

4 DIMENSIONAMENTO À COMPRESSÃO SIMPLES

O dimensionamento de barras prismáticas submetidas à compressão simples tem suas condições estabelecidas pelo item 5.3 da NBR 8800, complementado pelos anexos E e F da mesma norma. A seção 5 da NBR 8800 trata do dimensionamento de elementos estruturais quando submetidos a ações predominantemente estáticas, para as condições adicionais de dimensionamento, tais como fadiga, fratura frágil e temperaturas elevadas, ver a seção 9 da NBR 8800.

4.1 CONCEITOS GERAIS

A expressão apresentada pela NBR 8800 para o dimensionamento de elementos comprimidos, considera, em uma primeira análise, que as tensões estão uniformemente distribuídas na seção transversal. Essa situação, porém, somente ocorre em situações muito particulares, pois o colapso de barras comprimidas ocorre por diversas formas de instabilidade, muito antes de serem ultrapassadas as tensões limite do material na seção sob tensão uniforme.

Dessa maneira, embora a expressão básica de dimensionamento seja inicialmente semelhante à utilizada no dimensionamento à tração, a NBR 8800 introduz coeficientes que consideram a instabilidade para o caso de peça comprimida, de modo que, de fato, a esbeltez da peça é determinante no dimensionamento de elementos comprimidos.

O estudo detalhado da instabilidade em peças comprimidas não é objeto deste capítulo, porém, é necessário apresentar alguns conceitos gerais para estabelecer um melhor entendimento dos diversos aspectos desse dimensionamento.

Em uma estrutura, quando se avalia a sua estabilidade, pode-se diferenciar dois tipos básicos de instabilidade:

A condição de estabilidade global da estrutura, como um todo - colunas e vigas, prevista no item 4.9 da NBR 8800 e anexos, que não faz parte deste capítulo.

A instabilidade de uma barra comprimida qualquer da estrutura, entendida como um elemento dessa estrutura entre seus elementos de fixação. Essa instabilidade pode ocorrer na barra como um todo ou como a instabilidade parcial de um elemento constituinte da seção transversal da mesma.

Quanto à instabilidade da barra, pode-se distinguir três situações a serem consideradas:

- Instabilidade por flexão, cujos conceitos básicos foram estudados na resistência dos materiais, e que consiste na perda da condição de equilíbrio da barra em sua configuração retilínea inicial;
- Instabilidade por torção, onde o eixo da barra se mantém retilíneo da barra, porém há rotação relativa entre as seções das extremidades da barra, sob ação da força normal de compressão;
- Instabilidade por flexo-torção, quando há uma combinação dos dois efeitos simultaneamente.
- Desses três comportamentos, a instabilidade por flexão é o mais relevante em peças de seção duplamente simétrica e convenientemente travadas.

A Figura 4.1, ilustra o comportamento quanto à instabilidade da peça comprimida.

Já a instabilidade localizada ou parcial da seção, é a perda de estabilidade de uma parte da seção transversal. Não está diretamente relacionada à barra como um todo, mas às condições de ligação e de esbeltez dos elementos constituintes da seção. Um exemplo esquemático desse comportamento está representado pela linha tracejada no desenho da Figura 4.2. Essa possibilidade de ruína por instabilidade local, em conjunto com as tensões normais na seção solicitada pelo esforço externo atuante, é considerada pela NBR quando apresenta os seguintes conceitos:

- Seções Compactas: que possuem robustez tal que conseguem desenvolver uma distribuição de tensões totalmente plástica (com grandes rotações) antes do início da flambagem local da seção;

- b) Seções semi-compactas, quando os elementos comprimidos da seção podem atingir o escoamento, mas não a completa platificação da seção, antes que ocorra flambagem local da seção. Essas seções não apresentam grande capacidade de rotação antes da ruína;
- c) Seções esbeltas (às vezes chamadas de não compactas), quando a ruína da seção ocorre antes de ser alcançada a plastificação de qualquer de seus elementos constituintes.

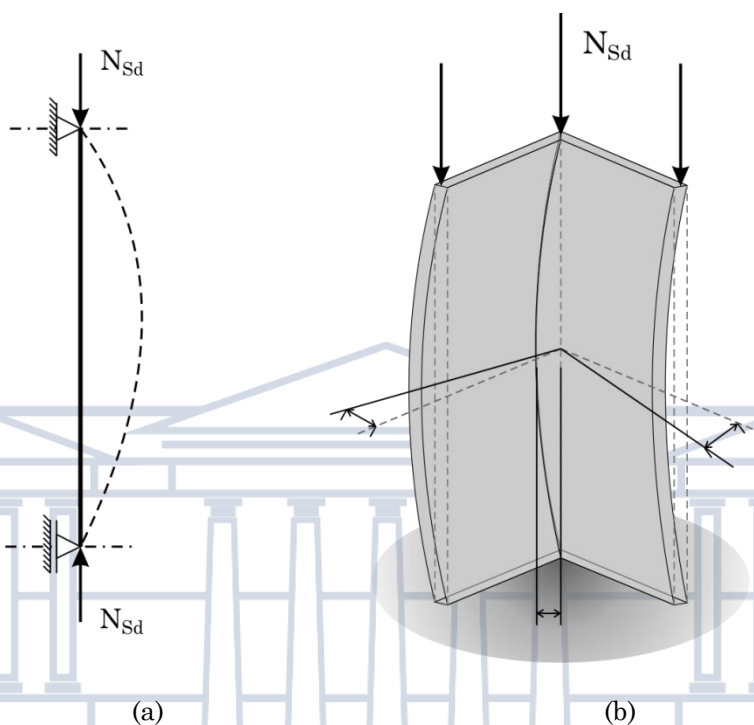


Figura 4.1: Comportamento quanto à instabilidade da peça comprimida, (a) instabilidade por flexão da barra e (b) instabilidade por flexo torção da barra.

A NBR 8800 apresenta essa definição logo no início de seu item 5 (5.1.2.1) quando apresenta definições relativas à relações largura espessura em elementos comprimidos de aço. Essa definição está apresentada mesmo antes da apresentação do dimensionamento à tração, sua aplicação, contudo, é naturalmente destinada a seções nas quais existem tensões de compressão e fica mais evidente no estudo de flexão, que será apresentado no capítulo 5.

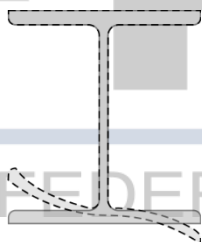


Figura 4.2: Perda de estabilidade de uma parte da seção transversal.

Neste último caso, sendo mais específico, para uma seção transversal típica de uma coluna metálica, pode-se distinguir duas condições possíveis para a instabilidade local. (figura 4.3)

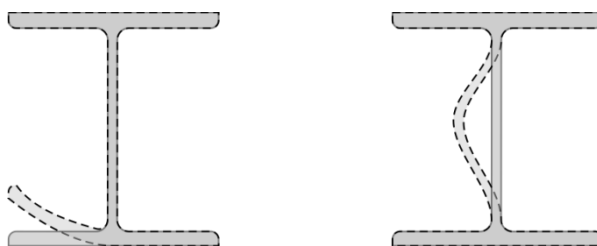


Figura 4.3: Condições possíveis para a instabilidade local.

O comportamento chamado de **AL** refere-se a porções da seção transversal que têm uma extremidade “apoiada” (ligada ao restante da seção) e outra livre, enquanto o comportamento **AA** refere-se a partes da seção que estão “apoiadas” nas duas extremidades.

A NBR 8800 apresenta essa nomenclatura no item 5.1.2.2 e segue definindo genericamente, no mesmo item, que o parâmetro de definição da esbeltez dos elementos constituintes da seção transversal é a relação entre o seu comprimento (b) e a sua espessura (t), essa relação é chamada de “parâmetro de esbeltez”, (b/t). A tabela colocada na página 6, mais adiante, apresenta esses parâmetros para diversos tipos de seção transversal.

No início deste capítulo, foi comentado que a expressão básica de dimensionamento é semelhante à de dimensionamento à tração, a consideração da instabilidade é feita através de coeficientes multiplicadores na expressão básica, e sua determinação, conforme será visto no restante deste capítulo - comportamentos relacionados com a instabilidade da peça, ou com sua esbeltez - será grande parte do trabalho de dimensionamento de uma peça comprimida.

4.2 EQUAÇÃO DE DIMENSIONAMENTO

Para o dimensionamento de peças comprimidas, a condição de segurança expressa genericamente no item 4 do capítulo 2, pode ser escrita como:

$$N_{c,Sd} \leq N_{c,Rd}$$

Equação 4.1

onde:

$N_{c,Sd}$ é a força axial de compressão solicitante de cálculo, definida conforme estabelecido no capítulo 2, e $N_{c,Rd}$ é a força axial de compressão, resistente de cálculo, cuja determinação está nos itens seguintes.

No detalhamento da expressão genérica de estabilidade estarão incluídos os efeitos de instabilidade mencionados anteriormente.

4.3 FORÇA AXIAL RESISTENTE DE CÁLCULO

A força axial resistente de cálculo é dada pela seguinte expressão:

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}}$$

Equação 4.2

onde:

$\gamma_{a1} = 1,10$ em situações normais (tabela 3 da NBR 8800, reproduzida no capítulo 2, item 6.1);

A_g = área bruta da seção transversal da barra;

f_y = é a resistência ao escoamento do aço.

Os fatores χ e Q são redutores que consideram os efeitos de instabilidade da peça como um todo e de instabilidade localizada da sua seção transversal, respectivamente. Na apresentação desses coeficientes não será observada a mesma sequência da NBR 8800, mas sim a ordem de utilização para solução de problemas de dimensionamento.

4.4 DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE REDUTOR Q

O cálculo do coeficiente Q está apresentado no anexo F da NBR 8800 utilizando a definição, já apresentada, de partes da seção que estão completamente vinculadas ao restante da mesma, chamadas de **AA**, e partes que estão apenas parcialmente vinculadas, chamadas de **AL**. Para a verificação da esbeltez desses elementos constituintes

da seção transversal (parcelas **AA** e **AL** da seção), a NBR apresenta uma tabela que é reproduzida na Tabela 4.1 (tabela F.1 da NBR 8800):

Elementos	Grupo	Descrição dos Elementos	Alguns exemplos de b e t	$\left(\frac{b}{t}\right)_{lim}$
AA	1	<ul style="list-style-type: none"> Mesas ou almas de seções tubulares retangulares; Lamelas e chapas de diafragmas entre linhas de parafusos ou soldas. 		$1,40 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$
	2	<ul style="list-style-type: none"> Almas de seções I, H ou U; Mesas ou almas de seção caixão; Todos os demais elementos que não integram o grupo 1. 		$1,49 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$
	3	<ul style="list-style-type: none"> Abas de cantoneiras simples ou múltiplas providas de chapas de travejamento. 		$0,45 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$
AL	4	<ul style="list-style-type: none"> Mesas de seções I, H, T ou U laminadas; Abas de cantoneiras ligadas continuamente ou projetadas de seções I, H, T ou U laminadas ou soldadas. 		$0,56 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$
	5	<ul style="list-style-type: none"> Mesas de seções I, H, T ou U soldadas¹⁷. 		$0,64 \sqrt{\frac{E}{\left(\frac{f_y}{k_c}\right)}}$
	6	<ul style="list-style-type: none"> Almas de seções T. 		$0,75 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$

Tabela 4.1: Verificação da esbeltez.

O coeficiente k_c (seções do grupo 5) é dado por:

$$k_c = \frac{4}{\sqrt{\frac{h}{t_w}}}$$

Equação 4.3

¹⁷ O coeficiente k_c é dado pela tabela F.2 da norma NBR 8800/2008.

onde $0,35 \leq k_c \leq 0,76$.

A primeira coluna indica o comportamento (AA ou AL) de elementos de algumas seções bem como define as dimensões “b” e “t” para essas porções.

A coluna da direita da tabela estabelece relações de dimensões dos elementos da seção transversal (b/t) limite, para os quais não há influência desse parâmetro (chamado de parâmetro de esbeltez) sobre a resistência final da seção, ou seja, $Q = 1,00$:

$$\text{Se, } \frac{b}{t} \leq \left(\frac{b}{t}\right)_{lim} \rightarrow Q=1,00$$

Para as seções transversais onde a relação b/t ultrapassa o valor limite da tabela, o coeficiente Q é dado por:

$Q = Q_s \cdot Q_a$, onde:

Q_s é o valor de Q para os elementos AL da seção;

Q_a é o valor de Q para os elementos AA.

Caso a seção possua apenas elementos AL, então: $Q = Q_s$, e caso possua apenas elementos AA, $Q = Q_a$.

O cálculo dos coeficientes para essas situações, onde $\frac{b}{t} > \left(\frac{b}{t}\right)_{lim}$ está colocado a seguir.

4.4.1 DETERMINAÇÃO DE Q_s - ELEMENTOS COMPRIMIDOS AL (ELEMENTOS COMPRIMIDOS NÃO ENRIJECIDOS)

As expressões da NBR são particulares para cada tipo de seção da tabela.

Elementos do grupo 3 da tabela

$$Q_s = 1,340 - 0,76 \frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad \text{caso } 0,45 \sqrt{\frac{E}{f_y}} < \frac{b}{t} \leq 0,91 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$\text{e, } Q_s = \frac{0,53E}{f_y \left(\frac{b}{t}\right)^2} \quad \text{caso } \frac{b}{t} > 0,91 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

Elementos do grupo 4 da tabela

$$Q_s = 1,415 - 0,74 \frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad \text{caso } 0,56 \sqrt{\frac{E}{f_y}} < \frac{b}{t} \leq 1,03 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$\text{e, } Q_s = \frac{0,69E}{f_y \left(\frac{b}{t}\right)^2} \quad \text{caso } \frac{b}{t} > 1,03 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

Elementos do grupo 5 da tabela

$$Q_s = 1,415 - 0,65 \frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_y}{k_c E}} \quad \text{caso } 0,64 \sqrt{\frac{E}{(f_y/k_c)}} < \frac{b}{t} \leq 1,17 \sqrt{\frac{E}{f_y/k_c}}$$

$$Q_s = \frac{0,90E k_c}{f_y \left(\frac{b}{t}\right)^2} \quad \text{caso } \frac{b}{t} > 1,17 \sqrt{\frac{E}{(f_y/k_c)}}$$

com o valor de k_c definido anteriormente na página 5.

Elementos do grupo 6 da tabela

$$Q_s = 1,908 - 1,22 \frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \text{ para}$$

$$0,75 \sqrt{\frac{E}{f_y}} < \frac{b}{t} \leq 1,03 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$Q_s = \frac{0,69E}{f_y \left(\frac{b}{t}\right)^2} \text{ para}$$

$$\frac{b}{t} > 1,03 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

onde:

h é a altura da alma;

t_w é a espessura da alma;

b e t são a largura e espessura do elemento, respectivamente.

Se existirem dois ou mais elementos AL com fatores de redução Q_s diferentes, deve-se adotar o menor destes fatores.

4.4.2 DETERMINAÇÃO DE Q_A - ELEMENTOS COMPRIMIDOS AA (ELEMENTOS COMPRIMIDOS ENRIJECIDOS)

O fator de redução Q_a das seções transversais com elementos comprimidos AA (elem. Comprimidos enrijecidos), cuja relação entre a largura e espessura ultrapassa os valores dados na tabela de $(b/t)_{lim}$ é dado por:

$$Q_a = \frac{A_{ef}}{A_g}$$

Onde A_g é a área bruta e A_{ef} é a área efetiva da seção transversal, dada por:

$$A_{ef} = A_g - \sum (b - b_{ef})t$$

Com o somatório estendendo-se sobre todos os elementos AA da seção transversal. Nesta expressão, b e t , são, respectivamente, a largura e espessura de um elemento AA, conforme tabela de $(b/t)_{lim}$; e b_{ef} é a largura efetiva do elemento comprimido AA, dada por:

$$b_{ef} = 1,92t \sqrt{\frac{E}{\sigma}} \left[1 - \frac{c_a}{(b/t)} \sqrt{\frac{E}{\sigma}} \right] \leq b$$

Onde C_a é um coeficiente, igual a 0,38 para as mesas ou almas de seções tubulares retangulares e 0,34 para todas as outras seções transversais e σ , pode ser tomado, de maneira conservadora, igual a f_y . Para o processo iterativo mais exato de determinação de σ , ver o item F.3.2, anexo F, NBR 8800.

4.4.2.1 PAREDES DE SEÇÕES TUBULARES CIRCULARES

Nas seções tubulares circulares, o fator de redução para flambagem local da parede é dado por:

Se:

$$\frac{D}{t} \leq 0,11 \frac{E}{f_y} \quad \text{adota-se} \quad Q=1,00$$

E, se:

$$0,11 \frac{E}{f_y} \leq \frac{D}{t} \leq 0,45 \frac{E}{f_y} \quad \text{então} \quad Q = \frac{0,32 E}{D/t f_y} + \frac{2}{3}$$

Onde D é o diâmetro externo e t a espessura da parede da seção tubular circular.

Não está prevista a utilização de seções com relação b/t superior a $0,45E/f_y$.

A tabela apresentada anteriormente define as dimensões “b” e “t”, bem como a relação limite entre as mesmas. Como complemento, a seguir será reproduzido o texto do item 5.1.2.2 da NBR, que também pode servir como elemento auxiliar na definição de b e t.

“5.1.2.2 Tipos e parâmetros de esbeltez de elementos comprimidos

5.1.2.2.1 Para efeito de flambagem local, os elementos componentes das seções transversais usuais, exceto as seções tubulares circulares, são classificadas em AA, quando possuem duas bordas longitudinais vinculadas, e AL, quando possuem apenas uma borda longitudinal vinculada.

5.1.2.2.2 O parâmetro de esbeltez dos elementos componentes da seção transversal é definido pela relação entre a largura e espessura (relação b/t).

5.1.2.2.3 A largura b de alguns dos elementos AA mais comuns deve ser tomada como a seguir:

- para as almas de seções I, H ou U laminadas, a distância livre entre as mesas menos os dois raios de concordância entre a mesa e a alma;
- para almas de seções I, H, U ou caixão soldada, a distância entre mesas;
- para mesas de seções caixão soldadas, a distância entre as faces internas das almas;
- para almas e mesas de seções tubulares retangulares, o comprimento da parte plana do elemento (se esse comprimento não é conhecido, pode ser tomado como a largura total medida externamente menos três vezes a espessura);
- para chapas, a distância entre linhas paralelas de parafusos ou solda.

5.1.2.2.4 A largura b de alguns elementos AL mais comuns deve ser tomada como a seguir:

- para mesas de seções I, H e T, a metade da largura total da mesa;
- para abas de cantoneiras e mesas de seções U, a largura total do elemento;
- para chapas, a distância da borda livre à primeira linha de parafusos ou solda;
- para almas de seções T, a altura total da seção transversal (altura da alma mais a espessura da mesa).”

4.4.3 DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE REDUTOR χ

O cálculo do coeficiente redutor χ está colocado no item 5.3.3 da NBR 8800, complementado pelo anexo E da mesma norma. Como esse coeficiente refere-se à esbeltez da barra comprimida, inicialmente será apresentado esse conceito conforme estabelecido pela NBR 8800.

4.4.3.1 INDICE DE ESBELTEZ DE BARRAS COMPRIMIDAS

O índice de esbeltez de uma barra comprimida para cada um de seus eixos principais é dado por:

$$\lambda = \frac{K.L}{r} \quad (\text{o produto } K.L \text{ é denominado comprimento de flambagem})$$

Onde K é o coeficiente de flambagem, na direção considerada, definido no anexo F da NBR 8800, item E.2.1;

O índice de esbeltez de uma barra comprimida para cada um de seus eixos principais é dado por:

$$\lambda = \frac{K.L}{r} \quad (\text{o produto } K.L \text{ é denominado comprimento de flambagem})$$

Onde K é o coeficiente de flambagem, na direção considerada, definido no anexo F da NBR 8800, item E.2.1;

L, comprimento destravado da barra, na direção considerada;

r é o raio de giração da seção transversal em torno do qual se está considerando o cálculo da esbeltez (atentar que o raio de giração também é frequentemente representado na literatura técnica pela letra i).

A NBR 8800 limita a esbeltez de uma barra, para qualquer direção, a um valor máximo de 200.

4.4.3.2 COEFICIENTE K

Os valores dos coeficientes de flambagem (K_x e K_y) por flexão estão definidos pela NBR 8800 conforme as condições de apoio da barra, de acordo com a tabela da NBR reproduzida a seguir.

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
A linha tracejada indica a linha elástica de flambagem						
	Valores teóricos de K_x ou K_y	0,5	0,7	1,0	1,0	2,0
Valores recomendados	0,65	0,8	1,2	1,0	2,1	2,0
Código para condições de apoio		Rotação e translação impedidos				
		Rotação livre e translação impedida				
		Rotação impedida e translação livre				
		Rotação e translação livres				

Tabela 4.2: Comprimento de Flambagem.

Conforme a NBR, os valores da tabela são os coeficientes teóricos de flambagem por flexão para seis casos ideais de condições de contorno de elementos isolados, com rotações das extremidades totalmente livres ou totalmente impedidas. Caso não se possa assegurar a perfeição da ligação, devem ser utilizados os valores recomendados.

Para efeito de aplicação da NBR 8800, define-se como comprimento destravado a distância entre dois pontos de contenção lateral ou entre um ponto de contenção lateral e uma extremidade. Um ponto de contenção lateral pode ser (NBR 8800, 4.9.6.1):

- Um nó de uma barra de uma subestrutura de contraventamento formada por um pórtico em forma de treliça ou por um pórtico no qual a estabilidade é assegurada pela rigidez à flexão das barras e pela capacidade de transmissão de momentos das ligações;
- Um ponto qualquer das subestruturas de contraventamentos citadas em (a) devidamente ligado a um nó dessas subestruturas.

Nos elementos contraventados, o coeficiente de flambagem por flexão deve ser tomado como igual a 1,00, a menos que se demonstre que pode ser utilizado um valor menor.

4.4.3.3 CÁLCULO DO COEFICIENTE DE REDUÇÃO χ PROPRIAMENTE DITO

Para o cálculo do coeficiente propriamente dito, define-se inicialmente o índice de esbeltez reduzido::

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{Q A_g f_y}{N_e}}$$

Com essa definição, χ é dado por:

- para $\lambda_0 \leq 1,5 \rightarrow \chi = 0,658 \lambda_0^2$
- para $\lambda_0 > 1,5 \rightarrow \chi = \frac{0,877}{\lambda_0^2}$

Os valores de Q , A_g e f_y já foram definidos anteriormente e N_e é a força axial de flambagem elástica, obtida conforme o anexo E da NBR 8800, como está apresentado mais adiante neste capítulo.

Como seria de se esperar, analisando a variação do coeficiente reductor em função da esbeltez reduzida, vista no gráfico da figura a seguir, quanto maior for a esbeltez reduzida, menor será o coeficiente χ e maior a redução correspondente em N_{Rd} . Complementando essa análise expedita, como o valor de λ_0 é inversamente proporcional a N_e , quanto menor for a carga de flambagem, maior a redução em N_{Rd} .

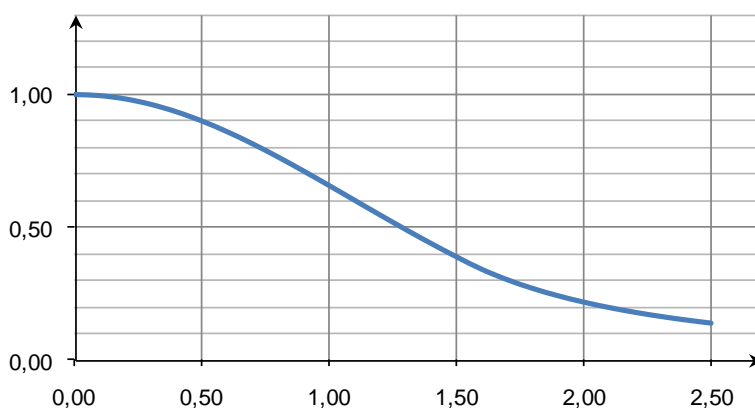


Figura 4.4: Valores do coeficiente χ .

4.5 SEÇÕES DUPLAMENTE SIMÉTRICAS OU SIMÉTRICAS EM RELAÇÃO A UM PONTO

A força axial de compressão elástica N_e de uma barra com seção transversal duplamente simétrica ou simétrica em relação a um ponto é dada por:

- a) Para flambagem por flexão ao eixo central de inércia x da seção transversal

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_x L_x)^2}$$

- b) Para flambagem por flexão ao eixo central de inércia y da seção transversal

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_y L_y)^2}$$

onde:

$K_x L_x$ é o comprimento de flambagem por flexão em relação ao eixo principal de inércia x ;
 $K_y L_y$ é o comprimento de flambagem por flexão em relação ao eixo principal de inércia y .
 I_x e I_y são os momentos de inércia em torno dos eixos X e Y respectivamente (às vezes nomeados J_x e J_y).
 E é o módulo de elasticidade do aço.

- c) Para flambagem por torção em relação eixo longitudinal z

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \left[\frac{\pi^2 EC_w}{(K_z L_z)^2} + GJ \right]$$

onde:

$K_z L_z$ é o comprimento de flambagem por torção, sendo K_z pode ser tomado simplificadaamente como:

- i. 1,00 quando ambas as extremidades da barra possuírem rotação em torno do eixo longitudinal impedida e empenamento livre, ou;
- ii. 2,00 quando uma das extremidades da barra possuir rotação em torno do eixo longitudinal livre e, a outra extremidade, rotação e empenamento impedidos.

C_w é a constante de empenamento da seção transversal;

G é o módulo de elasticidade transversal do aço;

J é a constante de torção da seção transversal;

r_0 é o raio de giração polar da seção bruta em relação ao centro de cisalhamento, dado por:

$$r_0 = \sqrt{(r_x^2 + r_y^2 + x_0^2 + y_0^2)}$$

nessa expressão, r_x e r_y são os raios de giração em torno dos eixos principais x e y .

x_0 , y_0 são as coordenadas do centro de cisalhamento com relação ao ponto g .

No caso específico de seções com dupla simetria, de utilização bastante frequente, pode-se simplificar a análise com relação à flambagem por flexão em torno dos eixos x e y . Essa simplificação não é geral, devendo-se considerar o caso específico em questão, mas pode ser útil no entendimento do comportamento da carga resistente em relação à esbeltez.

A esbeltez é dada por:

$$\lambda = \frac{K.L}{r} \rightarrow \lambda = \frac{K.L}{\sqrt{\frac{I}{A}}} \rightarrow (K.L)^2 = \lambda^2 \cdot \frac{I}{A}$$

que, substituído na expressão da força de flambagem elástica, fornece:

$$N_e = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} = \frac{\pi^2 EI}{\lambda^2 I} \cdot A = \pi^2 E \frac{A}{\lambda^2}$$

Observando a expressão de N_e , verifica-se que a carga elástica da flambagem por flexão será menor para a máxima esbeltez (caso as condições de ligação e comprimento sejam as mesmas em torno de ambos os eixos principais de inércia). Na expressão deduzida utilizou-se a representação A para A_g , por simplicidade, por não haver possibilidade de mau entendimento.

Para esse mesmo caso, pode-se obter uma expressão útil para determinação direta da esbeltez reduzida no caso da verificação da flambagem por flexão.

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{QA_g f_y}{N_e}} = \sqrt{\frac{\lambda^2 QA_g f_y}{\pi^2 EA_g}} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{Qf_y}{E}}$$

Ou seja, o parâmetro que define o fator χ depende da esbeltez da coluna em torno dos seus eixos principais e seu valor será tanto maior quanto for essa esbeltez. A expressão acima pode ser utilizada em lugar da expressão da NBR 8800, para cálculo da esbeltez reduzida em casos de dupla simetria da seção e era a expressão fornecida pela versão anterior dessa mesma norma.

4.6 SEÇÕES MONOSSIMÉTRICAS, EXCETO O CASO DE CANTONEIRAS SIMPLES.

A força axial de flambagem elástica, N_e , de uma barra com seção transversal monossimétrica, cujo eixo y é o eixo de simetria, é dada por:

- a) Para flambagem elástica por flexão em relação ao eixo central de inércia x .

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_x L_x)^2}$$

- b) Para flambagem elástica por flexo-torção

$$N_{eyz} = \frac{N_{ey} + N_{ez}}{2 \left[1 - \frac{y_0}{r_0} \right]^2} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4N_{ey}N_{ez} \left[1 - \left(\frac{y_0}{r_0} \right)^2 \right]}{(N_{ey} + N_{ez})^2}} \right]$$

Nessa expressão, N_{ey} e N_{ez} são calculadas utilizando as expressões do caso anterior;

Caso o eixo x seja o eixo de simetria, basta substituir x por y na expressão acima.

4.7 CANTONEIRAS SIMPLES CONECTADAS POR UMA ABA

Os efeitos da excentricidade da força de compressão atuante em uma cantoneira simples podem ser consideradas por meio de um comprimento de flambagem equivalente, desde que essa cantoneira:

- seja carregada nas extremidades através da mesma aba;
- seja conectada por solda ou por pelo menos dois parafusos na direção da sollicitação;
- não esteja sollicitada por ações transversais intermediárias;

Neste caso, a força axial de flambagem elástica da cantoneira, é dada por:

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 EI_{x1}}{(K_{x1} L_{x1})^2}$$

Onde:

I_{x1} é o momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo que passa pelo centro geométrico e é paralelo à aba conectada;

K_{x1} . L_{x1} é o comprimento de flambagem equivalente, dado por uma das duas condições a seguir, o que for aplicável.

Para cantoneiras de abas iguais ou de abas desiguais conectadas pela aba de maior largura, que são barras individuais ou diagonais ou montantes de treliças planas com as barras adjacentes conectadas do mesmo lado das chapas de nó ou dos banzos:

$$\text{Quando: } 0 \leq \frac{L_{x1}}{r_{x1}} \leq 80 \rightarrow K_{x1} L_{x1} = 72r_{x1} + 0,75L_{x1}$$

$$\text{Quando: } \frac{L_{x1}}{r_{x1}} > 80 \rightarrow K_{x1} L_{x1} = 32r_{x1} + 1,25L_{x1}$$

Onde:

L_{x1} é o comprimento da cantoneira tomado entre os pontos de trabalho situados nos eixos longitudinais dos banzos da treliça;

r_{x1} é o raio de giração da seção transversal em relação ao eixo que passa pelo centro geométrico e é paralelo à aba conectada.

Nas cantoneiras de abas desiguais com relação entre as larguras das abas de até 1,7 e conectada pela menor aba, deve-se observar as duas condições a seguir:

$$K_{x1} L_{x1} \geq 0,95 L_{x1} \frac{r_{x1}}{r_{\min}}$$

$$K_{x1} L_{x1} \geq K_{x1} L_{x1} \text{ (dado pelas expressões acima neste mesmo item)} + 4 \left[\left(\frac{b_e}{b_s} \right)^2 - 1 \right] r_{x1}$$

Onde:

r_{\min} é o raio de giração mínimo da cantoneira;

b_e é a largura da maior aba da cantoneira;

b_s é a largura da menor aba da cantoneira.

Para cantoneiras de abas iguais ou desiguais conectadas pela aba de maior largura, que são diagonais ou montantes de treliças espaciais com as barras adjacentes conectadas do mesmo lado das chapas de nó ou nos banzos.

$$\text{Quando: } 0 \leq \frac{L_{x1}}{r_{x1}} \leq 75 : K_{x1} L_{x1} = 60r_{x1} + 0,80L_{x1}$$

$$\text{Quando: } \frac{L_{x1}}{r_{x1}} > 75 : K_{x1} L_{x1} = 45r_{x1} + L_{x1}$$

Nas cantoneiras de abas desiguais com relação entre as abas de até 1,70 e conectadas na menor aba, deve-se observar:

$$K_{x1}L_{x1} \geq 0,82L_{x1} \frac{r_{x1}}{r_{\min}}$$

$$K_{X1}L_{X1} \geq K_{X1}.L_{X1} \text{ (dado pelas expressões acima neste mesmo item)} + 6 \left[\left(\frac{b_e}{b_s} \right)^2 - 1 \right] r_{x1}$$

Para cantoneiras simples com ligações diferentes das descritas nos itens (a) e (b) com relação entre as larguras das abas maior que 1,70 ou com forças transversais, devem ser tratadas como barras submetidas à combinação de força axial e momentos fletores.

4.8 BARRAS COMPOSTAS COMPRIMIDAS

A NBR 8800, item 5.3.4.2, estabelece que barras compostas possam ser dimensionadas como uma única barra, desde que:

“Barras compostas, formadas por um ou mais perfis trabalhando em conjunto, em contato ou com afastamento igual à espessura de chapas espaçadoras, devem possuir ligações entre esses perfis a intervalos tais que o índice de esbeltez (l/r) de qualquer perfil, entre duas ligações adjacentes, não seja superior a $\frac{1}{2}$ do índice de esbeltez da barra composta ($K.L/r$)”

O coeficiente K é calculado como definido anteriormente e o índice de esbeltez de cada perfil deve ser calculado com o raio de giração mínimo da seção transversal do perfil. A NBR também exige que sejam colocadas pelo menos duas chapas espaçadoras, uniformemente espaçadas, caso seja essa a solução adotada.

4.9 EXEMPLOS

EX. 4.1

Verificação de elemento comprimido – seção duplamente simétrica. Determine a máxima força de compressão que pode ser aplicada a uma coluna birotulada com 3000 mm de comprimento entre suas fixações, sendo dado:

Aço A-36 (MR250) – $f_y = 25 \text{ kN/cm}^2$ e $f_u = 40 \text{ kN/cm}^2$.

NBR 8800 (ver capítulo 1) $G = 7.000 \text{ kN/cm}^2$; $E = 20.000 \text{ kN/cm}^2$.

Perfil I – 160 x 17,9mm (série europeia, tabela ARCELOR-Laminado)

$$\begin{array}{lll} A = 22,80 \text{ cm}^2; & d = 160 \text{ mm}; & b_f = 74 \text{ mm}; \\ t_f = 9,51 \text{ mm}; & t_w = 6,3 \text{ mm}; & r_y = 1,55 \text{ cm}; \\ J_y = 54,7 \text{ cm}^4; & r_x = 6,40 \text{ mm}; & J_x = 935 \text{ cm}^4. \end{array}$$

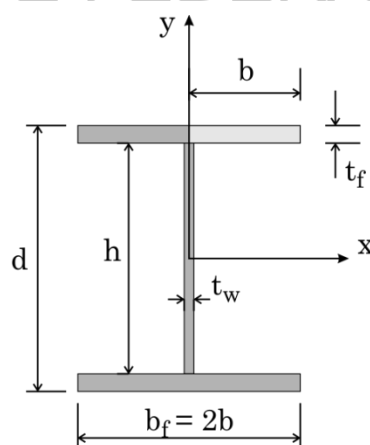


Figura 4.5: Perfil I 160x17,9.

Sendo a coluna bi-rotulada e sem travamentos intermediários, pois não há observação sobre travamentos intermediários no enunciado, $L_x = L_y = 300\text{cm}$.

a) Verificação da esbeltez da coluna

$$\lambda_y = 1,0 \times 300/1,55 = 193,54 \text{ (da tabela do item 3.3.1d, } K=1,0\text{), como } \lambda \leq 200 \text{ - OK.}$$

$$\lambda_x = 1,0 \times 300/6,40 = 46,88$$

b) Cálculo de N_{Rd}

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}}$$

Para o cálculo de N_{Rd} é necessário determinar Q e χ , uma vez que os demais elementos são conhecidos.

c) Cálculo de Q

Alma da seção – AA – Q_A

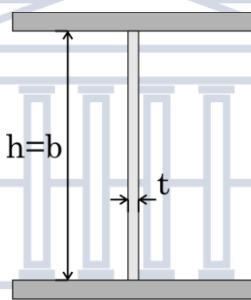


Tabela pág. 6 – caso 2 (a favor da segurança, desprezou-se o raio de concordância).

$$\text{Valor limite de } b/t = 1,49 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 1,49 \cdot \sqrt{\frac{200.000}{250}} = 42,14$$

($E = 200.000\text{MPa}$, NBR 8800 e $f_y = 250\text{MPa}$, Aço A-36 – ver capítulo 1)

$$\text{No exemplo: } b/t = \frac{160 - 2,9,51}{6,3} = 22,38 < 42,14 \rightarrow Q_A = 1,0.$$

Aba da seção – AL – Q_S

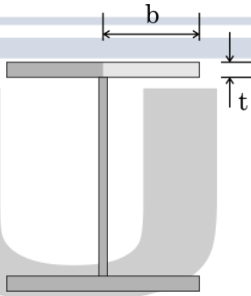


Tabela pág. 6 – caso 4.

$$\text{Valor limite de } b/t = 0,56 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 0,56 \cdot \sqrt{\frac{200.000}{250}} = 15,84$$

$$\text{No exemplo } b/t = \frac{74}{2,9,51} = 3,89 < 15,84 \rightarrow Q_S = 1,0.$$

$$Q = Q_A \cdot Q_S = 1,0$$

d) Cálculo de χ

O cálculo de χ está exposto no item 3.3.2 deste capítulo.

O valor de χ depende da esbeltez reduzida λ_0 , que por sua vez depende dos valores de força axial de flambagem elástica, apresentados no mesmo item para alguns tipos de seção transversal.

– Flambagem por flexão em torno do eixo Y (esbeltez máxima)

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{(K_y \cdot L_y)^2} = 120,15\text{kN}, \text{ com } J_y \text{ (ou } I_y, \text{ inércia em torno de y)} = 54,7\text{cm}^4; E = 20.000\text{kN/cm}^2; K_y = 1,0$$

(barra rotulada); $L_y = L_x = 300\text{cm}$.

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{Q A_g f_y}{N_e}} = 2,1718,$$

com $Q = 1,0$; $A_g = 22,80\text{cm}^2$; $f_y = 25\text{kN/cm}^2$ e N_{ey} calculado acima.

$$\lambda_0 > 1,5 \rightarrow \chi = \frac{0,877}{\lambda_0^2} \rightarrow \chi = 0,1844.$$

- Flambagem por flexão em torno do eixo X

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_x L_x)^2} = 2.048,26 \text{ kN},$$

$$\lambda_0 = 0,5275, \lambda_0 \leq 1,5 \rightarrow \chi = 0,658^{\lambda_0^2} = 0,89.$$

Conforme foi demonstrado anteriormente, para seções com dupla simetria, o valor mínimo do coeficiente χ , na flambagem por flexão, corresponde sempre à máxima esbeltez.

- Flambagem por flexo-torção

$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \left[\frac{\pi^2 EC_w}{(K_z L_x)^2} + GJ \right]$, onde as constantes C_w e J (constante de torção), podem ser obtidas de tabelas dos fabricantes dos perfis ou das expressões do item 4 – ANEXO.

$$\text{Com: } x_0=y_0=0, r_0^2 = r_x^2 + r_y^2 = 1,55^2 + 6,40^2 = 6,58 \text{ cm}^2.$$

$$h = 160 - 9,51 = 150,49 \text{ mm}.$$

$$J = \frac{1}{3} (2 \cdot b_f \cdot t_f^3 + h \cdot t_w^3) = \frac{1}{3} (2 \cdot 7,4 \cdot 0,95^3 + 15,05 \cdot 0,63^3) = 5,4975 \text{ cm}^4$$

$$C_w = \frac{t_f b_f^3 h^2}{24} = 3.636,47 \text{ cm}^6$$

Substituindo na expressão de N_{ez} : $N_{ez} = 1.073,01 \text{ kN} > N_{ey} = 120,15 \text{ kN}$, logo o eixo y é mais desfavorável.

- e) Determinação de N_{Rd}

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}} = 95,79 \text{ kN},$$

com $\chi = 0,18$; $Q = 1,0$; $A_g = 22,8 \text{ cm}^2$; $f_y = 25 \text{ kN/cm}^2$ e $\gamma_{a1} = 1,1$.

O eixo y definiu a carga máxima de compressão que pode ser aplicada a essa barra, que é de 95,8 kN.

EX. 4.2

Verificação de elemento comprimido – seção cantoneira. A treliça da figura tem suas barras comprimidas constituídas por cantoneiras. Sabendo que a força de compressão na barra indicada da treliça é de 800 kN, verifique se as dimensões propostas estão compatíveis.

Dados:

- Comprimento da barra – 2000 mm (presas apenas pelas extremidades);
- Aço A36;
- Perfil 2L – 152x152x12,7 mm
- Propriedades do perfil (Tabela Usiminas):
 - o $A_g = 37,1 \text{ cm}^2$; $r_x = r_y = 4,72 \text{ cm}$; $J_x = J_y = 828 \text{ cm}^4$
 - o $r_{\min} = 3,0 \text{ cm}$.

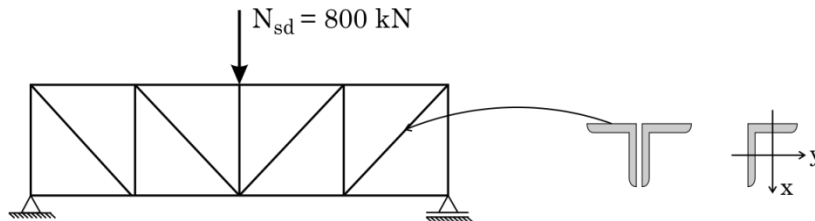


Figura 4.6: A treliça.

Como a barra é constituída por duas cantoneiras, cabe a cada cantoneira 400kN. Uma vez que as barras estão conectadas apenas pelas suas extremidades, nos nós, pode-se considerar que atende ao disposto na simplificação prevista pela NBR 8800, colocada na pág. 14.

Como a barra é constituída por duas cantoneiras, cabe a cada cantoneira 400kN.

Uma vez que as barras estão conectadas apenas pelas suas extremidades, nos nós, pode-se considerar que atende ao disposto na simplificação prevista pela NBR 8800, colocada na pág. 14.

a) Esbeltez da barra:

$$\lambda_{\text{máx}} = (K.L)/r_{\text{min}} = (1.200)/3 = 66,67 < 200 \text{ OK.}$$

b) Comprimento equivalente:

$$L_x/r_x = 200/4,72 = 42,37 < 80 \rightarrow K_x.L_x = 72r_x + 0,75L_x = 72 \cdot 4,72 + 0,75 \cdot 200 = 489,84 \text{ cm}$$

c) Força de flambagem elástica:

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 EI_{x1}}{(K_{x1} L_{x1})^2} = \frac{\pi^2 \cdot 20000 \cdot 828}{489,84^2} = 681,17 \text{ kN}$$

d) Cálculo de Q:

Única situação, Aba da seção – AL – Q_s

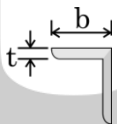


Tabela pág. 6 – caso 3.

$$\text{Valor limite de } b/t = 0,45 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 0,45 \cdot \sqrt{\frac{200.000}{250}} = 12,73$$

$$\text{No exemplo } b/t = \frac{152}{12,7} = 11,97 < 12,73 \rightarrow Q_s = 1,0.$$

e) Cálculo de χ :

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{QA_g f_y}{N_e}} = \sqrt{\frac{1,00 \cdot 37,10 \cdot 25,0}{681,17}} = 1,1669$$

$$\lambda_0 \leq 1,5 \rightarrow \chi = 0,658 \lambda_0^2 = 0,5656$$

f) Cálculo de N_{Rd}:

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi QA_g f_y}{\gamma_{a1}} = \frac{0,5656 \cdot 1,00 \cdot 37,1 \cdot 25}{1,1} = 476,88 \text{ kN} > N_{sd} = 400 \text{ kN OK.}$$

EX. 4.3

Dimensionamento de elemento comprimido. Para a coluna da figura a seguir, dimensionar o perfil para resistir a uma força normal de compressão, centrada e de cálculo de 850kN.

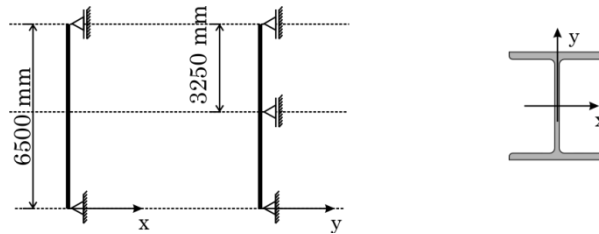


Figura 4.7: A coluna.

a) Pré-dimensionamento:

As expressões do item 5 da NBR são apresentadas na forma de verificação (isso vale para todos os tipos de esforços), portanto, para o dimensionamento, sempre será necessário um procedimento iterativo de estimativa (prédimensionamento) e verificação (com eventuais ajustes).

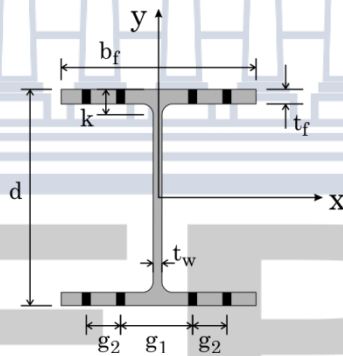
Tomando-se a expressão básica:

$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}}$, é necessário estimar o produto $\chi \cdot Q$. Uma estimativa inicial razoável é arbitrar o valor

0,6, daí:

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}} = \frac{0,6 \cdot A_g \cdot 25}{1,1} = 850 \rightarrow A_g = 62,33 \text{ cm}^2$$

Consultando uma tabela de perfis, pode-se adotar um perfil H, laminado, de faces paralelas:



IP	Massa [kg/m]	d [mm]	bf [mm]	tf [mm]	tw [mm]	k [mm]	g1 [mm]	g2 [mm]
200	42,3	190	200	10,0	6,5	28,0	110	-
220	50,5	210	220	11,0	7,0	29,0	120	-
240	60,3	230	240	12,0	7,5	33,0	90	35

IP	A [cm ²]	I _x [cm ⁴]	W _x [cm ³]	r _x [cm]	Z _x [cm ³]	I _y [cm ⁴]	W _y [cm ³]	r _y [cm]	Z _y [cm ³]	I _t [cm ⁴]	C _w [cm ⁶]
200	53,8	3690	389	8,28	430	1340	134	4,98	204	21,1	108000
220	64,3	5410	515	9,17	568	1950	178	5,51	271	28,6	193300
240	76,8	7760	675	10,1	744	2770	231	6,00	352	41,8	328500

Como a área foi estimada, será adotado inicialmente o perfil IP-210x220.

b) Verificação da esbeltez:

$$\lambda_y = (1,0 \times 650)/5,51 = 117,96 < 200 \text{ OK!}$$

$$\lambda_x = (1,0 \times 325)/9,17 = 35,44 < 200 \text{ OK!}$$

c) Cálculo de Q

Alma da seção – AA – Q_A

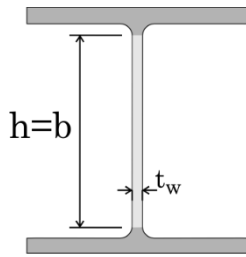


Tabela pág. 6 – caso 2; $h = 210 - 2 \times 11 = 188 \text{ mm}$.

$$\text{Valor limite de } b/t = 1,49 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 1,49 \cdot \sqrt{\frac{200.000}{250}} = 42,14$$

($E = 200.000 \text{ MPa}$, NBR 8800 e $f_y = 250 \text{ MPa}$, Aço A-36 – ver capítulo 1)

No exemplo: $b/t = 188/7 = 26,86 < 42,14 \rightarrow Q_A = 1,0$.

Aba da seção – AL – Q_S

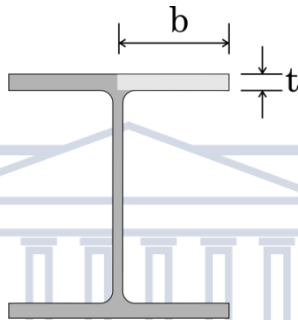


Tabela pág. 6 – caso 4; $b = 220/2 = 110$.

$$\text{Valor limite de } b/t = 0,56 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 0,56 \cdot \sqrt{\frac{200.000}{250}} = 15,84$$

No exemplo $b/t = 110/11 = 10,0 < 15,84 \rightarrow Q_S = 1,0$.

$$Q = Q_A \cdot Q_S = 1,0$$

d) Cálculo de χ

Como a seção é duplamente simétrica, para verificação da flambagem por flexão será utilizada a relação demonstrada na pág. 14.

$$\lambda_0 = \frac{\lambda_{\text{máx}}}{\pi} \sqrt{\frac{Q f_y}{E}} = \frac{117,96}{\pi} \sqrt{\frac{1,0 \cdot 25,0}{20000}} = 1,3276$$

$$\lambda_0 \leq 1,5 \rightarrow \chi = 0,658 \lambda_0^2 = 0,4782$$

Para verificação da flambagem por flexo-torção:

$$r_0^2 = r_x^2 + r_y^2 = 9,17^2 + 5,51^2 = 114,45 \text{ cm}^2; C_w = 193.300 \text{ cm}^6; I_t \text{ (ou } J_t) = 28,6 \text{ cm}^4;$$

com os demais valores já comentados no exemplo 3.5.1.

$$N_{e,z} = \frac{1}{r_0^2} \left[\frac{\pi^2 E C_w}{(K_z L_x)^2} + GJ \right] = 2.538,34 \text{ kN}$$

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{Q A_g f_y}{N_e}} = \sqrt{\frac{1,00 \cdot 64 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 25,0}{2538,34}} = 0,7958$$

$$\lambda_0 \leq 1,5 \rightarrow \chi = 0,658 \lambda_0^2 = 0,7672 \text{ (vale o anterior)}$$

e) Cálculo de N_{Rd}

$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}} = 698,82 \text{ kN} < 850 \text{ kN}$ – é necessário verificar o próximo perfil, provavelmente será verificado, pois a simples relação de área ($698,82 \times 64,3/76,8 = 834,80 \text{ kN}$).

Será adotado IP-230 x 240

f) Nova verificação de esbeltez

$$\lambda_y = (1,0 \times 650)/6,00 = 108,33 < 200 \text{ OK!}$$

$$\lambda_x = (1,0 \times 325)/10,1 = 32,18 < 200 \text{ OK!}$$

g) Novo cálculo de Q

Alma da seção – AA – Q_A - Tabela pág. 6 – caso 2; $h = 230 - 2 \times 12 = 206 \text{ mm}$.

No exemplo: $b/t = 206/7,5 = 27,47 < 42,14 \rightarrow Q_A = 1,0$.

Aba da seção – AL – Q_S – Tabela pág. 6 – caso 4; $b = 240/2 = 120$

No exemplo $b/t = 120/12 = 10,0 < 15,84 \rightarrow Q_S = 1,0$.

$$Q = Q_A \cdot Q_S = 1,0$$

h) Cálculo de χ

Como a seção é duplamente simétrica, para verificação da flambagem por flexão será utilizada a relação demonstrada na pág. 14.

$$\lambda_0 = \frac{\lambda_{\text{máx}}}{\pi} \sqrt{\frac{Q f_y}{E}} = \frac{108,33}{\pi} \sqrt{\frac{1,0 \cdot 25,0}{20000}} = 1,2191$$

$$\lambda_0 \leq 1,5 \rightarrow \chi = 0,658 \lambda_0^2 = 0,5368$$

Para verificação da flambagem por flexo-torção:

$$r_0^2 = r_x^2 + r_y^2 = 10,1^2 + 6,0^2 = 138,01 \text{ cm}^2; C_w = 328.500 \text{ cm}^6; I_t \text{ (ou } J_t) = 41,8 \text{ cm}^4;$$

com os demais valores já comentados no exemplo 3.5.1.

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \left[\frac{\pi^2 E C_w}{(K_z L_x)^2} + GJ \right] = 3.232,20 \text{ kN}$$

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{Q A_g f_y}{N_e}} = \sqrt{\frac{1,00 \cdot 76,8 \cdot 10 \cdot 25,0}{3232,2}} = 0,7707$$

Como λ_0 é menor que o anterior, vale o anterior.

Cálculo de N_{Rd}

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}} = 936,96 \text{ kN} > 850 \text{ kN} \rightarrow \text{OK! Adota-se perfil IP 230x240.}$$