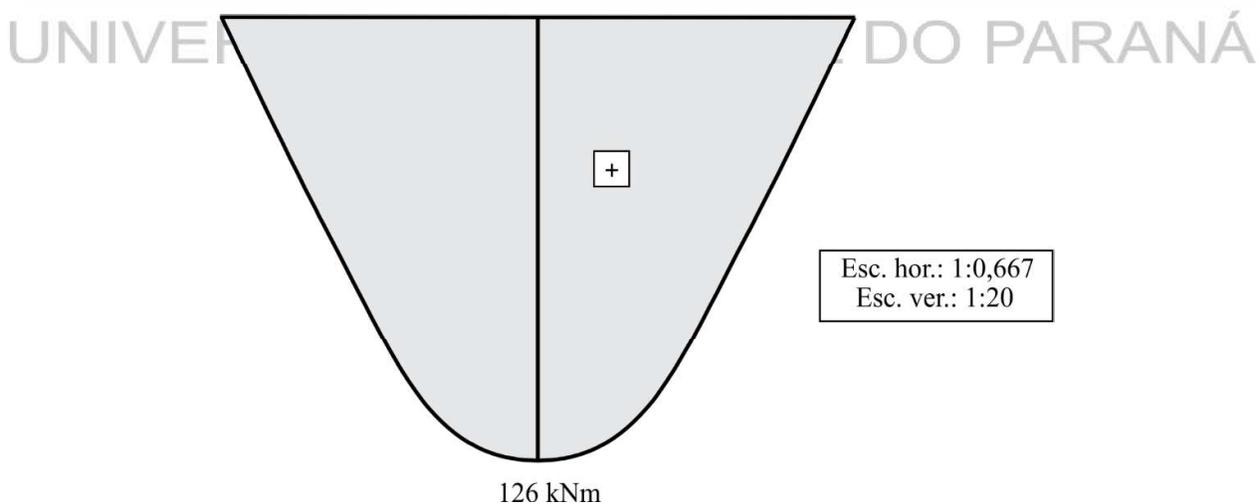
Obs.:

- peso próprio da viga incluído na carga g_k .

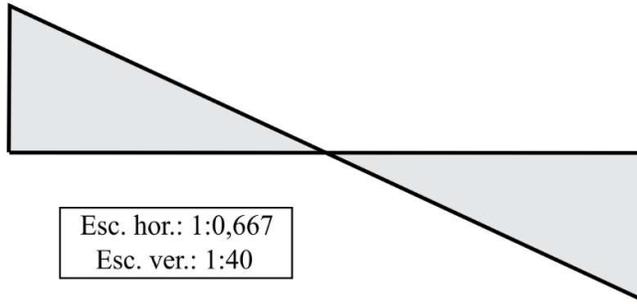


Solução: O valor de l_b é determinado de modo análogo ao do **Erro! Fonte de referência não encontrada.** A determinação da armadura necessária para resistir ao máximo momento fletor positivo é feita de modo análogo ao do Exemplo [5.1]. A determinação de a_s é feita de modo análogo ao do Exemplo [6.7]. Para a verificação da ancoragem de apoio extremo usar a Equação 7.21. O posicionamento das barras é determinado de modo análogo ao mostrado no **Erro! Fonte de referência não encontrada.**

a) Diagramas M_{sa} e V_{sa}



84 kN



b) Dados

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa} \quad \langle \text{C25} \rangle$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad \langle f_{ck} \text{ em MPa} \rangle$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{25}{250} = 0,9$$

$$\gamma_c = 1,40 \quad \langle \text{ELU - combinação normal} \rangle$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,4} = 17,9 \text{ MPa} = 1,79 \text{ kN/cm}^2$$

$$\eta_1 = 2,25 \quad \langle \text{barranervurada} \rangle$$

$$\eta_2 = 1,00 \quad \langle \text{situação de boa aderência} \rangle$$

$$\eta_3 = 1,00 \quad \langle \phi < 40 \text{ mm} \rangle$$

$$f_{bd} = \left(\frac{0,21 \eta_1 \eta_2 \eta_3}{\gamma_c} \right) \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad \langle f_{ck} \text{ em MPa} \rangle$$

$$f_{bd} = \left(\frac{0,21 \times 2,25 \times 1,0 \times 1,0}{1,4} \right) \sqrt[3]{25^2} = 2,89 \text{ MPa} = 0,289 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{ctd} = \frac{0,21 \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c} \quad \langle f_{ck} \text{ em MPa} \rangle$$

$$f_{ctd} = \frac{0,21 \sqrt[3]{25^2}}{1,4} = 1,28 \text{ MPa} = 0,128 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa} \quad \langle \text{CA50} \rangle$$

$$\gamma_s = 1,15 \quad \langle \text{ELU - combinação normal} \rangle$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa} = 43,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$b_w = 20 \text{ cm}$$

$$h = 60 \text{ cm}$$

$$d = 60 - 6 = 54 \text{ cm} \quad (\text{assumido})$$

$$c_{nom} = 3 \text{ cm}$$

$$\phi_t = 6,3 \text{ mm} = 0,63 \text{ cm}$$

$$d_{max} = 19 \text{ mm} = 1,9 \text{ cm}$$

c) Verificação de V_{Rd2}

$$V_{Rd2} = 0,27 \alpha_{v2} f_{cd} b_w d$$

$$V_{Rd2} = 0,27 \times 0,9 \times 1,79 \times 20 \times 54 = 470 \text{ kN}$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2}$$

$$V_{Sd,max} = 84 \text{ kN} \text{ (o correto seria o } V_{Sd,face} \text{ que é menor que } V_{Sd,eixo})$$

$$\frac{V_{Sd,max}}{84 \text{ kN}} < \frac{V_{Rd2}}{470 \text{ kN}} \text{ OK (verificado para } V_{Sd,eixo}, \text{ fica verificado } V_{Sd,face})$$

d) Valor de a_ℓ

Será admitido Modelo I, estribos verticais

$$V_c = 0,6 f_{ctd} b_w d$$

$$V_c = 0,6 \times 0,128 \times 20 \times 54 = 83 \text{ kN}$$

$$a_\ell = \frac{d}{2} \left(\frac{V_{Sd,max}}{V_{Sd,max} - V_c} \right) \begin{cases} \geq 0,5d \\ \leq d \end{cases}$$

$$V_{Sd,max} = 84 \text{ kN} \text{ (o correto seria } V_{Sd,face})$$

$$a_\ell = \frac{54}{2} \left(\frac{84}{84 - 83} \right) = 2268 \text{ cm}$$

$$a_\ell \begin{cases} \geq 0,5d = 0,5 \times 54 = 27 \text{ cm} \\ \leq d = 54 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow a_\ell = 54 \text{ cm}$$

$$a_\ell = d = 54 \text{ cm}$$

e) Determinação de ℓ_b

$$\ell_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}}$$

$$\ell_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{43,5}{0,289} = 38 \phi$$

f) Armadura longitudinal

$$A_{s,min} = \max \left[\begin{array}{l} 0,035 \times \frac{1,43}{43,5} \times 20 \times 60 = 1,73 \text{ cm}^2 \\ 0,0015 \times 20 \times 60 = 1,80 \text{ cm}^2 \end{array} \right] = 1,80 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,max} = 0,04 \times 20 \times 60 = 48,0 \text{ cm}^2$$

$$M_{Sd} = 126 \text{ kNm} = 12600 \text{ kNcm}$$

$$M_{Rd1,lim} = 0,272 \times 20 \times 54^2 \times 1,79 = 28395 \text{ kNcm}$$

$$\frac{M_{Sd}}{12600 \text{ kNcm}} < \frac{M_{Rd1,lim}}{28395 \text{ kNcm}} \Rightarrow \text{não há necessidade de armadura de compressão}$$

$$M_{Sd} = M_{Rd} = M_{Rd1} = 12600 \text{ kNcm}$$

$$\beta_c = \frac{12600}{20 \times 54^2 \times 1,79} = 0,121 < 0,272 \text{ OK}$$

$$\beta_c = 0,121 \Rightarrow \begin{cases} \beta_z = 0,923 \\ \beta_s = 1,000 \end{cases} \text{ (tabela)}$$

$$A_s = \frac{12600}{0,923 \times 54 \times 1,000 \times 43,5} = 5,81 \text{ cm}^2 \begin{cases} > 1,80 \text{ cm}^2 \\ < 38,0 \text{ cm}^2 \end{cases} \text{ OK}$$

$$5 \phi 12,5 = 5 \times \frac{\pi \times 1,25^2}{4} = 6,14 \text{ cm}^2 \text{ (2 camadas)}$$

$$A_{s,cal} = 5,81 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,ef} = 6,14 \text{ cm}^2$$

g) Verificação de a_h e a_v

$$a_v = 2,00 \text{ cm}$$

$$a_h = \frac{20 - (2 \times 3,0 + 2 \times 0,63 + 3 \times 1,25)}{3 - 1} = 4,5 \text{ cm}$$

$$a_v \geq \max \left[\begin{array}{l} 2 \text{ cm} \\ \phi_\ell = 1,25 \text{ cm} \\ 0,5 d_{\max} = 0,5 \times 1,9 = 0,95 \text{ cm} \end{array} \right] = 2,0 \text{ cm OK}$$

$$a_h \geq \max \left[\begin{array}{l} 2 \text{ cm} \\ \phi_\ell = 1,25 \text{ cm} \\ 1,2 d_{\max} = 1,2 \times 1,9 = 2,3 \text{ cm} \end{array} \right] = 2,3 \text{ cm OK}$$

h) Verificação de d

$$y_{cg} = \frac{\left[3 \times \left(\frac{\pi \times 1,25^2}{4} \right) \times \left(\frac{1,25}{2} \right) \right] + \left[2 \times \left(\frac{\pi \times 1,25^2}{4} \right) \times \left(1,25 + 2,0 + \frac{1,25}{2} \right) \right]}{\left[3 \times \left(\frac{\pi \times 1,25^2}{4} \right) \right] + \left[2 \times \left(\frac{\pi \times 1,25^2}{4} \right) \right]}$$

$$y_{cg} = \frac{\left(3 \times \frac{1,25}{2} \right) + \left[2 \times \left(1,25 + 2,0 + \frac{1,25}{2} \right) \right]}{(3 + 2)} = 1,93 \text{ cm}$$

$$d = h - (y_{cg} + \phi_t + c_{nom})$$

$$d = 60 - (1,93 + 0,63 + 3,0) = 54,44 \text{ cm} > 54 \text{ cm OK}$$

$$d = 54,44 \text{ cm}$$

i) Determinação de M_{Rd1}

$$\beta_s = \left(\frac{0,68 b_w d f_{cd}}{A_s f_{yd}} \right) \beta_x$$

$$\beta_s = \left(\frac{0,68 \times 20 \times 54,44 \times 1,79}{6,14 \times 43,5} \right) \times \beta_x$$

$$\beta_s = 4,962 \beta_x$$

$$\beta_x = 0,202 \beta_s$$

$$\beta_x = 0,202 \Rightarrow \begin{cases} \beta_c = 0,126 \\ \beta_z = 0,919 \\ \beta_s = 1,000 \text{ OK} \end{cases}$$

$$M_{Rd1} = \beta_c b_w d^2 f_{cd}$$

$$M_{Rd1} = 0,126 \times 20 \times 54,44^2 \times 1,79 = 13369 \text{ kNcm} > \underbrace{12600 \text{ kNcm}}_{M_{Sd}}$$

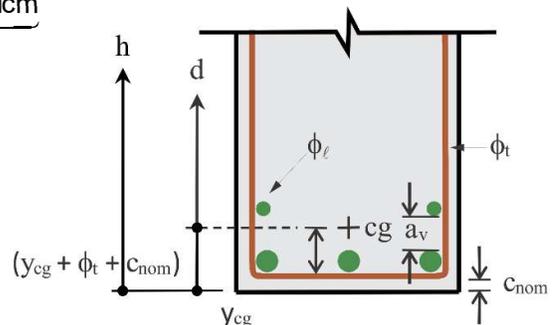
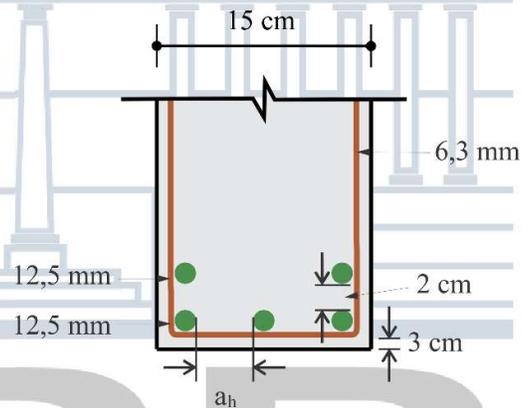
$$M_{Rd1} = 134 \text{ kNm}$$

Verificação do valor de β_z e M_{Rd1}
(Equação 7.14 e Equação 7.15)

$$\beta_z = \frac{z}{d} = 1 - \left(\frac{1}{1,7} \cdot \frac{A_s}{b_w d} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \right)$$

$$\beta_z = 1 - \left(\frac{1}{1,7} \times \frac{6,14}{20 \times 54,44} \times \frac{43,5}{1,79} \right) = 0,919 \text{ OK}$$

$$M_{Rd1} = A_s f_{yd} \beta_z d$$



$$M_{Rdt} = 6,14 \times 43,5 \times 0,919 \times 54,44 = 13363 \text{ kNcm} \approx 13369 \text{ kNcm} \quad \text{OK}$$

j) Determinação dos comprimentos de ancoragem

$$\ell_{b,\phi 12,5\text{mm}} = 38 \times 12,5 = 475 \text{ mm} = 48 \text{ cm}$$

k) Ancoragem de apoio extremo

$$h_{pil} = 20 \text{ cm}$$

$$c_{nom} = 3 \text{ cm}$$

$$\ell_{b,nec} \leq 20 - 3 = 17 \text{ cm}$$

$$\ell_{b,nec} = \frac{\phi}{A_{s,ef}} \times \frac{1}{4 f_{bd}} \times \frac{a_\ell}{d} V_{Sd} \geq \max \left[\begin{array}{l} 0,3 \left(\frac{\phi}{4} \times \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \right) \\ 10\phi \\ 10 \text{ cm} \end{array} \right]$$

$$A_{s,ef} \geq \frac{a_\ell}{d} \times \frac{V_{Sd}}{f_{yd}}$$

A Tabela 7.5 mostra que somente barras de 10 mm e 12,5 mm podem ser usadas como ancoragem de apoio extremo ($\ell_{b,nec} \leq 17 \text{ cm}$). A escolha de barras de 12,5 mm para o máximo momento fletor positivo se mostrou correta.

$$A_{s,ef} \geq \frac{d}{84} \times \frac{84}{43,5} = 1,93 \text{ cm}^2 \quad (\text{mínimo de 2 barras de 12,5 chegando ao apoio} \Rightarrow 2,45 \text{ cm}^2)$$

$$17 \geq \frac{1,25}{A_{s,ef}} \times \frac{1}{4 \times 0,289} \times \frac{d}{84} \times 84 \Rightarrow A_{s,ef} \geq 5,34 \text{ cm}^2 \quad (5 \text{ barras de 12,5 mm igual a } 6,14 \text{ cm}^2)$$

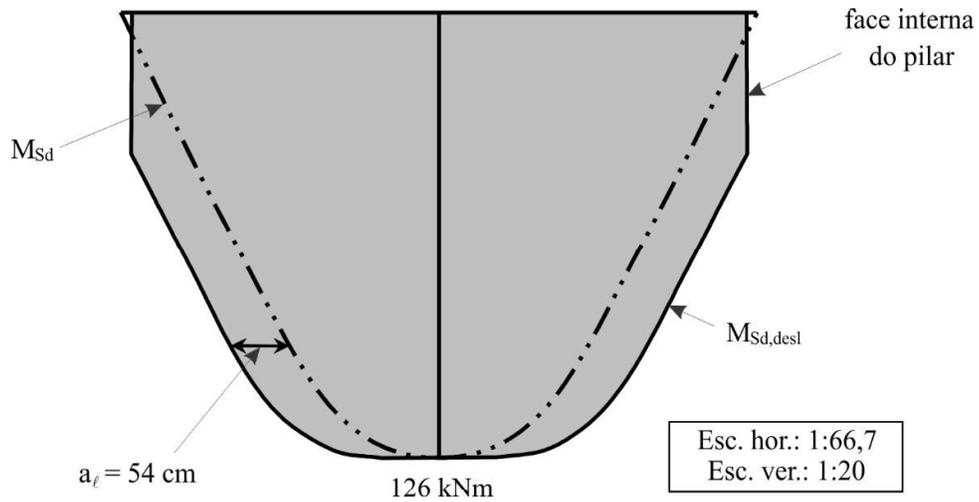
Pelos cálculos referentes à ancoragem de apoio extremo, são necessárias 5 barras de 12,5 mm além da face do apoio da viga. Isto significa que todas as barras (5) definidas para o máximo momento fletor positivo deverão ser estendidas até os apoios.

Verificações:

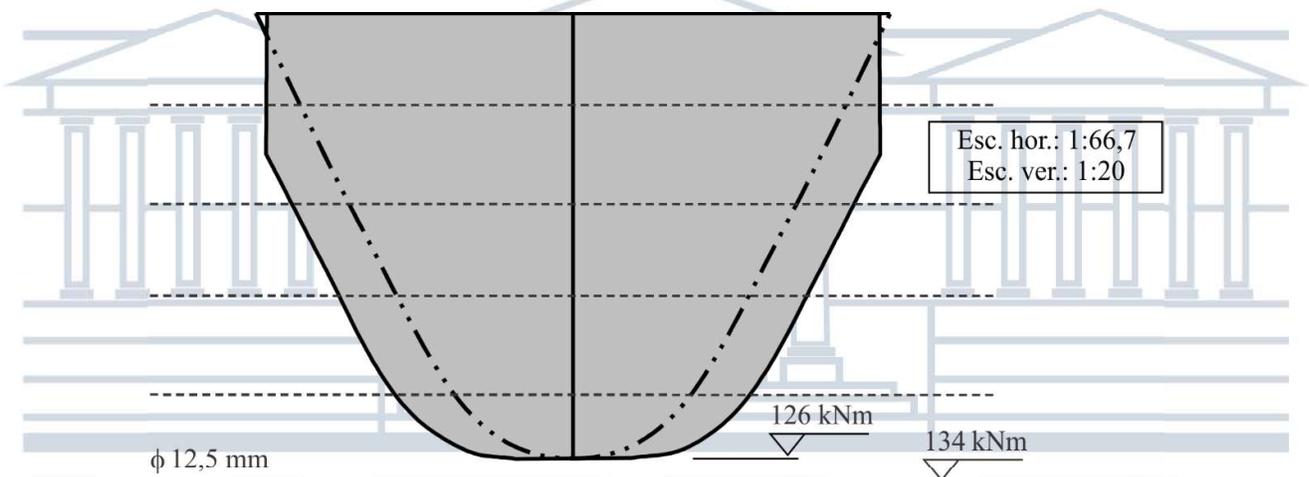
$$\ell_{b,nec} = \frac{1,25}{6,14} \times \frac{1}{4 \times 0,289} \times \frac{d}{84} \times 84 = 14,8 \text{ cm} < 17 \text{ cm} \quad \text{OK}$$

$$\ell_{b,nec} \geq \max \left[\begin{array}{l} \frac{0,3\phi}{4} \times \frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{0,3 \times 1,25}{4} \times \frac{43,5}{0,289} = 14,1 \text{ cm} \\ 10\phi = 10 \times 1,25 = 12,5 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{array} \right] = 14,1 \text{ cm} \quad \text{OK}$$

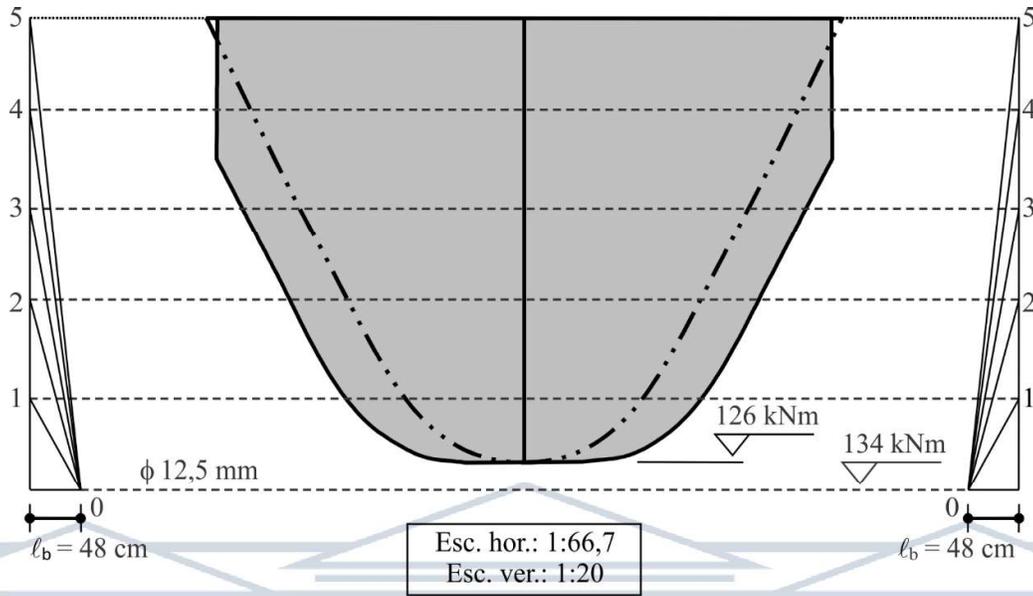
l) Diagrama $M_{Sd,desl}$



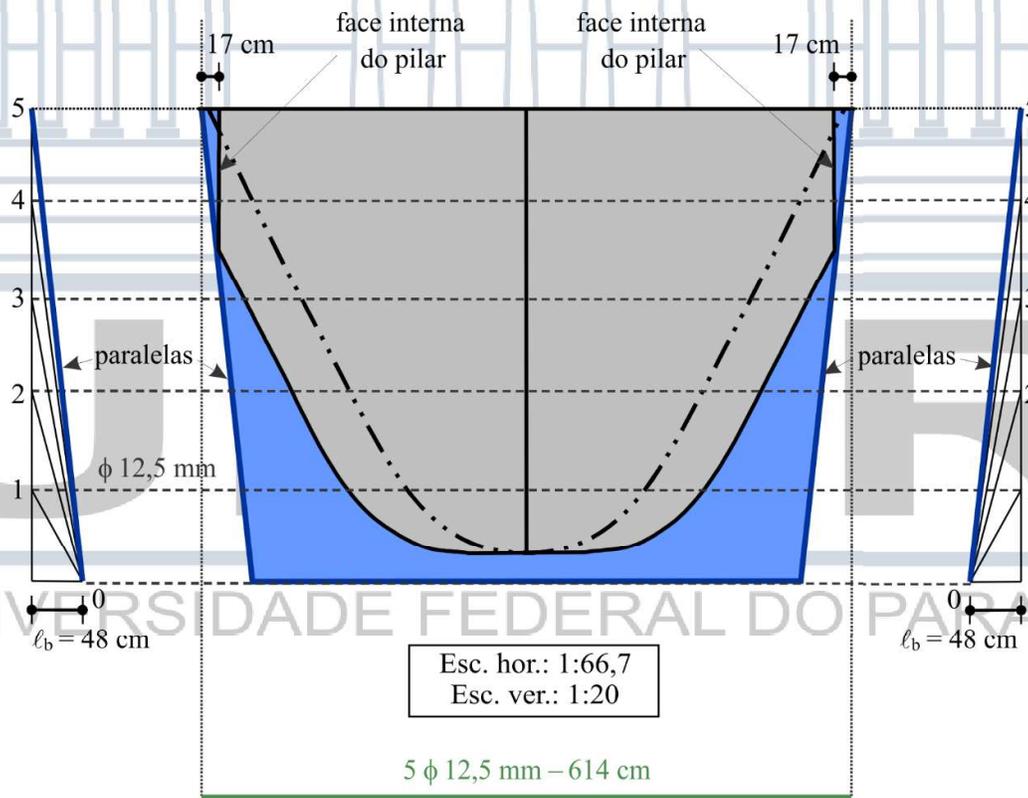
m) Posicionamento vertical das barras em relação ao diagrama $M_{Sd,desl}$



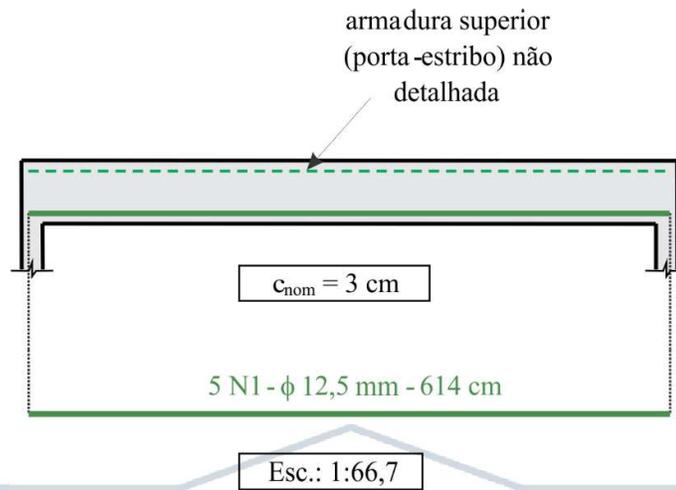
n) Leque de ancoragem



o) Diagrama M_{Rd1} do conjunto de barras



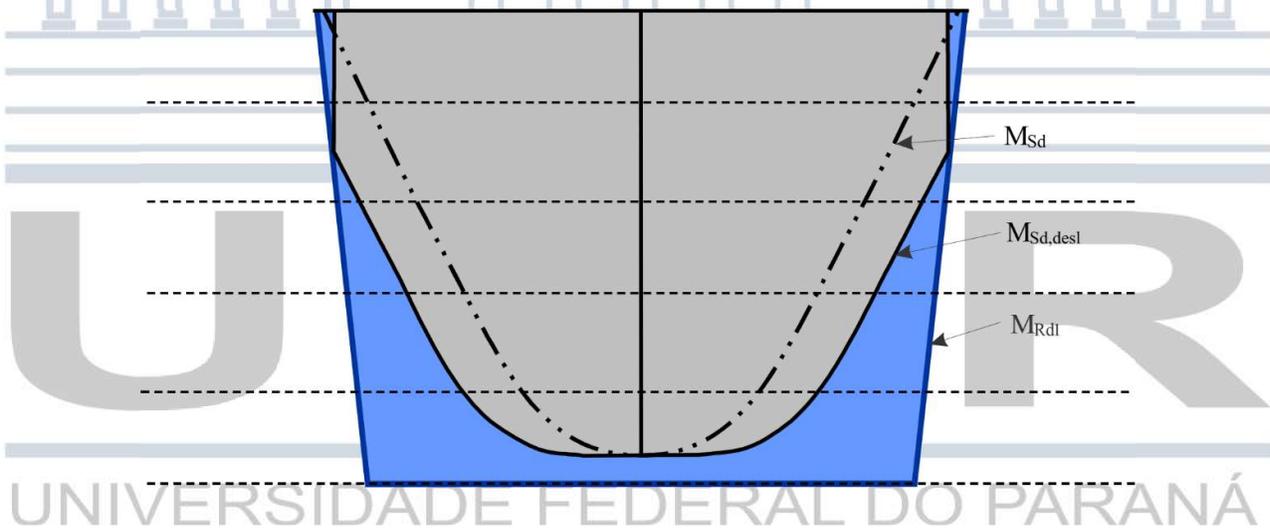
p) Detalhamento da armadura longitudinal positiva



q) Verificação

De acordo com o item 18.3.2.4-c da ABNT NBR 6118, pelo menos 33% da armadura positiva deve ser estendida aos apoios extremos. Como todas as barras chegam ao apoio, o item da Norma está verificado.

r) Diagramas $M_{Sd,desl}$ e M_{Rd1}



7.9.3.2 ANCORAGEM RETA COM GANCHO OU BARRA TRANSVERSAL SOLDADA

A ancoragem reta, com gancho ou barra transversal soldada, de apoio extremo de vigas de concreto armado pode ser representada pela Figura 7.20.

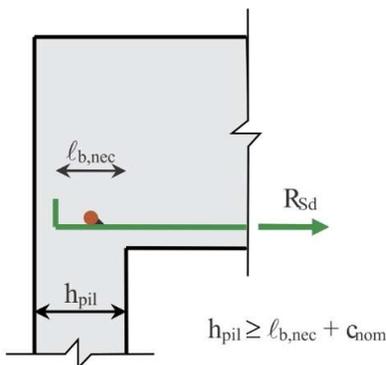


Figura 7.20 – Ancoragem reta com gancho

De acordo com o item 9.4.2.5 da ABNT NBR 6118, o uso do gancho ou da barra transversal soldada, permite uma redução de 30% no comprimento de ancoragem. Se o gancho e a barra transversal soldada forem usados simultaneamente, a redução passa a ser de 50%. Desta forma a Equação 7.21 pode ser escrita como:

$$l_{b,nec} = \alpha \left(\frac{\phi}{A_{s,ef}} \times \frac{1}{4f_{bd}} \times \frac{a_\ell}{d} V_{Sd} \right) \geq \max \left[\begin{array}{l} \frac{0,3\phi}{4} \times \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \\ 10\phi \\ 10\text{cm} \end{array} \right] \quad \text{Equação 7.22}$$

$$A_{s,ef} \geq \frac{a_\ell}{d} \times \frac{V_{Sd}}{f_{yd}}$$

sendo:

$\alpha = 0,7$ para barras tracionadas com gancho, com cobrimento no plano normal ao do gancho $\geq 3\phi$;

$\alpha = 0,7$ quando houver barras transversais soldadas conforme 9.4.2.2;

$\alpha = 0,5$ quando houver barras transversais soldadas conforme 9.4.2.2 e gancho, com cobrimento no plano normal ao do gancho $\geq 3\phi$;

Os valores mínimos para $l_{b,nec}$ permanecem os mesmos da Equação 7.21, ou seja, os valores da Tabela 7.5 independentem da existência de ganchos ou barras transversais soldadas.

7.10 ARMADURA TRANSVERSAL NA ANCORAGEM

Embora as equações de ancoragem tenham sido estabelecidas em função da simplificação apresentada na

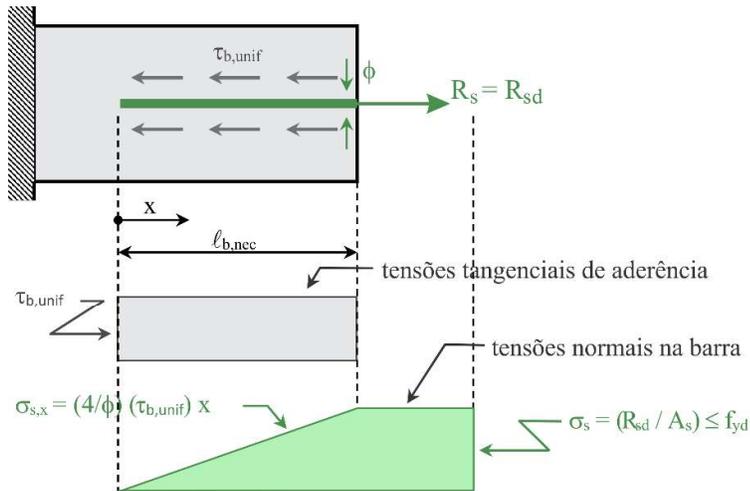


Figura 7.3, onde é admitido que as tensões (forças) tangenciais são paralelas ao eixo da barra, a verdadeira distribuição de forças (tensões) na interface concreto-aço tem um aspecto mais próximo do apresentado na Figura 7.21. Nesta interface, as forças (tensões) diagonais de compressão ($R_{b,diag}$) atuantes no concreto são acompanhadas por forças (tensões) transversais de tração ($R_{b,traç}$) para o estabelecimento do equilíbrio do elemento Δx .

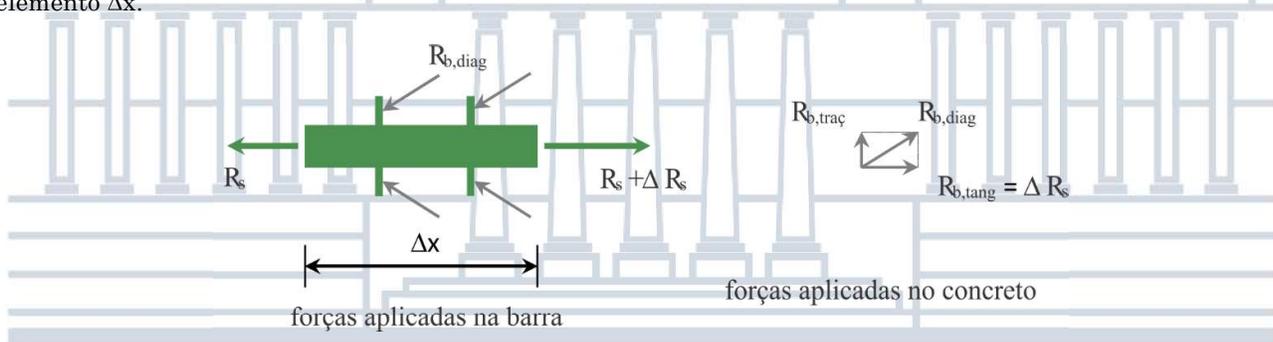


Figura 7.21 - Região de ancoragem - equilíbrio de forças

As forças (tensões) de tração ($R_{b,traç}$) são responsáveis pela criação de uma região microfissurada no entorno das barras de aço, conforme mostrado na Figura 7.22.

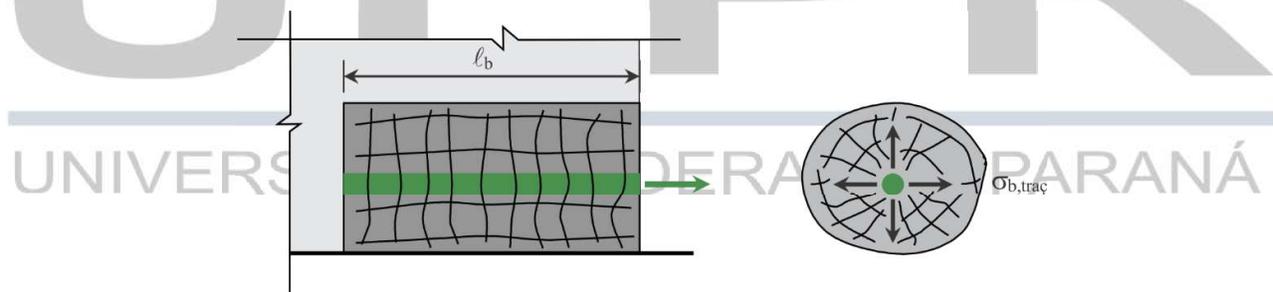


Figura 7.22 - Microfissuras na região de ancoragem

Nas regiões de ancoragem, microfissuradas como mostrado na Figura 7.22, podem ocorrer rupturas, como mostrado na Figura 7.23. Estas rupturas se configuram:

- pela separação ("split") do concreto no plano horizontal que contém as barras (Figura 7.23a);
- pela separação do concreto no plano horizontal que contém as barras, acompanhada de fendilhamentos em planos perpendiculares ao de ruptura (Figura 7.23b); e
- pela separação do concreto, em forma de cunhas ("notch") individuais (Figura 7.23c).

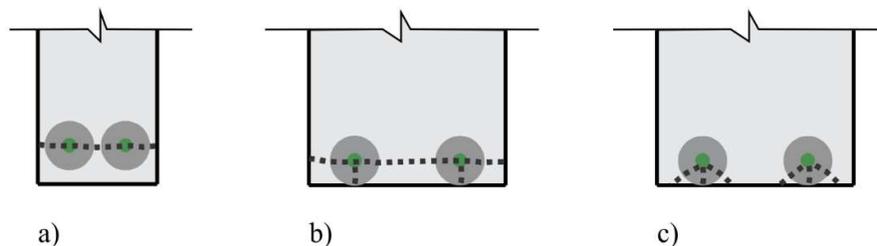


Figura 7.23 - Tipos de ruptura em regiões de ancoragem

Mostra, ainda, a Figura 7.23, que as rupturas em regiões de ancoragem são devidas, principalmente a:

- posição relativa entre as armaduras; e
- posição das barras dentro da massa de concreto.

As providências a serem tomadas para evitar rupturas nas regiões de ancoragem consistem na adoção de:

- cobrimento adequado ($\geq 3\phi$) das armaduras de tal forma que a região microfissurada fique interna ao concreto e afastada das bordas (Figura 7.24a);
- espaçamento adequado ($\geq 3\phi$) entre as armaduras evitando ao máximo a sobreposição de regiões microfissuras (Figura 7.24b); e
- armaduras (estribos) que costurem os planos de ruptura ou fendilhamento (Figura 7.24c).

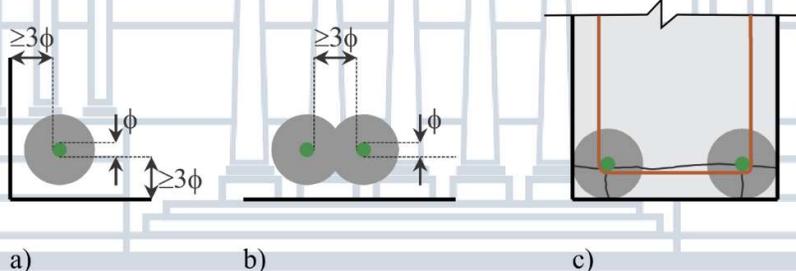


Figura 7.24 - Providências para evitar rupturas em regiões de ancoragem

ABNT NBR 6118, item 9.4.1.1:

"À exceção das regiões situadas sobre apoios diretos, as ancoragens por aderência devem ser confinadas por armaduras transversais (ver 9.4.2.6) ou pelo próprio concreto, considerando-se este caso quando o cobrimento da barra ancorada for maior ou igual a 3ϕ e a distância entre barras ancoradas for maior ou igual a 3ϕ ."

7.10.1 ARMADURA TRANSVERSAL PARA ANCORAGEM DE BARRAS DE DIÂMETRO MENOR QUE 32 MM

ABNT NBR 6118, item 9.4.2.6.1:

"Ao longo do comprimento de ancoragem deve ser prevista armadura transversal capaz de resistir a 25% da força longitudinal de uma das barras ancoradas. Se a ancoragem envolver barras diferentes, prevalece para esse efeito, a de maior diâmetro."

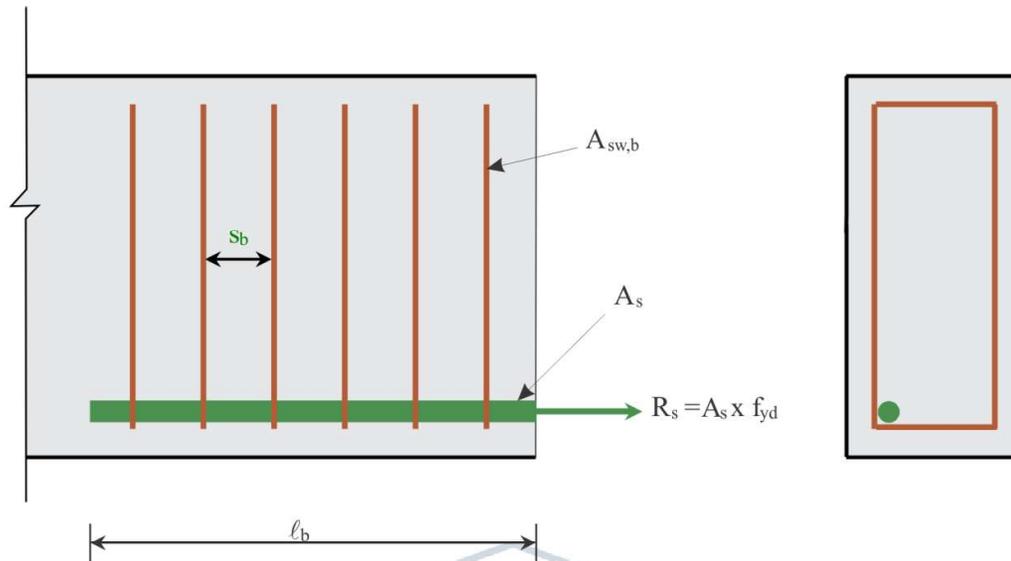


Figura 7.25 - Armadura transversal de barras ancoradas - $\phi_{long} < 32 \text{ mm}$

A colocação da armadura transversal, necessária em regiões de ancoragem, normalmente é colocada sob a forma de estribos fechados ($A_{sw,b}$), como mostrado na Figura 7.25.

Segundo o item 9.4.2.6.1 da ABNT NBR 6118, a equivalência de forças resulta:

$$R_{sw,b} = \frac{1}{4} R_s$$

ou ainda

$$n (A_{sw,b} \times f_{ywd,b}) = \frac{1}{4} (A_s \times f_{yd})$$

com:

$$n = \frac{\ell_b}{s_b}$$

Desta forma, tem-se:

$$\frac{A_{sw,b}}{s_b} = \frac{A_s}{4 \ell_b} \times \frac{f_{yd}}{f_{ywsb}}$$

Equação 7.23

No caso em que as barras longitudinais e transversais forem constituídas de mesmo material ($f_{yd} = f_{ywd,b}$), tem-se:

$$\frac{A_{sw,b}}{s_b} = \frac{A_s}{4 \ell_b}$$

Equação 7.24

O espaçamento entre as armaduras transversais (estribos) deve seguir as mesmas limitações estabelecidas para armadura de cisalhamento (ABNT NBR 6118, item 18.3.3.2).

EXEMPLO 7.1

Determinar a armadura transversal necessária para a ancoragem de barras de 16 mm.

Considerar:

- concreto: C20;
- barra nervurada: CA-50;
- situação de má aderência;
- cobrimento e espaçamento entre barras menor que 3ϕ ;
- altura útil da viga igual a 50 cm;
- combinação normal de carregamento - ELU; e
- $\sigma_s = f_{yd}$ (máximo aproveitamento das barras).

Solução: O valor de ℓ_b deverá ser determinado pela **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, com f_{bd} definido pela **Erro! Fonte de referência não encontrada.** Para η_1 deverá ser usado o valor 2,25 que corresponde a barra nervurada; para η_2 deverá ser usado o valor 0,7 que corresponde a situação de má aderência; para η_3 deverá ser usado o valor 1,0 que corresponde a barras de diâmetro menor que 40 mm; para γ_c deverá ser usado o valor 1,4 que corresponde a combinações normal de carregamento - ELU; e para γ_s deverá ser usado o valor 1,15 que corresponde a combinações normal de carregamento - ELU. A armadura transversal necessária para ancoragem deverá ser definida pela Equação 7.24.

a) Dados - uniformização de unidades (kN e cm)

$$f_{ck} = 20 \text{ MPa} = 2,0 \text{ kN/cm}^2 \quad \langle \text{C20} \rangle$$

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa} = 50,0 \text{ kN/cm}^2 \quad \langle \text{CA50} \rangle$$

$$\eta_1 = 2,25 \quad \langle \text{barranervurada} \rangle$$

$$\eta_2 = 0,7 \quad \langle \text{situação de má aderência} \rangle$$

$$\eta_3 = 1,00 \quad \langle \phi < 40 \text{ mm} \rangle$$

$$\gamma_c = 1,40 \quad \langle \text{ELU - combinação normal} \rangle$$

$$\gamma_s = 1,15 \quad \langle \text{ELU - combinação normal} \rangle$$

$$\phi = 16 \text{ mm} = 1,6 \text{ cm} \quad \langle \text{diâmetro da barra} \rangle$$

$$d = 50 \text{ cm} \quad \langle \text{altura útil da viga} \rangle$$

$$A_s = \frac{\pi\phi^2}{4} = \frac{\pi \times 1,6^2}{4} = 2,01 \text{ cm}^2 \quad \langle \text{área da seção transversal de uma barra ancorada} \rangle$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa} = 43,5 \text{ kN/cm}^2$$

b) f_{bd}

$$f_{bd} = \left(\frac{0,21\eta_1\eta_2\eta_3}{\gamma_c} \right) \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad \langle f_{ck} \text{ em MPa} \rangle$$

$$f_{bd} = \left(\frac{0,21 \times 2,25 \times 0,7 \times 1,0}{1,4} \right) \sqrt[3]{20^2} = 1,74 \text{ MPa} = 0,174 \text{ kN/cm}^2$$

c) ℓ_b

$$\ell_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}}$$

$$\ell_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{43,5}{0,174} = 63\phi$$

$$\ell_b = 63\phi = 63 \times 16 = 1008 \text{ mm} \approx 100 \text{ cm}$$

d) $A_{sw,b}/s_b$

$$\frac{A_{sw,b}}{s_b} = \frac{A_s}{4\ell_b}$$

$$\frac{A_{sw,b}}{s_b} = \frac{2,01}{4 \times 100} = 0,005 \text{ cm}^2/\text{cm} = 0,5 \text{ cm}^2/\text{m} \blacktriangleleft$$

considerando armadura transversal constituída por barras de 5 mm, tem-se:

$$A_{sw,b} = \frac{\pi \phi^2}{4} = \frac{\pi \times 0,5^2}{4} = 0,2 \text{ cm}^2$$

$$\frac{0,20}{s_b} = 0,005 \Rightarrow s_b = 40 \text{ cm}$$

como o valor de s_b deve ficar limitado a 60% da altura útil da viga ou a 30 cm, tem-se:

$$s_b \leq \min \begin{bmatrix} 0,6 \times 50 = 30 \text{ cm} \\ 30 \text{ cm} \end{bmatrix} = 30 \text{ cm}$$

e) Solução

armadura transversal: 1 ϕ de 5 mm a cada 30 cm. \blacktriangleleft

7.10.2 ARMADURA TRANSVERSAL PARA ANCORAGEM DE BARRAS DE DIÂMETRO MAIOR OU IGUAL A 32 MM

ABNT NBR 6118, item 9.4.2.6.2:

“Deve ser verificada a armadura em duas direções transversais ao conjunto de barras ancoradas. Essas armaduras transversais devem suportar os esforços de fendilhamento segundo os planos críticos, respeitando espaçamento máximo de 5ϕ (onde ϕ o diâmetro da barra ancorada).

Quando se tratar de barras comprimidas, pelo menos uma das barras constituintes da armadura transversal deve estar situada a uma distância igual a quatro diâmetros (da barra ancorada) além da excentricidade da barra.”

A colocação da armadura transversal, necessária em regiões de ancoragem, pode ser feita, como mostrado na Figura 7.26.

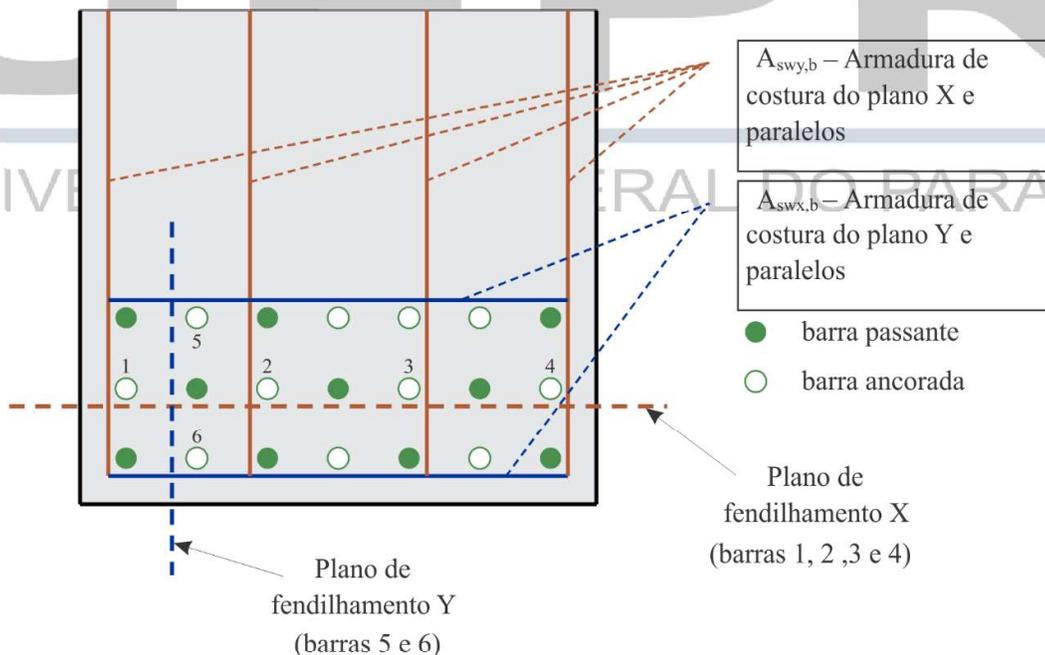


Figura 7.26 - Armadura transversal de barras ancoradas - $\phi_{long} \geq 32 \text{ mm}$

Para as barras verticais ($A_{xwy,b}$), a equivalência de forças longitudinais e transversais resulta:

$$\left(\sum A_{swyb} \times f_{ywdb}\right) = \frac{1}{4} \left(\sum A_s \times f_{yd}\right) \quad \text{Equação 7.25}$$

onde:

- A_{swyb} corresponde a área da seção transversal de uma barra vertical e sua somatória abrange todas as barras colocadas ao longo do comprimento de ancoragem ℓ_b (na Figura 7.26 são mostradas apenas quatro destas barras); e
- A_s corresponde a área da seção transversal de uma das barras ancoradas e sua somatória abrange todas as barras que compõem o plano de fendilhamento X (barras 1, 2, 3 e 4 da Figura 7.26).

Para as barras verticais ($A_{xwx,b}$), a equivalência de forças longitudinais e transversais resulta:

$$\left(\sum A_{swxb} \times f_{ywdb}\right) = \frac{1}{4} \left(\sum A_s \times f_{yd}\right) \quad \text{Equação 7.26}$$

onde:

- A_{swxb} corresponde a área da seção transversal de uma barra horizontal e sua somatória abrange todas as barras colocadas ao longo do comprimento de ancoragem ℓ_b (na Figura 7.26 são mostradas apenas duas destas barras); e
- A_s corresponde a área da seção transversal de uma das barras ancoradas e sua somatória abrange todas as barras que compõem o plano de fendilhamento Y (barras 5 e 6 da Figura 7.26).

7.11 ANCORAGEM DE BARRAS COMPRIMIDAS

Não deve haver distinção entre comprimentos de ancoragem de barras tracionadas ou comprimidas. A única exigência feita pela ABNT NBR 6118, item 9.4.2.1 é que as barras comprimidas devem ser ancoradas sem gancho em suas extremidades.

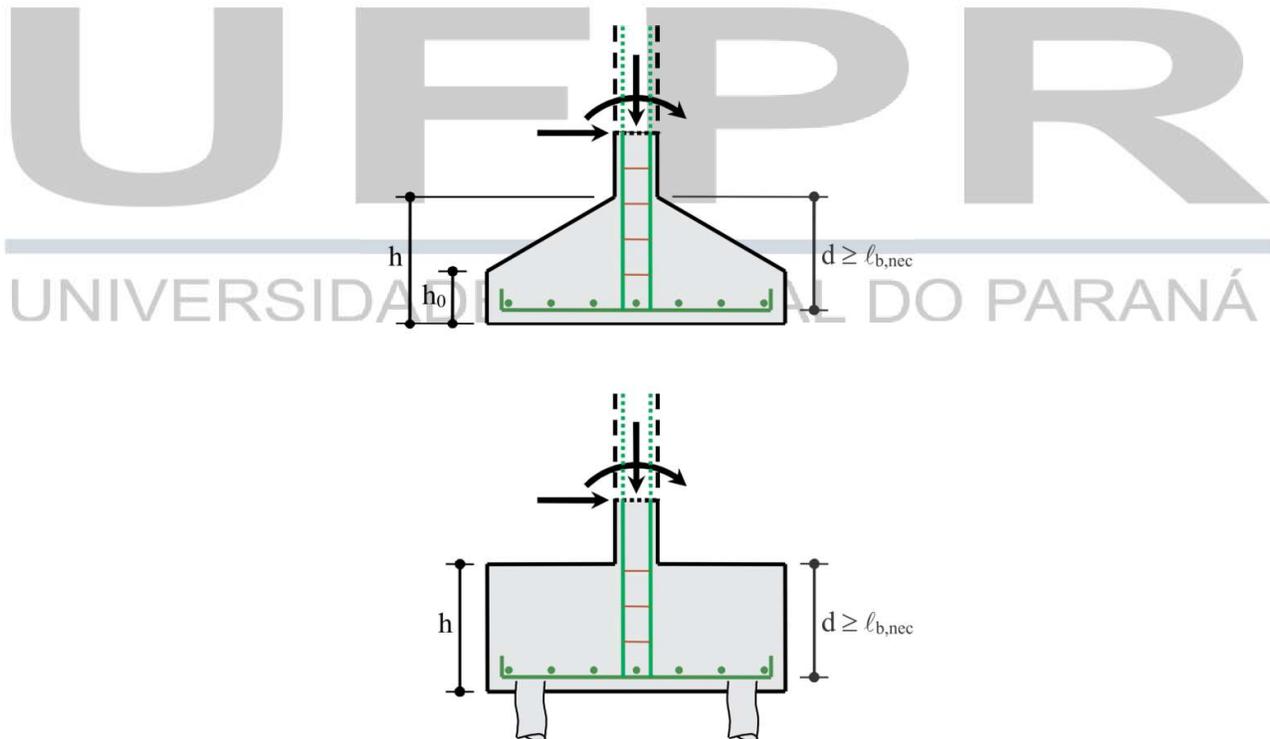


Figura 7.27 – Sapatas e blocos sobre estacas

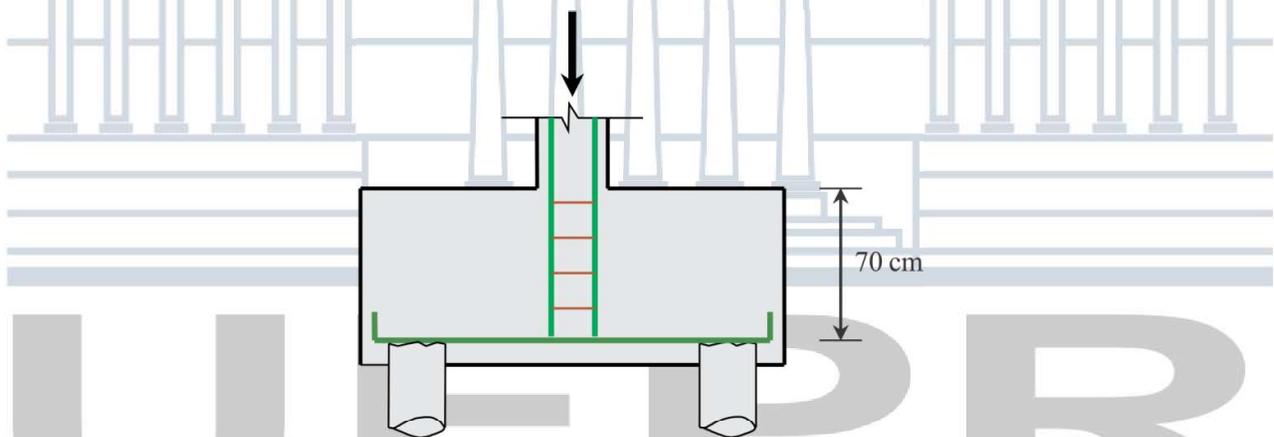
No caso específico de sapatas e blocos sobre estacas (Figura 7.27), onde nascem pilares, a aplicação direta da **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, para ancoragem de barras dentro destas estruturas, não deve ser feita. É recomendado que o limite mínimo $0,3 \ell_b$ seja aumentado para $0,8 \ell_b$, de tal forma que:

$$\ell_{b,nec} = \frac{\phi}{4} \times \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \times \frac{A_{s,cal}}{A_{s,ef}} \geq \max \left[\begin{array}{l} 0,8 \left(\frac{\phi}{4} \times \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \right) \\ 10\phi \\ 10\text{cm} \end{array} \right]$$

Equação 7.27

EXEMPLO 7.9

Um pilar de seção transversal 25 cm x 50 cm nasce de um bloco de fundação que tem 70 cm de altura útil e será construído com concreto classe C15. Sabendo-se que o pilar necessita $18,05 \text{ cm}^2$ de área de armadura de aço CA-50 (barras nervuradas) para resistir às sollicitações normais de compressão (ELU), determinar o número de barras de 32 mm necessárias para compor a armadura longitudinal deste pilar. Ao final dos cálculos, apresentar o diagrama R_{sd} da barra.



Solução: A solução deste problema consiste em se determinar, para as barras do pilar, um comprimento de ancoragem igual ou inferior a 70 cm (altura útil do bloco de fundação). Os cálculos mostrarão que é impossível ancorar barras de 32 mm neste bloco.

O valor de $\ell_{b,nec}$ deverá ser determinado pela Equação 7.27, com f_{bd} definido pela **Erro! Fonte de referência não encontrada.** Para η_1 deverá ser usado o valor 2,25 que corresponde a barra nervurada; para η_2 deverá ser usado o valor 1,0 que corresponde a situação de boa aderência (

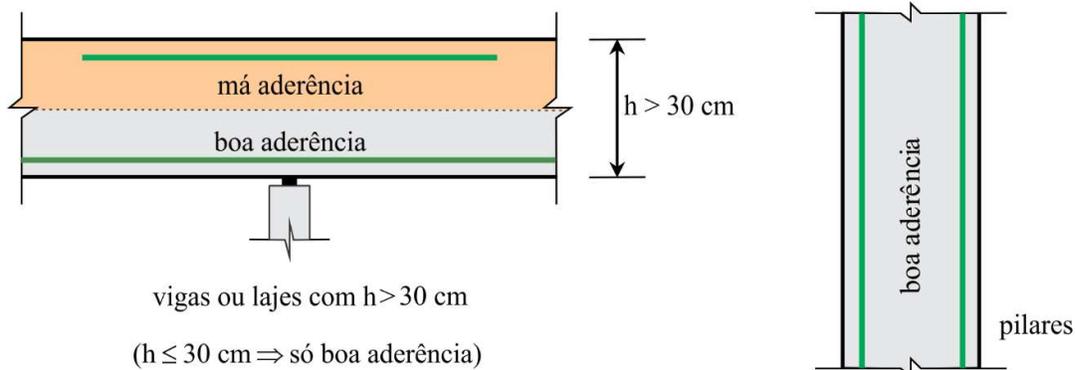


Figura 7.6); para η_3 deverá ser usado o valor 1,0 que corresponde a barras de diâmetro menor que 40 mm; para γ_c deverá ser usado o valor 1,4 que corresponde a combinações normal de carregamento - ELU; e para γ_s deverá ser usado o valor 1,15 que corresponde a combinações normal de carregamento - ELU.

O diagramas R_{sd} será estabelecido em função da tensão atuante nas barras (**Erro! Fonte de referência não encontrada.**).

Deve ser lembrado que o concreto C15, aqui usado, é permitido pela ABNT NBR 6118 apenas em obras de fundações.

a) Dados - uniformização de unidades (kN e cm)

$$f_{ck} = 15 \text{ MPa} = 1,5 \text{ kN/cm}^2 \quad \langle \text{C15} \rangle$$

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa} = 50,0 \text{ kN/cm}^2 \quad \langle \text{CA50} \rangle$$

$$\eta_1 = 2,25 \quad \langle \text{barranervurada} \rangle$$

$$\eta_2 = 1,0 \quad \langle \text{situação de boa aderência} \rangle$$

$$\eta_3 = 1,00 \quad \langle \phi < 40 \text{ mm} \rangle$$

$$\gamma_c = 1,40 \quad \langle \text{ELU - combinação normal} \rangle$$

$$\gamma_s = 1,15 \quad \langle \text{ELU - combinação normal} \rangle$$

$$d = 70 \text{ cm} \quad \langle \text{altura útil do bloco de fundação} \rangle$$

$$\phi = 32 \text{ mm} = 3,2 \text{ cm} \quad \langle \text{diâmetro da barra} \rangle$$

$$A_c = 25 \times 50 = 1250 \text{ cm}^2 \quad \langle \text{área da seção transversal do pilar} \rangle$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa} = 43,5 \text{ kN/cm}^2 \quad \langle \text{resistência de cálculo do aço} \rangle$$

$$A_{s,cal} = 18,05 \text{ cm}^2 \quad \langle \text{área de armadura calculada} \rangle$$

$$\alpha = 1,0 \quad \langle \text{armadura comprimida não pode terminar em gancho} \rangle$$

$$l_{b,nec} \leq 70 \text{ cm} \quad \langle \text{comprimento de ancoragem limitado à altura útil do bloco} \rangle$$

b) f_{bd}

$$f_{bd} = \left(\frac{0,21 \eta_1 \eta_2 \eta_3}{\gamma_c} \right) \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad \langle f_{ck} \text{ em MPa} \rangle$$

$$f_{bd} = \left(\frac{0,21 \times 2,25 \times 1,0 \times 1,0}{1,4} \right) \sqrt[3]{15^2} = 2,05 \text{ MPa} = 0,205 \text{ kN/cm}^2$$

c) l_b

$$l_b = \frac{\phi \cdot f_{yd}}{4 \cdot f_{bd}}$$

$$l_b = \frac{\phi \cdot 43,5}{4 \cdot 0,205} = 53 \phi$$

$$l_b = 53 \phi = 53 \times 32 = 1696 \text{ mm} \approx 170 \text{ cm}$$

d) Valor mínimo de comprimento de ancoragem (Equação 7.27)

$$l_{b,nec} \geq \max \left[\begin{array}{l} 0,8 l_b = 0,8 \times 170 = 136 \text{ cm} \\ 10 \phi = 10 \times 3,2 = 32 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{array} \right] = 136 \text{ cm} > 70 \text{ cm}$$

Como o valor mínimo para $l_{b,nec}$ resultou maior que 70 cm (altura útil do bloco de fundação), torna-se impossível a ancoragem de barras de 32 mm neste bloco.

e) Verificação da possibilidade de ancorar barras de 25 mm

$$\ell_b = 53\phi = 53 \times 25 = 1325 \text{ mm} \approx 133 \text{ cm}$$

$$\ell_{b,nec} \geq \max \begin{bmatrix} 0,8 \ell_b = 0,8 \times 133 = 106 \text{ cm} \\ 10\phi = 10 \times 2,5 = 25 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{bmatrix} = 106 \text{ cm} > 70 \text{ cm}$$

Como o valor mínimo para $\ell_{b,nec}$ resultou maior que 70 cm (altura útil do bloco de fundação), torna-se impossível a ancoragem de barras de 25 mm neste bloco.

f) Verificação da possibilidade de ancorar barras de 20 mm

$$\ell_b = 53\phi = 53 \times 20 = 1060 \text{ mm} \approx 106 \text{ cm}$$

$$\ell_{b,nec} \geq \max \begin{bmatrix} 0,8 \ell_b = 0,8 \times 106 = 85 \text{ cm} \\ 10\phi = 10 \times 2,0 = 20 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{bmatrix} = 85 \text{ cm} > 70 \text{ cm}$$

Como o valor mínimo para $\ell_{b,nec}$ resultou maior que 70 cm (altura útil do bloco de fundação), torna-se impossível a ancoragem de barras de 20 mm neste bloco.

g) Verificação da possibilidade de ancorar barras de 16 mm

$$\ell_b = 53\phi = 53 \times 16 = 848 \text{ mm} \approx 85 \text{ cm}$$

$$\ell_{b,nec} \geq \max \begin{bmatrix} 0,8 \ell_b = 0,8 \times 85 = 68 \text{ cm} \\ 10\phi = 10 \times 1,6 = 16 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{bmatrix} = 68 \text{ cm} < 70 \text{ cm OK}$$

Como o valor mínimo para $\ell_{b,nec}$ resultou menor que 70 cm (altura útil do bloco de fundação), torna-se possível a ancoragem de barras de 16 mm neste bloco.

h) Determinação do número de barras de 16 mm

$$\phi = 16 \text{ mm} = 1,6 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{\pi\phi^2}{4} = \frac{\pi \times 1,6^2}{4} = 2,01 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,ef} = nA_s = n \times 2,01 \text{ cm}^2 \quad (n = \text{número par de barras de 16 mm})$$

$$\ell_{b,nec} = \ell_b \times \frac{A_{s,cal}}{A_{s,ef}} = 85 \times \frac{18,05}{n \times 2,01} \leq 70 \text{ cm}$$

$$n \geq 10,90 \Rightarrow n = 12 \text{ barras}$$

$$n = 12 \text{ barras} \blacktriangleleft$$

Com o valor de n definido, chega-se:

$$A_{s,ef} = 12 \times 2,01 = 24,12 \text{ cm}^2$$

$$\Delta_s = \frac{24,12 - 18,05}{18,05} = 34\% \quad (\text{acrésimo de armadura do pilar})$$

$$\rho = \frac{A_{s,ef}}{A_c} = \frac{24,12}{1250} = 1,93\% \quad (\text{taxa de armadura do pilar})$$

Os valores de $\ell_{b,nec}$ e σ_s , para esta solução, resultam:

$$\ell_{b, \text{nec}} = \frac{1,6}{4} \times \frac{43,5}{0,205} \times \frac{18,05}{24,12} = 56 \text{ cm} \geq \max \left[\begin{array}{l} 0,8 \times \frac{1,6}{4} \times \frac{43,5}{0,205} = 68 \text{ cm} \\ 10\phi = 10 \times 1,6 = 10 \text{ cm} \\ 100 \text{ mm} = 10 \text{ cm} \end{array} \right] = 68 \text{ cm}$$

$\ell_{b, \text{nec}} = 68 \text{ cm} \approx 70 \text{ cm}$ (altura útil da sapata) ◀

$$\sigma_s = \frac{A_{s, \text{cal}}}{A_{s, \text{ef}}} \times f_{y, d} = \frac{18,05}{24,12} \times 43,5 = 32,6 \text{ kN/cm}^2$$

i) Diagrama R_{sd}

$$R_{sd} = A_s \times \sigma_s = 2,01 \times 32,6 = 65,5 \text{ kN}$$

(ver

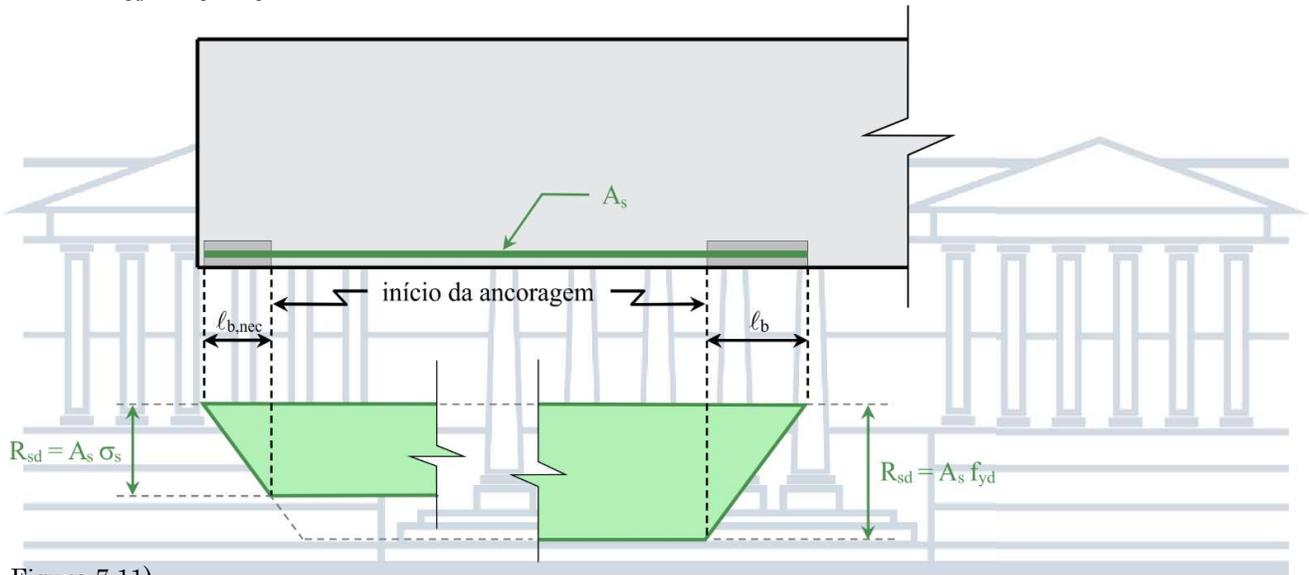
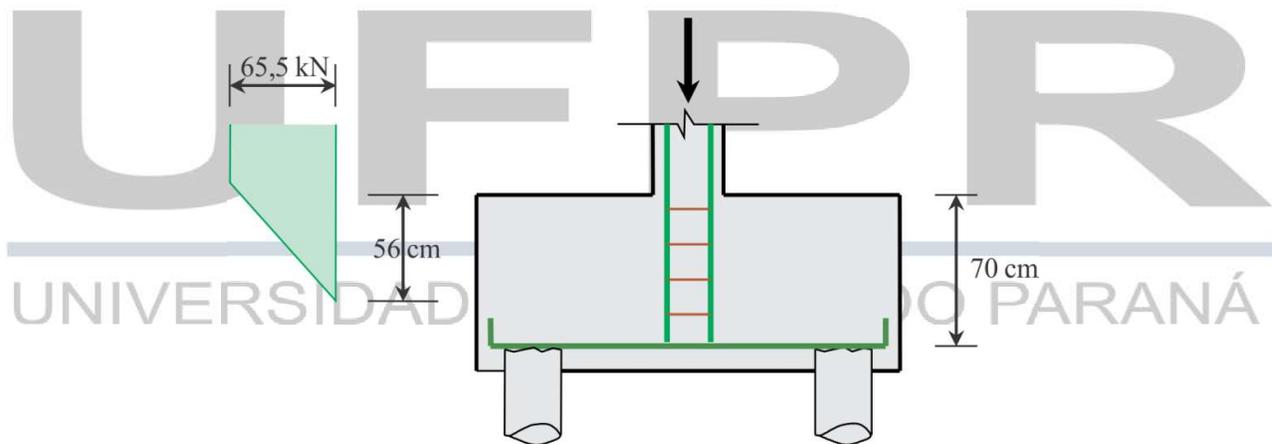


Figura 7.11)



7.12 BARRAS LISAS E BARRAS COM ALTERNÂNCIA DE SOLICITAÇÃO

Segundo o item 9.4.2.1 da ABNT NBR 6118, é obrigatório o uso de ganchos nas ancoragens de barras lisas tracionadas. Por outro lado, as barras que tenham alternância de solicitação, tração e compressão, não devem ser ancoradas com ganchos em suas extremidades.

7.13 ANCORAGEM DE ESTRIBOS

Segundo o item 9.4.6 da ABNT NBR 6118, a ancoragem dos estribos deve necessariamente ser garantida por meio de ganchos ou barras longitudinais soldadas.

Os ganchos dos estribos podem ser (Figura 7.28);

- semicirculares ou em ângulo de 45° (interno), com ponta reta de comprimento igual a $5 \phi_t$, porém não inferior a 5 cm; e
- em ângulo reto, com ponta reta de comprimento maior ou igual a $10 \phi_t$, porém não inferior a 7 cm (este tipo de gancho não deve ser utilizado para barras e fios lisos)

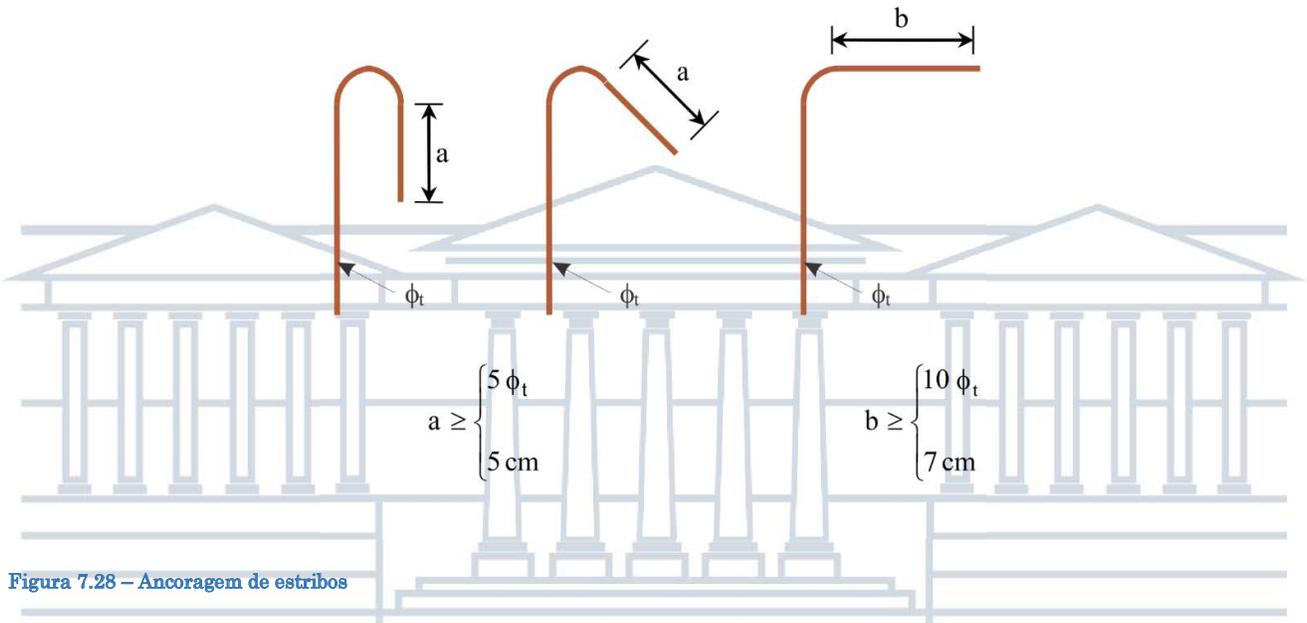


Figura 7.28 – Ancoragem de estribos

O diâmetro interno da curvatura dos estribos (Figura 7.28) deve ser, no mínimo, igual ao indicado na Tabela 7.6.

Bitola (mm)	Tipo de Aço		
	CA-25	CA-50	CA-60
$\phi_t \leq 10$	$3\phi_t$	$3\phi_t$	$3\phi_t$
$10 < \phi_t < 20$	$4\phi_t$	$5\phi_t$	-
$\phi_t \geq 20$	$5\phi_t$	$8\phi_t$	-

Tabela 7.6 – Diâmetro dos pinos de dobramento para estribos

7.14 SIMBOLOGIA ESPECÍFICA

7.14.1 SÍMBOLOS BASE

a_h	espaçamento horizontal mínimo livre entre as faces das barras longitudinais, medido no plano da seção transversal
a_ℓ	distância correspondente a decalagem do diagrama de força no banzo tracionado
a_v	espaçamento vertical mínimo livre entre as faces das barras longitudinais, medido no plano da seção transversal
b_w	largura da viga
c_{nom}	cobrimento nominal
d	altura útil
	distância da fibra de concreto mais comprimida até o centro de gravidade da armadura tracionada
d_{max}	dimensão máxima do agregado graúdo
f_{bd}	resistência de aderência de cálculo
f_{cd}	resistência à compressão do concreto de cálculo
f_{ck}	resistência à compressão do concreto característica
f_{ckj}	resistência à compressão do concreto característica aos j dias
f_{ctd}	resistência à tração do concreto de cálculo
f_{ctk}	resistência à tração do concreto característica
$f_{ctk,inf}$	resistência à tração do concreto característica inferior
$f_{ct,m}$	resistência à tração do concreto média
$f_{ctk,sup}$	resistência à tração do concreto característica superior
f_{yd}	resistência ao escoamento do aço da armadura transversal que atua na região de ancoragem de barras
f_{yk}	resistência ao escoamento do aço característica
$f_{ywd,b}$	resistência ao escoamento do aço característica da armadura transversal de barras ancoradas
g_k	valor característico da ação permanente
h	altura da viga
h_{pil}	dimensão do pilar
h_0	menor altura de sapata
ℓ_b	comprimento de ancoragem básico
$\ell_{b,min}$	comprimento de ancoragem mínimo
$\ell_{b,nec}$	comprimento de ancoragem necessário
m	número de barras
n	número de barras
r	raio interno mínimo de curvatura
s_b	espaçamento da armadura transversal que atua na região de ancoragem de barras
u	perímetro
x	abscissa
y	altura do retângulo de tensões σ_c
y_{cg}	posição do centro de gravidade da seção transversal de um conjunto de barras longitudinais (tracionadas ou comprimidas) em relação à geratriz mais afastada da linha neutra, medida normalmente a esta
z	braço de alavanca
A_c	área de concreto
A_s	área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada
$A_{s,apoio}$	área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada no apoio
$A_{s,cal}$	área da seção transversal da armadura longitudinal calculada
$A_{s,ef}$	área da seção transversal da armadura longitudinal efetiva
$A_{s,max}$	área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada máxima
$A_{s,min}$	área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada mínima
$A_{s,vão}$	área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada no vão
$A_{sw,b}$	área da seção transversal da armadura transversal que atua na região de ancoragem de barras
$A_{swx,b}$	área da seção transversal da armadura transversal que atua na região de ancoragem de barras, referentes ao plano de fendilhamento y
$A_{swy,b}$	área da seção transversal da armadura transversal que atua na região de ancoragem de barras, referentes ao plano de fendilhamento x
D	diâmetro dos pinos de dobramento
G_k	valor característico da ação permanente
M_{apoio}	momento fletor atuante no apoio

$M_{vão}$	momento fletor atuante no vão
M_{Rd}	momento fletor resistente de cálculo
M_{Rd1}	momento fletor resistente de cálculo referenciado ao binário R_{cd1} , R_{sd1}
$M_{Rd1,lim}$	momento fletor resistente de cálculo corresponde ao limite de ductilidade da seção transversal ($\beta_x = \beta_{x,lim}$)
M_{Sd}	momento fletor solicitante de cálculo
$M_{Sd,desl}$	momento fletor solicitante de cálculo deslocado
N_d	força normal de cálculo
N_{Sd}	força normal solicitante de cálculo
$R_{b,diag}$	força normal diagonal de tração devida à ancoragem
$R_{b,tang}$	força normal tangente de tração devida à ancoragem
$R_{b,traç}$	força normal de tração devida à ancoragem
R_{cd}	força resistente de cálculo atuante na região de concreto comprimido
R_{cd1}	força resistente de cálculo atuante na região de concreto comprimido de área b_w y
R_{cwd}	força resistente de cálculo atuante na diagonal de compressão da treliça de Morsh
R_d	resistência de cálculo
R_s	força normal atuante na barra
R_{sd}	força resistente de cálculo atuante na armadura tracionada
R_{Sd}	força solicitante de cálculo atuante em apoio extremo de viga
$R_{sw,b}$	força normal atuante na armadura transversal que atua na região de ancoragem de barras
S_d	solicitação de cálculo
V_c	força cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça de Morsh
V_d	força cortante de cálculo
V_{Rd2}	força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto
V_{Sd}	força cortante solicitante de cálculo
$V_{Sd,max}$	força cortante solicitante de cálculo máxima
α	coeficiente de minoração para barras ancoradas com gancho na extremidade ou com armadura transversal soldada
α_{v2}	coeficiente para cálculo de V_{Rd2}
β_c	valor adimensional auxiliar
β_s	valor adimensional que define a tensão de tração referente à armadura A_s
β_x	valor adimensional que define a posição da linha neutra
β_y	valor adimensional que define a região de concreto comprimido
β_z	valor adimensional que define o braço de alavanca do binário de forças R_{cd1} , R_{sd1}
ϵ_c	deformação específica do concreto
ϵ_s	deformação específica do aço à tração
ϵ_{yd}	deformação específica de escoamento do aço
ϕ	diâmetro das barras da armadura
ϕ_ℓ	diâmetro das barras da armadura longitudinal
ϕ_t	diâmetro das barras da armadura transversal
γ_c	coeficiente de ponderação da resistência do concreto
γ_g	coeficiente de ponderação para ações permanentes diretas
γ_q	coeficiente de ponderação para ações variáveis diretas
γ_s	coeficiente de ponderação da resistência do aço
η	coeficiente de conformação superficial
η_b	coeficiente de conformação superficial
η_1	coeficiente para cálculo da tensão de aderência da armadura
η_2	coeficiente correspondente à conformação superficial das barras na determinação de f_{bd}
η_3	coeficiente que representa as condições de boa e má aderência na determinação de f_{bd}
θ	ângulo
ρ	taxa de armadura longitudinal
$\sigma_{b,traç}$	tensão normal de tração devida à ancoragem
σ_c	tensão à compressão no concreto
σ_s	tensão à tração na armadura
$\sigma_{s,x}$	tensão à tração na armadura na abscissa x
$\tau_{b,unif}$	tensão tangencial de aderência uniforme
$\tau_{b,x}$	tensão tangencial de aderência na abscissa x

apoio	apoio
b	aderência
cal	cálculo
cg	centro de gravidade
desl	deslocado
diag	diagonal
ef	efetiva
inf	inferior
lim	limite
m	média
max	máximo
min	mínimo
nec	necessário
nom	nominal
pil	pilar
sup	superior
tang	tangente
traç	tração
unif	uniforme
vão	vão
x	abscissa



UFPR

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

7.15 EXERCÍCIOS

EX. 7.1

Complete o quadro abaixo considerando ELU. Forneça os valores de ℓ_b na forma $n\phi$, sendo n um número inteiro e ϕ o diâmetro da barra a ser ancorada.

Aço	Concreto	f_{bd} (MPa)	ℓ_b (boa ader.)	ℓ_b (má ader.)
CA-25	C20			
CA-50	C25			
CA-50	C30			
CA-60	C35			
CA-60	C40			

EX. 7.2

Determinar os comprimentos das barras necessárias para resistir o momento fletor solicitante de cálculo (negativo) do apoio B da viga abaixo representada. Detalhar a armadura usando barras de 16 mm.

Dados:

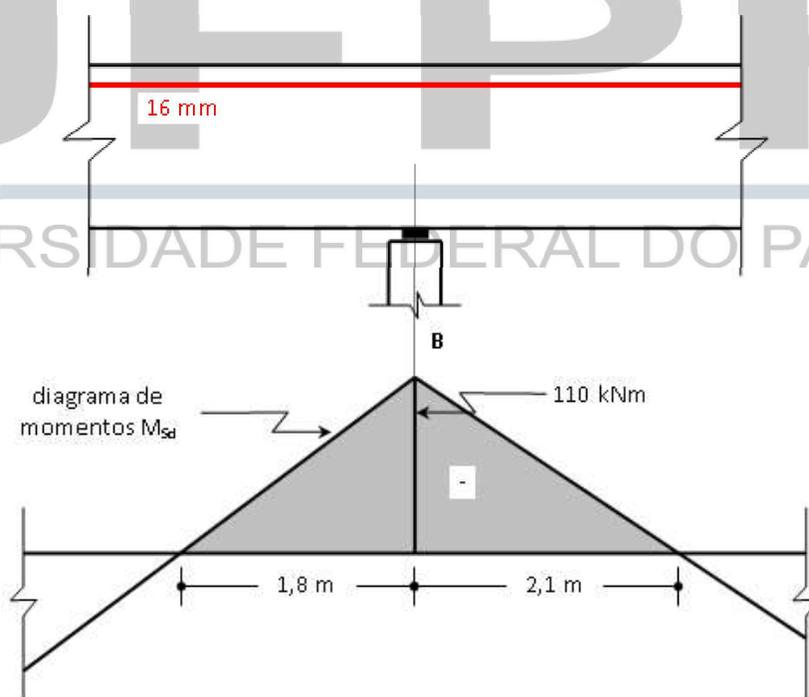
- concreto: C20; e
- barras nervuradas: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais;
- viga de seção retangular, simplesmente apoiada nos pilares;
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- $d = 60$ cm;
- $b_w = 18$ cm; e
- $a_s = d$.

Escalas:

- vãos: 1 cm = 50 cm (1:50); e
- momentos: 1 cm = 20 kNm (1:20).



EX. 7.3

Detalhar a armadura longitudinal da viga abaixo indicada.

Dados:

- concreto: C20; e
- barra nervurada: CA-50.

Considerar:

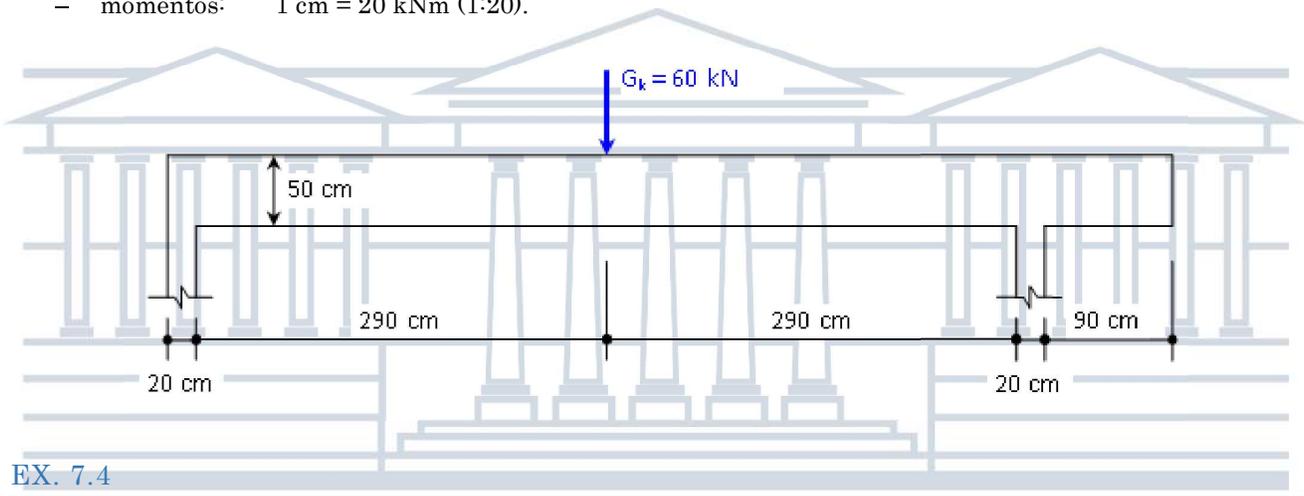
- somente solicitações normais;
- viga de seção retangular, simplesmente apoiada nos pilares;
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- $b_w = 20$ cm;
- armadura transversal (estribos): 6,3 mm;
- cobrimento nominal: 3 cm; e
- dimensão máxima do agregado: 19 mm.

Obs.:

- peso próprio da viga desprezível.

Escala:

- vãos: 1 cm = 50 cm (1:50); e
- momentos: 1 cm = 20 kNm (1:20).



Detalhar a armadura longitudinal da viga abaixo indicada.

Dados:

- concreto: C25; e
- barra nervurada: CA-50.

Considerar:

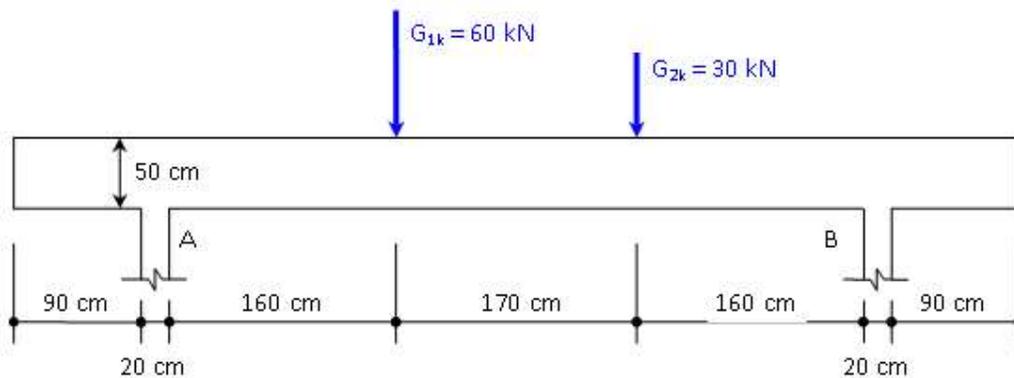
- somente solicitações normais;
- viga de seção retangular, simplesmente apoiada nos pilares;
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- $b_w = 20$ cm;
- armadura transversal (estribos): 6,3 mm;
- cobrimento nominal: 3 cm; e
- dimensão máxima do agregado: 19 mm.

Obs.:

- peso próprio da viga desprezível.

Escala:

- vãos: 1 cm = 50 cm (1:50); e
- momentos: 1 cm = 20 kNm (1:20).



EX. 7.5

Detalhar a armadura de flexão mais econômica (barras de menores comprimentos possíveis) para a viga abaixo indicada.

Dados:

- concreto: C25; e
- barra nervurada: CA-50.

Considerar:

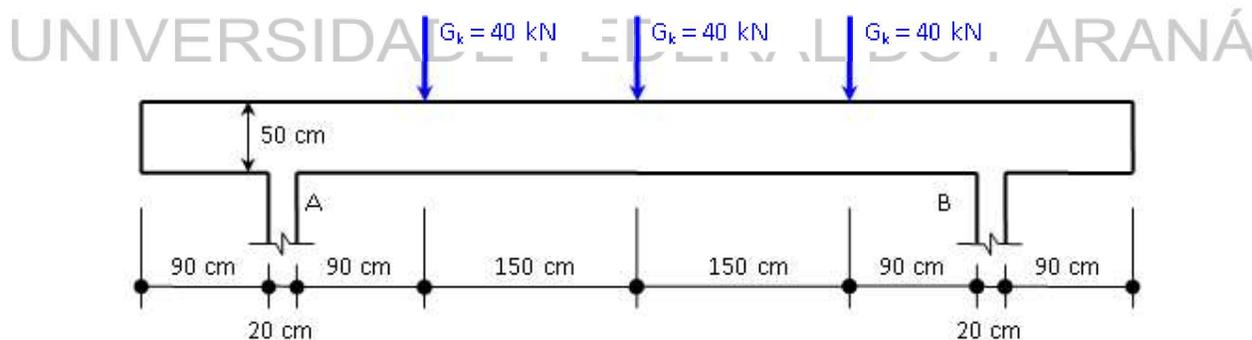
- somente solicitações normais;
- viga de seção retangular, simplesmente apoiada nos pilares;
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- $b_w = 20$ cm;
- armadura longitudinal: 16 mm;
- armadura transversal (estribos): 6,3 mm;
- cobrimento nominal: 3 cm; e
- dimensão máxima do agregado: 19 mm.

Obs.:

- as barras deverão ser detalhadas aos pares (duas por vez);
- o posicionamento da armadura deverá ser, obrigatoriamente, referido à face interna do pilar esquerdo (A);
- o carregamento é permanente (cargas atuando simultaneamente) e os valores apresentados são característicos; e
- peso próprio da viga desprezível.

Escala:

- vãos: 1 cm = 50 cm (1:50); e
- momentos: 1 cm = 20 kNm (1:20).



EX. 7.6

Detalhar as armaduras positivas e negativas (barras de menores comprimentos possíveis) para a viga abaixo indicada.

Dados:

- concreto: C25; e
- barra nervurada: CA-50.

Considerar:

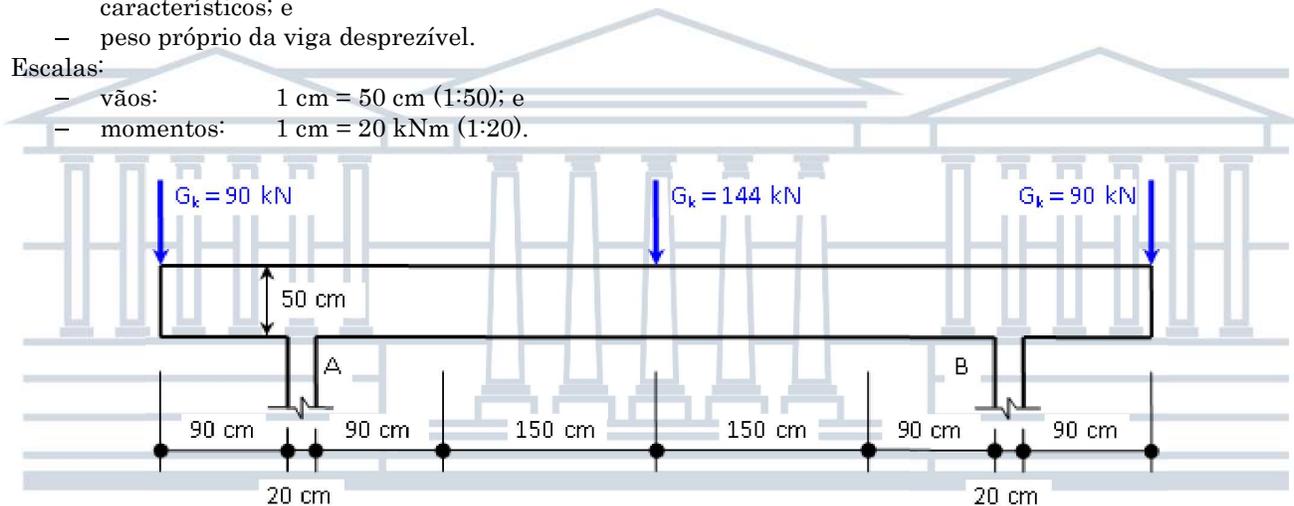
- somente solicitações normais;
- viga de seção retangular, simplesmente apoiada nos pilares;
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- $b_w = 20$ cm;
- armadura longitudinal positiva: 16 mm;
- armadura longitudinal negativa: 12,5 mm;
- armadura transversal (estribos): 6,3 mm;
- cobrimento nominal: 3 cm; e
- dimensão máxima do agregado: 19 mm.

Obs.:

- o posicionamento da armadura deverá ser, obrigatoriamente, referido à face interna do pilar esquerdo (A);
- o carregamento é permanente (cargas atuando simultaneamente) e os valores apresentados são característicos; e
- peso próprio da viga desprezível.

Escalas:

- vãos: 1 cm = 50 cm (1:50); e
- momentos: 1 cm = 20 kNm (1:20).



EX. 7.7

Detalhar a armadura longitudinal da viga abaixo indicada.

Dados:

- concreto: C25; e
- barra nervurada: CA-50.

Considerar:

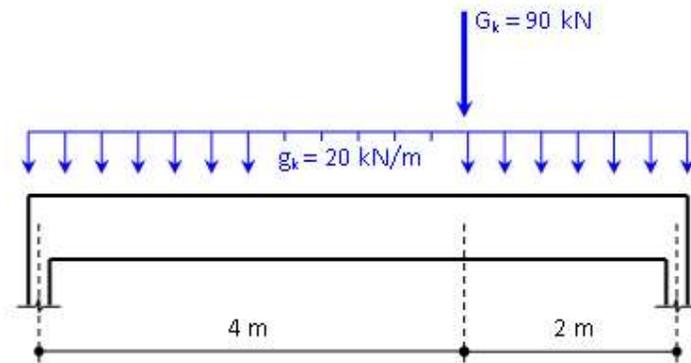
- somente solicitações normais;
- viga de seção retangular, simplesmente apoiada nos pilares;
- pilares com 30 cm de largura;
- estado limite último, combinações normais, edificação tipo 2 ($\gamma_g = 1,4$, $\gamma_q = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$);
- $b_w = 20$ cm;
- $h = 65$ cm;
- armadura transversal (estribos): 6,3 mm;
- cobrimento nominal: 3 cm; e
- dimensão máxima do agregado: 19 mm.

Obs.:

- peso próprio da viga incluído na carga g_k .

Escalas:

- vãos: 1 cm = 50 cm (1:50); e
- momentos: 1 cm = 20 kNm (1:20).

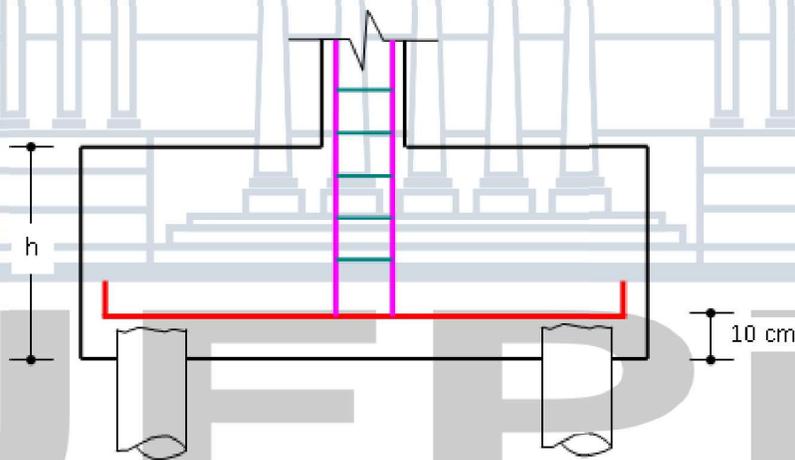


EX. 7.8

Determinar a altura mínima h do bloco de fundação abaixo indicado. A armadura de compressão necessária para a segurança do pilar (armadura calculada) resultou em $6,0 \text{ cm}^2$, porém serão usadas 6 barras de 16 mm.

Considerar:

- concreto: C15;
- barra nervurada: CA-50; e
- combinação normal de carregamento – ELU.

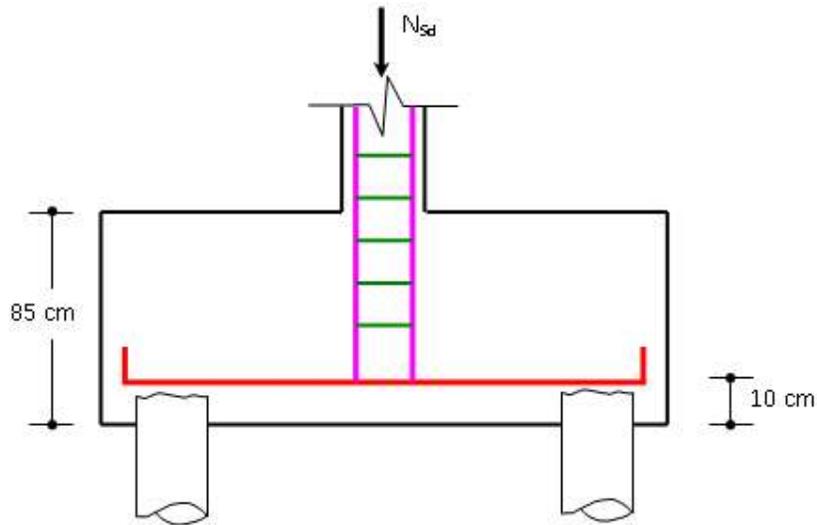


EX. 7.9

Um pilar de seção transversal $25 \text{ cm} \times 45 \text{ cm}$, suportado por um bloco de fundação, necessita de $17,42 \text{ cm}^2$ de área de armadura longitudinal para suportar a força normal solicitante de cálculo (compressão) que nele poderá atuar. Determinar o número total de barras de 25 mm que o pilar deverá possuir, sabendo-se que o bloco de fundação terá 75 cm de altura útil.

Considerar:

- concreto: C15;
- barra nervurada: CA-50; e
- combinação normal de carregamento – ELU.

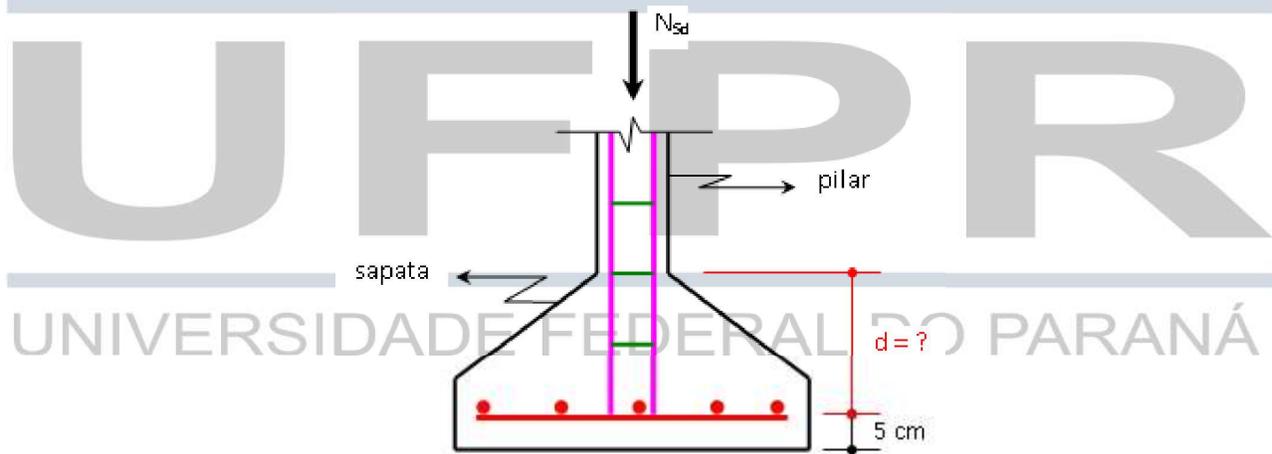


EX. 7.10

O pilar abaixo representado, cujo cálculo da armadura longitudinal de compressão resultou em uma área de aço ($A_{s,cal}$) igual a $14,40 \text{ cm}^2$, deverá ser suportado por uma sapata cuja altura não poderá ultrapassar 65 cm. Observadas as regras de ancoragem reta estabelecidas pela ABNT NBR 6118, definir a menor altura possível para a sapata de tal forma que a seção transversal do pilar apresente a menor quantidade de barras (número par).

Considerar:

- concreto: C15;
- barra nervurada: CA-50;
- altura útil da sapata: $d = h - 5 \text{ cm}$; e
- combinação normal de carregamento – ELU.

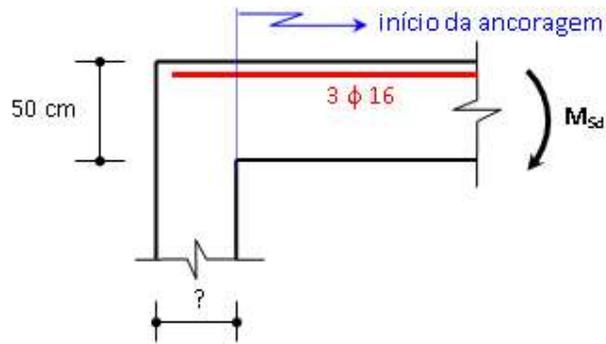


EX. 7.11

Determinar a menor largura possível para o pilar abaixo representado, de tal forma que as armaduras negativas da viga possam nele se ancorar. A armadura da viga, necessária para resistir ao momento fletor solicitante de cálculo, atuante na região próxima do pilar, resultou em $2,12 \text{ cm}^2$, tendo sido optado pelo uso de 3 barras de 16 mm.

Considerar:

- concreto: C20;
- barra nervurada: CA-50;
- cobrimento da armadura: 3 cm; e
- combinação normal de carregamento – ELU.



UFPR

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ