

## FLEXÃO SIMPLES - ARMADURA LONGITUDINAL DE VIGA

### 5.1 Introdução

Uma viga reta, desde que não possua carregamentos horizontais ou inclinados, será solicitada por momentos fletores e forças cortantes, como mostrado na Figura 5.1.

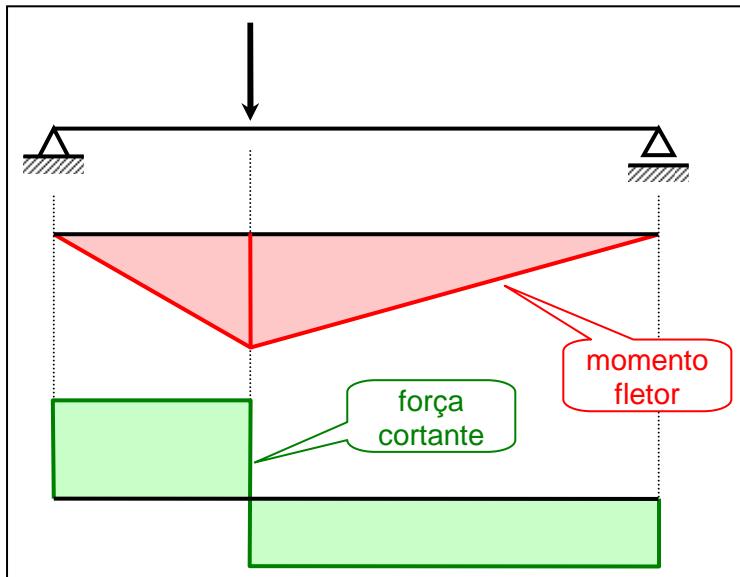


Figura 5.1 - Solicitações em viga

Nas vigas de concreto armado, os momentos fletores e as forças cortantes são responsáveis pela existência de dois tipos de armadura (Figura 5.2):

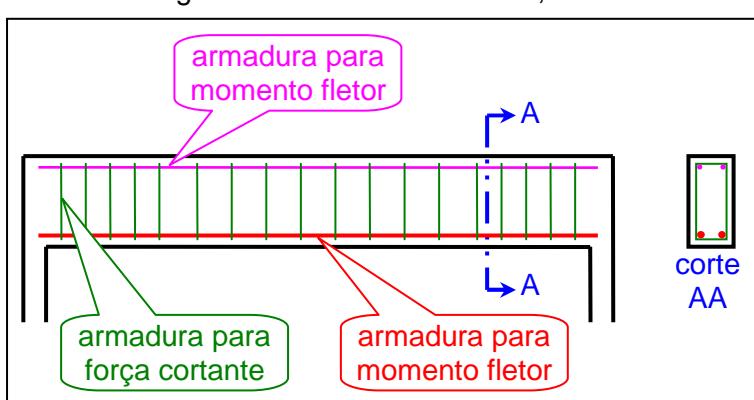


Figura 5.2 - Armaduras de viga de concreto armado

Neste capítulo só serão estudadas as armaduras longitudinais, ou seja, as armaduras necessárias para resistir aos momentos fletores.

Segundo a ABNT NBR 6118 - 18.3.1, as vigas ficam caracterizadas quando:

- $\ell/h \geq 2$  para vigas isostáticas; e
- $\ell/h \geq 3$  para vigas contínuas.

onde:

$\ell$  é o comprimento do vão teórico (ou o dobro do comprimento teórico, no caso de balanço); e

$h$  é a altura total da viga.

Vigas com relações  $\ell/h$  menores devem ser tratadas como vigas-parede.

## 5.2 Vãos efetivos de vigas

Segundo a ABNT NBR 6118 - 14.6.2.4, o vão efetivo de vigas (Figura 5.3) pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$\ell_{\text{ef}} = \ell_0 + a_1 + a_2$$

Equação 5.1

com:

$$a_1 = \min \left[ \begin{array}{l} 0,5t_1 \\ 0,3h \end{array} \right]$$

$$a_2 = \min \left[ \begin{array}{l} 0,5t_2 \\ 0,3h \end{array} \right]$$

onde:

$\ell_{\text{ef}}$  vão efetivo da viga;

$\ell_0$  distância entre faces de dois apoios consecutivos;

$t$  largura do apoio paralelo ao vão da viga analisada; e

$h$  altura da viga.

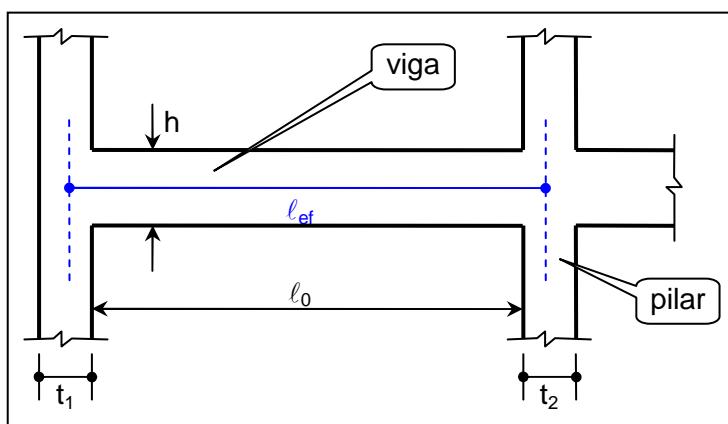


Figura 5.3 - Vão efetivo de viga

## 5.3 Estado-limite último<sup>1</sup>

O dimensionamento das armaduras longitudinais deve conduzir a um esforço resistente ( $M_{Rd}$ ) igual ou superior ao esforço solicitante ( $M_{Sd}$ ) determinado na análise estrutural.

### 5.3.1 Hipóteses básicas

Na análise dos esforços resistentes de uma seção de viga, devem ser consideradas as seguintes hipóteses básicas:

- as seções transversais se mantém planas após a deformação;
- a deformação das barras passivas aderentes, em tração ou compressão, deve ser a mesma do concreto em seu contorno;
- as tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, devem ser desprezadas;
- a distribuição de tensões no concreto é feita de acordo com o diagrama parábola-retângulo, com definido em 1.5.8 (página 1-5), com tensão de pico igual a  $0,85 f_{cd}$ , com  $f_{cd}$  definido em 3.3.2.3 (página 3-27), podendo este diagrama ser substituído pelo retângulo (Figura 5.4) de profundidade  $y = \lambda x$ , onde o valor do parâmetro  $\lambda$  pode ser tomado igual a:

<sup>1</sup> Como apresentadas na ABNT NBR 6118 - 17.2.2.

$$\lambda = \begin{cases} 0,8 & \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle \\ 0,8 - \left( \frac{f_{ck} - 50}{400} \right) & \langle f_{ck} > 50 \text{ MPa} \rangle \end{cases}$$

Equação 5.2

e onde a tensão constante atuante até a profundidade  $y$  pode ser tomada como sendo  $(\sigma_c = \alpha_c f_{cd})^1$ , de tal forma que:

$$\alpha_c = \begin{cases} 0,85 & \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle \\ 0,85 \left( 1 - \frac{f_{ck} - 50}{200} \right) & \langle f_{ck} > 50 \text{ MPa} \rangle \end{cases}$$

Equação 5.3

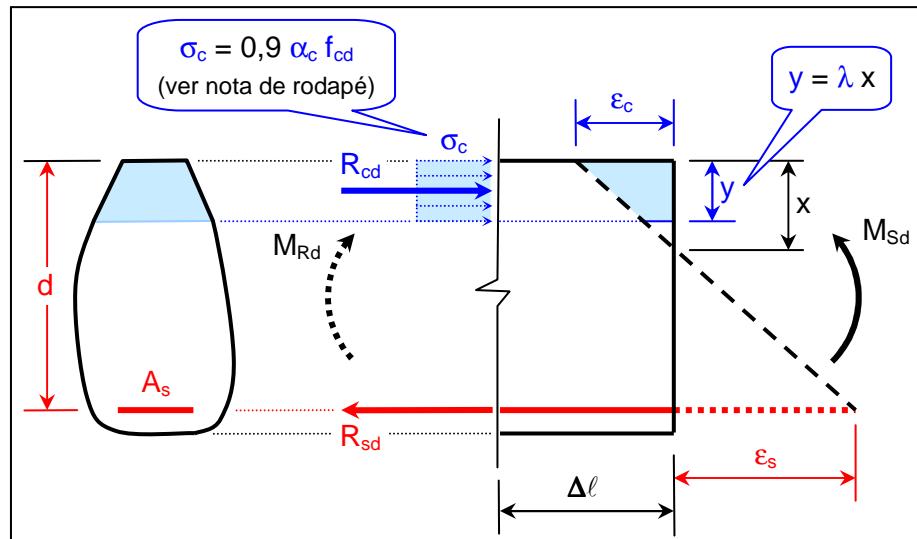


Figura 5.4 - Distribuição de tensões no concreto comprimido

- e. a tensão nas armaduras deve ser obtida a partir dos diagramas tensão-deformação, (Figura 5.5) com valores de cálculo definidos em 3.3.2.4 (página 3-29);

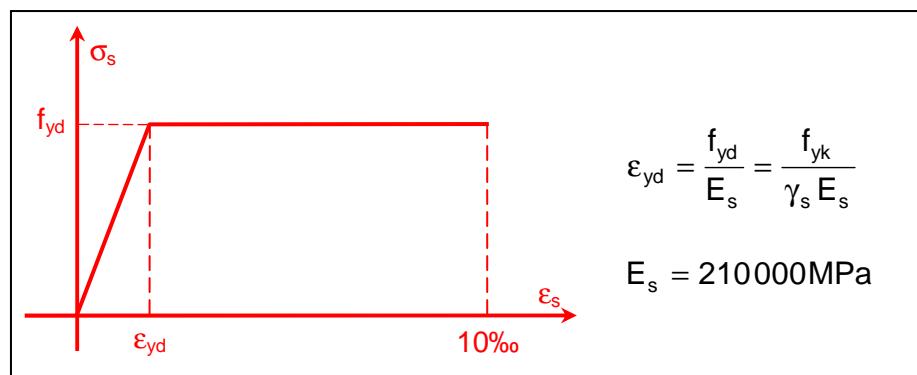


Figura 5.5 - Diagrama tensão-deformação do aço

- f. o estado-limite é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios definidos na Figura 5.6.

<sup>1</sup> No caso da largura da seção, medida paralelamente à linha neutra, não diminuir a partir desta para a borda comprimida, a tensão no concreto deve ser tomada como sendo  $\sigma_c = \alpha_c f_{cd}$ . Caso contrário, como na Figura 5.4,  $\sigma_c = 0,9 \alpha_c f_{cd}$ .

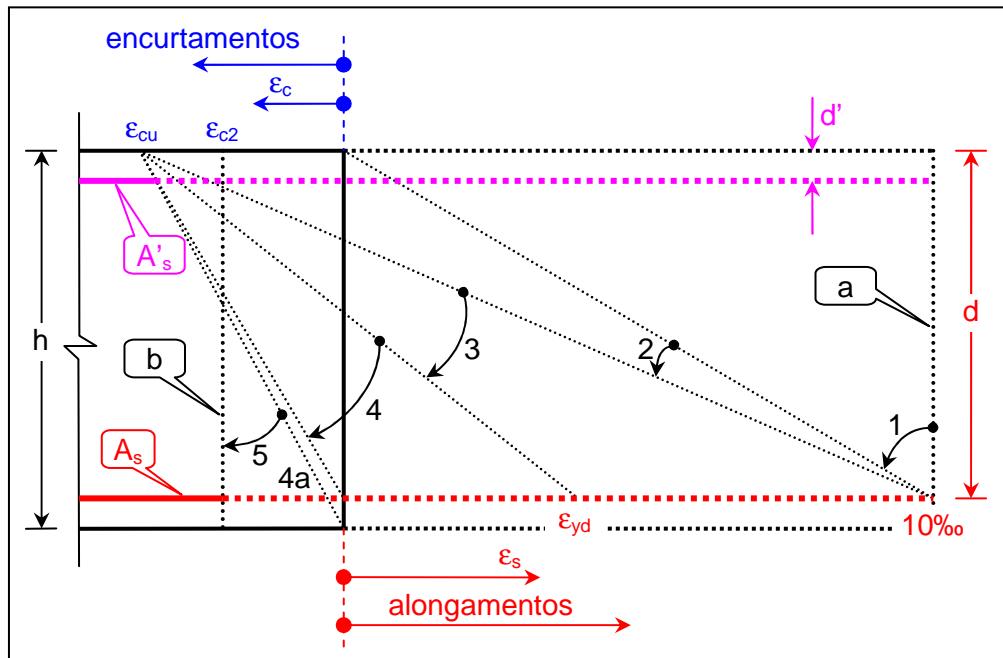


Figura 5.6 - Domínios da ABNT NBR 6118

### 5.3.2 Domínios 2, 3 e 4

De uma análise mais detalhada dos domínios apresentados em 5.3.1.f (Figura 5.6), é possível concluir que as vigas de concreto armado solicitadas somente por momento fletor seriam possíveis apenas nos domínios 2, 3 e 4, com a linha neutra posicionada dentro da seção geométrica da viga ( $0 \leq x \leq d$ ), como mostrado na Figura 5.7.

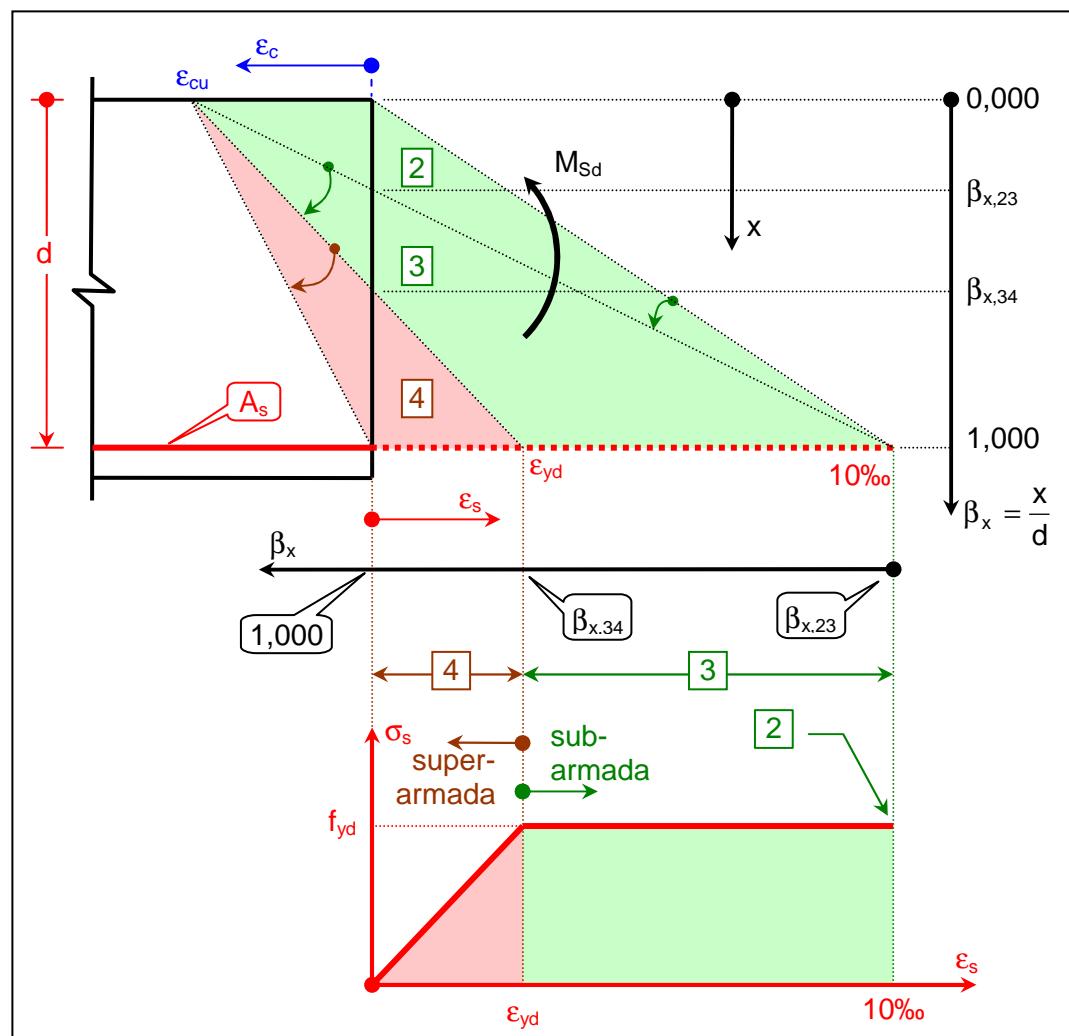


Figura 5.7 - Domínios possíveis para vigas de concreto armado

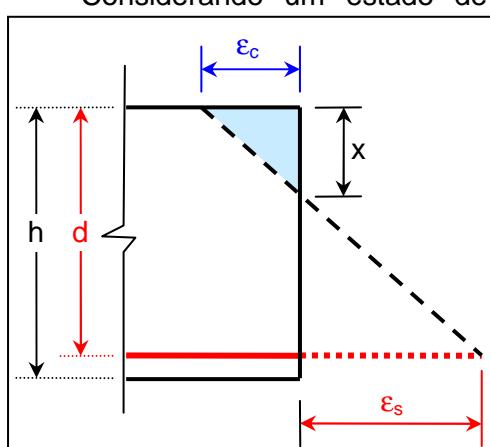
Da Figura 5.7, tem-se:

- no domínio 2  $[0,000 \leq \beta_x \leq \beta_{x,23}]$ ,
  - ✓ o concreto não chegou ao seu encurtamento limite ( $\varepsilon_{cu}$ ), possuindo, ainda, certa reserva de capacidade resistente;
  - ✓ o aço chegou ao seu alongamento máximo (10%), tendo esgotado sua capacidade resistente; e
  - ✓ a viga, se submetida a um carregamento superior ao de projeto, deve apresentar um quadro de fissuração intenso devido ao excessivo alongamento da armadura (e do concreto adjacente).
- no domínio 3  $[\beta_{x,23} \leq \beta_x \leq \beta_{x,34}]$  (seção subarmada),
  - ✓ o concreto chegou ao seu encurtamento limite ( $\varepsilon_{cu}$ ), tendo esgotado sua capacidade resistente;
  - ✓ o aço tem seu alongamento compreendido entre  $\varepsilon_{yd}$  e 10%, possuindo, ainda, uma boa reserva de capacidade resistente; e
  - ✓ a viga, se submetida a um carregamento superior ao de projeto, deve apresentar um quadro de fissuração expressivo devido ao fato da armadura (e o concreto adjacente) apresentar alongamento considerável.
- no domínio 4  $[\beta_{x,34} \leq \beta_x \leq 1,000]$  (seção superarmada),
  - ✓ o concreto pode estar próximo de ultrapassar seu encurtamento limite ( $\varepsilon_{cu}$ ), tendo esgotado, por inteiro, sua capacidade resistente;
  - ✓ o aço tem seu alongamento compreendido entre 0% e  $\varepsilon_{yd}$ , possuindo uma grande reserva de capacidade resistente; e
  - ✓ a viga, se submetida a um carregamento superior ao de projeto, não deve apresentar um quadro de fissuração tão perceptível quanto aos dos domínios 2 e 3 devido ao pequeno alongamento da armadura (e do concreto adjacente).

As vigas, quando dimensionadas no domínio 4 (superarmadas), podem, em caso de uma eventual sobrecarga imprevista, ser conduzidas a uma ruptura frágil, sem aviso prévio, pois o concreto rompe bruscamente antes da armadura esgotar sua capacidade resistente. As vigas dimensionadas nos domínios 2 e 3 (subarmadas) têm, devido a condições mais adequadas da posição da linha neutra, garantida boas condições de utilidade, sendo conduzidas, para uma condição adversa de carregamento, a rupturas com aviso prévio, pois a armadura escoa antes do rompimento do concreto mostrando um quadro visível de deterioração da viga.

O comportamento de viga, se subarmada ou superarmada<sup>1</sup>, fica definido pela passagem do domínio 3 para o domínio 4 (Figura 5.7), que corresponde à reta  $\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{yd}$ .

Considerando um estado de deformação qualquer, dentro dos domínios 2, 3 ou 4 (Figura 5.8), tem-se:



$$\beta_x = \frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s}$$

Equação 5.4

Figura 5.8 - Deformações em seção longitudinal de vigas

<sup>1</sup> As vigas superarmadas possuem, em geral, pouca altura e excessiva armadura (daí o super, no sentido de excessiva quantidade de armadura), ao passo que as vigas subarmadas têm uma distribuição mais equilibrada de materiais (daí o sub, no sentido de menos quantidade de armadura).

Para  $\varepsilon_c$  igual a  $\varepsilon_{cu}$  e  $\varepsilon_s$  igual a 10%, que representa a passagem do domínio 2 para o 3 (Figura 5.7), tem-se:

$$\beta_{x,23} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + 10\%} \quad \text{Equação 5.5}$$

Tendo em vista que a ABNT NBR 6118 estabelece valores de  $\varepsilon_{cu}$  em função da classe do concreto, como mostrado em 1.5.8 (página 1-5), o valor de  $\beta_{x,23}$ , para diferentes tipos de concreto, pode ser dado por:

$$\beta_{x,23} = \begin{cases} \frac{3,5\%}{3,5\% + 10\%} & \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle \\ \frac{2,6\% + 35\% \left[ \frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4}{2,6\% + 35\% \left[ \frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4 + 10\%} & \langle f_{ck} > 50 \text{ MPa} \rangle \end{cases} \quad \text{Equação 5.6}$$

Para diferentes tipos de concreto, a Tabela 5.1 mostra os valores de  $\beta_{x,23}$  calculados pela Equação 5.6.

$\beta_{x,23}$					
$\leq C50$	C55	C60	C70	C80	C90
0,259	0,238	0,224	0,210	0,207	0,206

Tabela 5.1 - Valores de  $\beta_{x,23}$  para diferentes concretos

Para  $\varepsilon_c$  igual a  $\varepsilon_{cu}$  e  $\varepsilon_s$  igual a  $\varepsilon_{yd}$ , que representa a passagem do domínio 3 para o 4 (Figura 5.7), tem-se:

$$\beta_{x,34} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd}} \quad \text{Equação 5.7}$$

Tendo em vista que a ABNT NBR 6118 estabelece valores de  $\varepsilon_{cu}$  em função da classe do concreto, como mostrado em 1.5.8 (página 1-5), e  $\varepsilon_{yd}$  é dependente da categoria do aço, como apresentado na Figura 5.5 (página 5-3), o valor de  $\beta_{x,34}$ , para diferentes tipos de concreto e aço, pode ser dado por:

$$\beta_{x,34} = \begin{cases} \frac{3,5\%}{3,5\% + \left( \frac{f_{yk}}{\gamma_s \times 210} \right)\%} & \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle \\ \frac{2,6\% + 35\% \left[ \frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4}{2,6\% + 35\% \left[ \frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4 + \left( \frac{f_{yk}}{\gamma_s \times 210} \right)\%} & \langle f_{ck} > 50 \text{ MPa} \rangle \end{cases} \quad \text{Equação 5.8}$$

Para diferentes tipos de concreto e aço, a Tabela 5.2 mostra os valores de  $\beta_{x,34}$  calculados pela Equação 5.8, onde  $\gamma_s$  foi considerado como sendo igual a 1,15.

	$\beta_{x,34}$					
	$\leq C50$	C55	C60	C70	C80	C90
CA-25	0,772	0,751	0,736	0,720	0,716	0,715
CA-50	0,628	0,602	0,582	0,562	0,557	0,557
CA-60	0,585	0,557	0,537	0,517	0,512	0,511

Tabela 5.2 - Valores de  $\beta_{x,34}$  para diferentes concretos e aços -  $\gamma_s = 1,15$

### 5.3.3 Recomendações da ABNT NBR 6118

ABNT NBR 6118 - 16.2.3:

*"Em relação aos ELU, além de se garantir a segurança adequada, isto é, uma probabilidade suficientemente pequena de ruína, é necessário garantir uma boa dutilidade, de forma que uma eventual ruína ocorra de forma suficientemente avisada, alertando os usuários."*

ABNT NBR 6118 - 17.2.3:

*"Nas vigas é necessário garantir boas condições de dutilidade respeitando os limites da posição da linha neutra ( $x/d$ ) dados em 14.6.4.3, sendo adotada, se necessário, armadura de compressão."*

*A introdução da armadura de compressão para garantir o atendimento de valores menores da posição da linha neutra ( $x$ ), que estejam nos domínios 2 ou 3, não conduz a elementos estruturais com ruptura frágil (usualmente chamados de superarmados). A ruptura frágil está associada a posições da linha neutra no domínio 4, com ou sem armadura de compressão."*

ABNT NBR 6118 - 14.6.4.3:

*"A capacidade de rotação dos elementos estruturais é função da posição da linha neutra no ELU. Quanto menor for  $x/d$ , tanto maior será essa capacidade."*

*Para proporcionar o adequado comportamento dútil em vigas e lajes, a posição da linha neutra no ELU deve obedecer aos seguintes limites:*

- $x/d \leq 0,45$  para concretos com  $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ ; e
- $x/d \leq 0,35$  para concretos com  $50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$ .

*Esse limites podem ser alterados se forem utilizados detalhes especiais de armaduras, como, por exemplo, os que produzem confinamento nessas regiões."*

Desta forma, de modo a garantir as condições de dutilidade de elementos estruturais solicitados por momento fletor, a linha neutra deve ser posicionada nos domínios 2 ou 3, respeitados os limites estabelecidos na ABNT NBR 6118 - 14.6.4.3, como mostrado na Figura 5.9.

Da mesma forma que a linha neutra pode ser representada de modo adimensional, através do parâmetro  $\beta_x$ , as tensões de tração na armadura também podem ser representadas de modo adimensional, através de:

$$\beta_s = \frac{\sigma_s}{f_{yd}}$$

Equação 5.9

Desta forma, na Figura 5.9, o eixo das tensões está representado de forma adimensional, através do parâmetro  $\beta_s$ .

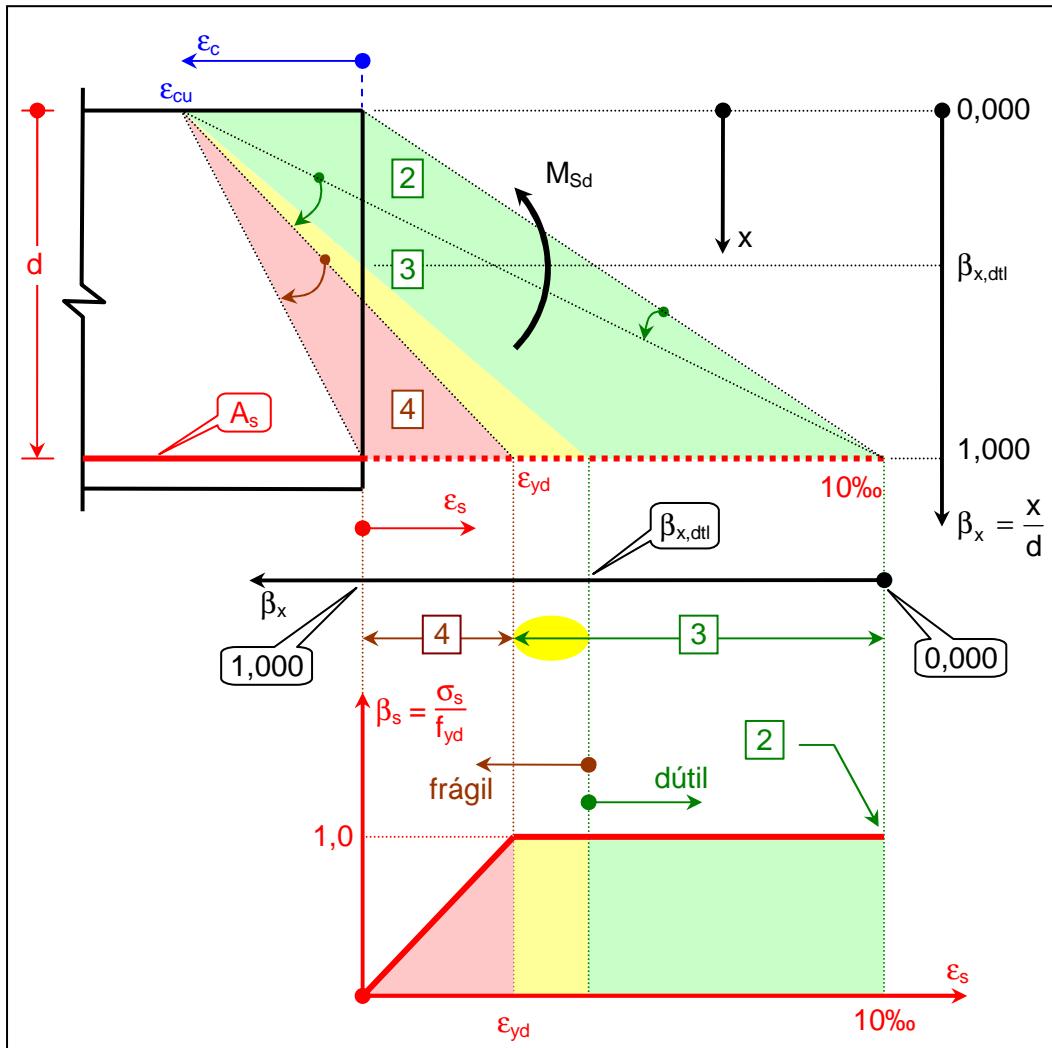


Figura 5.9 - Condições de dutilidade da ABNT NBR 6118

A obediência à ABNT NBR 6118 - 14.6.4.3, que estabelece o adequado comportamento dútil de vigas e lajes, pode ser representada por:

$$\beta_{x,dl} = \begin{cases} 0,450 & \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle \\ 0,350 & \langle f_{ck} > 50 \text{ MPa} \rangle \end{cases}$$

Equação 5.10

## 5.4 Variáveis adimensionais - ELU

### 5.4.1 Elementos geométricos de seções retangulares

Seja a Figura 5.10 onde são mostrados, dentre outros:

- os esforços resistentes de cálculo ( $R_{cd}$  e  $R_{sd}$ );
- a posição da linha neutra ( $x$ );
- a altura do retângulo de tensões de compressão ( $y$ );
- a distância entre os esforços resistentes de cálculo ( $z$ ); e
- a altura útil da viga ( $d$ ).

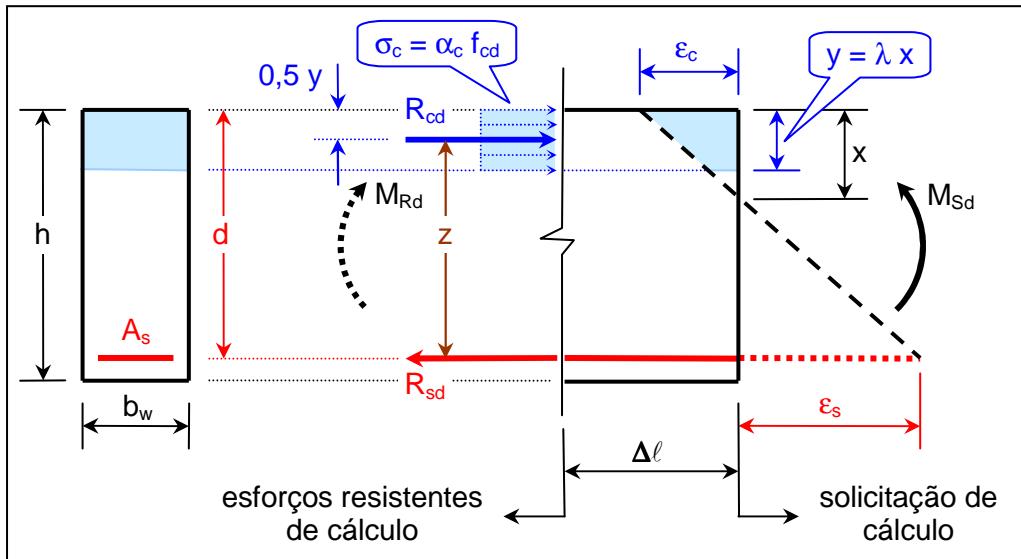


Figura 5.10 - Solicitação e esforços resistentes em vigas de concreto armado

Da Figura 5.10, tem-se:

- posição da linha neutra, como estabelecida pela Equação 5.4 (página 5-5)

$$\beta_x = \frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s}$$

- altura do retângulo de tensões  $\sigma_c$

$$y = \lambda x = \lambda d \left( \frac{x}{d} \right)$$

$$\beta_y = \frac{y}{d} = \lambda \beta_x$$

- braço de alavanca entre os esforços resistentes de cálculo  $R_{cd}$  e  $R_{sd}$

$$z = d - 0,5 y$$

$$z = d - 0,5(\lambda x)$$

$$z = d \left( 1 - 0,5 \lambda \frac{x}{d} \right)$$

$$\beta_z = \frac{z}{d} = 1 - 0,5 \lambda \beta_x$$

Agrupando todas as variáveis geométricas  $\beta$ , e criando a variável auxiliar  $\beta_c$ , tem-se:

$$\beta_x = \frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \quad \langle \text{posição da linha neutra} \rangle$$

$$\beta_y = \frac{y}{d} = \lambda \beta_x \quad \langle \text{altura do retângulo de tensões } \sigma_c \rangle$$

$$\beta_z = \frac{z}{d} = 1 - 0,5 \lambda \beta_x \quad \langle \text{braço de alavanca entre } R_{cd} \text{ e } R_{sd} \rangle$$

$$\beta_c = \lambda \alpha_c \beta_x \beta_z = \lambda \alpha_c \beta_x (1 - 0,5 \lambda \beta_x) \quad \langle \text{variável auxiliar} \rangle$$

Equação 5.11

A Equação 5.11 mostra que as variáveis adimensionais  $\beta_y$ ,  $\beta_z$  e  $\beta_c$  são funções diretas de  $\beta_x$ ,  $\lambda$  e  $\alpha_c$ . Como mostrado nas Equação 5.2 e Equação 5.3 (página 5-3), as variáveis  $\lambda$  e  $\alpha_c$  são funções diretas da classe do concreto através de  $f_{ck}$ . Desta forma, da Equação 5.11 resultam:

- concreto classe igual ou inferior a C50 ( $f_{ck} \leq 50$  MPa)

$$\beta_x = \frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s}$$

$$\beta_y = \frac{y}{d} = 0,8\beta_x$$

$\langle f_{ck} \leq 50\text{MPa} \rangle$

$$\beta_z = \frac{z}{d} = 1 - 0,4\beta_x$$

$$\beta_c = \lambda \alpha_c \beta_x \beta_z = 0,68 \beta_x \beta_z$$

Equação 5.12

- concreto classe superior a C50 ( $f_{ck} > 50$  MPa)

$$\beta_x = \frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s}$$

$$\beta_y = \frac{y}{d} = \left( 0,8 - \frac{f_{ck} - 50}{400} \right) \beta_x$$

$\langle f_{ck} > 50\text{MPa} \rangle$  Equação 5.13

$$\beta_z = \frac{z}{d} = 1 - \left[ 0,5 \left( 0,8 - \frac{f_{ck} - 50}{400} \right) \right] \beta_x$$

$$\beta_c = \lambda \alpha_c \beta_x \beta_z = \left( 0,8 - \frac{f_{ck} - 50}{400} \right) \left[ 0,85 \left( 1 - \frac{f_{ck} - 50}{200} \right) \right] \beta_x \beta_z$$

Desta forma, uma vez conhecida a posição da linha neutra ( $\beta_x$ ), todos os demais elementos geométricos ( $\beta_y$ ,  $\beta_z$  e  $\beta_c$ ) ficam igualmente definidos, para cada classe de concreto. A Equação 5.12 e a Equação 5.13 permitem agrupar os valores de  $\beta$  como mostrado na Tabela 5.3.

$\leq C50$				$C90$			
$\beta_x$	$\beta_y$	$\beta_z$	$\beta_c$	$\beta_x$	$\beta_y$	$\beta_z$	$\beta_c$
0,100	0,080	0,960	0,065	0,100	0,070	0,965	0,046
0,200	0,160	0,920	0,125	0,200	0,140	0,930	0,089
0,250	0,200	0,900	0,153	0,250	0,175	0,913	0,109
0,300	0,240	0,880	0,180	0,300	0,210	0,895	0,128
0,350	0,280	0,860	0,205	0,350	0,245	0,878	0,146
0,450	0,360	0,820	0,251	0,450	0,315	0,843	0,180

Tabela 5.3 - Valores de  $\beta_y$ ,  $\beta_z$ , e  $\beta_c$  como função da classe do concreto e  $\beta_x$

#### 5.4.2 Diagrama adimensional tensão-deformação do aço

Considerando o diagrama tensão-deformação do aço como apresentado na Figura 5.5 (página 5-3), e, agora, considerando também as deformações de encurtamento (compressão), chega-se a Figura 5.11. Nesta Figura, assim como na Figura 5.9 (página 5-8), optou-se por apresentar o diagrama de forma adimensional, com a introdução dos valores de  $\beta_s$  e  $\beta'_s$ .

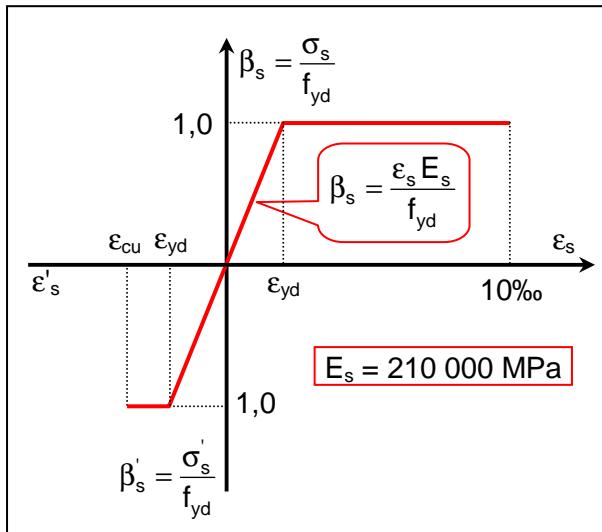


Figura 5.11 - Diagrama adimensional tensão-deformação do aço

Os valores de  $\beta_s$  e  $\beta'_s$ , no trecho inclinado, são dados por:

$$\beta_s = \frac{\sigma_s}{f_{yd}} = \frac{\varepsilon_s E_s}{f_{yd}} = \varepsilon_s \left( \frac{\gamma_s E_s}{f_{yk}} \right) \leq 1,0$$

$$\beta'_s = \frac{\sigma'_s}{f_{yd}} = \frac{\varepsilon'_s E_s}{f_{yd}} = \varepsilon'_s \left( \frac{\gamma_s E_s}{f_{yk}} \right) \leq 1,0$$

Equação 5.14

Seja a Figura 5.12 onde são mostrados, dentre outros:

- a posição da linha neutra ( $x$ );
- a altura útil da viga ( $d$ );
- a posição da armadura comprimida ( $d'$ );
- o encurtamento da fibra de concreto mais comprimida ( $\varepsilon_c$ );
- o encurtamento da armadura comprimida ( $\varepsilon'_{s'}$ ); e
- o alongamento da armadura tracionada ( $\varepsilon_s$ ).

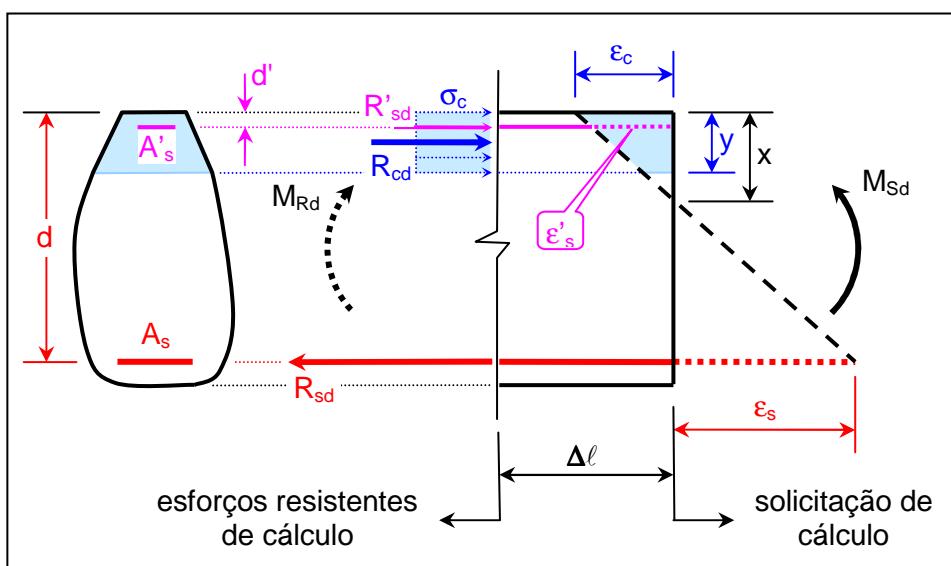


Figura 5.12 - Alongamento e encurtamento da armadura

Os valores de  $\varepsilon_s$  e  $\varepsilon'_{s'}$ , necessários para a determinação de  $\beta_s$  e  $\beta'_s$  pela Equação 5.14, só são possíveis se forem conhecidos os valores de  $x$ ,  $d$ ,  $d'$  e  $\varepsilon_c$ , como mostrados na Figura 5.12. Sendo  $\varepsilon_c$  dependente dos domínios da ABNT NBR 6118, a determinação de  $\beta_s$  e  $\beta'_s$  fica, também, dependente destes domínios.

## 5.4.2.1 Armadura tracionada

### 5.4.2.1.1 Domínios 2 e 3

Considerando a Figura 5.7 (página 5-4) e a Figura 5.9 (página 5-8), observa-se, para os domínios 2 e 3 ( $0,000 \leq \beta_x \leq \beta_{x,34}$ ), que o valor de  $\beta_s$  é sempre igual a 1,0, como apresentado na Figura 5.13. Observa-se, também, na referida Figura que uma viga subarmada pode ser caracterizada com a imposição de  $\beta_s$  igual a 1,0.

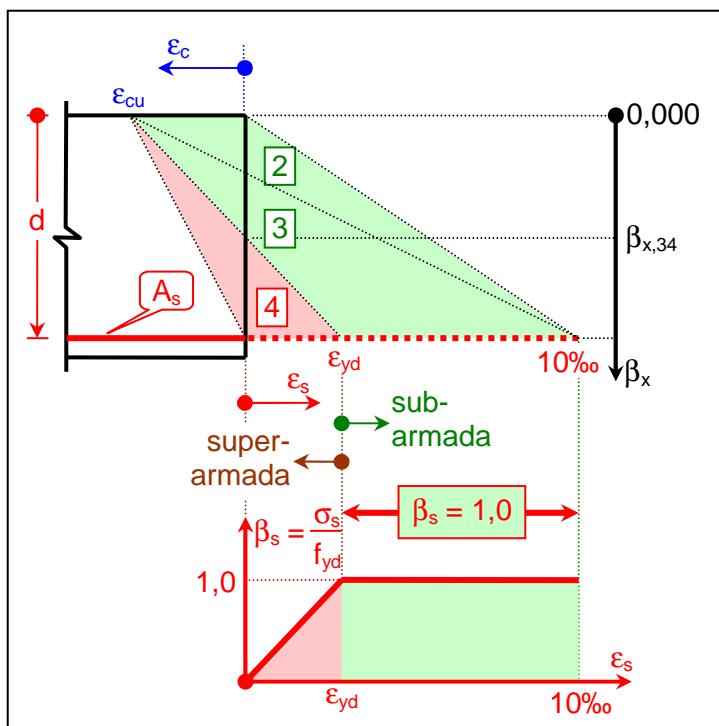


Figura 5.13 - Domínios 2 e 3 - ( $\beta_s = 1,0$ )

Desta forma, para os domínios 2 e 3, o valor de  $\beta_s$ , dado pela Equação 5.14, corresponde a:

$$\beta_s = 1,000 \quad \langle 0,000 \leq \beta_x \leq \beta_{x,34} \rangle \quad \text{Equação 5.15}$$

### 5.4.2.1.2 Domínio 4

Da Figura 5.13, pode ser observado que o valor de  $\beta_s$  é menor que 1,0 somente no domínio 4 ( $\beta_{x,34} \leq \beta_x \leq 1,000$ ). Por outro lado, no domínio 4, o encurtamento do concreto corresponde ao valor último, ou seja,  $\varepsilon_{cu}$  (Figura 5.14).

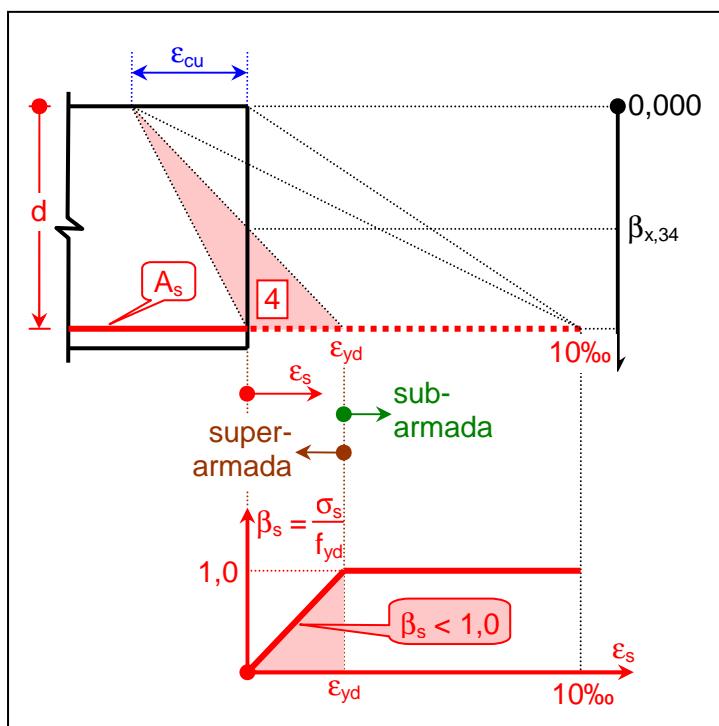


Figura 5.14 - Domínio 4 - ( $\beta_s < 1,0$ )

Da Figura 5.12 (página 5-11), tem-se:

$$\varepsilon_s = \left( \frac{d-x}{d} \right) \varepsilon_c = \left( \frac{1 - \frac{x}{d}}{\frac{x}{d}} \right) \varepsilon_{cu} \quad (\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} \text{ no domínio 4})$$

$$\beta_x = \frac{x}{d} \quad (\text{Equação 5.4, página 5-5})$$

$$\varepsilon_s = \left( \frac{1 - \beta_x}{\beta_x} \right) \varepsilon_{cu}$$

$$\beta_s = \varepsilon_s \left( \frac{\gamma_s E_s}{f_{yk}} \right) \leq 1,0 \quad (\text{Equação 5.14, página 5-11})$$

$$\beta_s = \left( \frac{1 - \beta_x}{\beta_x} \right) \left( \frac{\gamma_s E_s}{f_{yk}} \right) \varepsilon_{cu} \leq 1,0$$

$$\varepsilon_{cu} = \begin{cases} 3,5\% & \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle \\ 2,6\% + 35\% \left[ \frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4 & \langle f_{ck} > 50 \text{ MPa} \rangle \end{cases} \quad (1.5.8, \text{ página 1-5})$$

- concreto classe igual ou inferior a C50 ( $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ )

$$\beta_s = \left( \frac{1 - \beta_x}{\beta_x} \right) \left( \frac{\gamma_s E_s}{f_{yk}} \right) 3,5\% \leq 1,0 \quad \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle \quad \text{Equação 5.16}$$

- concreto classe superior a C50 ( $f_{ck} > 50 \text{ MPa}$ )

$$\beta_s = \left( \frac{1 - \beta_x}{\beta_x} \right) \left( \frac{\gamma_s E_s}{f_{yk}} \right) \left\{ 2,6\% + 35\% \left[ \frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4 \right\} \leq 1,0 \quad \langle f_{ck} > 50 \text{ MPa} \rangle \quad \text{Equação 5.17}$$

## 5.4.2.2 Armadura comprimida

### 5.4.2.2.1 Domínio 2

Considerando a Figura 5.13, observa-se, para o domínios 2 ( $0,000 \leq \beta_x \leq \beta_{x,23}$ ), que o valor de  $\varepsilon_s$  é igual a 10‰ (Figura 5.15).

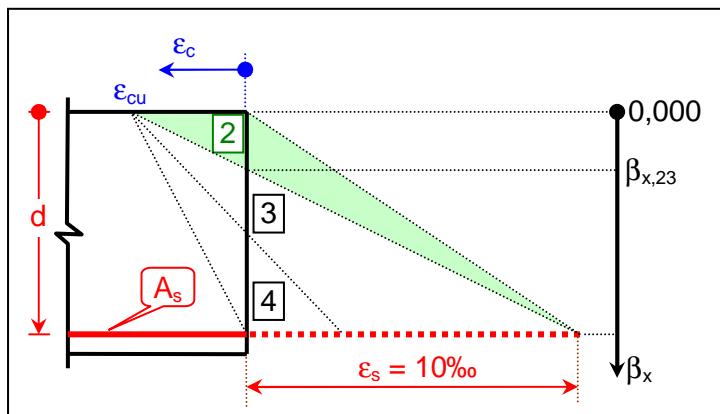


Figura 5.15 - Domínio 2 - ( $\varepsilon_s = 10\text{\%}$ )

Da Figura 5.12 (página 5-11), tem-se:

$$\dot{\varepsilon}_s = \left( \frac{x - d'}{d - x} \right) \varepsilon_s = \left( \frac{\frac{x}{d} - \frac{d'}{d}}{1 - \frac{x}{d}} \right) 10\% \quad (\varepsilon_s = 10\% \text{ no domínio 2})$$

$$\beta_x = \frac{x}{d} \quad (\text{Equação 5.4, página 5-5})$$

$$\dot{\varepsilon}_s = \left( \frac{\beta_x - \frac{d'}{d}}{1 - \beta_x} \right) 10\%$$

$$\dot{\beta}_s = \dot{\varepsilon}_s \left( \frac{\gamma_s E_s}{f_{yk}} \right) \leq 1,0 \quad (\text{Equação 5.14, página 5-11})$$

$$\dot{\beta}_s = \left( \frac{\beta_x - \frac{d'}{d}}{1 - \beta_x} \right) \left( \frac{\gamma_s E_s}{f_{yk}} \right) 10\% \leq 1,0 \quad \langle 0,000 \leq \beta_x \leq \beta_{x,23} \rangle$$

Equação 5.18

#### 5.4.2.2 Domínios 3 e 4

Considerando a Figura 5.15, observa-se, para o domínios 3 e 4 ( $\beta_{x,23} \leq \beta_x \leq 1,000$ ), que o encurtamento do concreto corresponde ao valor último  $\varepsilon_{cu}$  (Figura 5.16).

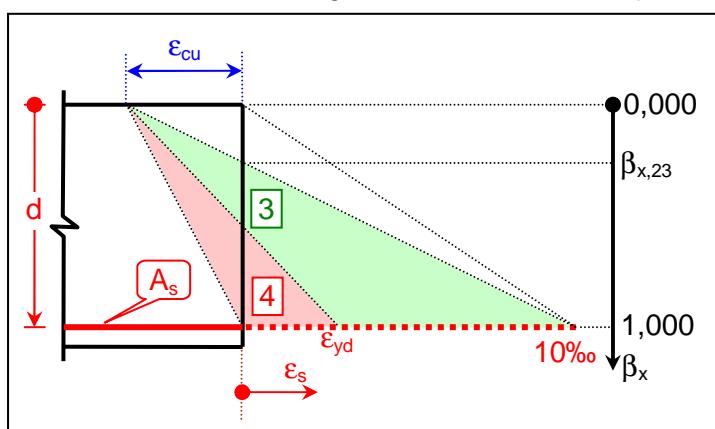


Figura 5.16 - Domínios 3 e 4 - ( $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$ )

Da Figura 5.12 (página 5-11), tem-se:

$$\dot{\varepsilon}_s = \left( \frac{x - d'}{x} \right) \varepsilon_c = \left( \frac{\frac{x}{d} - \frac{d'}{d}}{\frac{x}{d}} \right) \varepsilon_{cu} \quad (\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} \text{ nos domínios 3 e 4})$$

$$\beta_x = \frac{x}{d} \quad (\text{Equação 5.4, página 5-5})$$

$$\dot{\varepsilon}_s = \left( \frac{\beta_x - \frac{d'}{d}}{\beta_x} \right) \varepsilon_{cu}$$

$$\dot{\beta}_s = \dot{\varepsilon}_s \left( \frac{\gamma_s E_s}{f_{yk}} \right) \leq 1,0 \quad (\text{Equação 5.14, página 5-11})$$

$$\beta'_s = \left( \frac{\beta_x - \frac{d'}{d}}{\beta_x} \right) \left( \frac{\gamma_s E_s}{f_{yk}} \right) \epsilon_{cu} \leq 1,0$$

$$\epsilon_{cu} = \begin{cases} 3,5\% & \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle \\ 2,6\% + 35\% \left[ \frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4 & \langle f_{ck} > 50 \text{ MPa} \rangle \end{cases} \quad (1.5.8, \text{ página } 1-5)$$

- concreto classe igual ou inferior a C50 ( $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ )

$$\beta'_{s,23} = \left( \frac{\beta_x - \frac{d'}{d}}{\beta_x} \right) \left( \frac{\gamma_s E_s}{f_{yk}} \right) 3,5\% \leq 1,0$$

$$\langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle$$

Equação 5.19

- concreto classe superior a C50 ( $f_{ck} > 50 \text{ MPa}$ )

$$\beta'_{s,23} = \left( \frac{\beta_x - \frac{d'}{d}}{\beta_x} \right) \left( \frac{\gamma_s E_s}{f_{yk}} \right) \left\{ 2,6\% + 35\% \left[ \frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4 \right\} \leq 1,0$$

$$\langle f_{ck} > 50 \text{ MPa} \rangle$$

Equação 5.20

#### 5.4.2.3 Valores tabelados

Considerando da Equação 5.15 a Equação 5.20, consta-se que os valores de  $\beta_s$  e  $\beta'_s$  são funções de  $\beta_x$ , da relação  $d'/d$ , da classe do concreto ( $f_{ck}$ ), da categoria do aço ( $f_{yk}$ ) e do coeficiente de segurança do aço ( $\gamma_s$ ). Assim como feito para as variáveis  $\beta_y$ ,  $\beta_z$ , e  $\beta_c$  (Tabela 5.3, página 5-10), é possível associar os valores  $\beta_s$  e  $\beta'_s$  a valores pré-fixados de  $\beta_x$ , e outros, como mostrado na Tabela 5.4, feita para o aço CA-25 ( $\gamma_s = 1,15$ ) e concreto C70<sup>1</sup>.

Concreto C70														
Aço CA-25		$\gamma_s = 1,15$			$\beta'_s$ para $(d'/d) =$									
$\beta_x$	$\beta_y$	$\beta_z$	$\beta_c$	$\beta_s$	0,025	0,050	0,075	0,100	0,125	0,150	0,175	0,200	0,225	0,250
0,100	0,075	0,963	0,055	1,000	0,805	0,537	0,268							
0,220	0,165	0,918	0,116	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,816	0,525	0,233		
0,320	0,240	0,880	0,162	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,962	0,762	0,561
$\beta_{x,dtl}$	0,263	0,869	0,174	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,916	0,733
0,450	0,338	0,831	0,215	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Tabela 5.4 - Flexão simples - C70 e CA-25 ( $\gamma_s = 1,15$ )

<sup>1</sup> As tabelas completas estão apresentadas em 5.13 (página 5-53 em diante).

## 5.5 Indexação de áreas comprimidas

Para a caracterização de áreas comprimidas e correspondentes esforços resistentes de cálculo (forças e momentos), será usada a seguinte indexação (Figura 5.17):

- índice 1
  - ✓ área de concreto comprimido de largura  $b_w$  e altura  $y$ ;
  - ✓ força resistente de cálculo ( $R_{cd1}$ ) definida pelo produto  $(b_w y) \sigma_c$ ; e
  - ✓ momento resistente de cálculo ( $M_{Rd1}$ ) definido pelo produto  $R_{cd1} z$ .
- índice 2 ou placa (')
  - ✓ área de armadura comprimida ( $A'_s$ );
  - ✓ força resistente de cálculo ( $R'_{sd2}$ ) definida pelo produto  $A'_s \sigma'_s$ ; e
  - ✓ momento resistente de cálculo ( $M_{Rd2}$ ) definido pelo produto  $R'_{sd2} (d - d')$ .
- índice 3
  - ✓ área de concreto comprimido de largura  $(b_f - b_w)$  e altura  $h_f$ ;
  - ✓ força resistente de cálculo ( $R_{cd3}$ ) definida pelo produto  $[(b_f - b_w) h_f] \sigma_c$ ; e
  - ✓ momento resistente de cálculo ( $M_{Rd3}$ ) definido pelo produto  $R_{cd3} (d - h_f/2)$ .

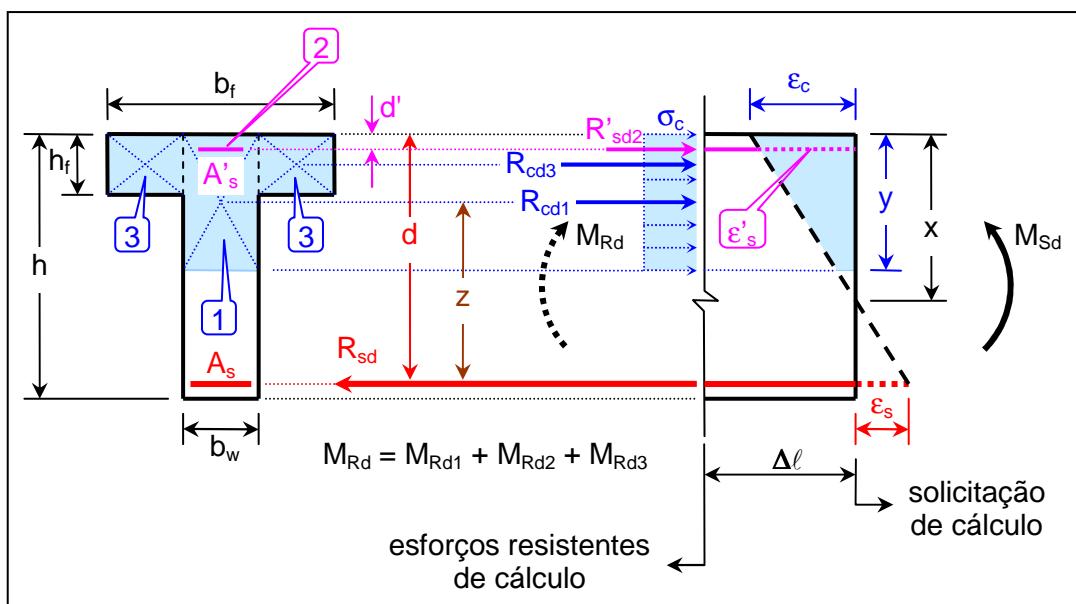


Figura 5.17 - Indexação de áreas comprimidas

## 5.6 Armaduras longitudinais máximas e mínimas

### 5.6.1 Armadura mínima de tração

A ruptura frágil das seções transversais, quando da formação da primeira fissura, deve ser evitada considerando-se, para o cálculo das armaduras, um momento mínimo dado pelo valor correspondente ao que produziria a ruptura da seção de concreto simples, supondo que a resistência à tração do concreto seja dada por  $f_{ctk,sup}$ .

A armadura mínima de tração, em elementos estruturais armados ou pretendidos deve ser determinada pelo dimensionamento da seção a um momento fletor mínimo dado pela expressão a seguir, respeitada a taxa mínima absoluta de 0,15%.

$$M_{d,min} = 0,8 W_0 f_{ctk,sup}$$

Equação 5.21

onde:

$W_0$  é o módulo de resistência da seção transversal bruta do concreto, relativo à fibra mais tracionada; e

$f_{ctk,sup}$  é a resistência característica superior do concreto à tração (1.5.5, página 1-4).

$$f_{ctk,sup} = 0,39 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle$$

$$f_{ctk,sup} = 2,756 \ln(1 + 0,11f_{ck}) \quad \langle f_{ck} > 50 \text{ MPa} \rangle$$

Equação 5.22

A taxa de armadura longitudinal mínima ( $\rho_{min}$ ) é definida como sendo:

$$\rho_{min} = \frac{A_{s,min}}{A_c} \geq 0,15\%$$

Equação 5.23

onde:

$A_{s,min}$  corresponde a área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada determinada pelo dimensionamento da seção transversal do elemento de concreto estrutural, necessária para resistir ao momento fletor  $M_{d,min}$ , como estabelecido pela Equação 5.21; e

$A_c$  corresponde a área da seção transversal bruta do elemento de concreto que incorpora a armadura  $A_{s,min}$ .

## 5.6.2 Armadura máxima

A especificação de valores máximos para as armaduras decorre da necessidade de se assegurar condições de dutilidade e de se respeitar o campo de validade dos ensaios que deram origem às prescrições de funcionamento do conjunto aço-concreto.

A soma das armaduras de tração e compressão ( $A_s + A'_s$ ) não devem ter valor maior que 4%  $A_c$ , calculada na região fora da zona de emendas.

A taxa de armadura longitudinal máxima ( $\rho_{max}$ ) será dada por:

$$\rho_{max} = \frac{A_s + A'_s}{A_c} \leq 4\%$$

Equação 5.24

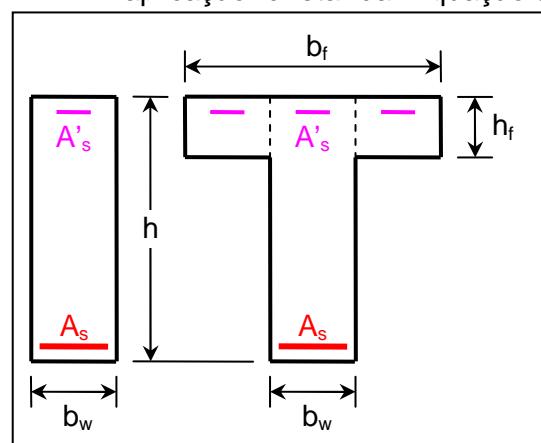
onde:

$A_s$  corresponde a área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada;

$A'_s$  corresponde a área da seção transversal da armadura longitudinal comprimida; e

$A_c$  corresponde a área da seção transversal bruta do elemento de concreto que incorpora as armaduras  $A_s$  e  $A'_s$ .

A aplicação direta da Equação 5.24, para seções T, pode conduzir a vigas de difícil concretagem (excesso de armadura). A Figura 5.18 mostra uma seção retangular e uma seção T, de mesma altura ( $h$ ) e mesma armadura tracionada ( $A_s$ ). Admitindo-se que a armadura comprimida ( $A'_s$ ) seja de pequena monta a seguinte situação pode vir a ocorrer:



$$\rho_{ret} = \frac{(A_s + A'_s)}{A_c} = \frac{(A_s + A'_s)}{b_w h} \leq 4\%$$

$$\rho_T = \frac{(A_s + \sum A'_s)}{A_c} = \frac{(A_s + \sum A'_s)}{b_w h + (b_f - b_w)h_f} \leq 4\%$$

Figura 5.18 - Comparativo entre seções retangulares e T

Como pode ser observado na Figura 5.18, no retângulo  $b_w h$  as quantidades de armadura são iguais tanto para seção retangular como para a seção T. Isto nos leva a concluir que a verificação da taxa máxima de armadura em seções T deve ser feita tanto para a seção total como para a seção  $b_w h$ , de tal forma que:

$$\rho_T = \begin{cases} \frac{(A_s + \sum A'_s)}{b_w h + (b_f - b_w)h_f} \leq 4\% \\ \frac{(A_s + A'_s)}{b_w h} \leq 4\% \end{cases}$$

Como a concentração de armadura sempre ocorre no retângulo  $b_w h$ , a verificação da taxa máxima de armadura em seções retangulares e seções T pode, de modo simplificado, ser feita da seguinte forma:

$$\rho_{T,\max} = \frac{A_s + A'_s}{b_w h} \leq 4\%$$

Equação 5.25

## 5.7 Vigas de seção retangular sem armadura de compressão

Seja a Figura 5.19 onde são mostrados, dentre outros:

- a solicitação de cálculo ( $M_{Sd}$ );
- os esforços resistentes de cálculo ( $R_{cd}$  e  $R_{sd}$ );
- os elementos geométricos referentes à seção transversal da viga ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $d$ ,  $b_w$  e  $h$ );
- as deformações ( $\varepsilon_c$  e  $\varepsilon_s$ ); e
- a área de armadura ( $A_s$ ).

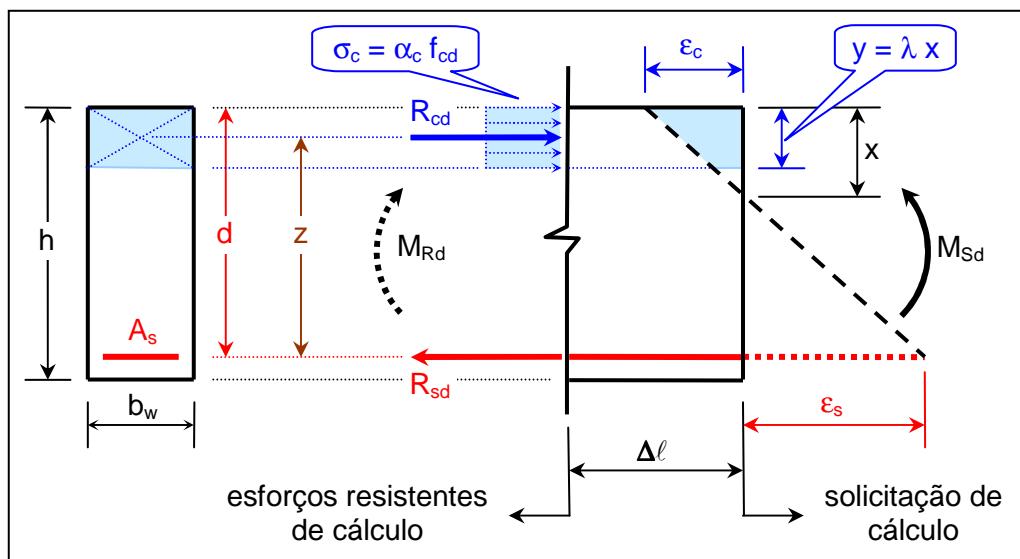


Figura 5.19 - Viga de seção retangular sem armadura de compressão

Da Figura 5.19 e considerando as equações anteriormente apresentadas, tem-se:

- elementos geométricos da seção retangular (Equação 5.11, página 5-9)
 
$$x = \beta_x d$$

$$y = \beta_y d$$

$$z = \beta_z d$$
- valores geométricos adimensionais (Equação 5.11, página 5-9)
 
$$\beta_y = \lambda \beta_x$$

$$\beta_z = 1 - 0,5 \lambda \beta_x$$

$$\beta_c = \lambda \alpha_c \beta_x \beta_z$$
- valor adimensional da tensão na armadura tracionada (Equação 5.14, página 5-11)
 
$$\sigma_s = \beta_s f_{yd}$$
- condição de segurança
 
$$M_{Rd} \geq M_{Sd}$$

- esforços resistentes de cálculo  
 $R_{cd} = R_{sd}$
- momento fletor (binário) devido aos esforços resistentes de cálculo  
 $M_{Rd} = R_{cd} z = R_{sd} z$
- esforço resistente de cálculo atuante na região de concreto comprimido de largura  $b_w$   
 $R_{cd} = (b_w y) \sigma_c$   
 $R_{cd} = (b_w)(\beta_y d)(\alpha_c f_{cd})$   
 $R_{cd} = (b_w)(\lambda \beta_x d)(\alpha_c f_{cd})$   
 $R_{cd} = \lambda \alpha_c \beta_x (b_w d) f_{cd}$
- esforços resistentes de cálculo atuantes nas armaduras tracionadas  
 $R_{sd} = A_s \sigma_s$   
 $R_{sd} = A_s \beta_s f_{yd}$   
 $R_{sd} = \beta_s A_s f_{yd}$
- binário  $M_{Rd}/R_{cd}$   
 $M_{Rd} = R_{cd} z$   
 $R_{cd} = \lambda \alpha_c \beta_x (b_w d) f_{cd}$   
 $z = \beta_z d$   
 $\beta_c = \lambda \alpha_c \beta_x \beta_z$   
 $M_{Rd} = [\lambda \alpha_c \beta_x (b_w d) f_{cd}] (\beta_z d)$   
 $M_{Rd} = (\lambda \alpha_c \beta_x \beta_z) (b_w d^2 f_{cd})$   
 $M_{Rd} = \beta_c b_w d^2 f_{cd}$   

$$\boxed{\beta_c = \frac{M_{Rd}}{b_w d^2 f_{cd}}}$$
- binário  $M_{Rd}/R_{sd}$   
 $M_{Rd} = R_{sd} z$   
 $R_{sd} = \beta_s A_s f_{yd}$   
 $z = \beta_z d$   
 $M_{Rd} = (\beta_s A_s f_{yd}) (\beta_z d)$   

$$\boxed{A_s = \frac{M_{Rd}}{\beta_z d \beta_s f_{yd}}}$$
- equilíbrio dos esforços resistentes de cálculo  
 $R_{cd} = \lambda \alpha_c \beta_x (b_w d) f_{cd}$   
 $R_{sd} = \beta_s A_s f_{yd}$   
 $R_{sd} = R_{cd}$   
 $\beta_s A_s f_{yd} = \lambda \alpha_c \beta_x (b_w d) f_{cd}$   

$$\boxed{\beta_s = \left( \frac{\lambda \alpha_c b_w d f_{cd}}{A_s f_{yd}} \right) \beta_x}$$

- condições limites
  - ✓ momento resistente (Equação 5.21, página 5-16)

$$M_{Rd} = \max \begin{bmatrix} M_{d,min} \\ M_{Sd} \end{bmatrix} = \max \begin{bmatrix} 0,8 W_0 f_{ctk,inf} \\ M_{Sd} \end{bmatrix}$$

- ✓ dutilidade (Equação 5.10, página 5-8)

$$\beta_x \leq \beta_{x,dtl} = \begin{cases} 0,450 & \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle \\ 0,350 & \langle f_{ck} > 50 \text{ MPa} \rangle \end{cases}$$

- ✓ armadura (Equação 5.23 e Equação 5.24, página 5-17)

$$A_s \begin{cases} \geq A_{s,min} \\ \leq A_{s,max} \end{cases}$$

- equações de cálculo com uso de tabelas

$$M_{Rd} = \max \begin{bmatrix} M_{d,min} \\ M_{Sd} \end{bmatrix} = \max \begin{bmatrix} 0,8 W_0 f_{ctk,sup} \\ M_{Sd} \end{bmatrix}$$

$$\beta_c = \frac{M_{Rd}}{b_w d^2 f_{cd}} \Rightarrow \text{tab} \begin{cases} \beta_x \\ \beta_z \\ \beta_s \end{cases}$$

$$\beta_x \leq \beta_{x,dtl} = \begin{cases} 0,450 & \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle \\ 0,350 & \langle f_{ck} > 50 \text{ MPa} \rangle \end{cases}$$

  $\beta_x \leq \beta_{x,dtl} \rightarrow$   
não é necessária  
armadura de  
compressão

Equação 5.26

$$A_s = \frac{M_{Rd}}{\beta_z d \beta_s f_{yd}} \begin{cases} \geq A_{s,min} = 0,15\% A_c \\ \leq A_{s,max} = 4\% A_c \end{cases}$$

$$\beta_s = \left( \frac{\lambda \alpha_c b_w d f_{cd}}{A_s f_{yd}} \right) \beta_x$$

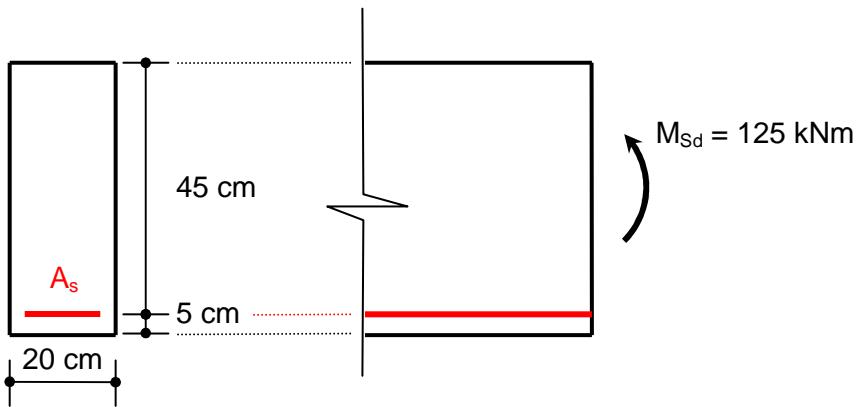
Exemplo 5.1: Determinar a armadura necessária para a viga abaixo indicada, a qual está submetida a um momento fletor solicitante de cálculo ( $M_{Sd}$ ) igual a 125 kNm.

Dados:

- concreto: C35; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momentos fletores); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).



Solução: A solução do problema consiste na aplicação direta da Equação 5.26, com o uso da tabela para concreto C35 e aço CA-50 (página 5-61).

- a. Dados - uniformização de unidades (kN e cm)

$$f_{ck} = 35 \text{ MPa} = 3,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$\lambda = 0,80 \quad \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle$$

$$\alpha_c = 0,85 \quad \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle$$

$$\beta_{x,dtl} = 0,45 \quad \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle$$

$$f_{ctk,sup} = 0,39 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle$$

$$f_{ctk,sup} = 0,39 \times \sqrt[3]{35^2} = 4,17 \text{ MPa} = 0,417 \text{ kN/cm}^2$$

$$\gamma_c = 1,40 \quad (\text{ELU - combinação normal})$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{3,5}{1,40} = 2,50 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa} = 50 \text{ kN/cm}^2$$

$$\gamma_s = 1,15 \quad (\text{ELU - combinação normal})$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{50}{1,15} = 43,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$b_w = 20 \text{ cm}$$

$$d = 45 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$A_c = b_w h = 20 \times 50 = 1000 \text{ cm}^2$$

$$W_0 = \frac{b_w h^2}{6} = \frac{20 \times 50^2}{6} = 8333,33 \text{ cm}^3$$

$$M_{d,min} = 0,8 W_0 f_{ctk,sup} = 0,8 \times 8333,33 \times 0,417 = 2780,00 \text{ kNm}$$

$$M_{Sd} = 125 \text{ kNm} = 12500 \text{ kNm}$$

$$M_{Rd} = \max \begin{bmatrix} M_{d,min} \\ M_{Sd} \end{bmatrix} = \max \begin{bmatrix} 2780 \\ 12500 \end{bmatrix} = 12500 \text{ kNm}$$

$$A_{s,min} = 0,15\% A_c = \frac{0,15}{100} \times 1000 = 1,50 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,max} = 4\% A_c = \frac{4}{100} \times 1000 = 40,00 \text{ cm}^2$$

b. Determinação de  $\beta_c$

$$\beta_c = \frac{M_{Rd}}{b_w d^2 f_{cd}} = \frac{12500}{20 \times 45^2 \times 2,50} = 0,123 \Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow \text{tab} \begin{cases} \beta_x = 0,197 \\ \beta_z = 0,921 \\ \beta_s = 1,000 \end{cases}$$

$$\underbrace{\beta_x}_{0,197} < \underbrace{\beta_{x,dtl}}_{0,450}$$



c. Cálculo da armadura  $A_s$

$$A_s = \frac{M_{Rd}}{\beta_z d \beta_s f_{yd}} \begin{cases} \geq A_{s,min} \\ \leq A_{s,max} \end{cases}$$

$$A_s = \frac{12500}{0,921 \times 45 \times 1,000 \times 43,5} = 6,93 \text{ cm}^2 \begin{cases} > 1,50 \text{ cm}^2 \\ < 40,0 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

$$A_s = 6,93 \text{ cm}^2 \blacktriangleleft$$

d. Verificação

$$\beta_s = \left( \frac{\lambda \alpha_c b_w d f_{cd}}{A_s f_{yd}} \right) \beta_x$$

$$\beta_s = \left( \frac{0,8 \times 0,85 \times 20 \times 45 \times 2,50}{6,93 \times 43,5} \right) \times 0,197 = 1,000$$



e. Determinação de  $A_s$  sem o uso de tabelas

$$\beta_c = \frac{M_{Rd}}{b_w d^2 f_{cd}} = \frac{12500}{20 \times 45^2 \times 2,50} = 0,1234568$$

$$\beta_c = \lambda \alpha_c \beta_x (1 - 0,5 \lambda \beta_x)$$

$$0,1234568 = 0,8 \times 0,85 \times \beta_x [1 - (0,5 \times 0,8 \times \beta_x)]$$

$$\beta_x^2 - 2,5 \beta_x + 0,4538853 = 0$$

$$\beta_x = \frac{2,5 - \sqrt{2,5^2 - (4 \times 0,4538853)}}{2} = 0,1970922$$

$$\beta_z = 1 - 0,5 \lambda \beta_x = 1 - (0,5 \times 0,8 \times 0,1970922) = 0,9211631$$

$$\beta_s = 1,000 \quad \langle 0,000 \leq \beta_x \leq \beta_{x,34} \rangle$$

$$A_s = \frac{M_{Rd}}{\beta_z d \beta_s f_{yd}} = \frac{12500}{0,9211631 \times 45 \times 1,000 \times 43,5} = 6,9322100 \text{ cm}^2 \blacktriangleleft$$

$$\beta_s = \left( \frac{\lambda \alpha_c b_w d f_{cd}}{A_s f_{yd}} \right) \beta_x = \left( \frac{0,8 \times 0,85 \times 20 \times 45 \times 2,50}{6,9322100 \times 43,5} \right) \times 0,1970922 = 1,0000000 \blacktriangleleft$$

## 5.8 Disposição da armadura

A distribuição e o posicionamento corretos das armaduras dentro da seção transversal de uma viga constituem fator de suma importância para a durabilidade das estruturas de concreto. A disposição da armadura dentro da seção transversal da viga não pode obstruir a colocação do concreto fresco, devendo permitir, com relativa folga, a introdução de equipamentos de vibração (Figura 5.20).

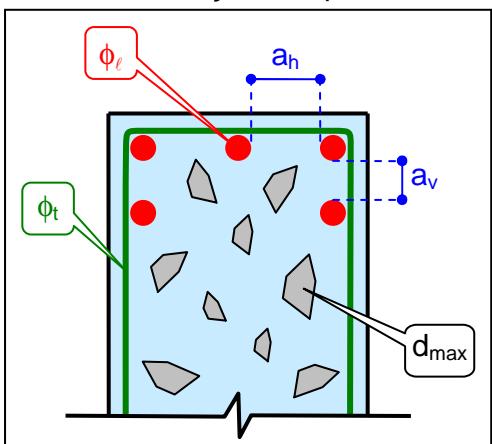


Figura 5.20 - Espaçamento horizontal e vertical de barras longitudinais

O espaçamento mínimo livre entre as faces das barras longitudinais, medido no plano da seção transversal, deve ser igual ou superior ao maior dos seguintes valores (ABNT NBR 6118 - 18.3.2.2):

- na direção horizontal ( $a_h$ ):
  - ✓ 20 mm;
  - ✓ diâmetro da barra, do feixe ou da luva;
  - ✓ 1,2 vez a dimensão máxima característica do agregado graúdo;
- Na direção vertical ( $a_v$ ):
  - ✓ 20 mm;
  - ✓ diâmetro da barra, do feixe ou da luva;
  - ✓ 0,5 vez a dimensão máxima característica do agregado graúdo;

Para feixes de barras deve-se considerar o diâmetro do feixe:  $\phi_n = \phi \sqrt{n}$ . Esses valores se aplicam também às regiões de emendas por traspasse das barras."

$$a_h \geq \max \left[ \begin{array}{l} 2\text{cm} \\ \phi_\ell \\ 1,2d_{\max} \end{array} \right]$$

$$a_v \geq \max \left[ \begin{array}{l} 2\text{cm} \\ \phi_\ell \\ 0,5d_{\max} \end{array} \right]$$

Equação 5.27

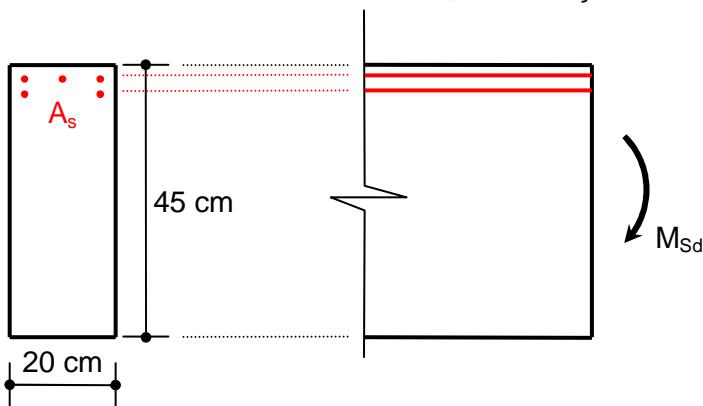
**Exemplo 5.2:** Determinar o máximo momento fletor solicitante de cálculo ( $M_{Sd}$ ) que a viga abaixo representada pode suportar.

Dados:

- concreto: C70;
- aço: CA-50;
- armadura longitudinal: 5  $\phi$  16 mm;
- armadura transversal: 6,3 mm;
- cobrimento: 3 cm; e
- dimensão máxima do agregado: 19 mm.

Considerar:

- somente solicitações normais (momentos fletores); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).



Solução: A solução do problema consiste na aplicação direta da Equação 5.26 e Equação 5.27, com o uso da tabela para concreto C35 e aço CA-50 (página 5-64).

a. Dados - uniformização de unidades (kN e cm)

$$f_{ck} = 70 \text{ MPa} = 7,0 \text{ kN/cm}^2$$

$$\lambda = 0,8 - \left( \frac{f_{ck} - 50}{400} \right) \quad \langle f_{ck} > 50 \text{ MPa} \rangle$$

$$\lambda = 0,8 - \left( \frac{70 - 50}{400} \right) = 0,75$$

$$\alpha_c = 0,85 \left( 1 - \frac{f_{ck} - 50}{200} \right) \quad \langle f_{ck} > 50 \text{ MPa} \rangle$$

$$\alpha_c = 0,85 \left[ 1 - \left( \frac{70 - 50}{200} \right) \right] = 0,765$$

$$\beta_{x,dtl} = 0,35 \quad \langle f_{ck} > 50 \text{ MPa} \rangle$$

$$f_{ctk,sup} = 2,756 \ln(1 + 0,11 f_{ck}) \quad \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle$$

$$f_{ctk,sup} = 2,756 \ln[1 + (0,11 \times 70)] = 5,96 \text{ MPa} = 0,596 \text{ kN/cm}^2$$

$$\gamma_c = 1,40 \quad (\text{ELU - combinação normal})$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{7,0}{1,40} = 5,00 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa} = 50 \text{ kN/cm}^2$$

$$\gamma_s = 1,15 \quad (\text{ELU - combinação normal})$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{50}{1,15} = 43,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$b_w = 20 \text{ cm}$$

$$h = 45 \text{ cm}$$

$$A_c = b_w h = 20 \times 45 = 900 \text{ cm}^2$$

$$W_0 = \frac{b_w h^2}{6} = \frac{20 \times 45^2}{6} = 6750 \text{ cm}^3$$

$$c_{nom} = 3 \text{ cm}$$

$$d_{max} = 19 \text{ mm} = 1,9 \text{ cm}$$

$$\phi_t = 6,3\text{mm} = 0,63\text{cm}$$

$$\phi_\ell = 16\text{ mm} = 1,6\text{ cm}$$

$$A_{s,min} = 0,15\% A_c = \frac{0,15}{100} \times 900 = 1,35\text{cm}^2$$

$$A_{s,max} = 4\% A_c = \frac{4}{100} \times 900 = 36,00\text{cm}^2$$

$$A_{s,ef} = 5 \times \frac{\pi 1,6^2}{4} = 10,05\text{cm}^2 \begin{cases} \geq 1,35\text{cm}^2 \\ \leq 36,00\text{cm}^2 \end{cases}$$


$$M_{d,min} = 0,8 W_0 f_{ctk,sup} = 0,8 \times 6750 \times 0,596 = 3218,40\text{kNm}$$

b. Verificação de  $a_h$  e  $a_v$

$$a_h = \frac{b_w - (2c_{nom} + 2\phi_t + n\phi_\ell)}{n-1}$$

$b_w$  largura da viga (20 cm)

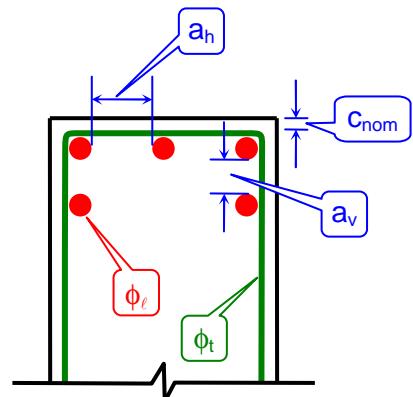
$c_{nom}$  cobrimento nominal da armadura (3 cm)

$\phi_t$  diâmetro da armadura transversal (0,63 cm)

$\phi_\ell$  diâmetro da armadura longitudinal (1,6 cm)

$n$  número de barras na camada (3 barras)

$$a_h = \frac{20 - (2 \times 3,0 + 2 \times 0,63 + 3 \times 1,6)}{3-1} = 3,97\text{ cm}$$



$$a_h \geq \max \left[ \begin{array}{l} 2\text{cm} \\ \phi_\ell \\ 1,2d_{max} \end{array} \right] \geq \max \left[ \begin{array}{l} 2\text{cm} \\ \phi_\ell = 1,6\text{cm} \\ 1,2d_{max} = 1,2 \times 1,9 = 2,28\text{cm} \end{array} \right] \geq 2,28\text{cm}$$

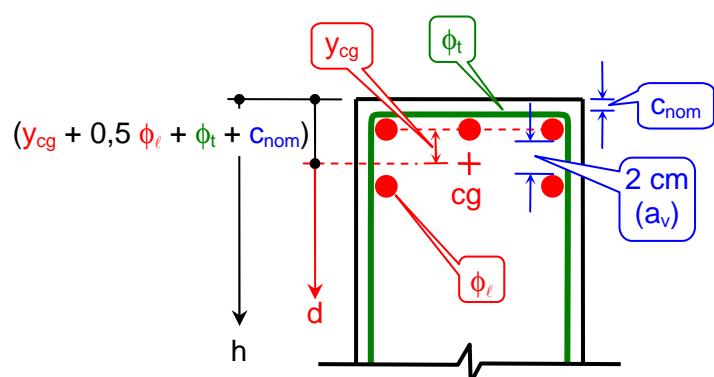
$$\underbrace{a_{h,cal}}_{3,97\text{cm}} > \underbrace{a_{h,min}}_{2,28\text{cm}}$$


$$a_v \geq \max \left[ \begin{array}{l} 2\text{cm} \\ \phi_\ell \\ 0,5d_{max} \end{array} \right] \geq \max \left[ \begin{array}{l} 2\text{cm} \\ \phi_\ell = 1,6\text{cm} \\ 0,5d_{max} = 0,5 \times 1,9 = 0,95\text{cm} \end{array} \right] \geq 2,0\text{cm} \text{ (adotado } a_v = 2,00\text{ cm)}$$

c. Determinação da altura útil ( $d$ )<sup>1</sup>

$$y_{cg} < \frac{h}{10} < \frac{45}{10} < 4,5\text{cm}$$

$$y_{cg} = \frac{\sum A_{si} \times y_i}{\sum A_{si}}$$



$$d = h - (y_{cg} + 0,5 \phi_\ell + \phi_t + c_{nom})$$

<sup>1</sup> ABNT NBR 6118 - 17.2.4.1: "Os esforços nas armaduras podem ser considerados no centro de gravidade correspondente, se a distância deste centro de gravidade ao centro da armadura mais afastada, medida normalmente à linha neutra, for menor que 10% de  $h$ ." (Ver Figura 5.28, página 5-51)

$$y_{cg} = \frac{\left[ 3 \times \left( \frac{\pi \times 1,6^2}{4} \right) \times (0,0) \right] + \left[ 2 \times \left( \frac{\pi \times 1,6^2}{4} \right) \times \left( \frac{1,6}{2} + 2,0 + \frac{1,6}{2} \right) \right]}{\left[ 3 \times \left( \frac{\pi \times 1,6^2}{4} \right) \right] + \left[ 2 \times \left( \frac{\pi \times 1,6^2}{4} \right) \right]} = 1,44 \text{ cm} < 4,5 \text{ cm} \quad \text{😊}$$

$$d = h - \left( y_{cg} + \frac{\phi_\ell}{2} + \phi_t + c_{nom} \right)$$

$$d = 45 - \left( 1,44 + \frac{1,6}{2} + 0,63 + 3,0 \right) = 39,13 \text{ cm}$$

d. Equação de verificação

$$\beta_s = \left( \frac{\lambda \alpha_c b_w d f_{cd}}{A_s f_{yd}} \right) \beta_x$$

$$\beta_s = \left( \frac{0,75 \times 0,765 \times 20 \times 39,13 \times 5,00}{10,05 \times 43,5} \right) \times \beta_x = 5,135 \beta_x$$

$$\beta_x = 0,195 \beta_s$$

1ª tentativa

$$\beta_x = 0,195 \text{ (admitindo } \beta_s = 1,000 \text{)}$$

$$\beta_x = 0,195 \Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow \text{tab} \begin{cases} \beta_z = 0,927 \\ \beta_c = 0,104 \\ \beta_s = 1,000 \end{cases}$$

$$\beta_s = 5,135 \beta_x = 5,135 \times 0,195 = 1,001 \cong 1,000 \quad \text{😊}$$

$$\underbrace{\beta_x}_{0,195} < \underbrace{\beta_{x,dtl}}_{0,350} \quad \text{😊}$$

e. Momento resistente de cálculo ( $M_{Rd}$ )

$$M_{Rd} = \beta_c b_w d^2 f_{cd}$$

$$M_{Rd} = 0,104 \times 20 \times 39,13^2 \times 5,00 = 15924 \text{ kNm} = 159,24 \text{ kNm}$$

verificação

$$A_s = \frac{M_{Rd}}{\beta_z d \beta_s f_{yd}} = \frac{15924}{0,927 \times 39,13 \times 1,000 \times 43,5} = 10,09 \text{ cm}^2 \cong 10,05 \text{ cm}^2 \quad \text{😊}$$

f. Momento solicitante de cálculo ( $M_{Sd}$ )

$$M_{Sd} = M_{Rd} = 159,24 \text{ kNm} \blacktriangleleft$$

## 5.9 Vigas de seção retangular com armadura de compressão

Conforme mostrado na Equação 5.26 (página 5-20), vigas com dimensões adequadas e sem armadura de compressão, tem comportamento útil desde que sejam projetadas com a posição da linha neutra satisfazendo a condição de  $\beta_x \leq \beta_{x,dtl}$ .

A tentativa de sempre dimensionar vigas sem armadura de compressão nem sempre é possível. Momentos fletores solicitantes de maior porte podem necessitar que a posição de linha neutra se aproxime do domínio 4, ou mesmo que se situe neste domínio, de tal forma que a viga passe a ter um comportamento frágil ( $\beta_x > \beta_{x,dtl}$ ).

A utilidade das vigas pode ser sempre garantida com o uso de armadura de compressão, como mostrado na Figura 5.21. Para tal, basta forçar que a linha neutra fique posicionada no domínio 2 ou no domínio 3, impondo que  $\beta_x \leq \beta_{x,dtl}$ .

Embora possa ser atribuído para  $\beta_x$  qualquer valor compreendido entre 0,000 e  $\beta_{x,dtl}$ , é prática comum adotar para  $\beta_x$  o valor de  $\beta_{x,dtl}$ . Para adoção de valores de  $\beta_x$  inferiores a  $\beta_{x,dtl}$  é

conveniente verificar qual deles conduzirá ao dimensionamento mais econômico, ou seja, aquele que levar a menor quantidade total de armadura (menor  $A_s + A'_s$ ).

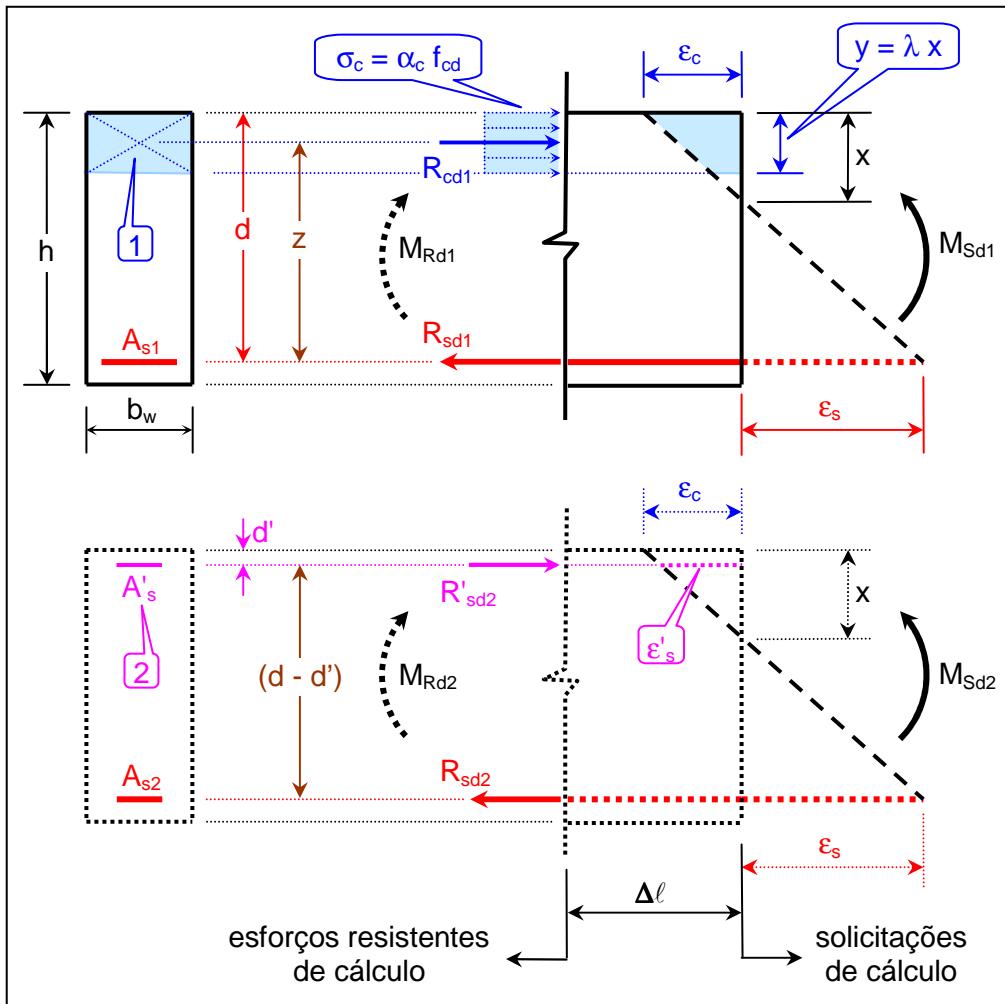


Figura 5.21 - Vigas de seção retangular com armadura de compressão

Como mostrado na Figura 5.21, o momento fletor resistente de cálculo  $M_{Rd}$  ( $M_{Rd} \geq M_{Sd}$ ) é composto por dois momentos  $M_{Rd1}$  e  $M_{Rd2}$ .

No que se refere a  $M_{Rd1}$  (parte superior da Figura 5.21) valem todas as considerações apresentadas em 5.7 (página 5-18), em especial, o contido na Equação 5.26 (página 5-20). Desta forma:

- binário  $M_{Rd1}/R_{cd1}$

$$\beta_c = \frac{M_{Rd1}}{b_w d^2 f_{cd}}$$

- binário  $M_{Rd1}/R_{sd1}$

$$A_{s1} = \frac{M_{Rd1}}{\beta_z d \beta_s f_{yd}}$$

- equilíbrio dos esforços resistentes de cálculo  $R_{cd1}$  e  $R_{sd1}$

$$A_{s1} = \left( \frac{\lambda \alpha_c b_w d f_{cd}}{\beta_s f_{yd}} \right) \beta_x$$

No que se refere a  $M_{Rd2}$  (parte inferior da Figura 5.21), tem-se:

- esforço resistente de cálculo atuante na armadura tracionada

$$R_{sd2} = A_{s2} \sigma_s$$

$$R_{sd2} = A_{s2} \beta_s f_{yd}$$

$$R_{sd2} = \beta_s A_{s2} f_{yd}$$

- binário  $M_{Rd2}/R_{sd2}$   

$$M_{Rd2} = R_{sd2} (d - d')$$

$$M_{Rd2} = \beta_s A_{s2} f_{yd} (d - d')$$

$$A_{s2} = \frac{M_{Rd2}}{(d - d') \beta_s f_{yd}}$$
- esforço resistente de cálculo atuante na armadura comprimida  

$$R'_{sd2} = A'_s \sigma'_s$$

$$R'_{sd2} = A'_s \beta'_s f_{yd}$$

$$R'_{sd2} = \beta'_s A'_s f_{yd}$$
- binário  $M_{Rd2}/R'_{sd2}$   

$$M_{Rd2} = R'_{sd2} (d - d')$$

$$M_{Rd2} = \beta'_s A'_s f_{yd} (d - d')$$

$$A'_s = \frac{M_{Rd2}}{(d - d') \beta'_s f_{yd}}$$
- equilíbrio dos esforços resistentes de cálculo  $R'_{sd2}$  e  $R_{sd2}$   

$$R'_{sd2} = \beta'_s A'_s f_{yd}$$

$$R_{sd2} = \beta_s A_{s2} f_{yd}$$

$$\beta_s A_{s2} f_{yd} = \beta'_s A'_s f_{yd}$$

$$A_{s2} = \frac{\beta'_s}{\beta_s} A'_s$$

Considerando a somatória dos esforços solicitantes e resistentes, tem-se:

- momento solicitante  

$$M_{Sd} = M_{Sd1} + M_{Sd2}$$
- momento resistente  

$$M_{Rd} = M_{Rd1} + M_{Rd2}$$
- armadura tracionada - 1<sup>a</sup> consideração

$$A_s = A_{s1} + A_{s3}$$

$$A_s = \frac{M_{Rd1}}{\beta_z d \beta_s f_{yd}} + \frac{M_{Rd2}}{(d - d') \beta_s f_{yd}}$$

$$A_s = \left[ \frac{M_{Rd1}}{\beta_z d} + \frac{M_{Rd2}}{(d - d')} \right] \frac{1}{\beta_s f_{yd}}$$

- armadura tracionada - 2<sup>a</sup> consideração

$$A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

$$A_s = \left( \frac{\lambda \alpha_c b_w d f_{cd}}{\beta_s f_{yd}} \right) \beta_x + \frac{\beta'_s}{\beta_s} A'_s$$

$$\beta_s = \left( \frac{\lambda \alpha_c b_w d f_{cd}}{A_s f_{yd}} \right) \beta_x + \left( \frac{A'_s}{A_s} \right) \beta'_s$$

- condições limites
  - ✓ momento resistente (Equação 5.21, página 5-16)

$$M_{Rd} = \max \begin{bmatrix} M_{d,min} \\ M_{Sd} \end{bmatrix} = \max \begin{bmatrix} 0,8 W_0 f_{ctk,inf} \\ M_{Sd} \end{bmatrix}$$

- ✓ dutilidade (Equação 5.10, página 5-8)

$$\beta_x \leq \beta_{x,dtl} = \begin{cases} 0,450 & \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle \\ 0,350 & \langle f_{ck} > 50 \text{ MPa} \rangle \end{cases}$$

- ✓ armadura (Equação 5.23 e Equação 5.24, página 5-17)

$$A_s \begin{cases} \geq A_{s,min} \\ \leq A_{s,max} \end{cases}$$

- equações de cálculo com uso de tabelas

$$M_{Rd} = \max \begin{bmatrix} M_{d,min} \\ M_{Sd} \end{bmatrix} = \max \begin{bmatrix} 0,8 W_0 f_{ctk,sup} \\ M_{Sd} \end{bmatrix}$$

$$\beta_c = \frac{M_{Rd}}{b_w d^2 f_{cd}} \Rightarrow \text{tab} \begin{cases} \beta_x \\ \beta_z \\ \beta_s \end{cases}$$

$$\beta_x > \beta_{x,dtl} = \begin{cases} 0,450 & \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle \\ 0,350 & \langle f_{ck} > 50 \text{ MPa} \rangle \end{cases}$$

$\beta_x > \beta_{x,dtl} \rightarrow$   
necessária  
armadura de  
compressão

$$\text{adotar} \begin{cases} \beta_x < \beta_{x,dtl} \\ \text{ou} \\ \beta_x = \beta_{x,dtl} \quad (\text{melhor solução}) \end{cases}$$

Equação 5.28

$$\beta_x \Rightarrow \text{tab} \begin{cases} \beta_z \\ \beta_c \\ \beta_s \end{cases}$$

$$M_{Rd1} = \beta_c b_w d^2 f_{cd}$$

$$M_{Rd2} = M_{Rd} - M_{Rd1}$$

$$A_s = \left[ \frac{M_{Rd1}}{\beta_z d} + \frac{M_{Rd2}}{(d - d')} \right] \frac{1}{\beta_s f_{yd}} \geq 0,15\% A_c$$

$$A'_s = \frac{M_{Rd2}}{(d - d') \beta_s f_{yd}}$$

$$(A_s + A'_s) \leq 4\% A_c$$

$$\beta_s = \left( \frac{\lambda \alpha_c b_w d f_{cd}}{A_s f_{yd}} \right) \beta_x + \left( \frac{A'_s}{A_s} \right) \beta'_s$$

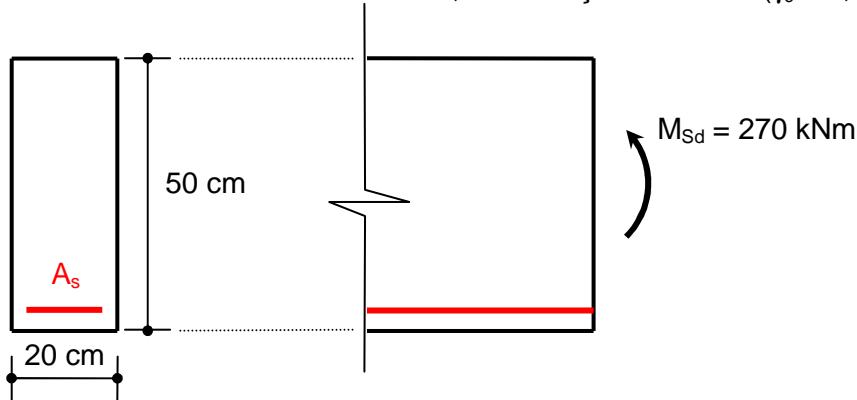
**Exemplo 5.3:** Determinar a armadura necessária para a viga abaixo indicada, a qual está submetida a um momento fletor solicitante de cálculo ( $M_{Sd}$ ) igual a 270 kNm.

Dados:

- concreto: C35;
- aço: CA-50;
- armadura transversal: 6,3 mm;
- cobrimento: 3 cm; e
- dimensão máxima do agregado: 19 mm.

Considerar:

- somente solicitações normais (momentos fletores); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).



**Solução:** A solução do problema consiste na aplicação da Equação 5.26 ou Equação 5.28, com o uso da tabela para concreto C35 e aço CA-50 (página 5-61).

a. Dados - uniformização de unidades (kN e cm)

$$f_{ck} = 35 \text{ MPa} = 3,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$\lambda = 0,80 \quad \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle$$

$$\alpha_c = 0,85 \quad \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle$$

$$\beta_{x,dtl} = 0,45 \quad \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle$$

$$f_{ctk,sup} = 0,39 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle$$

$$f_{ctk,sup} = 0,39 \times \sqrt[3]{35^2} = 4,17 \text{ MPa} = 0,417 \text{ kN/cm}^2$$

$$\gamma_c = 1,40 \quad (\text{ELU - combinação normal})$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{3,5}{1,40} = 2,50 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa} = 50 \text{ kN/cm}^2$$

$$\gamma_s = 1,15 \quad (\text{ELU - combinação normal})$$

$$f_{yd} = \frac{f_yk}{\gamma_s} = \frac{50}{1,15} = 43,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$b_w = 20 \text{ cm}$$

$$d = 45 \text{ cm (assumido)}$$



$$d' = 5 \text{ cm (assumido)}$$

$$\frac{d'}{d} = \frac{5}{45} = 0,111$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$A_c = b_w h = 20 \times 50 = 1000 \text{ cm}^2$$

$$W_0 = \frac{b_w h^2}{6} = \frac{20 \times 50^2}{6} = 8333,33 \text{ cm}^3$$

$$c_{nom} = 3 \text{ cm}$$

$$\phi_t = 6,3 \text{ mm} = 0,63 \text{ cm}$$

$$d_{max} = 19 \text{ mm} = 1,9 \text{ cm}$$

$$M_{d,min} = 0,8 W_0 f_{ctk,sup} = 0,8 \times 8333,33 \times 0,417 = 2780,00 \text{ kNm}$$

$$M_{Sd} = 270 \text{ kNm} = 27000 \text{ kNm}$$

$$M_{Rd} = \max \begin{bmatrix} M_{d,min} \\ M_{Sd} \end{bmatrix} = \max \begin{bmatrix} 2780 \\ 27000 \end{bmatrix} = 27000 \text{ kNm}$$

$$A_{s,min} = 0,15\% A_c = \frac{0,15}{100} \times 1000 = 1,50 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,max} = 4\% A_c = \frac{4}{100} \times 1000 = 40,00 \text{ cm}^2$$

b. Determinação de  $\beta_c$

$$\beta_c = \frac{M_{Rd}}{b_w d^2 f_{cd}} = \frac{27000}{20 \times 45^2 \times 2,50} = 0,267 \Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow \text{tab} \begin{cases} \beta_x = 0,487 \\ \beta_z = 0,805 \\ \beta_s = 1,000 \end{cases}$$

$$\underbrace{\beta_x}_{0,487} > \underbrace{\beta_{x,dtl}}_{0,450}$$



$\beta_x > \beta_{x,dtl} \rightarrow$   
necessária armadura  
de compressão

c. Condição de dutilidade

$$\beta_x = \beta_{x,dtl} = 0,450$$

$$\left. \begin{array}{l} \beta_x = 0,450 \\ \frac{d'}{d} = 0,111 \end{array} \right\} \Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow \text{tab} \begin{cases} \beta_z = 0,820 \\ \beta_c = 0,251 \\ \beta_s = 1,000 \\ \beta'_s = 1,000 \end{cases}$$



$$M_{Rd1} = \beta_c b_w d^2 f_{cd} = 0,251 \times 20 \times 45^2 \times 2,50 = 25413,75 \text{ kNm}$$

$$M_{Rd2} = M_{Rd} - M_{Rd1} = 27000,00 - 25413,75 = 1586,25 \text{ kNm}$$



$$A_s = \left[ \frac{M_{Rd1}}{\beta_z d} + \frac{M_{Rd2}}{(d - d')} \right] \frac{1}{\beta_s f_{yd}} = \left[ \frac{25413,75}{0,820 \times 45} + \frac{1586,25}{(45 - 5)} \right] \frac{1}{1,000 \times 43,5} = 16,74 \text{ cm}^2 > 1,50 \text{ cm}^2$$

$$A_s' = \frac{M_{Rd2}}{(d - d') \beta_s f_{yd}} = \frac{1586,25}{(45 - 5) \times 1,000 \times 43,5} = 0,91 \text{ cm}^2$$

$$\beta_s = \left( \frac{\lambda \alpha_c b_w df_{cd}}{A_s f_{yd}} \right) \beta_x + \left( \frac{A_s'}{A_s} \right) \beta_s = \left( \frac{0,80 \times 0,85 \times 20 \times 45 \times 2,50}{16,74 \times 43,5} \right) \times 0,450 + \left( \frac{0,91}{16,74} \right) \times 1,000 = \\ = 1,000 \quad \text{😊}$$

$$A_{s,ef} = \begin{cases} 3 \phi 22 \text{ mm} = 3 \times \frac{\pi \times 2,2^2}{4} = 11,40 \text{ cm}^2 \\ + \\ 2 \phi 20 \text{ mm} = 2 \times \frac{\pi \times 2,0^2}{4} = 6,28 \text{ cm}^2 \end{cases} = 17,69 \text{ cm}^2 \text{ (2 camadas)}$$

$$A_{s,ef}' = 2 \phi 10 \text{ mm} = 2 \times \frac{\pi \times 1,00^2}{4} = 1,57 \text{ cm}^2$$

$$(A_s + A_s')_{ef} = 17,69 + 1,57 = 19,26 \text{ cm}^2 < 40,00 \text{ cm}^2 \quad \text{😊}$$

$$A_{s,cal} = 16,74 \text{ cm}^2 \Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow A_{s,ef} = 17,69 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,cal} = 0,91 \text{ cm}^2 \Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow A_{s,ef}' = 1,57 \text{ cm}^2$$

d. Verificação de  $a_h$  e  $a_v$

$$a_h = \frac{b_w - (2c_{nom} + 2\phi_t + n\phi_\ell)}{n-1}$$

$b_w$  largura da viga (20 cm)

$c_{nom}$  cobrimento nominal da armadura (3 cm)

$\phi_t$  diâmetro da armadura transversal (estribo) (0,63 cm)

$\phi_\ell$  diâmetro da armadura longitudinal (2,2 cm - 1ª camada)

$n$  número de barras na camada (3 barras)

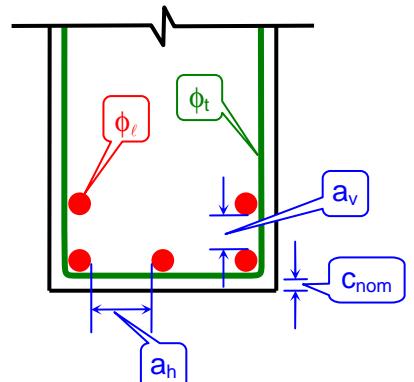
$$a_h = \frac{20 - (2 \times 3,0 + 2 \times 0,63 + 3 \times 2,2)}{3-1} = 3,07 \text{ cm}$$

$$a_h \geq \max \left[ \begin{array}{l} 2 \text{ cm} \\ \phi_\ell \\ 1,2d_{max} \end{array} \right] \geq \max \left[ \begin{array}{l} 2 \text{ cm} \\ \phi_\ell = 2,2 \text{ cm} \\ 1,2d_{max} = 1,2 \times 1,9 = 2,28 \text{ cm} \end{array} \right] \geq 2,28 \text{ cm}$$

$$\underbrace{a_{h,cal}}_{3,07 \text{ cm}} > \underbrace{a_{h,min}}_{2,28 \text{ cm}} \quad \text{😊}$$

$$a_v \geq \max \left[ \begin{array}{l} 2 \text{ cm} \\ \phi_\ell \\ 0,5d_{max} \end{array} \right] \geq \max \left[ \begin{array}{l} 2 \text{ cm} \\ \phi_\ell = 2,2 \text{ cm} \\ 0,5d_{max} = 0,5 \times 1,9 = 0,95 \text{ cm} \end{array} \right] \geq 2,20 \text{ cm}$$

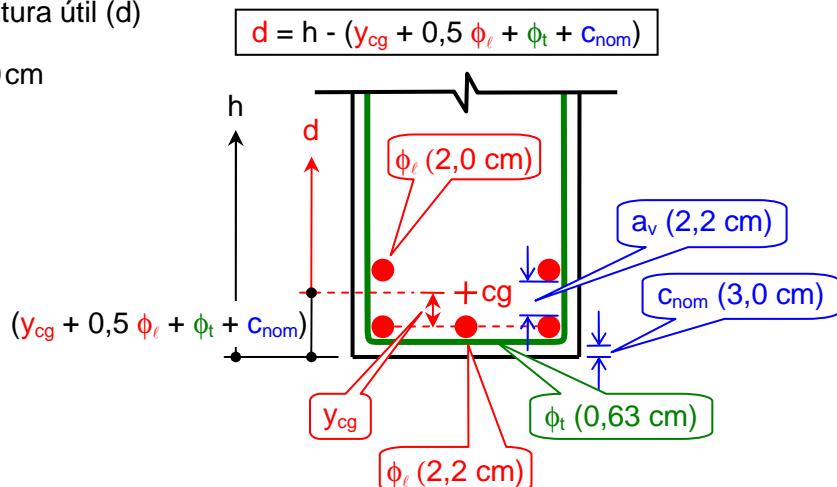
$$a_v = 2,2 \text{ cm} \text{ (valor adotado)}$$



e. Determinação da altura útil (d)

$$y_{cg} < \frac{h}{10} < \frac{50}{10} < 5,0 \text{ cm}$$

$$y_{cg} = \frac{\sum A_{si} \times y_i}{\sum A_{si}}$$



$$y_{cg} = \frac{\left[ 3 \times \left( \frac{\pi \times 2,2^2}{4} \right) \times (0,0) \right] + \left[ 2 \times \left( \frac{\pi \times 2,0^2}{4} \right) \times \left( \frac{2,2}{2} + 2,2 + \frac{2,0}{2} \right) \right]}{\left[ 3 \times \left( \frac{\pi \times 2,2^2}{4} \right) \right] + \left[ 2 \times \left( \frac{\pi \times 2,0^2}{4} \right) \right]} = 1,53 \text{ cm} < 5,0 \text{ cm OK}$$

$$d = h - \left( y_{cg} + \frac{\phi_l}{2} + \phi_t + c_{nom} \right) = 50 - \left( 1,53 + \frac{2,2}{2} + 0,63 + 3,0 \right) = 43,74 \text{ cm}$$

$$\frac{d_{adot}}{45,00 \text{ cm}} > \frac{d_{cal}}{43,74 \text{ cm}}$$

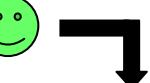


armadura mais próxima do centro de gravidade da seção geométrica → refazer os cálculos com  $d = 43,74 \text{ cm}$

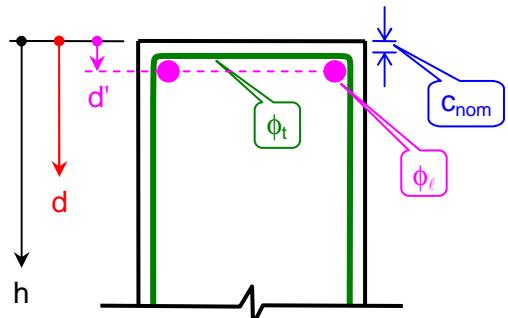
f. Determinação de  $d'$

$$d' = \frac{\phi_l}{2} + \phi_t + c_{nom} = \frac{1,00}{2} + 0,63 + 3,0 = 4,13 \text{ cm}$$

$$\frac{d'_{adot}}{5,00 \text{ cm}} > \frac{d'_{cal}}{4,13 \text{ cm}}$$



armadura mais afastada do centro de gravidade da seção geométrica → não seria necessário refazer os cálculos com  $d' = 4,13 \text{ cm}$



$$d' = 0,5 \phi_l + \phi_t + c_{nom}$$

g. Cálculo da armadura para novos valores de  $d$  e  $d'$

$$d = 43,74 \text{ cm}$$

$$d' = 4,13 \text{ cm}$$

$$\frac{d'}{d} = \frac{4,13}{43,74} = 0,094$$

$$\begin{cases} \beta_x = 0,450 \\ \frac{d'}{d} = 0,094 \end{cases} \Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow \text{tab} \begin{cases} \beta_z = 0,820 \\ \beta_c = 0,251 \\ \beta_s = 1,000 \\ \beta_s' = 1,000 \end{cases}$$



$$M_{Rd1} = \beta_c b_w d^2 f_{cd} = 0,251 \times 20 \times 43,74^2 \times 2,50 = 24010,50 \text{ kNm}$$

$$M_{Rd2} = M_{Rd} - M_{Rd1} = 27000,00 - 24010,50 = 2989,50 \text{ kNm}$$

$$A_s = \left[ \frac{M_{Rd1}}{\beta_z d} + \frac{M_{Rd2}}{(d - d')} \right] \frac{1}{\beta_s f_{yd}}$$

$$A_s = \left[ \frac{24010,50}{0,820 \times 43,74} + \frac{2989,50}{(43,74 - 4,13)} \right] \frac{1}{1,000 \times 43,5} = 17,12 \text{ cm}^2 > 1,50 \text{ cm}^2 \quad \text{😊}$$

$$A'_s = \frac{M_{Rd2}}{(d - d') \beta'_s f_{yd}} = \frac{2989,50}{(43,74 - 4,13) \times 1,000 \times 43,5} = 1,74 \text{ cm}^2$$

$$\beta_s = \left( \frac{\lambda \alpha_c b_w d f_{cd}}{A_s f_{yd}} \right) \beta_x + \left( \frac{A'_s}{A_s} \right) \beta'_s$$

$$\beta_s = \left( \frac{0,80 \times 0,85 \times 20 \times 43,74 \times 2,50}{17,12 \times 43,5} \right) \times 0,450 + \left( \frac{1,74}{17,12} \right) \times 1,000 = 1,000 \quad \text{😊}$$

$$A_{s,ef} = \begin{cases} 3 \phi 22 \text{ mm} = 3 \times \frac{\pi \times 2,2^2}{4} = 11,40 \text{ cm}^2 \\ \quad + \quad \quad \quad = 17,69 \text{ cm}^2 \text{ (2 camadas)} \\ 2 \phi 20 \text{ mm} = 2 \times \frac{\pi \times 2,0^2}{4} = 6,28 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

$$A'_{s,ef} = 3 \phi 10 \text{ mm} = 3 \times \frac{\pi \times 1,00^2}{4} = 2,36 \text{ cm}^2$$

$$(A_s + A'_{s,ef})_{ef} = 17,69 + 2,36 = 20,05 \text{ cm}^2 < 40,00 \text{ cm}^2 \quad \text{😊}$$

$$A_{s,cal} = 17,12 \text{ cm}^2 \Rightarrow A_{s,ef} = 17,69 \text{ cm}^2 \quad \blacktriangleleft$$

$$A'_{s,cal} = 1,74 \text{ cm}^2 \Rightarrow A'_{s,ef} = 2,36 \text{ cm}^2 \quad \blacktriangleleft$$

h. Resolução para  $\beta_x < \beta_{x,dtl}$

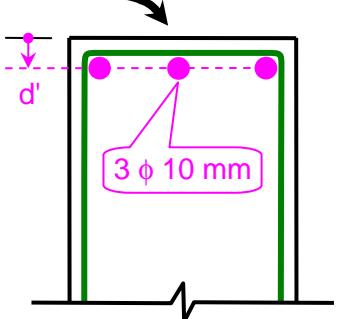
$\beta_x = 0,400$  (valor assumido)

$d = 43,74 \text{ cm}$

$$d' = 4,26 \text{ cm} \quad \rightarrow \quad \text{precaução para possível uso de barras de 12,5 mm}$$

$$\frac{d'}{d} = \frac{4,26}{43,74} = 0,097$$

$$\left. \begin{array}{l} \beta_x = 0,400 \\ \frac{d'}{d} = 0,097 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{tab} \left\{ \begin{array}{l} \beta_z = 0,840 \\ \beta_c = 0,228 \\ \beta_s = 1,000 \\ \beta'_s = 1,000 \end{array} \right. \quad \text{😊}$$



$$M_{Rd1} = \beta_c b_w d^2 f_{cd} = 0,228 \times 20 \times 43,74^2 \times 2,50 = 21810,34 \text{ kNm}$$

$$M_{Rd2} = M_{Rd} - M_{Rd1} = 27000,00 - 21810,34 = 5189,66 \text{ kNm}$$

$$A_s = \left[ \frac{M_{Rd1}}{\beta_z d} + \frac{M_{Rd2}}{(d - d')} \right] \frac{1}{\beta_s f_{yd}}$$

$$A_s = \left[ \frac{21810,34}{0,840 \times 43,74} + \frac{5189,66}{(43,74 - 4,26)} \right] \frac{1}{1,000 \times 43,5} = 16,67 \text{ cm}^2 > 1,50 \text{ cm}^2 \quad \text{😊}$$

$$A'_s = \frac{M_{Rd2}}{(d - d') \beta'_s f_{yd}} = \frac{5189,66}{(43,74 - 4,26) \times 1,000 \times 43,5} = 3,02 \text{ cm}^2$$

$$\beta_s = \left( \frac{\lambda \alpha_c b_w d f_{cd}}{A_s f_{yd}} \right) \beta_x + \left( \frac{A'_s}{A_s} \right) \beta_s$$

$$\beta_s = \left( \frac{0,80 \times 0,85 \times 20 \times 43,74 \times 2,50}{16,67 \times 43,5} \right) \times 0,400 + \left( \frac{3,02}{16,67} \right) \times 1,002 \approx 1,000 \quad \text{😊}$$

$$A_{s,ef} = \begin{cases} 3 \phi 22\text{mm} = 3 \times \frac{\pi \times 2,2^2}{4} = 11,40 \text{cm}^2 \\ 2 \phi 20\text{mm} = 2 \times \frac{\pi \times 2,0^2}{4} = 6,28 \text{cm}^2 \end{cases} \quad = 17,69 \text{cm}^2 \text{ (2 camadas)}$$

$$A'_{s,ef} = 3 \phi 12,5\text{mm} = 3 \times \frac{\pi \times 1,25^2}{4} = 3,68 \text{cm}^2$$

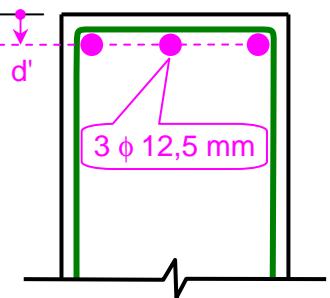
$$d' = \frac{\phi_\ell}{2} + \phi_t + c_{nom} = \frac{1,25}{2} + 0,63 + 3,0 = 4,26 \text{cm} \quad \text{😊}$$

$$(A_s + A'_{s,ef})_{ef} = 17,69 + 3,68 = 21,37 \text{cm}^2 < 40,00 \text{cm}^2 \quad \text{😊}$$

$$A_{s,cal} = 16,67 \text{cm}^2 \Rightarrow A_{s,ef} = 17,69 \text{cm}^2 \blacktriangleleft$$

$$A'_{s,cal} = 3,02 \text{cm}^2 \Rightarrow A'_{s,ef} = 3,68 \text{cm}^2 \blacktriangleleft$$

i. Comparação de resultados (valores de cálculo)



$\beta_x$	$A_s$ $\text{cm}^2$	$A'_{s,ef}$ $\text{cm}^2$	$A_s + A'_{s,ef}$ $\text{cm}^2$	$\Delta$
0,450	17,12	1,74	18,86	
0,400	16,67	3,02	19,69	4,40%

## 5.10 Vigas de seção T sem armadura de compressão

### 5.10.1 Região de concreto comprimido

A região de concreto comprimido, em uma viga de seção T, pode ocorrer de três modos distintos, como apresentado na Figura 5.22.

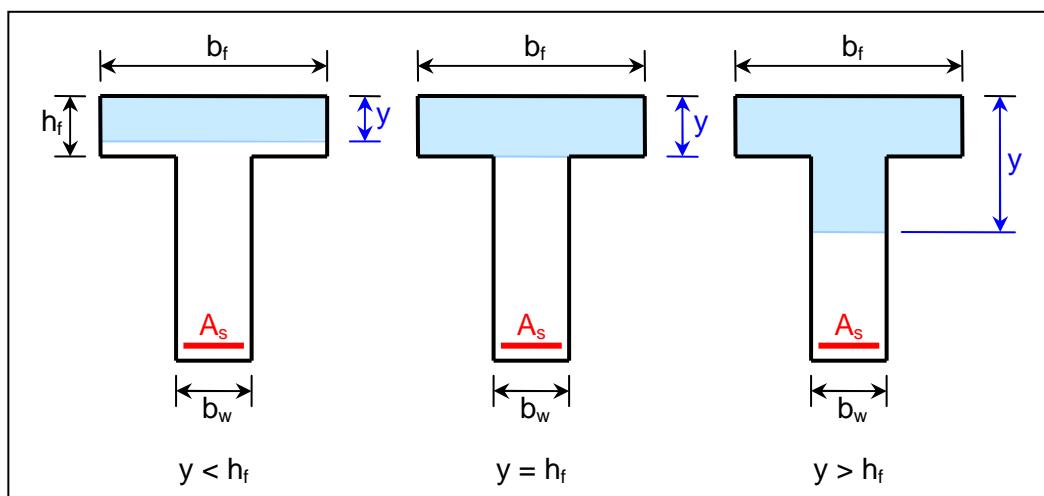


Figura 5.22 - Regiões de concreto comprimido em vigas de seção T

A situação em que toda a mesa está comprimida, corresponde a:

$$y = h_f$$

Considerando a Equação 5.11 (página 5-9), tem-se:

$$\beta_y = \frac{y}{d} = \frac{h_f}{d}$$

$$\beta_x = \frac{\beta_y}{\lambda} = \frac{h_f}{\lambda d}$$

$$\beta_c = \lambda \alpha_c \beta_x (1 - 0,5 \lambda \beta_x) = \lambda \alpha_c \left( \frac{h_f}{\lambda d} \right) \left[ 1 - 0,5 \lambda \left( \frac{h_f}{\lambda d} \right) \right] = \alpha_c \left( \frac{h_f}{d^2} \right) \left( d - \frac{h_f}{2} \right)$$

Levando-se em conta as condições estabelecidas na Figura 5.19 (página 5-18), cuja região comprimida é definida pelo retângulo de dimensões  $b_w$  y, tem-se, pela Equação 5.26 (página 5-20):

$$M_{Rd1} = \beta_c b_w d^2 f_{cd}$$

$$M_{Rd1} = \alpha_c \left( \frac{h_f}{d^2} \right) \left( d - \frac{h_f}{2} \right) b_w d^2 f_{cd} = \alpha_c (b_w h_f) \left( d - \frac{h_f}{2} \right) f_{cd}$$

No caso particular em que  $b_w$  (da Figura 5.19) for igual a  $b_f$  (da Figura 5.22), e definindo, para este caso,  $M_{Rd1}$  como sendo o momento resistente de cálculo suportado pela mesa comprimida da seção T, tem-se:

$$M_{Rd1} = M_{Rd,mesa} = \alpha_c (b_f h_f) \left( d - \frac{h_f}{2} \right) f_{cd}$$

$$M_{Rd,mesa} = \alpha_c (b_f h_f) \left( d - \frac{h_f}{2} \right) f_{cd}$$

Equação 5.29

Desta forma, para as regiões de concreto comprimido em vigas de seções T, têm-se:

$$y < h_f \Leftrightarrow M_{Rd} < M_{Rd,mesa}$$

$$y = h_f \Leftrightarrow M_{Rd} = M_{Rd,mesa}$$

$$y > h_f \Leftrightarrow M_{Rd} > M_{Rd,mesa}$$

Equação 5.30

### 5.10.2 Seções T sem armadura de compressão: $y \leq h_f$

Seja Figura 5.23 onde está representada uma viga de seção T em que a solicitação de cálculo  $M_{Sd}$  é resistida pelo momento resistente de cálculo  $M_{Rd}$ , composto somente pelo binário de forças  $R_{cd}$  e  $R_{sd}$ , sem a necessidade de armadura de compressão.

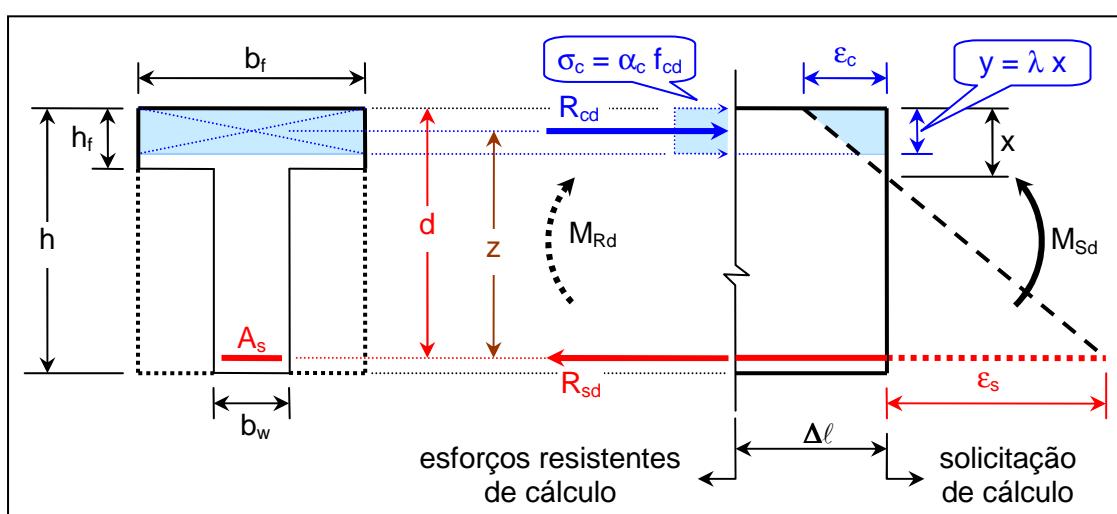


Figura 5.23 - Vigas de seção T sem armadura de compressão -  $y \leq h_f$

Comparando a Figura 5.19 (página 5-18) com a Figura 5.23 pode-se concluir que a viga de seção T sem armadura de compressão, com  $y \leq h_f$ , é equivalente a uma viga de seção retangular de base  $b_f$ .

Desta forma, introduzindo valores de  $b_f$  nos lugares de  $b_w$  apresentados na Equação 5.26 (página 5-20), e considerando:

- a relação entre  $y$  e  $h_f$  (Equação 5.30);
- armadura mínima (Equação 5.23 - página 5-17); e
- armadura máxima (Equação 5.25 - página 5-18),

as vigas de seção T, sem armadura de compressão, com  $y \leq h_f$ , podem ser representadas por:

$$M_{Rd} = \max \begin{bmatrix} M_{d,min} \\ M_{Sd} \end{bmatrix} = \max \begin{bmatrix} 0,8 W_0 f_{ctk,sup} \\ M_{Sd} \end{bmatrix}$$

$$M_{Rd,mesa} = \alpha_c (b_f h_f) \left( d - \frac{h_f}{2} \right) f_{cd}$$

$$M_{Rd} \leq M_{Rd,mesa}$$

  $M_{Rd} \leq M_{Rd,mesa} \rightarrow$   
vale seção  
retangular de base  $b_f$

$$\beta_c = \frac{M_{Rd}}{b_f d^2 f_{cd}} \Rightarrow \text{tab} \begin{cases} \beta_x \\ \beta_y \\ \beta_z \\ \beta_s \end{cases}$$

Equação 5.31

$$\beta_x \leq \beta_{x,dtl} = \begin{cases} 0,450 & \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle \\ 0,350 & \langle f_{ck} > 50 \text{ MPa} \rangle \end{cases}$$

$$y = \beta_y d \leq h_f$$

$$A_s = \frac{M_{Rd}}{\beta_z d \beta_s f_{yd}} \begin{cases} \geq A_{s,min} = 0,15\% A_c \\ \leq A_{s,max} = 4\% b_w h \end{cases}$$

$$\beta_s = \left( \frac{\lambda \alpha_c b_f d f_{cd}}{A_s f_{yd}} \right) \beta_x$$

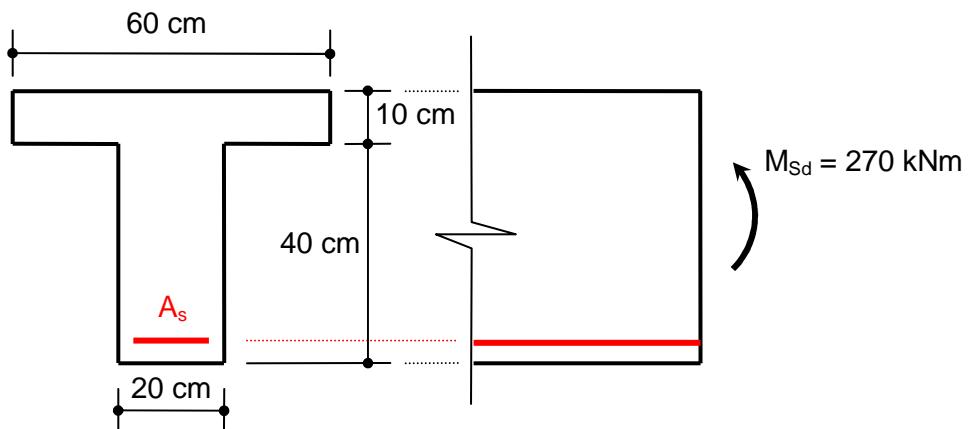
**Exemplo 5.4:** Determinar a armadura necessária para a viga abaixo indicada, a qual está submetida a um momento fletor solicitante de cálculo ( $M_{Sd}$ ) igual a 270 kNm.

Dados:

- concreto: C35;
- aço: CA-50;
- armadura transversal: 6,3 mm;
- cobrimento: 3 cm; e
- dimensão máxima do agregado: 19 mm.

Considerar:

- somente solicitações normais (momentos fletores); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).



Solução: A solução do problema consiste na aplicação direta da Equação 5.31, com o uso da tabela para concreto C35 e aço CA-50 (página 5-61).

a. Dados - uniformização de unidades (kN e cm)

$$f_{ck} = 35 \text{ MPa} = 3,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$\lambda = 0,80 \quad \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle$$

$$\alpha_c = 0,85 \quad \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle$$

$$\beta_{x,dtl} = 0,45 \quad \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle$$

$$f_{ctk,sup} = 0,39 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle$$

$$f_{ctk,sup} = 0,39 \times \sqrt[3]{35^2} = 4,17 \text{ MPa} = 0,417 \text{ kN/cm}^2$$

$$\gamma_c = 1,40 \quad (\text{ELU - combinação normal})$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{3,5}{1,40} = 2,50 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa} = 50 \text{ kN/cm}^2$$

$$\gamma_s = 1,15 \quad (\text{ELU - combinação normal})$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{50}{1,15} = 43,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$b_w = 20 \text{ cm}$$

$$b_f = 60 \text{ cm}$$

$$d = 43 \text{ cm} \quad (\text{assumido})$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

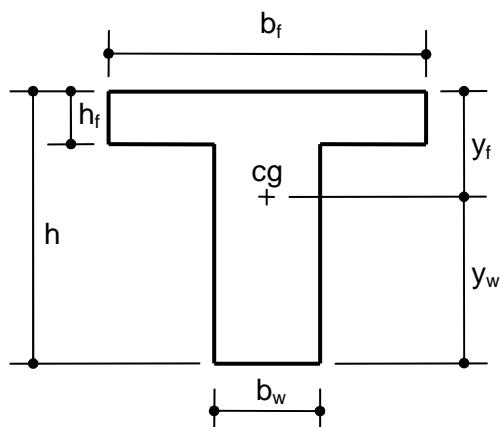
$$h_f = 10 \text{ cm}$$

$$A_c = b_w h + (b_f - b_w)h_f = 20 \times 50 + (60 - 20) \times 10 = 1400 \text{ cm}^2$$

$$y_w = \frac{(b_f h^2) - [(b_f - b_w)(h - h_f)^2]}{2\{(b_f h) - [(b_f - b_w)(h - h_f)]\}} = \frac{(60 \times 50^2) - [(60 - 20) \times (50 - 10)^2]}{2\{(60 \times 50) - [(60 - 20) \times (50 - 10)]\}} = 30,71 \text{ cm}$$

$$y_f = h - y_w = 50 - 30,71 = 19,29 \text{ cm}$$

$$I = \left\{ \frac{b_f h^3 - [(b_f - b_w)(h - h_f)^3]}{3} \right\} - A_c y_w^2$$



$$I = \left\{ \frac{60 \times 50^3 - [(60 - 20) \times (50 - 10)^3]}{3} \right\} - 1400 \times 30,71^2 = 326321 \text{ cm}^4$$

$$W_0 = W_{0,w} = \frac{I}{y_w} \Leftarrow \text{fibra mais tracionada (w)}$$

$$W_0 = \frac{326321}{30,71} = 10626 \text{ cm}^3$$

$$M_{Sd,min} = 0,8 W_0 f_{ctk,sup} = 0,8 \times 10626 \times 0,417 = 3544,83 \text{ kNm}$$

$$M_{Sd} = 270 \text{ kNm} = 27000 \text{ kNm}$$

$$M_{Rd} = \max \begin{bmatrix} M_{d,min} \\ M_{Sd} \end{bmatrix} = \max \begin{bmatrix} 3544,83 \\ 27000 \end{bmatrix} = 27000 \text{ kNm}$$

$$A_{s,min} = 0,15\% A_c = \frac{0,15}{100} \times 1400 = 2,10 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,max} = 4\% b_w h = \frac{4}{100} \times 20 \times 50 = 40,00 \text{ cm}^2$$

$$M_{Rd,mesa} = \alpha_c (b_f h_f) \left( d - \frac{h_f}{2} \right) f_{cd} = 0,85 \times (60 \times 10) \times \left( 43 - \frac{10}{2} \right) \times 2,50 = 48450 \text{ kNm}$$

$\underbrace{M_{Rd}}_{27000} < \underbrace{M_{Rd,mesa}}_{48450}$    vale seção retangular de base  $b_f$

b. Determinação de  $\beta_c$

$$\beta_c = \frac{M_{Rd}}{b_f d^2 f_{cd}} = \frac{27000}{60 \times 43^2 \times 2,50} = 0,097 \Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow \text{tab} \begin{cases} \beta_x = 0,152 \\ \beta_y = 0,122 \\ \beta_z = 0,939 \\ \beta_s = 1,000 \end{cases}$$

$\underbrace{\beta_x}_{0,152} < \underbrace{\beta_{x,dtl}}_{0,450}$  

$$y = \beta_y d = 0,122 \times 43 = 5,25 \text{ cm}$$

$\underbrace{y}_{5,25 \text{ cm}} < \underbrace{h_f}_{10,00 \text{ cm}}$  

c. Cálculo da armadura  $A_s$

$$A_s = \frac{M_{Rd}}{\beta_z d \beta_s f_{yd}} \begin{cases} \geq A_{s,min} \\ \leq A_{s,max} \end{cases}$$

$$A_s = \frac{27000}{0,939 \times 43 \times 1,000 \times 43,5} = 15,37 \text{ cm}^2 \begin{cases} > 2,10 \text{ cm}^2 \\ < 40,0 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

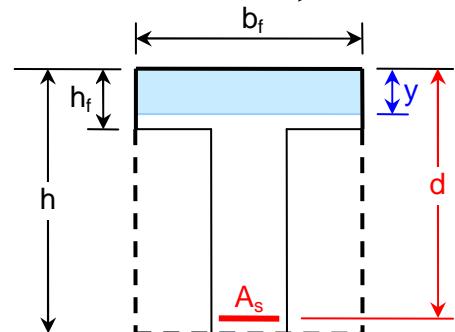
$$A_{s,cal} = 15,37 \text{ cm}^2 \blacktriangleleft$$

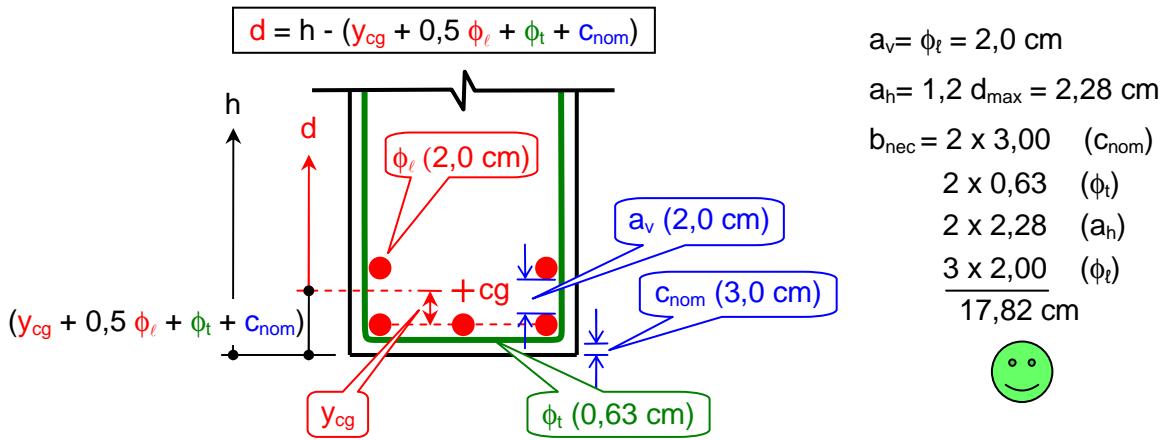
$$A_{s,ef} = 5 \phi 20 \text{ mm} = 5 \times \frac{\pi \times 2,0^2}{4} = 15,71 \text{ cm}^2$$

d. Determinação da altura útil ( $d$ )

$$y_{cg} < \frac{h}{10} < \frac{50}{10} < 5,0 \text{ cm}$$

$$y_{cg} = \frac{\sum A_{si} \times y_i}{\sum A_{si}}$$





$$y_{cg} = \frac{[3 \times (0,0)] + \left[ 2 \times \left( \frac{2,0}{2} + 2,0 + \frac{2,0}{2} \right) \right]}{5} = 1,60 \text{ cm} < 5,0 \text{ cm} \text{ OK}$$

$$d = h - \left( y_{cg} + \frac{\phi_\ell}{2} + \phi_t + c_{nom} \right) = 50 - \left( 1,60 + \frac{2,0}{2} + 0,63 + 3,0 \right) = 43,77 \text{ cm}$$

$$\frac{d_{adot}}{43,00 \text{ cm}} < \frac{d_{cal}}{43,77 \text{ cm}} \quad \text{😊} \rightarrow$$

armadura mais afastada do centro de gravidade da seção geométrica → não é necessário refazer os cálculos com  $d = 43,77 \text{ cm}$

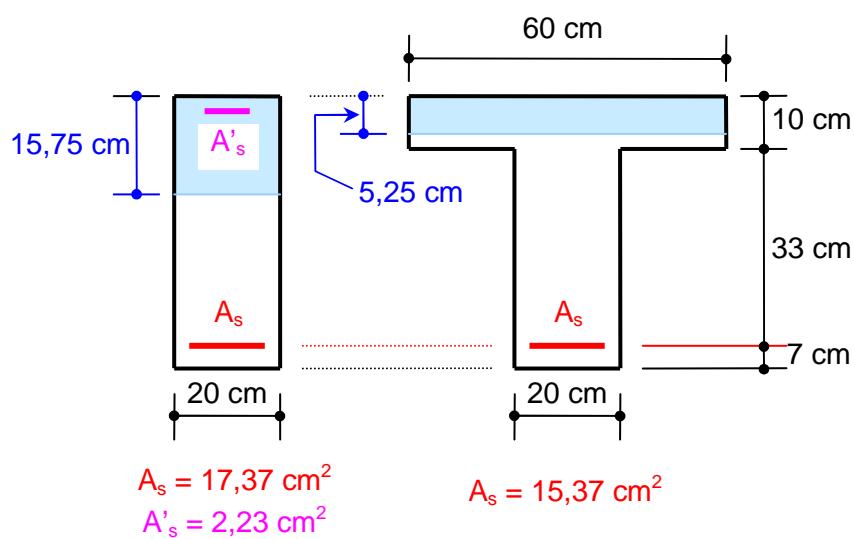
e. Verificação para valores de cálculo

$$\beta_s = \left( \frac{\lambda \alpha_c b_f f_{cd}}{A_s f_{yd}} \right) \beta_x$$

$$\beta_s = \left( \frac{0,8 \times 0,85 \times 60 \times 43 \times 2,50}{15,37 \times 43,5} \right) \times 0,152 = 0,997 \approx 1,000 \quad \text{😊}$$

f. Comparação com o Exemplo 5.3

$M_{Sd} = 270 \text{ kNm}$	Seção Retang.	Seção T	$\Delta$
$A_c$	$1000,0 \text{ cm}^2$	$1400,0 \text{ cm}^2$	40,0%
$A_{cc}$	$315,0 \text{ cm}^2$	$315,0 \text{ cm}^2$	0,0%
$A'_s$	$2,36 \text{ cm}^2$	#	#
$A_s$	$17,69 \text{ cm}^2$	$15,37 \text{ cm}^2$	-13,1%
$A_s + A'_s$	$20,05 \text{ cm}^2$	$15,37 \text{ cm}^2$	-23,3%



### 5.10.3 Seções T sem armadura de compressão: $y > h_f$

Seja Figura 5.24 onde está representada uma viga de seção T em que a solicitação de cálculo  $M_{Sd}$  ( $M_{Sd} = M_{Sd1} + M_{Sd3}$ ) é resistida pelo momento resistente de cálculo  $M_{Rd}$  ( $M_{Rd} = M_{Rd1} + M_{Rd3}$ ), composto pelos binários das forças  $R_{cd1} / R_{sd1}$  e  $R_{cd3} / R_{sd3}$ , sem a necessidade de armadura de compressão.

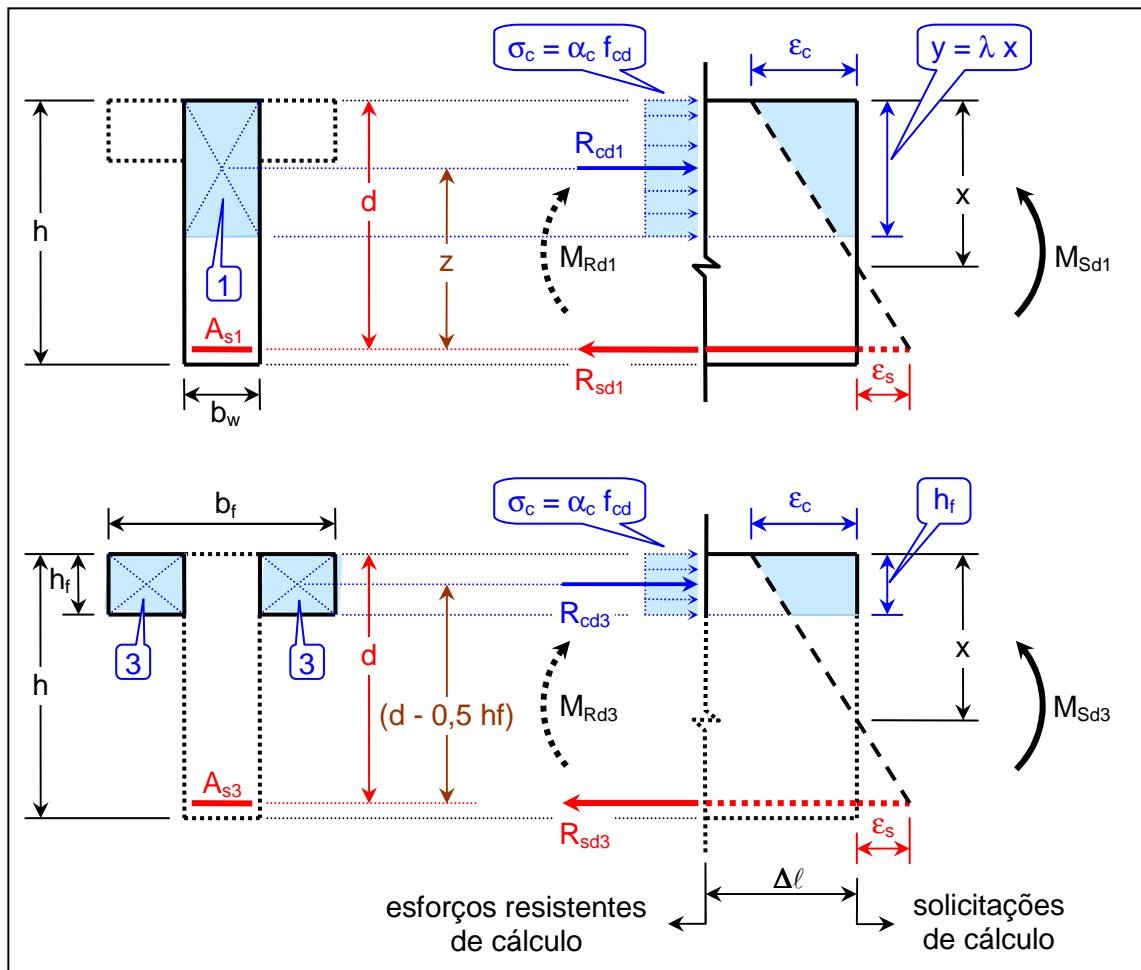


Figura 5.24 - Vigas de seção T sem armadura de compressão -  $y > h_f$

Como mostrado na Figura 5.24, o momento fletor resistente de cálculo  $M_{Rd}$  ( $M_{Rd} \geq M_{Sd}$ ) é composto por dois momentos  $M_{Rd1}$  e  $M_{Rd3}$ .

No que se refere a  $M_{Rd1}$  (parte superior da Figura) valem todas as considerações apresentadas em 5.7 (página 5-18), em especial, o contido na Equação 5.26 (página 5-20). Desta forma:

- binário  $M_{Rd1}/R_{cd1}$

$$\beta_c = \frac{M_{Rd1}}{b_w d^2 f_{cd}}$$

- binário  $M_{Rd1}/R_{sd1}$

$$A_{s1} = \frac{M_{Rd1}}{\beta_z d \beta_s f_{yd}}$$

- equilíbrio dos esforços resistentes de cálculo  $R_{cd1}$  e  $R_{sd1}$

$$A_{s1} = \left( \frac{\lambda \alpha_c b_w d f_{cd}}{\beta_s f_{yd}} \right) \beta_x$$

No que se refere a  $M_{Rd3}$  (parte inferior da Figura), tem-se:

- esforço resistente de cálculo atuante na região de concreto comprimido de largura  $b_f - b_w$

$$R_{cd3} = [(b_f - b_w)h_f]\sigma_c$$

$$R_{cd3} = [(b_f - b_w)h_f](\alpha_c f_{cd})$$

- binário  $M_{Rd3}/R_{cd3}$

$$M_{Rd3} = R_{cd3} \left( d - \frac{h_f}{2} \right)$$

$$M_{Rd3} = \alpha_c \left[ (b_f - b_w) h_f \left( d - \frac{h_f}{2} \right) \right] f_{cd}$$

- esforço resistente de cálculo atuante na armadura tracionada

$$R_{sd3} = A_{s3} \sigma_s$$

$$R_{sd3} = A_{s3} \beta_s f_{yd}$$

$$R_{sd3} = \beta_s A_{s3} f_{yd}$$

- binário  $M_{Rd3}/R_{sd3}$

$$M_{Rd3} = R_{sd3} \left( d - \frac{h_f}{2} \right)$$

$$M_{Rd3} = \beta_s A_{s3} f_{yd} \left( d - \frac{h_f}{2} \right)$$

$$A_{s3} = \frac{M_{Rd3}}{\left( d - \frac{h_f}{2} \right) \beta_s f_{yd}}$$

- equilíbrio dos esforços resistentes de cálculo  $R_{cd3}$  e  $R_{sd3}$

$$R_{cd3} = [(b_f - b_w)h_f](\alpha_c f_{cd})$$

$$R_{sd3} = \beta_s A_{s3} f_{yd}$$

$$\beta_s A_{s3} f_{yd} = \alpha_c [(b_f - b_w)h_f]f_{cd}$$

$$A_{s3} = \frac{\alpha_c [(b_f - b_w)h_f]f_{cd}}{\beta_s f_{yd}}$$

Considerando a somatória dos esforços solicitantes e resistentes, tem-se:

- momento solicitante

$$M_{Sd} = M_{Sd1} + M_{Sd3}$$

- momento resistente

$$M_{Rd} = M_{Rd1} + M_{Rd3}$$

- armadura tracionada - 1<sup>a</sup> consideração

$$A_s = A_{s1} + A_{s3}$$

$$A_s = \frac{M_{Rd1}}{\beta_z d \beta_s f_{yd}} + \frac{M_{Rd3}}{\left( d - \frac{h_f}{2} \right) \beta_s f_{yd}}$$

$$A_s = \left[ \frac{M_{Rd1}}{\beta_z d} + \frac{M_{Rd3}}{\left( d - \frac{h_f}{2} \right)} \right] \frac{1}{\beta_s f_{yd}}$$

- armadura tracionada - 2<sup>a</sup> consideração

$$A_s = A_{s1} + A_{s3}$$

$$A_s = \left( \frac{\lambda \alpha_c b_w df_{cd}}{\beta_s f_{yd}} \right) \beta_x + \frac{\alpha_c [(b_f - b_w) h_f] f_{cd}}{\beta_s f_{yd}}$$

$$\beta_s = \left( \frac{\lambda \alpha_c b_w df_{cd}}{A_s f_{yd}} \right) \beta_x + \left\{ \frac{\alpha_c [(b_f - b_w) h_f] f_{cd}}{A_s f_{yd}} \right\}$$

- condições limites
  - ✓ momento resistente (Equação 5.21, página 5-16)

$$M_{Rd} = \max \begin{bmatrix} M_{d,min} \\ M_{Sd} \end{bmatrix} = \max \begin{bmatrix} 0,8 W_0 f_{ctk,inf} \\ M_{Sd} \end{bmatrix}$$

- ✓ dutilidade (Equação 5.10, página 5-8)

$$\beta_x \leq \beta_{x,dtl} = \begin{cases} 0,450 & \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle \\ 0,350 & \langle f_{ck} > 50 \text{ MPa} \rangle \end{cases}$$

- ✓ armadura (Equação 5.23 e Equação 5.24, página 5-17)

$$A_s \begin{cases} \geq A_{s,min} \\ \leq A_{s,max} \end{cases}$$

- equações de cálculo com uso de tabelas

$$M_{Rd} = \max \begin{bmatrix} M_{d,min} \\ M_{Sd} \end{bmatrix} = \max \begin{bmatrix} 0,8 W_0 f_{ctk,sup} \\ M_{Sd} \end{bmatrix}$$

$$M_{Rd,mesa} = \alpha_c (b_f h_f) \left( d - \frac{h_f}{2} \right) f_{cd}$$

$$M_{Rd} > M_{Rd,mesa}$$


$M_{Rd} > M_{Rd,mesa} \rightarrow$   
cálculo como  
seção T

$$M_{Rd3} = \alpha_c \left[ (b_f - b_w) h_f \left( d - \frac{h_f}{2} \right) \right] f_{cd}$$

$$M_{Rd1} = M_{Rd} - M_{Rd3}$$

Equação 5.32

$$\beta_c = \frac{M_{Rd1}}{b_w d^2 f_{cd}} \Rightarrow \text{tab} \begin{cases} \beta_x \\ \beta_y \\ \beta_z \\ \beta_s \end{cases}$$

$$\beta_x \leq \beta_{x,dtl} = \begin{cases} 0,450 & \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle \\ 0,350 & \langle f_{ck} > 50 \text{ MPa} \rangle \end{cases}$$

$$y = \beta_y d > h_f$$

$$A_s = \left[ \frac{M_{Rd1}}{\beta_z d} + \frac{M_{Rd3}}{\left( d - \frac{h_f}{2} \right)} \right] \frac{1}{\beta_s f_{yd}} \begin{cases} \geq A_{s,min} = 0,15\% A_c \\ \leq A_{s,max} = 4\% b_w h \end{cases}$$

$$\beta_s = \left( \frac{\lambda \alpha_c b_w d f_{cd}}{A_s f_{yd}} \right) \beta_x + \left\{ \frac{\alpha_c [(b_f - b_w) h_f] f_{cd}}{A_s f_{yd}} \right\}$$

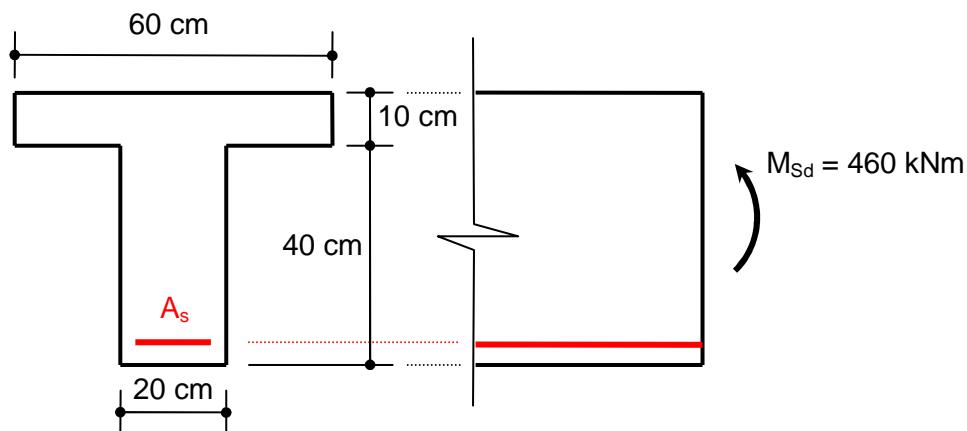
**Exemplo 5.5:** Determinar a armadura necessária para a viga abaixo indicada, a qual está submetida a um momento fletor solicitante de cálculo ( $M_{Sd}$ ) igual a 460 kNm.

Dados:

- concreto: C35;
- aço: CA-50;
- armadura transversal: 6,3 mm;
- cobrimento: 3 cm; e
- dimensão máxima do agregado: 19 mm.

Considerar:

- somente solicitações normais (momentos fletores); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).



**Solução:** A solução do problema consiste na aplicação direta da Equação 5.31 (página 5-37) ou Equação 5.32, com o uso da tabela para concreto C35 e aço CA-50 (página 5-61).

a. Dados - uniformização de unidades (kN e cm)

$$f_{ck} = 35 \text{ MPa} = 3,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$\lambda = 0,80 \quad \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle$$

$$\alpha_c = 0,85 \quad \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle$$

$$\beta_{x,dtl} = 0,45 \quad \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle$$

$$f_{ctk,sup} = 0,39 \times \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad \langle f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \rangle$$

$$f_{ctk,sup} = 0,39 \times \sqrt[3]{35^2} = 4,17 \text{ MPa} = 0,417 \text{ kN/cm}^2$$

$$\gamma_c = 1,40 \quad (\text{ELU - combinação normal})$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{3,5}{1,40} = 2,50 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa} = 50 \text{ kN/cm}^2$$

$$\gamma_s = 1,15 \text{ (ELU - combinação normal)}$$

$$f_{yd} = \frac{f_y k}{\gamma_s} = \frac{50}{1,15} = 43,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$b_w = 20 \text{ cm}$$

$$b_f = 60 \text{ cm}$$

$$d = 40 \text{ cm (assumido)}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$h_f = 10 \text{ cm}$$

$$A_c = b_w h + (b_f - b_w)h_f = 20 \times 50 + (60 - 20) \times 10 = 1400 \text{ cm}^2$$

$$y_w = \frac{(b_f h^2) - [(b_f - b_w)(h - h_f)^2]}{2\{(b_f h) - [(b_f - b_w)(h - h_f)]\}} = \frac{(60 \times 50^2) - [(60 - 20) \times (50 - 10)^2]}{2\{(60 \times 50) - [(60 - 20) \times (50 - 10)]\}} = 30,71 \text{ cm}$$

$$y_f = h - y_w = 50 - 30,71 = 19,29 \text{ cm}$$

$$I = \left\{ \frac{b_f h^3 - [(b_f - b_w)(h - h_f)^3]}{3} \right\} - A_c y_w^2$$

$$I = \left\{ \frac{60 \times 50^3 - [(60 - 20) \times (50 - 10)^3]}{3} \right\} - 1400 \times 30,71^2 = 326321 \text{ cm}^4$$

$$W_0 = W_{0,w} = \frac{I}{y_w} \Leftarrow \text{fibra mais tracionada (w)}$$

$$W_0 = \frac{326321}{30,71} = 10626 \text{ cm}^3$$

$$M_{sd,min} = 0,8 W_0 f_{ctk,sup} = 0,8 \times 10626 \times 0,417 = 3544,83 \text{ kNm}$$

$$M_{sd} = 460 \text{ kNm} = 46000 \text{ kNm}$$

$$M_{Rd} = \max \begin{bmatrix} M_{d,min} \\ M_{sd} \end{bmatrix} = \max \begin{bmatrix} 3544,83 \\ 46000 \end{bmatrix} = 46000 \text{ kNm}$$

$$A_{s,min} = 0,15\% A_c = \frac{0,15}{100} \times 1400 = 2,10 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,max} = 4\% b_w h = \frac{4}{100} \times 20 \times 50 = 40,00 \text{ cm}^2$$

$$M_{Rd,mesa} = \alpha_c (b_f h_f) \left( d - \frac{h_f}{2} \right) f_{cd} = 0,85 \times (60 \times 10) \times \left( 40 - \frac{10}{2} \right) \times 2,50 = 44625 \text{ kNm}$$

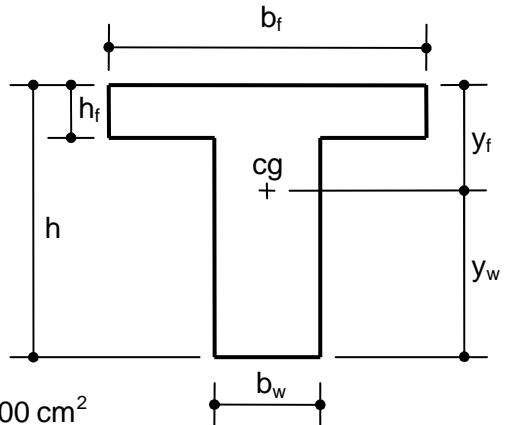
$$\underbrace{M_{Rd}}_{46000} > \underbrace{M_{Rd,mesa}}_{44625} \quad \text{:(sad face)} \rightarrow \text{cálculo como seção T}$$

b. Momentos resistentes

$$M_{Rd3} = \alpha_c \left[ (b_f - b_w) h_f \left( d - \frac{h_f}{2} \right) \right] f_{cd}$$

$$M_{Rd3} = 0,85 \times \left[ (60 - 20) \times 10 \times \left( 40 - \frac{10}{2} \right) \right] \times 2,50 = 29750 \text{ kNm}$$

$$M_{Rd1} = M_{Rd} - M_{Rd3} = 46000 - 29750 = 16250 \text{ kNm}$$



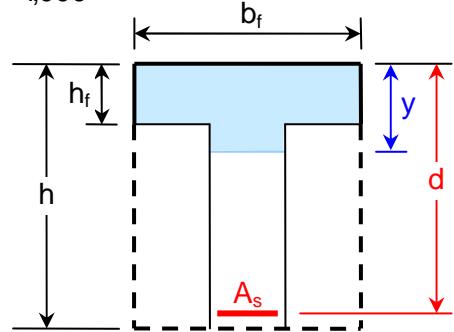
c. Determinação de  $\beta_c$

$$\beta_c = \frac{M_{Rd1}}{b_w d^2 f_{cd}} = \frac{16250}{20 \times 40^2 \times 2,50} = 0,203 \Rightarrow \text{tab} \begin{cases} \beta_x = 0,347 \\ \beta_y = 0,277 \\ \beta_z = 0,861 \\ \beta_s = 1,000 \end{cases}$$

$$\underbrace{\beta_x}_{0,347} < \underbrace{\beta_{x,dtl}}_{0,450} \quad \text{smiley face}$$

$$y = \beta_y d = 0,277 \times 40 = 11,08 \text{ cm}$$

$$\underbrace{y}_{11,08 \text{ cm}} > \underbrace{h_f}_{10,00 \text{ cm}} \quad \text{smiley face}$$



d. Cálculo da armadura  $A_s$

$$A_s = \left[ \frac{M_{Rd1}}{\beta_z d} + \frac{M_{Rd3}}{\left( d - \frac{h_f}{2} \right)} \right] \frac{1}{\beta_s f_{yd}} \begin{cases} \geq A_{s,\min} \\ \leq A_{s,\max} \end{cases}$$

$$A_s = \left[ \frac{16250}{0,861 \times 40} + \frac{29750}{\left( 40 - \frac{10}{2} \right)} \right] \frac{1}{1,000 \times 43,5} = 30,39 \text{ cm}^2 \begin{cases} \geq 2,10 \text{ cm}^2 \\ \leq 40,00 \text{ cm}^2 \end{cases} \quad \text{smiley face}$$

$$A_{s,cal} = 30,39 \text{ cm}^2 \blacktriangleleft$$

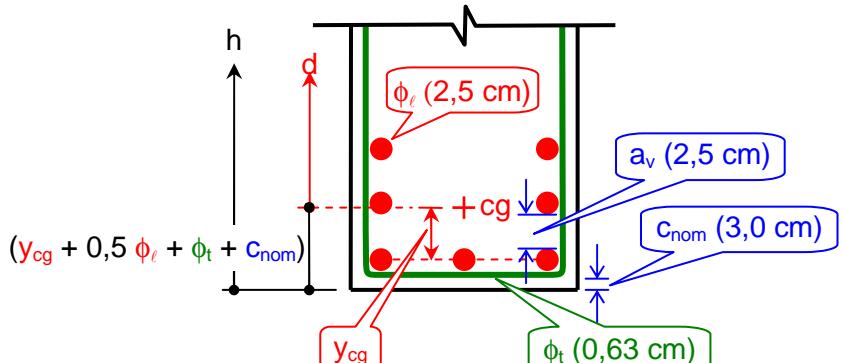
$$A_{s,ef} = 7 \phi 25 \text{ mm} = 7 \times \frac{\pi \times 2,5^2}{4} = 34,36 \text{ cm}^2$$

e. Determinação da altura útil (d)

$$y_{cg} < \frac{h}{10} < \frac{50}{10} < 5,0 \text{ cm}$$

$$y_{cg} = \frac{\sum A_{si} \times y_i}{\sum A_{si}}$$

$$d = h - (y_{cg} + 0,5 \phi_e + \phi_t + c_{nom})$$



$$b_{nec} = (2 \times 3,0) + (2 \times 0,63) + (5 \times 2,5) = 19,76 \text{ cm} < 20 \text{ cm} \quad \text{smiley face}$$

Diagram labels: cobrimento (cover), estribo (spine), cinco barras (duas virtuais entre três reais) (five bars (two virtual between three real)).

$$y_{cg} = \frac{[3 \times (0,0)] + \left[ 2 \times \left( \frac{2,5}{2} + 2,5 + \frac{2,5}{2} \right) \right] + \left[ 2 \times \left( \frac{2,5}{2} + 7,5 + \frac{2,5}{2} \right) \right]}{7} = 4,29 \text{ cm} < 5,0 \text{ cm}$$

$$d = h - \left( y_{cg} + \frac{\phi_e}{2} + \phi_t + c_{nom} \right) = 50 - \left( 4,29 + \frac{2,5}{2} + 0,63 + 3,0 \right) = 40,83 \text{ cm}$$

$$\frac{d_{\text{adot}}}{40,00 \text{ cm}} < \frac{d_{\text{cal}}}{40,83 \text{ cm}}$$



armadura mais afastada do centro de gravidade da seção geométrica → não é necessário refazer os cálculos com  $d = 40,83 \text{ cm}$

#### f. Verificação

$$\beta_s = \left( \frac{\lambda \alpha_c b_w d f_{cd}}{A_s f_{yd}} \right) \beta_x + \left\{ \frac{\alpha_c [(b_f - b_w) h_f] f_{cd}}{A_s f_{yd}} \right\}$$

$$\beta_s = \left( \frac{0,8 \times 0,85 \times 20 \times 40 \times 2,50}{30,39 \times 43,5} \right) \times 0,347 + \left\{ \frac{0,85 \times [(60 - 20) \times 10] \times 2,50}{30,39 \times 43,5} \right\} = 1,000$$



#### g. Observação

$$\rho_{T,\text{max}} = \frac{A_s + A'_s}{b_w h} \leq 4\%$$

$$\rho_{T,\text{max}} = \frac{34,36}{20 \times 50} = 3,44\%$$

Viga com armadura bastante expressiva, com a taxa de armadura (3,44%) muito próxima do limite (4%). Indica que a viga está com pouca altura em relação ao momento solicitante.

Por outro lado, como a viga é bastante solicitada por momento fletor, o mesmo deverá acontecer com a força cortante. Dificilmente a viga poderá ser detalhada com estribo de 6,3 mm. O uso de estribo de 8 mm já tornaria impossível abrigar 3 barras de 25 mm em uma mesma camada ( $b_{\text{nec}}$  resultaria em 20,10 cm superior aos 20 cm de  $b_w$ ).

É conveniente aumentar a altura da viga para, pelo menos, 60 cm.

## 5.11 Composição de $b_f$

### 5.11.1 Conjunto laje-viga

Nas estruturas de concreto armado, as vigas de seção T aparecem naturalmente pois o conjunto laje-viga define este tipo de seção, como mostrado na Figura 5.25.

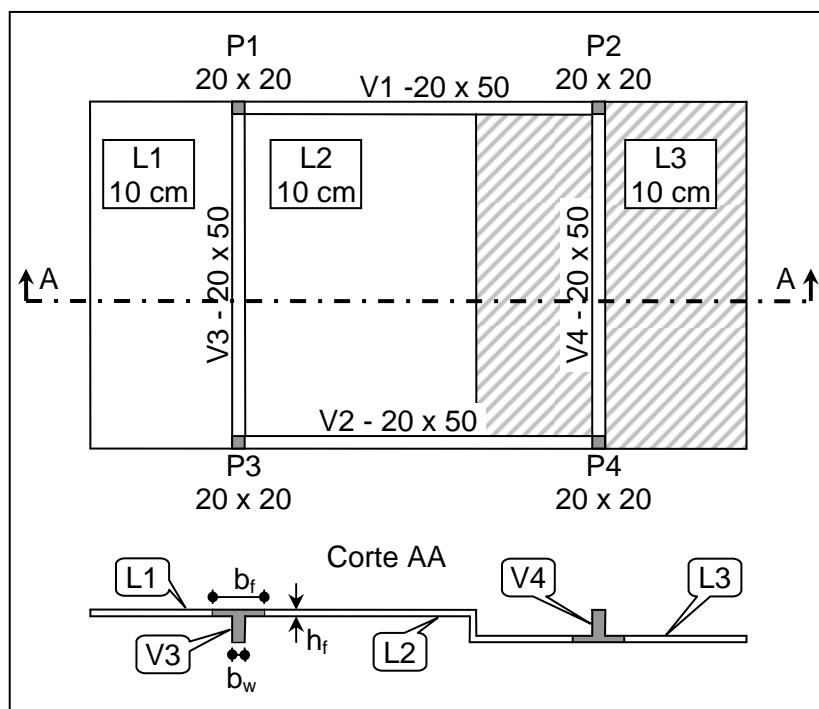


Figura 5.25 - Conjunto laje-viga

Deve ser notado que no dimensionamento da armadura longitudinal (armadura de flexão), a viga de concreto armado composta por nervura (alma) e abas (mesa), como mostrado na

Figura 5.25, só poderá ser considerada como seção T, quando a mesa estiver comprimida. Caso contrário (mesa tracionada), a viga deverá ser considerada como de seção retangular de base  $b_w$ .

De modo geral, pode se dizer que a seção T, com a mesa posicionada na parte superior da viga (T em pé), pode ser usada para o dimensionamento da armadura longitudinal positiva (momentos fletores positivos da viga V3 da Figura 5.25).

Eventualmente, em construções com lajes rebaixadas (apoias na base da viga), é possível configurar-se seções  $\perp$  (T invertido da viga V4 da Figura 5.25). Nestes casos, estas seções poderiam ser usadas no dimensionamento da armadura longitudinal negativa (momentos fletores negativos, se houverem, na viga V4 da Figura 5.25).

## 5.11.2 Largura colaborante de vigas de seção T

### 5.11.2.1 Distância entre pontos de momentos fletores nulos

A consideração da largura colaborante da laje associada à viga (Figura 5.25) deve obedecer às prescrições da ABNT NBR 6118.

ABNT NBR 6118, item 14.6.2.2:

*“A largura colaborante  $b_f$  deve ser dada pela largura da viga  $b_w$  acrescida de no máximo 10% da distância a entre pontos de momento fletor nulo, para cada lado da viga em que haja laje colaborante.”*

*A distância a pode ser estimada, em função do comprimento  $\ell$  do tramo considerado, como se apresenta a seguir:*

- viga simplesmente apoiada:  $a = 1,00 \ell$ ;
- viga com momento em uma só extremidade:  $a = 0,75 \ell$ ;
- viga com momento nas duas extremidades:  $a = 0,60 \ell$ ;
- viga em balanço:  $a = 2,00 \ell$ .

*Alternativamente, o cômputo da distância a pode ser feito ou verificado mediante exame dos diagramas de momentos fletores na estrutura.*

*No caso de vigas contínuas, permite-se calculá-las com uma largura colaborante única para todas as seções, inclusive nos apoios sob momentos negativos, desde que essa largura seja calculada a partir do trecho de momentos positivos onde a largura resulte mínima.”*

Os valores de a podem ser estabelecidos como:

$a = \ell$	<i>⟨viga simplesmente apoiada⟩</i>
$a = 0,75 \ell$	<i>⟨viga com momento em uma só extremidade⟩</i>
$a = 0,60 \ell$	<i>⟨viga com momento nas duas extremidades⟩</i>
$a = 2\ell$	<i>⟨viga em balanço⟩</i>

Equação 5.33

A Figura 5.26 mostra os valores simplificados de a, como estabelecidos pela ABNT NBR 6118.

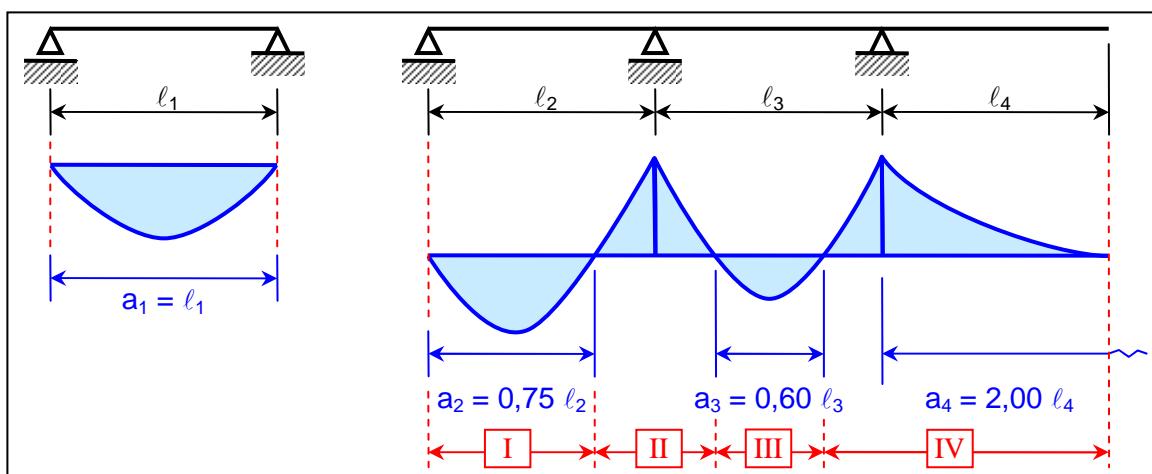


Figura 5.26 - Distância entre pontos de momento fletor nulo

Deve ser observado na Figura 5.26 que para a viga isostática ( $\ell_1$ ) só tem sentido o uso de seções T com a mesa posicionada na parte superior da viga (T em pé), pois nesta viga só atuam momentos fletores positivos. Neste caso:

$$a = a_1 = \ell_1$$

Para a viga contínua ( $\ell_2 + \ell_3 + \ell_4$ ), as seções T com a mesa posicionada na parte superior da viga (T em pé) podem ser admitidas nos trechos I e III, onde atuam momentos fletores positivos. As seções L com a mesa posicionada na parte inferior da viga (T invertido) podem ser admitidas nos trechos II e IV, onde atuam momentos fletores negativos.

Para o caso em que a viga contínua mostrada na Figura 5.26 tiver, em toda sua extensão, seção transversal em forma de T com a mesa posicionada na parte superior da viga (T em pé), na determinação do valor de  $b_f$  (a ser usado no dimensionamento dos momentos fletores positivos dos trechos I e III), deve ser tomado para a o menor dos seguintes valores:

$$a \leq \begin{cases} a_2 = 0,75 \ell_2 \\ a_3 = 0,60 \ell_3 \end{cases}$$

Para o caso em que a viga contínua mostrada na Figura 5.26 tiver, em toda sua extensão, seção transversal em forma de L com a mesa posicionada na parte inferior da viga (T invertido), na determinação do valor de  $b_f$  (a ser usado no dimensionamento dos momentos fletores negativos dos trechos II e IV), deve ser tomado para a o menor dos seguintes valores:

$$a \leq \begin{cases} 0,25 \ell_2 + 0,20 \ell_3 \\ 0,20 \ell_3 + 2,00 \ell_4 \end{cases}$$

### 5.11.2.2 Vigas isoladas e painel de vigas

Na determinação de  $b_f$  não pode ser apenas considerada a distância a entre os pontos de momento fletor nulo, como apresentado em 5.11.2.1. Algumas disposições decorrentes da própria natureza da viga, ou do conjunto delas, devem ser consideradas, como mostrado na Figura 5.27.

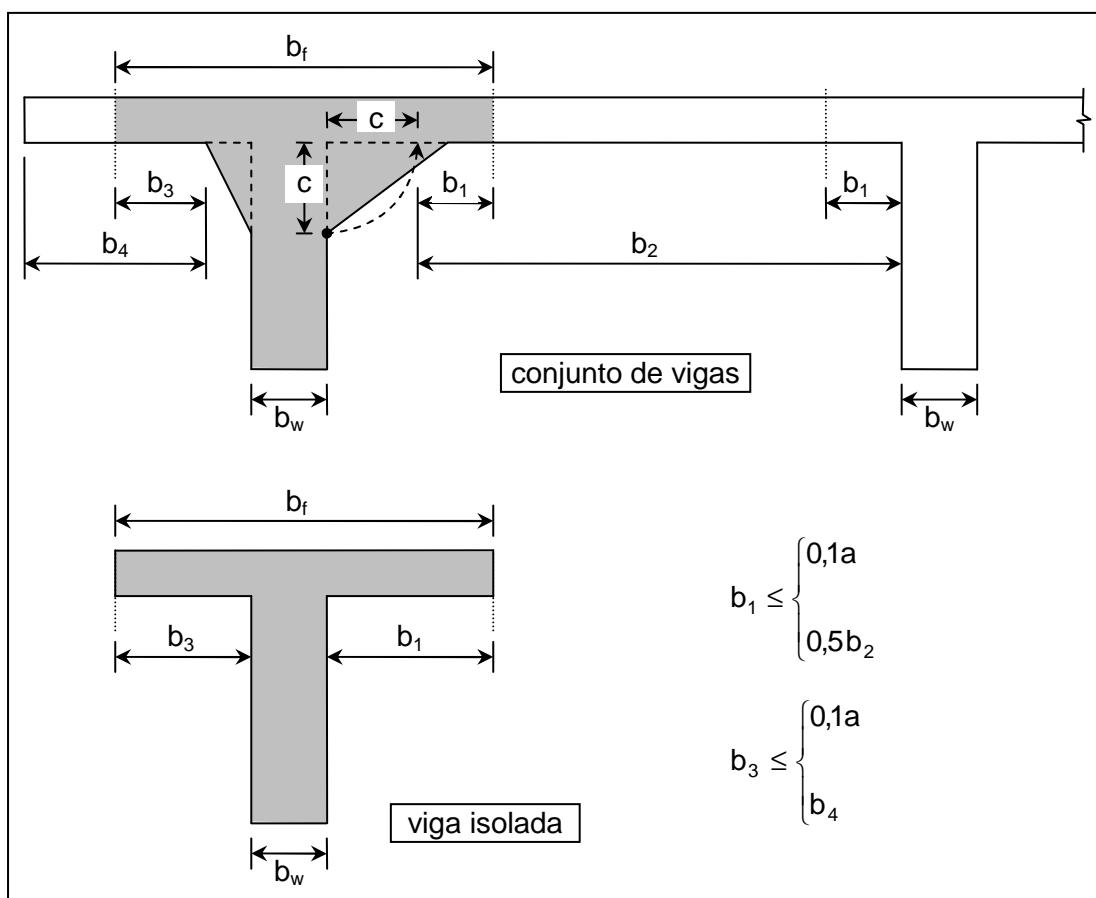


Figura 5.27 - Largura de mesa colaborante

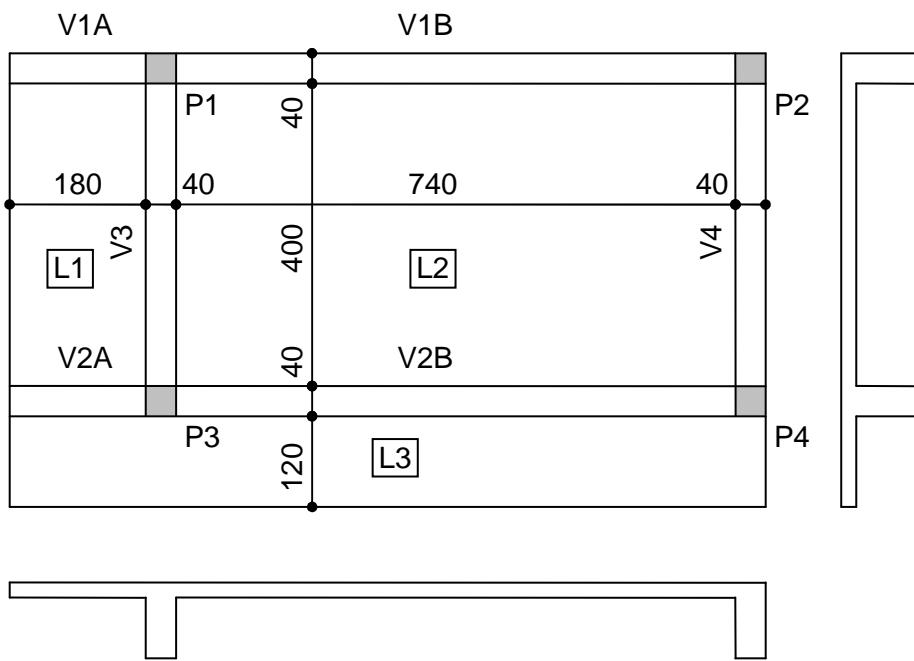
As relações entre os valores de  $a$  mostrados na Figura 5.26 e os valores de  $b_i$  apresentados na Figura 5.27 correspondem a:

$$b_1 \leq \begin{cases} 0,1a \\ 0,5b_2 \end{cases} \quad b_3 \leq \begin{cases} 0,1a \\ b_4 \end{cases}$$

Equação 5.34

Exemplo 5.6: Determinar o valor de  $b_f$  para a viga V2.

Considerar vigas simplesmente apoiadas nos pilares.

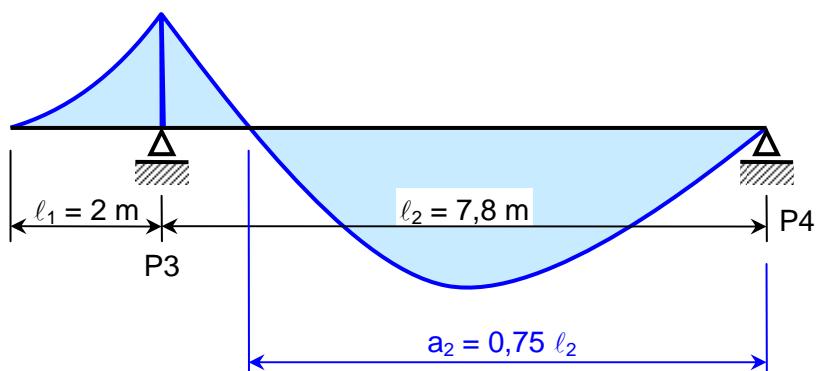


Solução: A solução do problema consiste na aplicação direta da Equação 5.33 e da Equação 5.34.

- a. Definição de  $a$  (vista longitudinal de V2)

$$a = a_2 = 0,75 \ell_2$$

$$a = 0,75 \times 780 = 585 \text{ cm}$$



- b. Definição de  $b_f$  (seção transversal de V2)

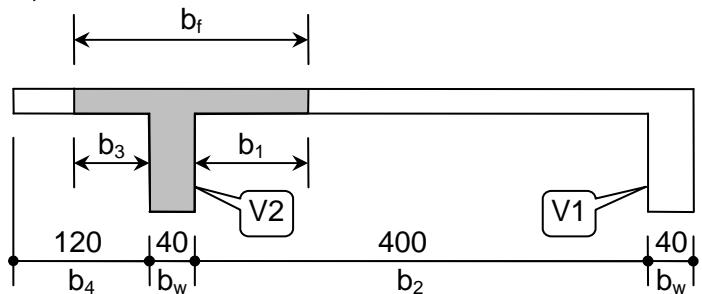
$$b_2 = 400 \text{ cm}$$

$$b_4 = 120 \text{ cm}$$

$$b_1 \leq \begin{cases} 0,1a \\ 0,5b_2 \end{cases}$$

$$b_1 \leq \begin{cases} 0,1 \times 585 = 58,5 \text{ cm} \\ 0,5b_2 = 0,5 \times 400 = 200 \text{ cm} \end{cases}$$

$$b_3 \leq \begin{cases} 0,1a \\ b_4 \end{cases}$$



$$b_3 \leq \begin{cases} 0,1 \times 585 = 58,5 \text{ cm} \\ 120 \text{ cm} \end{cases} \Leftarrow$$

$$b_f = b_3 + b_w + b_1$$

$$b_f = 58,5 + 40 + 58,5 = 157 \text{ cm}$$

$$b_f = 157 \text{ cm} \blacktriangleleft$$

## 5.12 Disposições construtivas

### 5.12.1 Dimensões limites

As vigas de concreto armado, de modo geral, não devem possuir largura inferior a 12 cm.

ABNT NBR 6118, item 13.2.2:

*"A seção transversal das vigas não deve apresentar largura menor que 12 cm e das vigas-parede, menor que 15 cm. Estes limites podem ser reduzidos, respeitado um mínimo absoluto de 10 cm em caso excepcionais, sendo obrigatoriamente respeitadas as seguintes condições:*

- *alojamento das armaduras e suas interferências com as armaduras de outros elementos estruturais, respeitando os espaçamentos e coberturas estabelecidos nesta Norma;*
- *lançamento e vibração do concreto de acordo com a ABNT NBR 14931."*

### 5.12.2 Concentração de armaduras

Os esforços nas armaduras, tracionadas ou comprimidas, podem ser considerados concentrados no centro de gravidade correspondente (Figura 5.28), se a distância deste centro de gravidade ao centro da armadura mais afastada, medida normalmente à linha neutra, for menor que 10% h (ABNT NBR 6118 - 17.2.4.1).

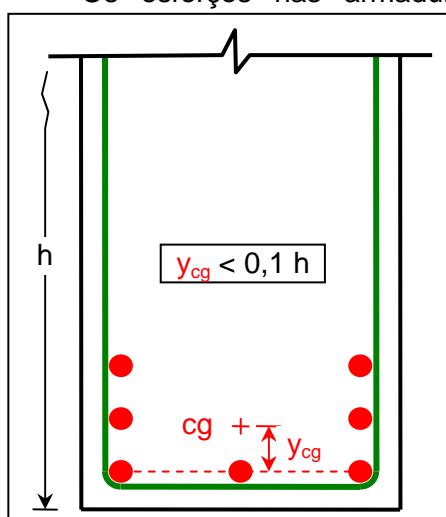


Figura 5.28 - Centro de gravidade de armaduras

### 5.12.3 Armadura de tração nas seções de apoio

Segundo o item 18.3.2.4 da ABNT NBR 6118, as armaduras longitudinais positivas de vigas devem ser prolongadas até os apoios (Figura 5.29), de tal forma que:

- $A_{s,apoio} \geq 0,33 A_{s,vão}$ , se  $M_{apoio}$  for nulo ou negativo de valor absoluto  $|M_{apoio}| \leq 0,5 M_{vão}$ ; ou
- $A_{s,apoio} \geq 0,25 A_{s,vão}$ , se  $M_{apoio}$  for negativo de valor absoluto  $|M_{apoio}| > 0,5 M_{vão}$ .

No caso de apoios intermediários, onde não haja a possibilidade de ocorrência de momentos positivos, as armaduras provenientes do meio do vão deverão se estender, no mínimo, 10 φ além da face do apoio (item 18.3.2.4.1 da ABNT NBR 6118).

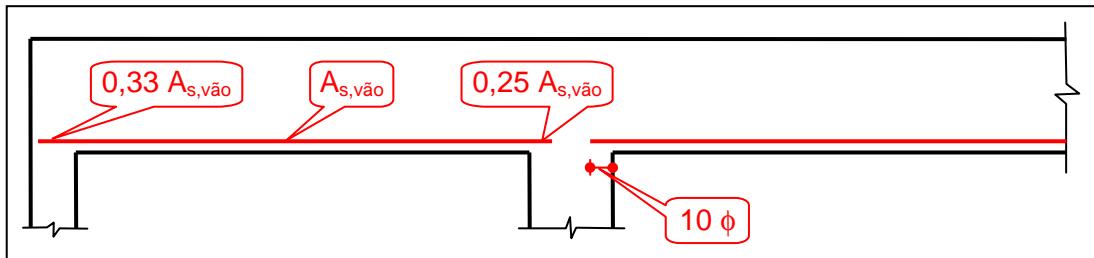


Figura 5.29 - Prolongamento de armadura positiva

#### 5.12.4 Armadura de pele

A ABNT NBR 6118 - 17.3.5.2.3 indica que a mínima armadura lateral deve ser  $0,10\% A_{c,alma}$

em cada face da alma da viga e composta por barras de CA-50 ou CA-60, com espaçamentos não maior que 20 cm e devidamente ancorada nos apoios, não sendo necessária uma armadura superior a  $5 \text{ cm}^2/\text{m}$  por face.(Figura 5.30).

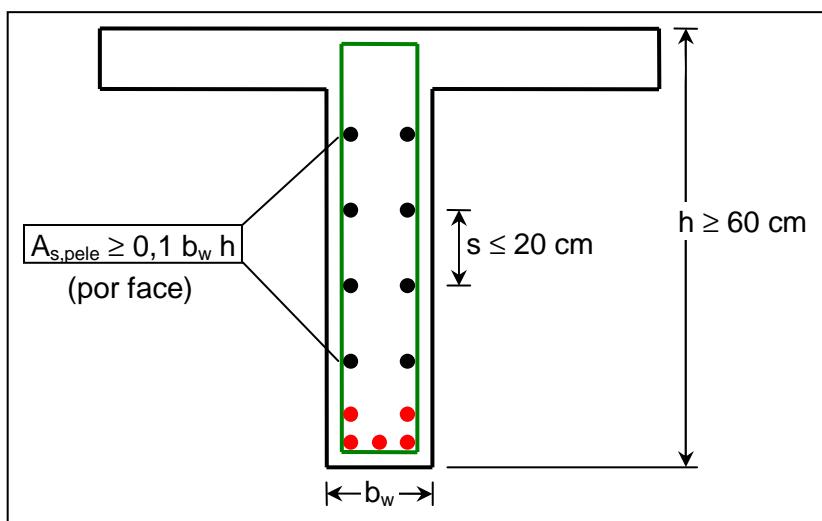


Figura 5.30 - Armadura de pele

Em vigas com altura igual ou inferior a 60 cm, pode ser dispensada utilização da armadura de pele.

## 5.13 Tabelas de Flexão Simples

**CA - 25**

Concreto ≤ C50														
Aço CA-25			$\gamma_s = 1,15$		$\beta'_s$ para $(d'/d) =$									
$\beta_x$	$\beta_y$	$\beta_z$	$\beta_c$	$\beta_s$	0,025	0,050	0,075	0,100	0,125	0,150	0,175	0,200	0,225	0,250
0,010	0,008	0,996	0,007	1,000										
0,020	0,016	0,992	0,013	1,000										
0,030	0,024	0,988	0,020	1,000	0,050									
0,040	0,032	0,984	0,027	1,000	0,151									
0,050	0,040	0,980	0,033	1,000	0,254									
0,060	0,048	0,976	0,040	1,000	0,360	0,103								
0,070	0,056	0,972	0,046	1,000	0,467	0,208								
0,080	0,064	0,968	0,053	1,000	0,578	0,315	0,052							
0,090	0,072	0,964	0,059	1,000	0,690	0,425	0,159							
0,100	0,080	0,960	0,065	1,000	0,805	0,537	0,268							
0,110	0,088	0,956	0,072	1,000	0,923	0,651	0,380	0,109						
0,120	0,096	0,952	0,078	1,000	1,000	0,768	0,494	0,220						
0,130	0,104	0,948	0,084	1,000	1,000	0,888	0,611	0,333	0,056					
0,140	0,112	0,944	0,090	1,000	1,000	1,000	0,730	0,449	0,168					
0,150	0,120	0,940	0,096	1,000	1,000	1,000	0,852	0,568	0,284					
0,160	0,128	0,936	0,102	1,000	1,000	1,000	0,978	0,690	0,403	0,115				
0,170	0,136	0,932	0,108	1,000	1,000	1,000	1,000	0,815	0,524	0,233				
0,180	0,144	0,928	0,114	1,000	1,000	1,000	1,000	0,942	0,648	0,353	0,059			
0,190	0,152	0,924	0,119	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,775	0,477	0,179			
0,200	0,160	0,920	0,125	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,906	0,604	0,302			
0,210	0,168	0,916	0,131	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,734	0,428	0,122		
0,220	0,176	0,912	0,136	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,867	0,557	0,248		
0,230	0,184	0,908	0,142	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,690	0,376	0,063	
0,240	0,192	0,904	0,148	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,826	0,508	0,191	
0,250	0,200	0,900	0,153	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,966	0,644	0,322	
0,260	0,208	0,896	0,158	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,779	0,455	0,130
0,270	0,216	0,892	0,164	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,876	0,563	0,250
0,280	0,224	0,888	0,169	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,965	0,663	0,362
0,290	0,232	0,884	0,174	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,757	0,466
0,300	0,240	0,880	0,180	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,844	0,563
0,310	0,248	0,876	0,185	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,926	0,654
0,320	0,256	0,872	0,190	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,739
0,330	0,264	0,868	0,195	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,819
0,340	0,272	0,864	0,200	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,894
0,350	0,280	0,860	0,205	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,965
0,360	0,288	0,856	0,210	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,370	0,296	0,852	0,214	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,380	0,304	0,848	0,219	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,390	0,312	0,844	0,224	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,400	0,320	0,840	0,228	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,410	0,328	0,836	0,233	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,420	0,336	0,832	0,238	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,430	0,344	0,828	0,242	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,440	0,352	0,824	0,247	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
$\beta_{x,dtl}$		0,360	0,820	0,251	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,460	0,368	0,816	0,255	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,470	0,376	0,812	0,260	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,480	0,384	0,808	0,264	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,490	0,392	0,804	0,268	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,500	0,400	0,800	0,272	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Concreto C55														
Aço CA-25		$\gamma_s = 1,15$		$\beta'_s$ para $(d'/d) =$										
$\beta_x$	$\beta_y$	$\beta_z$	$\beta_c$	$\beta_s$	0,025	0,050	0,075	0,100	0,125	0,150	0,175	0,200	0,225	0,250
0,010	0,008	0,996	0,007	1,000										
0,020	0,016	0,992	0,013	1,000										
0,030	0,024	0,988	0,019	1,000	0,050									
0,040	0,032	0,984	0,026	1,000	0,151									
0,050	0,039	0,980	0,032	1,000	0,254									
0,060	0,047	0,976	0,038	1,000	0,360	0,103								
0,070	0,055	0,972	0,044	1,000	0,467	0,208								
0,080	0,063	0,969	0,051	1,000	0,578	0,315	0,052							
0,090	0,071	0,965	0,057	1,000	0,690	0,425	0,159							
0,100	0,079	0,961	0,063	1,000	0,805	0,537	0,268							
0,110	0,087	0,957	0,069	1,000	0,923	0,651	0,380	0,109						
0,120	0,095	0,953	0,075	1,000	1,000	0,768	0,494	0,220						
0,130	0,102	0,949	0,081	1,000	1,000	0,888	0,611	0,333	0,056					
0,140	0,110	0,945	0,086	1,000	1,000	1,000	0,730	0,449	0,168					
0,150	0,118	0,941	0,092	1,000	1,000	1,000	0,852	0,568	0,284					
0,160	0,126	0,937	0,098	1,000	1,000	1,000	0,978	0,690	0,403	0,115				
0,170	0,134	0,933	0,104	1,000	1,000	1,000	1,000	0,815	0,524	0,233				
0,180	0,142	0,929	0,109	1,000	1,000	1,000	1,000	0,942	0,648	0,353	0,059			
0,190	0,150	0,925	0,115	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,775	0,477	0,179			
0,200	0,158	0,921	0,120	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,906	0,604	0,302			
0,210	0,165	0,917	0,126	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,734	0,428	0,122		
0,220	0,173	0,913	0,131	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,867	0,557	0,248		
0,230	0,181	0,909	0,137	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,690	0,376	0,063	
0,240	0,189	0,906	0,142	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,818	0,503	0,189	
0,250	0,197	0,902	0,147	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,906	0,604	0,302	
0,260	0,205	0,898	0,152	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,987	0,697	0,406	0,116
0,270	0,213	0,894	0,157	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,783	0,503	0,224
0,280	0,221	0,890	0,163	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,863	0,593	0,323
0,290	0,228	0,886	0,168	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,937	0,677	0,416
0,300	0,236	0,882	0,173	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,755	0,503
0,310	0,244	0,878	0,178	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,828	0,584
0,320	0,252	0,874	0,183	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,896	0,660
0,330	0,260	0,870	0,187	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,961	0,732
0,340	0,268	0,866	0,192	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,799
0,350	0,276	0,862	0,197	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,863
0,360	0,284	0,858	0,202	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,922
0,370	0,291	0,854	0,206	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,979
0,380	0,299	0,850	0,211	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,390	0,307	0,846	0,215	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,400	0,315	0,843	0,220	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,410	0,323	0,839	0,224	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,420	0,331	0,835	0,229	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,430	0,339	0,831	0,233	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,440	0,347	0,827	0,237	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,450	0,354	0,823	0,242	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,460	0,362	0,819	0,246	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,470	0,370	0,815	0,250	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,480	0,378	0,811	0,254	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,490	0,386	0,807	0,258	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,500	0,394	0,803	0,262	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Concreto C60														
Aço CA-25		$\gamma_s = 1,15$		$\beta'_s$ para $(d'/d) =$										
$\beta_x$	$\beta_y$	$\beta_z$	$\beta_c$	$\beta_s$	0,025	0,050	0,075	0,100	0,125	0,150	0,175	0,200	0,225	0,250
0,010	0,008	0,996	0,006	1,000										
0,020	0,016	0,992	0,012	1,000										
0,030	0,023	0,988	0,019	1,000	0,050									
0,040	0,031	0,985	0,025	1,000	0,151									
0,050	0,039	0,981	0,031	1,000	0,254									
0,060	0,047	0,977	0,037	1,000	0,360	0,103								
0,070	0,054	0,973	0,043	1,000	0,467	0,208								
0,080	0,062	0,969	0,049	1,000	0,578	0,315	0,052							
0,090	0,070	0,965	0,054	1,000	0,690	0,425	0,159							
0,100	0,078	0,961	0,060	1,000	0,805	0,537	0,268							
0,110	0,085	0,957	0,066	1,000	0,923	0,651	0,380	0,109						
0,120	0,093	0,954	0,072	1,000	1,000	0,768	0,494	0,220						
0,130	0,101	0,950	0,077	1,000	1,000	0,888	0,611	0,333	0,056					
0,140	0,109	0,946	0,083	1,000	1,000	1,000	0,730	0,449	0,168					
0,150	0,116	0,942	0,088	1,000	1,000	1,000	0,852	0,568	0,284					
0,160	0,124	0,938	0,094	1,000	1,000	1,000	0,978	0,690	0,403	0,115				
0,170	0,132	0,934	0,099	1,000	1,000	1,000	1,000	0,815	0,524	0,233				
0,180	0,140	0,930	0,105	1,000	1,000	1,000	1,000	0,942	0,648	0,353	0,059			
0,190	0,147	0,926	0,110	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,775	0,477	0,179			
0,200	0,155	0,923	0,115	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,906	0,604	0,302			
0,210	0,163	0,919	0,121	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,734	0,428	0,122		
0,220	0,171	0,915	0,126	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,867	0,557	0,248		
0,230	0,178	0,911	0,131	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,969	0,666	0,363	0,061	
0,240	0,186	0,907	0,136	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,754	0,464	0,174	
0,250	0,194	0,903	0,141	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,836	0,557	0,279	
0,260	0,202	0,899	0,146	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,911	0,643	0,375	0,107
0,270	0,209	0,895	0,151	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,980	0,722	0,464	0,206
0,280	0,217	0,892	0,156	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,796	0,547	0,298
0,290	0,225	0,888	0,161	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,864	0,624	0,384
0,300	0,233	0,884	0,166	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,928	0,696	0,464
0,310	0,240	0,880	0,171	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,988	0,764	0,539
0,320	0,248	0,876	0,175	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,827	0,609
0,330	0,256	0,872	0,180	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,886	0,675
0,340	0,264	0,868	0,185	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,942	0,737
0,350	0,271	0,864	0,189	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,995	0,796
0,360	0,279	0,861	0,194	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,851
0,370	0,287	0,857	0,198	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,903
0,380	0,295	0,853	0,203	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,953
0,390	0,302	0,849	0,207	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,400	0,310	0,845	0,212	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,410	0,318	0,841	0,216	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,420	0,326	0,837	0,220	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,430	0,333	0,833	0,224	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,440	0,341	0,830	0,228	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,450	0,349	0,826	0,233	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,460	0,357	0,822	0,237	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,470	0,364	0,818	0,241	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,480	0,372	0,814	0,245	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,490	0,380	0,810	0,248	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,500	0,388	0,806	0,252	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Concreto C70														
Aço CA-25		$\gamma_s = 1,15$		$\beta'_s$ para $(d'/d) =$										
$\beta_x$	$\beta_y$	$\beta_z$	$\beta_c$	$\beta_s$	0,025	0,050	0,075	0,100	0,125	0,150	0,175	0,200	0,225	0,250
0,010	0,008	0,996	0,006	1,000										
0,020	0,015	0,993	0,011	1,000										
0,030	0,023	0,989	0,017	1,000	0,050									
0,040	0,030	0,985	0,023	1,000	0,151									
0,050	0,038	0,981	0,028	1,000	0,254									
0,060	0,045	0,978	0,034	1,000	0,360	0,103								
0,070	0,053	0,974	0,039	1,000	0,467	0,208								
0,080	0,060	0,970	0,045	1,000	0,578	0,315	0,052							
0,090	0,068	0,966	0,050	1,000	0,690	0,425	0,159							
0,100	0,075	0,963	0,055	1,000	0,805	0,537	0,268							
0,110	0,083	0,959	0,061	1,000	0,923	0,651	0,380	0,109						
0,120	0,090	0,955	0,066	1,000	1,000	0,768	0,494	0,220						
0,130	0,098	0,951	0,071	1,000	1,000	0,888	0,611	0,333	0,056					
0,140	0,105	0,948	0,076	1,000	1,000	1,000	0,730	0,449	0,168					
0,150	0,113	0,944	0,081	1,000	1,000	1,000	0,852	0,568	0,284					
0,160	0,120	0,940	0,086	1,000	1,000	1,000	0,978	0,690	0,403	0,115				
0,170	0,128	0,936	0,091	1,000	1,000	1,000	1,000	0,815	0,524	0,233				
0,180	0,135	0,933	0,096	1,000	1,000	1,000	1,000	0,942	0,648	0,353	0,059			
0,190	0,143	0,929	0,101	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,775	0,477	0,179			
0,200	0,150	0,925	0,106	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,906	0,604	0,302			
0,210	0,158	0,921	0,111	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,733	0,428	0,122		
0,220	0,165	0,918	0,116	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,816	0,525	0,233		
0,230	0,173	0,914	0,121	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,892	0,614	0,335	0,056	
0,240	0,180	0,910	0,125	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,962	0,695	0,428	0,160	
0,250	0,188	0,906	0,130	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,770	0,513	0,257	
0,260	0,195	0,903	0,135	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,839	0,592	0,345	0,099
0,270	0,203	0,899	0,139	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,903	0,665	0,428	0,190
0,280	0,210	0,895	0,144	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,962	0,733	0,504	0,275
0,290	0,218	0,891	0,148	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,796	0,575	0,354
0,300	0,225	0,888	0,153	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,855	0,641	0,428
0,310	0,233	0,884	0,157	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,910	0,703	0,497
0,320	0,240	0,880	0,162	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,962	0,762	0,561
0,330	0,248	0,876	0,166	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,816	0,622
0,340	0,255	0,873	0,170	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,868	0,679
0,350	0,263	0,869	0,174	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,916	0,733
0,360	0,270	0,865	0,179	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,962	0,784
0,370	0,278	0,861	0,183	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,832
0,380	0,285	0,858	0,187	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,878
0,390	0,293	0,854	0,191	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,921
0,400	0,300	0,850	0,195	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,962
0,410	0,308	0,846	0,199	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,420	0,315	0,843	0,203	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,430	0,323	0,839	0,207	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,440	0,330	0,835	0,211	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,450	0,338	0,831	0,215	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,460	0,345	0,828	0,218	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,470	0,353	0,824	0,222	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,480	0,360	0,820	0,226	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,490	0,368	0,816	0,229	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,500	0,375	0,813	0,233	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

**Concreto C80**

Aço CA-25		$\gamma_s = 1,15$		$\beta'_s$ para $(d'/d) =$											
$\beta_x$	$\beta_y$	$\beta_z$	$\beta_c$	$\beta_s$	0,025	0,050	0,075	0,100	0,125	0,150	0,175	0,200	0,225	0,250	
0,010	0,007	0,996	0,005	1,000											
0,020	0,015	0,993	0,010	1,000											
0,030	0,022	0,989	0,016	1,000	0,050										
0,040	0,029	0,986	0,021	1,000	0,151										
0,050	0,036	0,982	0,026	1,000	0,254										
0,060	0,044	0,978	0,031	1,000	0,360	0,103									
0,070	0,051	0,975	0,036	1,000	0,467	0,208									
0,080	0,058	0,971	0,041	1,000	0,578	0,315	0,052								
0,090	0,065	0,967	0,046	1,000	0,690	0,425	0,159								
0,100	0,073	0,964	0,050	1,000	0,805	0,537	0,268								
0,110	0,080	0,960	0,055	1,000	0,923	0,651	0,380	0,109							
0,120	0,087	0,957	0,060	1,000	1,000	0,768	0,494	0,220							
0,130	0,094	0,953	0,065	1,000	1,000	0,888	0,611	0,333	0,056						
0,140	0,102	0,949	0,070	1,000	1,000	1,000	0,730	0,449	0,168						
0,150	0,109	0,946	0,074	1,000	1,000	1,000	0,852	0,568	0,284						
0,160	0,116	0,942	0,079	1,000	1,000	1,000	0,978	0,690	0,403	0,115					
0,170	0,123	0,938	0,084	1,000	1,000	1,000	1,000	0,815	0,524	0,233					
0,180	0,131	0,935	0,088	1,000	1,000	1,000	1,000	0,942	0,648	0,353	0,059				
0,190	0,138	0,931	0,093	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,775	0,477	0,179				
0,200	0,145	0,928	0,097	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,906	0,604	0,302				
0,210	0,152	0,924	0,102	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,719	0,419	0,120			
0,220	0,160	0,920	0,106	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,800	0,514	0,229			
0,230	0,167	0,917	0,110	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,875	0,601	0,328	0,055		
0,240	0,174	0,913	0,115	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,943	0,681	0,419	0,157		
0,250	0,181	0,909	0,119	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,754	0,503	0,251		
0,260	0,189	0,906	0,123	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,822	0,580	0,339	0,097	
0,270	0,196	0,902	0,128	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,885	0,652	0,419	0,186	
0,280	0,203	0,899	0,132	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,943	0,719	0,494	0,269	
0,290	0,210	0,895	0,136	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,997	0,781	0,564	0,347	
0,300	0,218	0,891	0,140	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,838	0,629	0,419	
0,310	0,225	0,888	0,144	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,892	0,690	0,487	
0,320	0,232	0,884	0,148	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,943	0,747	0,550	
0,330	0,239	0,880	0,152	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,991	0,800	0,610	
0,340	0,247	0,877	0,156	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,851	0,666	
0,350	0,254	0,873	0,160	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,898	0,719	
0,360	0,261	0,870	0,164	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,943	0,768	
0,370	0,268	0,866	0,168	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,986	0,816	
0,380	0,276	0,862	0,172	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,860	
0,390	0,283	0,859	0,175	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,903	
0,400	0,290	0,855	0,179	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,943	
0,410	0,297	0,851	0,183	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,981	
0,420	0,305	0,848	0,187	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	
0,430	0,312	0,844	0,190	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	
0,440	0,319	0,841	0,194	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	
0,450	0,326	0,837	0,197	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	
0,460	0,334	0,833	0,201	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	
0,470	0,341	0,830	0,204	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	
0,480	0,348	0,826	0,208	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	
0,490	0,355	0,822	0,211	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	
0,500	0,363	0,819	0,214	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	

Concreto C90														
Aço CA-25		$\gamma_s = 1,15$		$\beta'_s$ para $(d'/d) =$										
$\beta_x$	$\beta_y$	$\beta_z$	$\beta_c$	$\beta_s$	0,025	0,050	0,075	0,100	0,125	0,150	0,175	0,200	0,225	0,250
0,010	0,007	0,997	0,005	1,000										
0,020	0,014	0,993	0,009	1,000										
0,030	0,021	0,990	0,014	1,000	0,050									
0,040	0,028	0,986	0,019	1,000	0,151									
0,050	0,035	0,983	0,023	1,000	0,254									
0,060	0,042	0,979	0,028	1,000	0,360	0,103								
0,070	0,049	0,976	0,033	1,000	0,467	0,208								
0,080	0,056	0,972	0,037	1,000	0,578	0,315	0,052							
0,090	0,063	0,969	0,041	1,000	0,690	0,425	0,159							
0,100	0,070	0,965	0,046	1,000	0,805	0,537	0,268							
0,110	0,077	0,962	0,050	1,000	0,923	0,651	0,380	0,109						
0,120	0,084	0,958	0,055	1,000	1,000	0,768	0,494	0,220						
0,130	0,091	0,955	0,059	1,000	1,000	0,888	0,611	0,333	0,056					
0,140	0,098	0,951	0,063	1,000	1,000	1,000	0,730	0,449	0,168					
0,150	0,105	0,948	0,068	1,000	1,000	1,000	0,852	0,568	0,284					
0,160	0,112	0,944	0,072	1,000	1,000	1,000	0,978	0,690	0,403	0,115				
0,170	0,119	0,941	0,076	1,000	1,000	1,000	1,000	0,815	0,524	0,233				
0,180	0,126	0,937	0,080	1,000	1,000	1,000	1,000	0,942	0,648	0,353	0,059			
0,190	0,133	0,934	0,084	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,775	0,477	0,179			
0,200	0,140	0,930	0,089	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,906	0,604	0,302			
0,210	0,147	0,927	0,093	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,718	0,419	0,120		
0,220	0,154	0,923	0,097	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,799	0,514	0,228		
0,230	0,161	0,920	0,101	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,874	0,601	0,328	0,055	
0,240	0,168	0,916	0,105	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,942	0,680	0,419	0,157	
0,250	0,175	0,913	0,109	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,753	0,502	0,251	
0,260	0,182	0,909	0,112	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,821	0,580	0,338	0,097
0,270	0,189	0,906	0,116	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,884	0,651	0,419	0,186
0,280	0,196	0,902	0,120	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,942	0,718	0,493	0,269
0,290	0,203	0,899	0,124	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,996	0,779	0,563	0,346
0,300	0,210	0,895	0,128	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,837	0,628	0,419
0,310	0,217	0,892	0,132	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,891	0,689	0,486
0,320	0,224	0,888	0,135	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,942	0,746	0,549
0,330	0,231	0,885	0,139	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,989	0,799	0,609
0,340	0,238	0,881	0,143	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,850	0,665
β <sub>x,dtl</sub>	0,245	0,878	0,146	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,897	0,718
0,360	0,252	0,874	0,150	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,942	0,767
0,370	0,259	0,871	0,153	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,984	0,815
0,380	0,266	0,867	0,157	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,859
0,390	0,273	0,864	0,160	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,902
0,400	0,280	0,860	0,164	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,942
0,410	0,287	0,857	0,167	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,980
0,420	0,294	0,853	0,171	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,430	0,301	0,850	0,174	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,440	0,308	0,846	0,177	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,450	0,315	0,843	0,180	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,460	0,322	0,839	0,184	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,470	0,329	0,836	0,187	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,480	0,336	0,832	0,190	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,490	0,343	0,829	0,193	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,500	0,350	0,825	0,196	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

**CA-50**

Concreto ≤ C50															
Aço CA-50		$\gamma_s = 1,15$		$\beta'_s$ para $(d'/d) =$											
$\beta_x$	$\beta_y$	$\beta_z$	$\beta_c$	$\beta_s$	0,025	0,050	0,075	0,100	0,125	0,150	0,175	0,200	0,225	0,250	
0,010	0,008	0,996	0,007	1,000											
0,020	0,016	0,992	0,013	1,000											
0,030	0,024	0,988	0,020	1,000	0,025										
0,040	0,032	0,984	0,027	1,000	0,075										
0,050	0,040	0,980	0,033	1,000	0,127										
0,060	0,048	0,976	0,040	1,000	0,180	0,051									
0,070	0,056	0,972	0,046	1,000	0,234	0,104									
0,080	0,064	0,968	0,053	1,000	0,289	0,158	0,026								
0,090	0,072	0,964	0,059	1,000	0,345	0,212	0,080								
0,100	0,080	0,960	0,065	1,000	0,403	0,268	0,134								
0,110	0,088	0,956	0,072	1,000	0,461	0,326	0,190	0,054							
0,120	0,096	0,952	0,078	1,000	0,521	0,384	0,247	0,110							
0,130	0,104	0,948	0,084	1,000	0,583	0,444	0,305	0,167	0,028						
0,140	0,112	0,944	0,090	1,000	0,646	0,505	0,365	0,225	0,084						
0,150	0,120	0,940	0,096	1,000	0,710	0,568	0,426	0,284	0,142						
0,160	0,128	0,936	0,102	1,000	0,776	0,633	0,489	0,345	0,201	0,058					
0,170	0,136	0,932	0,108	1,000	0,844	0,698	0,553	0,407	0,262	0,116					
0,180	0,144	0,928	0,114	1,000	0,913	0,766	0,618	0,471	0,324	0,177	0,029				
0,190	0,152	0,924	0,119	1,000	0,984	0,835	0,686	0,537	0,388	0,239	0,089				
0,200	0,160	0,920	0,125	1,000	1,000	0,906	0,755	0,604	0,453	0,302	0,151				
0,210	0,168	0,916	0,131	1,000	1,000	0,978	0,825	0,673	0,520	0,367	0,214	0,061			
0,220	0,176	0,912	0,136	1,000	1,000	1,000	0,898	0,743	0,588	0,433	0,279	0,124			
0,230	0,184	0,908	0,142	1,000	1,000	1,000	0,972	0,815	0,659	0,502	0,345	0,188	0,031		
0,240	0,192	0,904	0,148	1,000	1,000	1,000	1,000	0,890	0,731	0,572	0,413	0,254	0,095		
0,250	0,200	0,900	0,153	1,000	1,000	1,000	1,000	0,966	0,805	0,644	0,483	0,322	0,161		
0,260	0,208	0,896	0,158	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,877	0,714	0,552	0,390	0,227	0,065	
0,270	0,216	0,892	0,164	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,907	0,750	0,594	0,438	0,281	0,125	
0,280	0,224	0,888	0,169	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,935	0,784	0,633	0,482	0,332	0,181	
0,290	0,232	0,884	0,174	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,961	0,815	0,670	0,524	0,378	0,233	
0,300	0,240	0,880	0,180	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,985	0,844	0,704	0,563	0,422	0,281	
0,310	0,248	0,876	0,185	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,872	0,735	0,599	0,463	0,327	
0,320	0,256	0,872	0,190	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,897	0,765	0,633	0,501	0,369	
0,330	0,264	0,868	0,195	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,921	0,793	0,665	0,537	0,409	
0,340	0,272	0,864	0,200	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,944	0,819	0,695	0,571	0,447	
0,350	0,280	0,860	0,205	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,965	0,844	0,724	0,603	0,482	
0,360	0,288	0,856	0,210	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,985	0,868	0,750	0,633	0,516	
0,370	0,296	0,852	0,214	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,890	0,776	0,662	0,548	
0,380	0,304	0,848	0,219	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,911	0,800	0,689	0,578	
0,390	0,312	0,844	0,224	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,931	0,823	0,714	0,606	
0,400	0,320	0,840	0,228	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,950	0,844	0,739	0,633	
0,410	0,328	0,836	0,233	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,968	0,865	0,762	0,659	
0,420	0,336	0,832	0,238	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,985	0,884	0,784	0,683	
0,430	0,344	0,828	0,242	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,903	0,805	0,707	
0,440	0,352	0,824	0,247	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,921	0,825	0,729	
$\beta_{x,dtl}$		0,360	0,820	0,251	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,938	0,844	0,750
0,460	0,368	0,816	0,255	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,954	0,863	0,771
0,470	0,376	0,812	0,260	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,970	0,880	0,790
0,480	0,384	0,808	0,264	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,985	0,897	0,809
0,490	0,392	0,804	0,268	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,913	0,827
0,500	0,400	0,800	0,272	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,929	0,844

Concreto C55														
Aço CA-50		$\gamma_s = 1,15$		$\beta'_s$ para $(d'/d) =$										
$\beta_x$	$\beta_y$	$\beta_z$	$\beta_c$	$\beta_s$	0,025	0,050	0,075	0,100	0,125	0,150	0,175	0,200	0,225	0,250
0,010	0,008	0,996	0,007	1,000										
0,020	0,016	0,992	0,013	1,000										
0,030	0,024	0,988	0,019	1,000	0,025									
0,040	0,032	0,984	0,026	1,000	0,075									
0,050	0,039	0,980	0,032	1,000	0,127									
0,060	0,047	0,976	0,038	1,000	0,180	0,051								
0,070	0,055	0,972	0,044	1,000	0,234	0,104								
0,080	0,063	0,969	0,051	1,000	0,289	0,158	0,026							
0,090	0,071	0,965	0,057	1,000	0,345	0,212	0,080							
0,100	0,079	0,961	0,063	1,000	0,403	0,268	0,134							
0,110	0,087	0,957	0,069	1,000	0,461	0,326	0,190	0,054						
0,120	0,095	0,953	0,075	1,000	0,521	0,384	0,247	0,110						
0,130	0,102	0,949	0,081	1,000	0,583	0,444	0,305	0,167	0,028					
0,140	0,110	0,945	0,086	1,000	0,646	0,505	0,365	0,225	0,084					
0,150	0,118	0,941	0,092	1,000	0,710	0,568	0,426	0,284	0,142					
0,160	0,126	0,937	0,098	1,000	0,776	0,633	0,489	0,345	0,201	0,058				
0,170	0,134	0,933	0,104	1,000	0,844	0,698	0,553	0,407	0,262	0,116				
0,180	0,142	0,929	0,109	1,000	0,913	0,766	0,618	0,471	0,324	0,177	0,029			
0,190	0,150	0,925	0,115	1,000	0,984	0,835	0,686	0,537	0,388	0,239	0,089			
0,200	0,158	0,921	0,120	1,000	1,000	0,906	0,755	0,604	0,453	0,302	0,151			
0,210	0,165	0,917	0,126	1,000	1,000	0,978	0,825	0,673	0,520	0,367	0,214	0,061		
0,220	0,173	0,913	0,131	1,000	1,000	1,000	0,898	0,743	0,588	0,433	0,279	0,124		
0,230	0,181	0,909	0,137	1,000	1,000	1,000	0,972	0,815	0,659	0,502	0,345	0,188	0,031	
0,240	0,189	0,906	0,142	1,000	1,000	1,000	1,000	0,881	0,723	0,566	0,409	0,252	0,094	
0,250	0,197	0,902	0,147	1,000	1,000	1,000	1,000	0,906	0,755	0,604	0,453	0,302	0,151	
0,260	0,205	0,898	0,152	1,000	1,000	1,000	1,000	0,929	0,784	0,639	0,493	0,348	0,203	0,058
0,270	0,213	0,894	0,157	1,000	1,000	1,000	1,000	0,950	0,811	0,671	0,531	0,391	0,252	0,112
0,280	0,221	0,890	0,163	1,000	1,000	1,000	1,000	0,970	0,836	0,701	0,566	0,431	0,297	0,162
0,290	0,228	0,886	0,168	1,000	1,000	1,000	1,000	0,989	0,859	0,729	0,599	0,468	0,338	0,208
0,300	0,236	0,882	0,173	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,881	0,755	0,629	0,503	0,377	0,252
0,310	0,244	0,878	0,178	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,901	0,779	0,657	0,536	0,414	0,292
0,320	0,252	0,874	0,183	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,920	0,802	0,684	0,566	0,448	0,330
0,330	0,260	0,870	0,187	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,938	0,823	0,709	0,595	0,480	0,366
0,340	0,268	0,866	0,192	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,955	0,844	0,733	0,622	0,511	0,400
0,350	0,276	0,862	0,197	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,970	0,863	0,755	0,647	0,539	0,431
0,360	0,284	0,858	0,202	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,985	0,881	0,776	0,671	0,566	0,461
0,370	0,291	0,854	0,206	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,898	0,796	0,694	0,592	0,490
0,380	0,299	0,850	0,211	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,914	0,814	0,715	0,616	0,516
0,390	0,307	0,846	0,215	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,929	0,832	0,735	0,639	0,542
0,400	0,315	0,843	0,220	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,943	0,849	0,755	0,660	0,566
0,410	0,323	0,839	0,224	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,957	0,865	0,773	0,681	0,589
0,420	0,331	0,835	0,229	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,970	0,881	0,791	0,701	0,611
0,430	0,339	0,831	0,233	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,983	0,895	0,807	0,720	0,632
0,440	0,347	0,827	0,237	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,995	0,909	0,823	0,738	0,652
0,450	0,354	0,823	0,242	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,922	0,839	0,755	0,671
0,460	0,362	0,819	0,246	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,935	0,853	0,771	0,689
0,470	0,370	0,815	0,250	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,947	0,867	0,787	0,707
0,480	0,378	0,811	0,254	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,959	0,881	0,802	0,723
0,490	0,386	0,807	0,258	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,970	0,893	0,816	0,739
0,500	0,394	0,803	0,262	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,981	0,906	0,830	0,755

Concreto C60														
Aço CA-50		$\gamma_s = 1,15$		$\beta'_s$ para $(d'/d) =$										
$\beta_x$	$\beta_y$	$\beta_z$	$\beta_c$	$\beta_s$	0,025	0,050	0,075	0,100	0,125	0,150	0,175	0,200	0,225	0,250
0,010	0,008	0,996	0,006	1,000										
0,020	0,016	0,992	0,012	1,000										
0,030	0,023	0,988	0,019	1,000	0,025									
0,040	0,031	0,985	0,025	1,000	0,075									
0,050	0,039	0,981	0,031	1,000	0,127									
0,060	0,047	0,977	0,037	1,000	0,180	0,051								
0,070	0,054	0,973	0,043	1,000	0,234	0,104								
0,080	0,062	0,969	0,049	1,000	0,289	0,158	0,026							
0,090	0,070	0,965	0,054	1,000	0,345	0,212	0,080							
0,100	0,078	0,961	0,060	1,000	0,403	0,268	0,134							
0,110	0,085	0,957	0,066	1,000	0,461	0,326	0,190	0,054						
0,120	0,093	0,954	0,072	1,000	0,521	0,384	0,247	0,110						
0,130	0,101	0,950	0,077	1,000	0,583	0,444	0,305	0,167	0,028					
0,140	0,109	0,946	0,083	1,000	0,646	0,505	0,365	0,225	0,084					
0,150	0,116	0,942	0,088	1,000	0,710	0,568	0,426	0,284	0,142					
0,160	0,124	0,938	0,094	1,000	0,776	0,633	0,489	0,345	0,201	0,058				
0,170	0,132	0,934	0,099	1,000	0,844	0,698	0,553	0,407	0,262	0,116				
0,180	0,140	0,930	0,105	1,000	0,913	0,766	0,618	0,471	0,324	0,177	0,029			
0,190	0,147	0,926	0,110	1,000	0,984	0,835	0,686	0,537	0,388	0,239	0,089			
0,200	0,155	0,923	0,115	1,000	1,000	0,906	0,755	0,604	0,453	0,302	0,151			
0,210	0,163	0,919	0,121	1,000	1,000	0,978	0,825	0,673	0,520	0,367	0,214	0,061		
0,220	0,171	0,915	0,126	1,000	1,000	1,000	0,898	0,743	0,588	0,433	0,279	0,124		
0,230	0,178	0,911	0,131	1,000	1,000	1,000	0,939	0,787	0,636	0,484	0,333	0,182	0,030	
0,240	0,186	0,907	0,136	1,000	1,000	1,000	0,958	0,812	0,667	0,522	0,377	0,232	0,087	
0,250	0,194	0,903	0,141	1,000	1,000	1,000	0,975	0,836	0,696	0,557	0,418	0,279	0,139	
0,260	0,202	0,899	0,146	1,000	1,000	1,000	0,991	0,857	0,723	0,589	0,455	0,321	0,187	0,054
0,270	0,209	0,895	0,151	1,000	1,000	1,000	1,000	0,877	0,748	0,619	0,490	0,361	0,232	0,103
0,280	0,217	0,892	0,156	1,000	1,000	1,000	1,000	0,895	0,771	0,647	0,522	0,398	0,274	0,149
0,290	0,225	0,888	0,161	1,000	1,000	1,000	1,000	0,912	0,792	0,672	0,552	0,432	0,312	0,192
0,300	0,233	0,884	0,166	1,000	1,000	1,000	1,000	0,928	0,812	0,696	0,580	0,464	0,348	0,232
0,310	0,240	0,880	0,171	1,000	1,000	1,000	1,000	0,943	0,831	0,719	0,607	0,494	0,382	0,270
0,320	0,248	0,876	0,175	1,000	1,000	1,000	1,000	0,958	0,849	0,740	0,631	0,522	0,413	0,305
0,330	0,256	0,872	0,180	1,000	1,000	1,000	1,000	0,971	0,865	0,760	0,654	0,549	0,443	0,338
0,340	0,264	0,868	0,185	1,000	1,000	1,000	1,000	0,983	0,881	0,778	0,676	0,573	0,471	0,369
0,350	0,271	0,864	0,189	1,000	1,000	1,000	1,000	0,995	0,895	0,796	0,696	0,597	0,497	0,398
0,360	0,279	0,861	0,194	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,909	0,812	0,716	0,619	0,522	0,426
0,370	0,287	0,857	0,198	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,922	0,828	0,734	0,640	0,546	0,452
0,380	0,295	0,853	0,203	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,935	0,843	0,751	0,660	0,568	0,476
0,390	0,302	0,849	0,207	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,946	0,857	0,768	0,679	0,589	0,500
0,400	0,310	0,845	0,212	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,958	0,870	0,783	0,696	0,609	0,522
0,410	0,318	0,841	0,216	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,968	0,883	0,798	0,713	0,628	0,544
0,420	0,326	0,837	0,220	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,978	0,895	0,812	0,730	0,647	0,564
0,430	0,333	0,833	0,224	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,988	0,907	0,826	0,745	0,664	0,583
0,440	0,341	0,830	0,228	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,997	0,918	0,839	0,760	0,681	0,601
0,450	0,349	0,826	0,233	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,928	0,851	0,774	0,696	0,619
0,460	0,357	0,822	0,237	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,939	0,863	0,787	0,712	0,636
0,470	0,364	0,818	0,241	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,948	0,874	0,800	0,726	0,652
0,480	0,372	0,814	0,245	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,958	0,885	0,812	0,740	0,667
0,490	0,380	0,810	0,248	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,966	0,895	0,824	0,753	0,682
0,500	0,388	0,806	0,252	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,975	0,905	0,836	0,766	0,696

Concreto C70														
Aço CA-50		$\gamma_s = 1,15$		$\beta'_s$ para $(d'/d) =$										
$\beta_x$	$\beta_y$	$\beta_z$	$\beta_c$	$\beta_s$	0,025	0,050	0,075	0,100	0,125	0,150	0,175	0,200	0,225	0,250
0,010	0,008	0,996	0,006	1,000										
0,020	0,015	0,993	0,011	1,000										
0,030	0,023	0,989	0,017	1,000	0,025									
0,040	0,030	0,985	0,023	1,000	0,075									
0,050	0,038	0,981	0,028	1,000	0,127									
0,060	0,045	0,978	0,034	1,000	0,180	0,051								
0,070	0,053	0,974	0,039	1,000	0,234	0,104								
0,080	0,060	0,970	0,045	1,000	0,289	0,158	0,026							
0,090	0,068	0,966	0,050	1,000	0,345	0,212	0,080							
0,100	0,075	0,963	0,055	1,000	0,403	0,268	0,134							
0,110	0,083	0,959	0,061	1,000	0,461	0,326	0,190	0,054						
0,120	0,090	0,955	0,066	1,000	0,521	0,384	0,247	0,110						
0,130	0,098	0,951	0,071	1,000	0,583	0,444	0,305	0,167	0,028					
0,140	0,105	0,948	0,076	1,000	0,646	0,505	0,365	0,225	0,084					
0,150	0,113	0,944	0,081	1,000	0,710	0,568	0,426	0,284	0,142					
0,160	0,120	0,940	0,086	1,000	0,776	0,633	0,489	0,345	0,201	0,058				
0,170	0,128	0,936	0,091	1,000	0,844	0,698	0,553	0,407	0,262	0,116				
0,180	0,135	0,933	0,096	1,000	0,913	0,766	0,618	0,471	0,324	0,177	0,029			
0,190	0,143	0,929	0,101	1,000	0,984	0,835	0,686	0,537	0,388	0,239	0,089			
0,200	0,150	0,925	0,106	1,000	1,000	0,906	0,755	0,604	0,453	0,302	0,151			
0,210	0,158	0,921	0,111	1,000	1,000	0,977	0,825	0,672	0,519	0,367	0,214	0,061		
0,220	0,165	0,918	0,116	1,000	1,000	0,991	0,846	0,700	0,554	0,408	0,262	0,117		
0,230	0,173	0,914	0,121	1,000	1,000	1,000	0,865	0,725	0,586	0,446	0,307	0,167	0,028	
0,240	0,180	0,910	0,125	1,000	1,000	1,000	0,882	0,748	0,615	0,481	0,347	0,214	0,080	
0,250	0,188	0,906	0,130	1,000	1,000	1,000	0,898	0,770	0,641	0,513	0,385	0,257	0,128	
0,260	0,195	0,903	0,135	1,000	1,000	1,000	0,913	0,789	0,666	0,543	0,419	0,296	0,173	0,049
0,270	0,203	0,899	0,139	1,000	1,000	1,000	0,927	0,808	0,689	0,570	0,451	0,333	0,214	0,095
0,280	0,210	0,895	0,144	1,000	1,000	1,000	0,939	0,825	0,710	0,596	0,481	0,367	0,252	0,137
0,290	0,218	0,891	0,148	1,000	1,000	1,000	0,951	0,840	0,730	0,619	0,509	0,398	0,288	0,177
0,300	0,225	0,888	0,153	1,000	1,000	1,000	0,962	0,855	0,748	0,641	0,535	0,428	0,321	0,214
0,310	0,233	0,884	0,157	1,000	1,000	1,000	0,972	0,869	0,766	0,662	0,559	0,455	0,352	0,248
0,320	0,240	0,880	0,162	1,000	1,000	1,000	0,982	0,882	0,782	0,682	0,581	0,481	0,381	0,281
0,330	0,248	0,876	0,166	1,000	1,000	1,000	0,991	0,894	0,797	0,700	0,603	0,505	0,408	0,311
0,340	0,255	0,873	0,170	1,000	1,000	1,000	1,000	0,906	0,811	0,717	0,623	0,528	0,434	0,340
β <sub>x,dtl</sub>	0,263	0,869	0,174	1,000	1,000	1,000	1,000	0,916	0,825	0,733	0,641	0,550	0,458	0,367
0,360	0,270	0,865	0,179	1,000	1,000	1,000	1,000	0,927	0,837	0,748	0,659	0,570	0,481	0,392
0,370	0,278	0,861	0,183	1,000	1,000	1,000	1,000	0,936	0,849	0,763	0,676	0,589	0,503	0,416
0,380	0,285	0,858	0,187	1,000	1,000	1,000	1,000	0,945	0,861	0,776	0,692	0,608	0,523	0,439
0,390	0,293	0,854	0,191	1,000	1,000	1,000	1,000	0,954	0,872	0,789	0,707	0,625	0,543	0,461
0,400	0,300	0,850	0,195	1,000	1,000	1,000	1,000	0,962	0,882	0,802	0,722	0,641	0,561	0,481
0,410	0,308	0,846	0,199	1,000	1,000	1,000	1,000	0,970	0,892	0,814	0,735	0,657	0,579	0,501
0,420	0,315	0,843	0,203	1,000	1,000	1,000	1,000	0,977	0,901	0,825	0,748	0,672	0,596	0,519
0,430	0,323	0,839	0,207	1,000	1,000	1,000	1,000	0,985	0,910	0,835	0,761	0,686	0,612	0,537
0,440	0,330	0,835	0,211	1,000	1,000	1,000	1,000	0,991	0,918	0,846	0,773	0,700	0,627	0,554
0,450	0,338	0,831	0,215	1,000	1,000	1,000	1,000	0,998	0,927	0,855	0,784	0,713	0,641	0,570
0,460	0,345	0,828	0,218	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,934	0,865	0,795	0,725	0,655	0,586
0,470	0,353	0,824	0,222	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,942	0,873	0,805	0,737	0,669	0,600
0,480	0,360	0,820	0,226	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,949	0,882	0,815	0,748	0,682	0,615
0,490	0,368	0,816	0,229	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,956	0,890	0,825	0,759	0,694	0,628
0,500	0,375	0,813	0,233	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,962	0,898	0,834	0,770	0,706	0,641

Concreto C80														
Aço CA-50		$\gamma_s = 1,15$		$\beta'_s$ para $(d'/d) =$										
$\beta_x$	$\beta_y$	$\beta_z$	$\beta_c$	$\beta_s$	0,025	0,050	0,075	0,100	0,125	0,150	0,175	0,200	0,225	0,250
0,010	0,007	0,996	0,005	1,000										
0,020	0,015	0,993	0,010	1,000										
0,030	0,022	0,989	0,016	1,000	0,025									
0,040	0,029	0,986	0,021	1,000	0,075									
0,050	0,036	0,982	0,026	1,000	0,127									
0,060	0,044	0,978	0,031	1,000	0,180	0,051								
0,070	0,051	0,975	0,036	1,000	0,234	0,104								
0,080	0,058	0,971	0,041	1,000	0,289	0,158	0,026							
0,090	0,065	0,967	0,046	1,000	0,345	0,212	0,080							
0,100	0,073	0,964	0,050	1,000	0,403	0,268	0,134							
0,110	0,080	0,960	0,055	1,000	0,461	0,326	0,190	0,054						
0,120	0,087	0,957	0,060	1,000	0,521	0,384	0,247	0,110						
0,130	0,094	0,953	0,065	1,000	0,583	0,444	0,305	0,167	0,028					
0,140	0,102	0,949	0,070	1,000	0,646	0,505	0,365	0,225	0,084					
0,150	0,109	0,946	0,074	1,000	0,710	0,568	0,426	0,284	0,142					
0,160	0,116	0,942	0,079	1,000	0,776	0,633	0,489	0,345	0,201	0,058				
0,170	0,123	0,938	0,084	1,000	0,844	0,698	0,553	0,407	0,262	0,116				
0,180	0,131	0,935	0,088	1,000	0,913	0,766	0,618	0,471	0,324	0,177	0,029			
0,190	0,138	0,931	0,093	1,000	0,984	0,835	0,686	0,537	0,388	0,239	0,089			
0,200	0,145	0,928	0,097	1,000	1,000	0,906	0,755	0,604	0,453	0,302	0,151			
0,210	0,152	0,924	0,102	1,000	1,000	0,958	0,808	0,659	0,509	0,359	0,210	0,060		
0,220	0,160	0,920	0,106	1,000	1,000	0,972	0,829	0,686	0,543	0,400	0,257	0,114		
0,230	0,167	0,917	0,110	1,000	1,000	0,984	0,847	0,711	0,574	0,437	0,301	0,164	0,027	
0,240	0,174	0,913	0,115	1,000	1,000	0,996	0,865	0,734	0,603	0,472	0,341	0,210	0,079	
0,250	0,181	0,909	0,119	1,000	1,000	1,000	0,880	0,754	0,629	0,503	0,377	0,251	0,126	
0,260	0,189	0,906	0,123	1,000	1,000	1,000	0,895	0,774	0,653	0,532	0,411	0,290	0,169	0,048
0,270	0,196	0,902	0,128	1,000	1,000	1,000	0,908	0,792	0,675	0,559	0,442	0,326	0,210	0,093
0,280	0,203	0,899	0,132	1,000	1,000	1,000	0,921	0,808	0,696	0,584	0,472	0,359	0,247	0,135
0,290	0,210	0,895	0,136	1,000	1,000	1,000	0,932	0,824	0,715	0,607	0,499	0,390	0,282	0,173
0,300	0,218	0,891	0,140	1,000	1,000	1,000	0,943	0,838	0,734	0,629	0,524	0,419	0,314	0,210
0,310	0,225	0,888	0,144	1,000	1,000	1,000	0,953	0,852	0,750	0,649	0,548	0,446	0,345	0,243
0,320	0,232	0,884	0,148	1,000	1,000	1,000	0,963	0,865	0,766	0,668	0,570	0,472	0,373	0,275
0,330	0,239	0,880	0,152	1,000	1,000	1,000	0,972	0,876	0,781	0,686	0,591	0,495	0,400	0,305
0,340	0,247	0,877	0,156	1,000	1,000	1,000	0,980	0,888	0,795	0,703	0,610	0,518	0,425	0,333
0,350	0,254	0,873	0,160	1,000	1,000	1,000	0,988	0,898	0,808	0,719	0,629	0,539	0,449	0,359
0,360	0,261	0,870	0,164	1,000	1,000	1,000	0,996	0,908	0,821	0,734	0,646	0,559	0,472	0,384
0,370	0,268	0,866	0,168	1,000	1,000	1,000	1,000	0,918	0,833	0,748	0,663	0,578	0,493	0,408
0,380	0,276	0,862	0,172	1,000	1,000	1,000	1,000	0,927	0,844	0,761	0,678	0,596	0,513	0,430
0,390	0,283	0,859	0,175	1,000	1,000	1,000	1,000	0,935	0,854	0,774	0,693	0,613	0,532	0,451
0,400	0,290	0,855	0,179	1,000	1,000	1,000	1,000	0,943	0,865	0,786	0,707	0,629	0,550	0,472
0,410	0,297	0,851	0,183	1,000	1,000	1,000	1,000	0,951	0,874	0,797	0,721	0,644	0,567	0,491
0,420	0,305	0,848	0,187	1,000	1,000	1,000	1,000	0,958	0,883	0,808	0,734	0,659	0,584	0,509
0,430	0,312	0,844	0,190	1,000	1,000	1,000	1,000	0,965	0,892	0,819	0,746	0,673	0,600	0,526
0,440	0,319	0,841	0,194	1,000	1,000	1,000	1,000	0,972	0,900	0,829	0,757	0,686	0,614	0,543
0,450	0,326	0,837	0,197	1,000	1,000	1,000	1,000	0,978	0,908	0,838	0,768	0,699	0,629	0,559
0,460	0,334	0,833	0,201	1,000	1,000	1,000	1,000	0,984	0,916	0,847	0,779	0,711	0,642	0,574
0,470	0,341	0,830	0,204	1,000	1,000	1,000	1,000	0,990	0,923	0,856	0,789	0,722	0,656	0,589
0,480	0,348	0,826	0,208	1,000	1,000	1,000	1,000	0,996	0,930	0,865	0,799	0,734	0,668	0,603
0,490	0,355	0,822	0,211	1,000	1,000	1,000	1,000	0,993	0,937	0,873	0,808	0,744	0,680	0,616
0,500	0,363	0,819	0,214	1,000	1,000	1,000	1,000	0,993	0,943	0,880	0,817	0,754	0,692	0,629

Concreto C90														
Aço CA-50		$\gamma_s = 1,15$		$\beta'_s$ para $(d'/d) =$										
$\beta_x$	$\beta_y$	$\beta_z$	$\beta_c$	$\beta_s$	0,025	0,050	0,075	0,100	0,125	0,150	0,175	0,200	0,225	0,250
0,010	0,007	0,997	0,005	1,000										
0,020	0,014	0,993	0,009	1,000										
0,030	0,021	0,990	0,014	1,000	0,025									
0,040	0,028	0,986	0,019	1,000	0,075									
0,050	0,035	0,983	0,023	1,000	0,127									
0,060	0,042	0,979	0,028	1,000	0,180	0,051								
0,070	0,049	0,976	0,033	1,000	0,234	0,104								
0,080	0,056	0,972	0,037	1,000	0,289	0,158	0,026							
0,090	0,063	0,969	0,041	1,000	0,345	0,212	0,080							
0,100	0,070	0,965	0,046	1,000	0,403	0,268	0,134							
0,110	0,077	0,962	0,050	1,000	0,461	0,326	0,190	0,054						
0,120	0,084	0,958	0,055	1,000	0,521	0,384	0,247	0,110						
0,130	0,091	0,955	0,059	1,000	0,583	0,444	0,305	0,167	0,028					
0,140	0,098	0,951	0,063	1,000	0,646	0,505	0,365	0,225	0,084					
0,150	0,105	0,948	0,068	1,000	0,710	0,568	0,426	0,284	0,142					
0,160	0,112	0,944	0,072	1,000	0,776	0,633	0,489	0,345	0,201	0,058				
0,170	0,119	0,941	0,076	1,000	0,844	0,698	0,553	0,407	0,262	0,116				
0,180	0,126	0,937	0,080	1,000	0,913	0,766	0,618	0,471	0,324	0,177	0,029			
0,190	0,133	0,934	0,084	1,000	0,984	0,835	0,686	0,537	0,388	0,239	0,089			
0,200	0,140	0,930	0,089	1,000	1,000	0,906	0,755	0,604	0,453	0,302	0,151			
0,210	0,147	0,927	0,093	1,000	1,000	0,957	0,807	0,658	0,508	0,359	0,209	0,060		
0,220	0,154	0,923	0,097	1,000	1,000	0,970	0,828	0,685	0,542	0,400	0,257	0,114		
0,230	0,161	0,920	0,101	1,000	1,000	0,983	0,846	0,710	0,573	0,437	0,300	0,164	0,027	
0,240	0,168	0,916	0,105	1,000	1,000	0,994	0,863	0,733	0,602	0,471	0,340	0,209	0,078	
0,250	0,175	0,913	0,109	1,000	1,000	1,000	0,879	0,753	0,628	0,502	0,377	0,251	0,126	
0,260	0,182	0,909	0,112	1,000	1,000	1,000	0,894	0,773	0,652	0,531	0,411	0,290	0,169	0,048
0,270	0,189	0,906	0,116	1,000	1,000	1,000	0,907	0,791	0,674	0,558	0,442	0,326	0,209	0,093
0,280	0,196	0,902	0,120	1,000	1,000	1,000	0,919	0,807	0,695	0,583	0,471	0,359	0,247	0,135
0,290	0,203	0,899	0,124	1,000	1,000	1,000	0,931	0,823	0,715	0,606	0,498	0,390	0,281	0,173
0,300	0,210	0,895	0,128	1,000	1,000	1,000	0,942	0,837	0,733	0,628	0,523	0,419	0,314	0,209
0,310	0,217	0,892	0,132	1,000	1,000	1,000	0,952	0,851	0,749	0,648	0,547	0,446	0,344	0,243
0,320	0,224	0,888	0,135	1,000	1,000	1,000	0,961	0,863	0,765	0,667	0,569	0,471	0,373	0,275
0,330	0,231	0,885	0,139	1,000	1,000	1,000	0,970	0,875	0,780	0,685	0,590	0,495	0,400	0,304
0,340	0,238	0,881	0,143	1,000	1,000	1,000	0,979	0,886	0,794	0,702	0,609	0,517	0,425	0,332
β <sub>x,dtl</sub>	0,245	0,878	0,146	1,000	1,000	1,000	0,987	0,897	0,807	0,718	0,628	0,538	0,449	0,359
0,360	0,252	0,874	0,150	1,000	1,000	1,000	0,994	0,907	0,820	0,733	0,645	0,558	0,471	0,384
0,370	0,259	0,871	0,153	1,000	1,000	1,000	1,000	0,916	0,832	0,747	0,662	0,577	0,492	0,407
0,380	0,266	0,867	0,157	1,000	1,000	1,000	1,000	0,925	0,843	0,760	0,677	0,595	0,512	0,430
0,390	0,273	0,864	0,160	1,000	1,000	1,000	1,000	0,934	0,853	0,773	0,692	0,612	0,531	0,451
0,400	0,280	0,860	0,164	1,000	1,000	1,000	1,000	0,942	0,863	0,785	0,706	0,628	0,549	0,471
0,410	0,287	0,857	0,167	1,000	1,000	1,000	1,000	0,950	0,873	0,796	0,720	0,643	0,567	0,490
0,420	0,294	0,853	0,171	1,000	1,000	1,000	1,000	0,957	0,882	0,807	0,733	0,658	0,583	0,508
0,430	0,301	0,850	0,174	1,000	1,000	1,000	1,000	0,964	0,891	0,818	0,745	0,672	0,599	0,526
0,440	0,308	0,846	0,177	1,000	1,000	1,000	1,000	0,970	0,899	0,828	0,756	0,685	0,614	0,542
0,450	0,315	0,843	0,180	1,000	1,000	1,000	1,000	0,977	0,907	0,837	0,767	0,698	0,628	0,558
0,460	0,322	0,839	0,184	1,000	1,000	1,000	1,000	0,983	0,915	0,846	0,778	0,710	0,642	0,573
0,470	0,329	0,836	0,187	1,000	1,000	1,000	1,000	0,989	0,922	0,855	0,788	0,721	0,655	0,588
0,480	0,336	0,832	0,190	1,000	1,000	1,000	1,000	0,994	0,929	0,863	0,798	0,733	0,667	0,602
0,490	0,343	0,829	0,193	1,000	1,000	1,000	1,000	0,997	0,935	0,871	0,807	0,743	0,679	0,615
0,500	0,350	0,825	0,196	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,942	0,879	0,816	0,753	0,691	0,628

**CA-60**

Concreto ≤ C50															
Aço CA-60		$\gamma_s = 1,15$		$\beta'_s$ para $(d'/d) =$											
$\beta_x$	$\beta_y$	$\beta_z$	$\beta_c$	$\beta_s$	0,025	0,050	0,075	0,100	0,125	0,150	0,175	0,200	0,225	0,250	
0,010	0,008	0,996	0,007	1,000											
0,020	0,016	0,992	0,013	1,000											
0,030	0,024	0,988	0,020	1,000	0,021										
0,040	0,032	0,984	0,027	1,000	0,063										
0,050	0,040	0,980	0,033	1,000	0,106										
0,060	0,048	0,976	0,040	1,000	0,150	0,043									
0,070	0,056	0,972	0,046	1,000	0,195	0,087									
0,080	0,064	0,968	0,053	1,000	0,241	0,131	0,022								
0,090	0,072	0,964	0,059	1,000	0,288	0,177	0,066								
0,100	0,080	0,960	0,065	1,000	0,335	0,224	0,112								
0,110	0,088	0,956	0,072	1,000	0,384	0,271	0,158	0,045							
0,120	0,096	0,952	0,078	1,000	0,435	0,320	0,206	0,091							
0,130	0,104	0,948	0,084	1,000	0,486	0,370	0,254	0,139	0,023						
0,140	0,112	0,944	0,090	1,000	0,538	0,421	0,304	0,187	0,070						
0,150	0,120	0,940	0,096	1,000	0,592	0,474	0,355	0,237	0,118						
0,160	0,128	0,936	0,102	1,000	0,647	0,527	0,407	0,288	0,168	0,048					
0,170	0,136	0,932	0,108	1,000	0,703	0,582	0,461	0,339	0,218	0,097					
0,180	0,144	0,928	0,114	1,000	0,761	0,638	0,515	0,393	0,270	0,147	0,025				
0,190	0,152	0,924	0,119	1,000	0,820	0,696	0,571	0,447	0,323	0,199	0,075				
0,200	0,160	0,920	0,125	1,000	0,880	0,755	0,629	0,503	0,377	0,252	0,126				
0,210	0,168	0,916	0,131	1,000	0,943	0,815	0,688	0,560	0,433	0,306	0,178	0,051			
0,220	0,176	0,912	0,136	1,000	1,000	0,877	0,748	0,619	0,490	0,361	0,232	0,103			
0,230	0,184	0,908	0,142	1,000	1,000	0,941	0,810	0,680	0,549	0,418	0,288	0,157	0,026		
0,240	0,192	0,904	0,148	1,000	1,000	1,000	0,874	0,741	0,609	0,477	0,344	0,212	0,079		
0,250	0,200	0,900	0,153	1,000	1,000	1,000	0,939	0,805	0,671	0,537	0,403	0,268	0,134		
0,260	0,208	0,896	0,158	1,000	1,000	1,000	1,000	0,866	0,731	0,595	0,460	0,325	0,189	0,054	
0,270	0,216	0,892	0,164	1,000	1,000	1,000	1,000	0,886	0,756	0,625	0,495	0,365	0,235	0,104	
0,280	0,224	0,888	0,169	1,000	1,000	1,000	1,000	0,905	0,779	0,653	0,528	0,402	0,276	0,151	
0,290	0,232	0,884	0,174	1,000	1,000	1,000	1,000	0,922	0,801	0,679	0,558	0,437	0,315	0,194	
0,300	0,240	0,880	0,180	1,000	1,000	1,000	1,000	0,938	0,821	0,704	0,586	0,469	0,352	0,235	
0,310	0,248	0,876	0,185	1,000	1,000	1,000	1,000	0,953	0,840	0,726	0,613	0,499	0,386	0,272	
0,320	0,256	0,872	0,190	1,000	1,000	1,000	1,000	0,967	0,857	0,748	0,638	0,528	0,418	0,308	
0,330	0,264	0,868	0,195	1,000	1,000	1,000	1,000	0,981	0,874	0,768	0,661	0,554	0,448	0,341	
0,340	0,272	0,864	0,200	1,000	1,000	1,000	1,000	0,993	0,890	0,786	0,683	0,579	0,476	0,372	
0,350	0,280	0,860	0,205	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,905	0,804	0,704	0,603	0,503	0,402	
0,360	0,288	0,856	0,210	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,919	0,821	0,723	0,625	0,528	0,430	
0,370	0,296	0,852	0,214	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,932	0,837	0,742	0,647	0,551	0,456	
0,380	0,304	0,848	0,219	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,944	0,852	0,759	0,667	0,574	0,481	
0,390	0,312	0,844	0,224	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,956	0,866	0,776	0,686	0,595	0,505	
0,400	0,320	0,840	0,228	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,967	0,879	0,792	0,704	0,616	0,528	
0,410	0,328	0,836	0,233	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,978	0,892	0,807	0,721	0,635	0,549	
0,420	0,336	0,832	0,238	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,988	0,905	0,821	0,737	0,653	0,570	
0,430	0,344	0,828	0,242	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,998	0,916	0,834	0,753	0,671	0,589	
0,440	0,352	0,824	0,247	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,927	0,847	0,768	0,688	0,608	
$\beta_{x,dtl}$		0,360	0,820	0,251	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,938	0,860	0,782	0,704	0,625
0,460	0,368	0,816	0,255	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,948	0,872	0,795	0,719	0,642	
0,470	0,376	0,812	0,260	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,958	0,883	0,808	0,734	0,659	
0,480	0,384	0,808	0,264	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,967	0,894	0,821	0,748	0,674	
0,490	0,392	0,804	0,268	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,976	0,905	0,833	0,761	0,689	
0,500	0,400	0,800	0,272	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,985	0,915	0,844	0,774	0,704	

Concreto C55														
Aço CA-60		$\gamma_s = 1,15$		$\beta'_s$ para $(d'/d) =$										
$\beta_x$	$\beta_y$	$\beta_z$	$\beta_c$	$\beta_s$	0,025	0,050	0,075	0,100	0,125	0,150	0,175	0,200	0,225	0,250
0,010	0,008	0,996	0,007	1,000										
0,020	0,016	0,992	0,013	1,000										
0,030	0,024	0,988	0,019	1,000	0,021									
0,040	0,032	0,984	0,026	1,000	0,063									
0,050	0,039	0,980	0,032	1,000	0,106									
0,060	0,047	0,976	0,038	1,000	0,150	0,043								
0,070	0,055	0,972	0,044	1,000	0,195	0,087								
0,080	0,063	0,969	0,051	1,000	0,241	0,131	0,022							
0,090	0,071	0,965	0,057	1,000	0,288	0,177	0,066							
0,100	0,079	0,961	0,063	1,000	0,335	0,224	0,112							
0,110	0,087	0,957	0,069	1,000	0,384	0,271	0,158	0,045						
0,120	0,095	0,953	0,075	1,000	0,435	0,320	0,206	0,091						
0,130	0,102	0,949	0,081	1,000	0,486	0,370	0,254	0,139	0,023					
0,140	0,110	0,945	0,086	1,000	0,538	0,421	0,304	0,187	0,070					
0,150	0,118	0,941	0,092	1,000	0,592	0,474	0,355	0,237	0,118					
0,160	0,126	0,937	0,098	1,000	0,647	0,527	0,407	0,288	0,168	0,048				
0,170	0,134	0,933	0,104	1,000	0,703	0,582	0,461	0,339	0,218	0,097				
0,180	0,142	0,929	0,109	1,000	0,761	0,638	0,515	0,393	0,270	0,147	0,025			
0,190	0,150	0,925	0,115	1,000	0,820	0,696	0,571	0,447	0,323	0,199	0,075			
0,200	0,158	0,921	0,120	1,000	0,880	0,755	0,629	0,503	0,377	0,252	0,126			
0,210	0,165	0,917	0,126	1,000	0,943	0,815	0,688	0,560	0,433	0,306	0,178	0,051		
0,220	0,173	0,913	0,131	1,000	1,000	0,877	0,748	0,619	0,490	0,361	0,232	0,103		
0,230	0,181	0,909	0,137	1,000	1,000	0,941	0,810	0,680	0,549	0,418	0,288	0,157	0,026	
0,240	0,189	0,906	0,142	1,000	1,000	0,996	0,865	0,734	0,603	0,472	0,341	0,210	0,079	
0,250	0,197	0,902	0,147	1,000	1,000	1,000	0,881	0,755	0,629	0,503	0,377	0,252	0,126	
0,260	0,205	0,898	0,152	1,000	1,000	1,000	0,895	0,774	0,653	0,532	0,411	0,290	0,169	0,048
0,270	0,213	0,894	0,157	1,000	1,000	1,000	0,908	0,792	0,676	0,559	0,443	0,326	0,210	0,093
0,280	0,221	0,890	0,163	1,000	1,000	1,000	0,921	0,809	0,696	0,584	0,472	0,359	0,247	0,135
0,290	0,228	0,886	0,168	1,000	1,000	1,000	0,933	0,824	0,716	0,607	0,499	0,390	0,282	0,174
0,300	0,236	0,882	0,173	1,000	1,000	1,000	0,943	0,839	0,734	0,629	0,524	0,419	0,314	0,210
0,310	0,244	0,878	0,178	1,000	1,000	1,000	0,954	0,852	0,751	0,649	0,548	0,446	0,345	0,243
0,320	0,252	0,874	0,183	1,000	1,000	1,000	0,963	0,865	0,767	0,668	0,570	0,472	0,373	0,275
0,330	0,260	0,870	0,187	1,000	1,000	1,000	0,972	0,877	0,781	0,686	0,591	0,496	0,400	0,305
0,340	0,268	0,866	0,192	1,000	1,000	1,000	0,980	0,888	0,795	0,703	0,610	0,518	0,425	0,333
β <sub>x,dtl</sub>	0,276	0,862	0,197	1,000	1,000	1,000	0,988	0,899	0,809	0,719	0,629	0,539	0,449	0,359
0,360	0,284	0,858	0,202	1,000	1,000	1,000	0,996	0,908	0,821	0,734	0,646	0,559	0,472	0,384
0,370	0,291	0,854	0,206	1,000	1,000	1,000	1,000	0,918	0,833	0,748	0,663	0,578	0,493	0,408
0,380	0,299	0,850	0,211	1,000	1,000	1,000	1,000	0,927	0,844	0,761	0,679	0,596	0,513	0,430
0,390	0,307	0,846	0,215	1,000	1,000	1,000	1,000	0,935	0,855	0,774	0,693	0,613	0,532	0,452
0,400	0,315	0,843	0,220	1,000	1,000	1,000	1,000	0,943	0,865	0,786	0,708	0,629	0,550	0,472
0,410	0,323	0,839	0,224	1,000	1,000	1,000	1,000	0,951	0,874	0,798	0,721	0,644	0,568	0,491
0,420	0,331	0,835	0,229	1,000	1,000	1,000	1,000	0,958	0,884	0,809	0,734	0,659	0,584	0,509
0,430	0,339	0,831	0,233	1,000	1,000	1,000	1,000	0,965	0,892	0,819	0,746	0,673	0,600	0,527
0,440	0,347	0,827	0,237	1,000	1,000	1,000	1,000	0,972	0,901	0,829	0,758	0,686	0,615	0,543
0,450	0,354	0,823	0,242	1,000	1,000	1,000	1,000	0,978	0,908	0,839	0,769	0,699	0,629	0,559
0,460	0,362	0,819	0,246	1,000	1,000	1,000	1,000	0,984	0,916	0,848	0,779	0,711	0,643	0,574
0,470	0,370	0,815	0,250	1,000	1,000	1,000	1,000	0,990	0,923	0,856	0,790	0,723	0,656	0,589
0,480	0,378	0,811	0,254	1,000	1,000	1,000	1,000	0,996	0,930	0,865	0,799	0,734	0,668	0,603
0,490	0,386	0,807	0,258	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,937	0,873	0,809	0,744	0,680	0,616
0,500	0,394	0,803	0,262	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,943	0,881	0,818	0,755	0,692	0,629

Concreto C60														
Aço CA-60		$\gamma_s = 1,15$		$\beta'_s$ para $(d'/d) =$										
$\beta_x$	$\beta_y$	$\beta_z$	$\beta_c$	$\beta_s$	0,025	0,050	0,075	0,100	0,125	0,150	0,175	0,200	0,225	0,250
0,010	0,008	0,996	0,006	1,000										
0,020	0,016	0,992	0,012	1,000										
0,030	0,023	0,988	0,019	1,000	0,021									
0,040	0,031	0,985	0,025	1,000	0,063									
0,050	0,039	0,981	0,031	1,000	0,106									
0,060	0,047	0,977	0,037	1,000	0,150	0,043								
0,070	0,054	0,973	0,043	1,000	0,195	0,087								
0,080	0,062	0,969	0,049	1,000	0,241	0,131	0,022							
0,090	0,070	0,965	0,054	1,000	0,288	0,177	0,066							
0,100	0,078	0,961	0,060	1,000	0,335	0,224	0,112							
0,110	0,085	0,957	0,066	1,000	0,384	0,271	0,158	0,045						
0,120	0,093	0,954	0,072	1,000	0,435	0,320	0,206	0,091						
0,130	0,101	0,950	0,077	1,000	0,486	0,370	0,254	0,139	0,023					
0,140	0,109	0,946	0,083	1,000	0,538	0,421	0,304	0,187	0,070					
0,150	0,116	0,942	0,088	1,000	0,592	0,474	0,355	0,237	0,118					
0,160	0,124	0,938	0,094	1,000	0,647	0,527	0,407	0,288	0,168	0,048				
0,170	0,132	0,934	0,099	1,000	0,703	0,582	0,461	0,339	0,218	0,097				
0,180	0,140	0,930	0,105	1,000	0,761	0,638	0,515	0,393	0,270	0,147	0,025			
0,190	0,147	0,926	0,110	1,000	0,820	0,696	0,571	0,447	0,323	0,199	0,075			
0,200	0,155	0,923	0,115	1,000	0,880	0,755	0,629	0,503	0,377	0,252	0,126			
0,210	0,163	0,919	0,121	1,000	0,943	0,815	0,688	0,560	0,433	0,306	0,178	0,051		
0,220	0,171	0,915	0,126	1,000	1,000	0,877	0,748	0,619	0,490	0,361	0,232	0,103		
0,230	0,178	0,911	0,131	1,000	1,000	0,908	0,782	0,656	0,530	0,404	0,278	0,151	0,025	
0,240	0,186	0,907	0,136	1,000	1,000	0,919	0,798	0,677	0,556	0,435	0,314	0,193	0,073	
0,250	0,194	0,903	0,141	1,000	1,000	0,928	0,812	0,696	0,580	0,464	0,348	0,232	0,116	
0,260	0,202	0,899	0,146	1,000	1,000	0,937	0,826	0,714	0,603	0,491	0,379	0,268	0,156	0,045
0,270	0,209	0,895	0,151	1,000	1,000	0,946	0,838	0,731	0,623	0,516	0,408	0,301	0,193	0,086
0,280	0,217	0,892	0,156	1,000	1,000	0,953	0,850	0,746	0,642	0,539	0,435	0,332	0,228	0,124
0,290	0,225	0,888	0,161	1,000	1,000	0,961	0,860	0,760	0,660	0,560	0,460	0,360	0,260	0,160
0,300	0,233	0,884	0,166	1,000	1,000	0,967	0,870	0,774	0,677	0,580	0,484	0,387	0,290	0,193
0,310	0,240	0,880	0,171	1,000	1,000	0,973	0,880	0,786	0,693	0,599	0,505	0,412	0,318	0,225
0,320	0,248	0,876	0,175	1,000	1,000	0,979	0,889	0,798	0,707	0,617	0,526	0,435	0,345	0,254
0,330	0,256	0,872	0,180	1,000	1,000	0,985	0,897	0,809	0,721	0,633	0,545	0,457	0,369	0,281
0,340	0,264	0,868	0,185	1,000	1,000	0,990	0,905	0,819	0,734	0,649	0,563	0,478	0,393	0,307
β <sub>x,dtl</sub>	0,271	0,864	0,189	1,000	1,000	0,995	0,912	0,829	0,746	0,663	0,580	0,497	0,415	0,332
0,360	0,279	0,861	0,194	1,000	1,000	0,999	0,919	0,838	0,758	0,677	0,596	0,516	0,435	0,355
0,370	0,287	0,857	0,198	1,000	1,000	1,000	0,925	0,847	0,769	0,690	0,612	0,533	0,455	0,376
0,380	0,295	0,853	0,203	1,000	1,000	1,000	0,932	0,855	0,779	0,702	0,626	0,550	0,473	0,397
0,390	0,302	0,849	0,207	1,000	1,000	1,000	0,937	0,863	0,789	0,714	0,640	0,565	0,491	0,417
0,400	0,310	0,845	0,212	1,000	1,000	1,000	0,943	0,870	0,798	0,725	0,653	0,580	0,508	0,435
0,410	0,318	0,841	0,216	1,000	1,000	1,000	0,948	0,878	0,807	0,736	0,665	0,594	0,524	0,453
0,420	0,326	0,837	0,220	1,000	1,000	1,000	0,953	0,884	0,815	0,746	0,677	0,608	0,539	0,470
0,430	0,333	0,833	0,224	1,000	1,000	1,000	0,958	0,891	0,823	0,756	0,688	0,621	0,553	0,486
0,440	0,341	0,830	0,228	1,000	1,000	1,000	0,963	0,897	0,831	0,765	0,699	0,633	0,567	0,501
0,450	0,349	0,826	0,233	1,000	1,000	1,000	0,967	0,903	0,838	0,774	0,709	0,645	0,580	0,516
0,460	0,357	0,822	0,237	1,000	1,000	1,000	0,971	0,908	0,845	0,782	0,719	0,656	0,593	0,530
0,470	0,364	0,818	0,241	1,000	1,000	1,000	0,975	0,914	0,852	0,790	0,728	0,667	0,605	0,543
0,480	0,372	0,814	0,245	1,000	1,000	1,000	0,979	0,919	0,858	0,798	0,737	0,677	0,617	0,556
0,490	0,380	0,810	0,248	1,000	1,000	1,000	0,983	0,924	0,865	0,805	0,746	0,687	0,628	0,568
0,500	0,388	0,806	0,252	1,000	1,000	1,000	0,987	0,928	0,870	0,812	0,754	0,696	0,638	0,580

Concreto C70														
Aço CA-60		$\gamma_s = 1,15$		$\beta'_s$ para $(d'/d) =$										
$\beta_x$	$\beta_y$	$\beta_z$	$\beta_c$	$\beta_s$	0,025	0,050	0,075	0,100	0,125	0,150	0,175	0,200	0,225	0,250
0,010	0,008	0,996	0,006	1,000										
0,020	0,015	0,993	0,011	1,000										
0,030	0,023	0,989	0,017	1,000	0,021									
0,040	0,030	0,985	0,023	1,000	0,063									
0,050	0,038	0,981	0,028	1,000	0,106									
0,060	0,045	0,978	0,034	1,000	0,150	0,043								
0,070	0,053	0,974	0,039	1,000	0,195	0,087								
0,080	0,060	0,970	0,045	1,000	0,241	0,131	0,022							
0,090	0,068	0,966	0,050	1,000	0,288	0,177	0,066							
0,100	0,075	0,963	0,055	1,000	0,335	0,224	0,112							
0,110	0,083	0,959	0,061	1,000	0,384	0,271	0,158	0,045						
0,120	0,090	0,955	0,066	1,000	0,435	0,320	0,206	0,091						
0,130	0,098	0,951	0,071	1,000	0,486	0,370	0,254	0,139	0,023					
0,140	0,105	0,948	0,076	1,000	0,538	0,421	0,304	0,187	0,070					
0,150	0,113	0,944	0,081	1,000	0,592	0,474	0,355	0,237	0,118					
0,160	0,120	0,940	0,086	1,000	0,647	0,527	0,407	0,288	0,168	0,048				
0,170	0,128	0,936	0,091	1,000	0,703	0,582	0,461	0,339	0,218	0,097				
0,180	0,135	0,933	0,096	1,000	0,761	0,638	0,515	0,393	0,270	0,147	0,025			
0,190	0,143	0,929	0,101	1,000	0,820	0,696	0,571	0,447	0,323	0,199	0,075			
0,200	0,150	0,925	0,106	1,000	0,880	0,755	0,629	0,503	0,377	0,252	0,126			
0,210	0,158	0,921	0,111	1,000	0,942	0,815	0,687	0,560	0,433	0,305	0,178	0,051		
0,220	0,165	0,918	0,116	1,000	0,948	0,826	0,705	0,583	0,462	0,340	0,219	0,097		
0,230	0,173	0,914	0,121	1,000	0,953	0,837	0,720	0,604	0,488	0,372	0,256	0,139	0,023	
0,240	0,180	0,910	0,125	1,000	0,958	0,846	0,735	0,624	0,512	0,401	0,290	0,178	0,067	
0,250	0,188	0,906	0,130	1,000	0,962	0,855	0,748	0,641	0,535	0,428	0,321	0,214	0,107	
0,260	0,195	0,903	0,135	1,000	0,966	0,863	0,761	0,658	0,555	0,452	0,349	0,247	0,144	0,041
0,270	0,203	0,899	0,139	1,000	0,970	0,871	0,772	0,673	0,574	0,475	0,376	0,277	0,178	0,079
0,280	0,210	0,895	0,144	1,000	0,974	0,878	0,783	0,687	0,592	0,496	0,401	0,305	0,210	0,115
0,290	0,218	0,891	0,148	1,000	0,977	0,885	0,793	0,700	0,608	0,516	0,424	0,332	0,240	0,147
0,300	0,225	0,888	0,153	1,000	0,980	0,891	0,802	0,713	0,624	0,535	0,445	0,356	0,267	0,178
0,310	0,233	0,884	0,157	1,000	0,983	0,897	0,810	0,724	0,638	0,552	0,466	0,379	0,293	0,207
0,320	0,240	0,880	0,162	1,000	0,986	0,902	0,818	0,735	0,651	0,568	0,484	0,401	0,317	0,234
0,330	0,248	0,876	0,166	1,000	0,988	0,907	0,826	0,745	0,664	0,583	0,502	0,421	0,340	0,259
0,340	0,255	0,873	0,170	1,000	0,990	0,912	0,833	0,755	0,676	0,597	0,519	0,440	0,362	0,283
0,350	0,263	0,869	0,174	1,000	0,993	0,916	0,840	0,764	0,687	0,611	0,535	0,458	0,382	0,305
0,360	0,270	0,865	0,179	1,000	0,995	0,921	0,846	0,772	0,698	0,624	0,549	0,475	0,401	0,327
0,370	0,278	0,861	0,183	1,000	0,997	0,925	0,852	0,780	0,708	0,636	0,563	0,491	0,419	0,347
0,380	0,285	0,858	0,187	1,000	0,999	0,928	0,858	0,788	0,717	0,647	0,577	0,506	0,436	0,366
0,390	0,293	0,854	0,191	1,000	1,000	0,932	0,863	0,795	0,726	0,658	0,589	0,521	0,452	0,384
0,400	0,300	0,850	0,195	1,000	1,000	0,935	0,869	0,802	0,735	0,668	0,601	0,535	0,468	0,401
0,410	0,308	0,846	0,199	1,000	1,000	0,939	0,873	0,808	0,743	0,678	0,613	0,548	0,482	0,417
0,420	0,315	0,843	0,203	1,000	1,000	0,942	0,878	0,815	0,751	0,687	0,624	0,560	0,496	0,433
0,430	0,323	0,839	0,207	1,000	1,000	0,945	0,883	0,820	0,758	0,696	0,634	0,572	0,510	0,448
0,440	0,330	0,835	0,211	1,000	1,000	0,948	0,887	0,826	0,765	0,705	0,644	0,583	0,522	0,462
0,450	0,338	0,831	0,215	1,000	1,000	0,950	0,891	0,831	0,772	0,713	0,653	0,594	0,535	0,475
0,460	0,345	0,828	0,218	1,000	1,000	0,953	0,895	0,837	0,779	0,720	0,662	0,604	0,546	0,488
0,470	0,353	0,824	0,222	1,000	1,000	0,955	0,898	0,842	0,785	0,728	0,671	0,614	0,557	0,500
0,480	0,360	0,820	0,226	1,000	1,000	0,958	0,902	0,846	0,791	0,735	0,679	0,624	0,568	0,512
0,490	0,368	0,816	0,229	1,000	1,000	0,960	0,905	0,851	0,796	0,742	0,687	0,633	0,578	0,524
0,500	0,375	0,813	0,233	1,000	1,000	0,962	0,909	0,855	0,802	0,748	0,695	0,641	0,588	0,535

Concreto C80														
Aço CA-60		$\gamma_s = 1,15$		$\beta'_s$ para $(d'/d) =$										
$\beta_x$	$\beta_y$	$\beta_z$	$\beta_c$	$\beta_s$	0,025	0,050	0,075	0,100	0,125	0,150	0,175	0,200	0,225	0,250
0,010	0,007	0,996	0,005	1,000										
0,020	0,015	0,993	0,010	1,000										
0,030	0,022	0,989	0,016	1,000	0,021									
0,040	0,029	0,986	0,021	1,000	0,063									
0,050	0,036	0,982	0,026	1,000	0,106									
0,060	0,044	0,978	0,031	1,000	0,150	0,043								
0,070	0,051	0,975	0,036	1,000	0,195	0,087								
0,080	0,058	0,971	0,041	1,000	0,241	0,131	0,022							
0,090	0,065	0,967	0,046	1,000	0,288	0,177	0,066							
0,100	0,073	0,964	0,050	1,000	0,335	0,224	0,112							
0,110	0,080	0,960	0,055	1,000	0,384	0,271	0,158	0,045						
0,120	0,087	0,957	0,060	1,000	0,435	0,320	0,206	0,091						
0,130	0,094	0,953	0,065	1,000	0,486	0,370	0,254	0,139	0,023					
0,140	0,102	0,949	0,070	1,000	0,538	0,421	0,304	0,187	0,070					
0,150	0,109	0,946	0,074	1,000	0,592	0,474	0,355	0,237	0,118					
0,160	0,116	0,942	0,079	1,000	0,647	0,527	0,407	0,288	0,168	0,048				
0,170	0,123	0,938	0,084	1,000	0,703	0,582	0,461	0,339	0,218	0,097				
0,180	0,131	0,935	0,088	1,000	0,761	0,638	0,515	0,393	0,270	0,147	0,025			
0,190	0,138	0,931	0,093	1,000	0,820	0,696	0,571	0,447	0,323	0,199	0,075			
0,200	0,145	0,928	0,097	1,000	0,880	0,755	0,629	0,503	0,377	0,252	0,126			
0,210	0,152	0,924	0,102	1,000	0,923	0,798	0,674	0,549	0,424	0,299	0,175	0,050		
0,220	0,160	0,920	0,106	1,000	0,929	0,810	0,691	0,572	0,453	0,333	0,214	0,095		
0,230	0,167	0,917	0,110	1,000	0,934	0,820	0,706	0,592	0,478	0,364	0,251	0,137	0,023	
0,240	0,174	0,913	0,115	1,000	0,939	0,830	0,720	0,611	0,502	0,393	0,284	0,175	0,065	
0,250	0,181	0,909	0,119	1,000	0,943	0,838	0,734	0,629	0,524	0,419	0,314	0,210	0,105	
0,260	0,189	0,906	0,123	1,000	0,947	0,846	0,746	0,645	0,544	0,443	0,343	0,242	0,141	0,040
0,270	0,196	0,902	0,128	1,000	0,951	0,854	0,757	0,660	0,563	0,466	0,369	0,272	0,175	0,078
0,280	0,203	0,899	0,132	1,000	0,954	0,861	0,767	0,674	0,580	0,487	0,393	0,299	0,206	0,112
0,290	0,210	0,895	0,136	1,000	0,958	0,867	0,777	0,687	0,596	0,506	0,416	0,325	0,235	0,145
0,300	0,218	0,891	0,140	1,000	0,961	0,873	0,786	0,699	0,611	0,524	0,437	0,349	0,262	0,175
0,310	0,225	0,888	0,144	1,000	0,963	0,879	0,794	0,710	0,625	0,541	0,456	0,372	0,287	0,203
0,320	0,232	0,884	0,148	1,000	0,966	0,884	0,802	0,720	0,639	0,557	0,475	0,393	0,311	0,229
0,330	0,239	0,880	0,152	1,000	0,969	0,889	0,810	0,730	0,651	0,572	0,492	0,413	0,333	0,254
0,340	0,247	0,877	0,156	1,000	0,971	0,894	0,817	0,740	0,663	0,586	0,509	0,431	0,354	0,277
β <sub>x,dtl</sub>	0,254	0,873	0,160	1,000	0,973	0,898	0,823	0,749	0,674	0,599	0,524	0,449	0,374	0,299
0,360	0,261	0,870	0,164	1,000	0,975	0,902	0,830	0,757	0,684	0,611	0,539	0,466	0,393	0,320
0,370	0,268	0,866	0,168	1,000	0,977	0,906	0,835	0,765	0,694	0,623	0,552	0,481	0,411	0,340
0,380	0,276	0,862	0,172	1,000	0,979	0,910	0,841	0,772	0,703	0,634	0,565	0,496	0,427	0,358
0,390	0,283	0,859	0,175	1,000	0,981	0,914	0,846	0,779	0,712	0,645	0,578	0,511	0,443	0,376
0,400	0,290	0,855	0,179	1,000	0,982	0,917	0,851	0,786	0,720	0,655	0,589	0,524	0,458	0,393
0,410	0,297	0,851	0,183	1,000	0,984	0,920	0,856	0,792	0,728	0,665	0,601	0,537	0,473	0,409
0,420	0,305	0,848	0,187	1,000	0,986	0,923	0,861	0,798	0,736	0,674	0,611	0,549	0,487	0,424
0,430	0,312	0,844	0,190	1,000	0,987	0,926	0,865	0,804	0,743	0,682	0,621	0,561	0,500	0,439
0,440	0,319	0,841	0,194	1,000	0,988	0,929	0,869	0,810	0,750	0,691	0,631	0,572	0,512	0,453
0,450	0,326	0,837	0,197	1,000	0,990	0,931	0,873	0,815	0,757	0,699	0,640	0,582	0,524	0,466
0,460	0,334	0,833	0,201	1,000	0,991	0,934	0,877	0,820	0,763	0,706	0,649	0,592	0,535	0,478
0,470	0,341	0,830	0,204	1,000	0,992	0,936	0,881	0,825	0,769	0,713	0,658	0,602	0,546	0,491
0,480	0,348	0,826	0,208	1,000	0,993	0,939	0,884	0,830	0,775	0,720	0,666	0,611	0,557	0,502
0,490	0,355	0,822	0,211	1,000	0,994	0,941	0,888	0,834	0,781	0,727	0,674	0,620	0,567	0,513
0,500	0,363	0,819	0,214	1,000	0,996	0,943	0,891	0,838	0,786	0,734	0,681	0,629	0,576	0,524

Concreto C90														
Aço CA-60		$\gamma_s = 1,15$		$\beta'_s$ para $(d'/d) =$										
$\beta_x$	$\beta_y$	$\beta_z$	$\beta_c$	$\beta_s$	0,025	0,050	0,075	0,100	0,125	0,150	0,175	0,200	0,225	0,250
0,010	0,007	0,997	0,005	1,000										
0,020	0,014	0,993	0,009	1,000										
0,030	0,021	0,990	0,014	1,000	0,021									
0,040	0,028	0,986	0,019	1,000	0,063									
0,050	0,035	0,983	0,023	1,000	0,106									
0,060	0,042	0,979	0,028	1,000	0,150	0,043								
0,070	0,049	0,976	0,033	1,000	0,195	0,087								
0,080	0,056	0,972	0,037	1,000	0,241	0,131	0,022							
0,090	0,063	0,969	0,041	1,000	0,288	0,177	0,066							
0,100	0,070	0,965	0,046	1,000	0,335	0,224	0,112							
0,110	0,077	0,962	0,050	1,000	0,384	0,271	0,158	0,045						
0,120	0,084	0,958	0,055	1,000	0,435	0,320	0,206	0,091						
0,130	0,091	0,955	0,059	1,000	0,486	0,370	0,254	0,139	0,023					
0,140	0,098	0,951	0,063	1,000	0,538	0,421	0,304	0,187	0,070					
0,150	0,105	0,948	0,068	1,000	0,592	0,474	0,355	0,237	0,118					
0,160	0,112	0,944	0,072	1,000	0,647	0,527	0,407	0,288	0,168	0,048				
0,170	0,119	0,941	0,076	1,000	0,703	0,582	0,461	0,339	0,218	0,097				
0,180	0,126	0,937	0,080	1,000	0,761	0,638	0,515	0,393	0,270	0,147	0,025			
0,190	0,133	0,934	0,084	1,000	0,820	0,696	0,571	0,447	0,323	0,199	0,075			
0,200	0,140	0,930	0,089	1,000	0,880	0,755	0,629	0,503	0,377	0,252	0,126			
0,210	0,147	0,927	0,093	1,000	0,922	0,797	0,673	0,548	0,424	0,299	0,174	0,050		
0,220	0,154	0,923	0,097	1,000	0,928	0,809	0,690	0,571	0,452	0,333	0,214	0,095		
0,230	0,161	0,920	0,101	1,000	0,933	0,819	0,705	0,592	0,478	0,364	0,250	0,137	0,023	
0,240	0,168	0,916	0,105	1,000	0,937	0,828	0,719	0,610	0,501	0,392	0,283	0,174	0,065	
0,250	0,175	0,913	0,109	1,000	0,942	0,837	0,733	0,628	0,523	0,419	0,314	0,209	0,105	
0,260	0,182	0,909	0,112	1,000	0,946	0,845	0,745	0,644	0,543	0,443	0,342	0,242	0,141	0,040
0,270	0,189	0,906	0,116	1,000	0,950	0,853	0,756	0,659	0,562	0,465	0,368	0,271	0,174	0,078
0,280	0,196	0,902	0,120	1,000	0,953	0,860	0,766	0,673	0,579	0,486	0,392	0,299	0,206	0,112
0,290	0,203	0,899	0,124	1,000	0,956	0,866	0,776	0,686	0,595	0,505	0,415	0,325	0,235	0,144
0,300	0,210	0,895	0,128	1,000	0,959	0,872	0,785	0,698	0,610	0,523	0,436	0,349	0,262	0,174
0,310	0,217	0,892	0,132	1,000	0,962	0,878	0,793	0,709	0,625	0,540	0,456	0,371	0,287	0,203
0,320	0,224	0,888	0,135	1,000	0,965	0,883	0,801	0,719	0,638	0,556	0,474	0,392	0,311	0,229
0,330	0,231	0,885	0,139	1,000	0,967	0,888	0,809	0,729	0,650	0,571	0,492	0,412	0,333	0,254
0,340	0,238	0,881	0,143	1,000	0,970	0,893	0,816	0,739	0,662	0,585	0,508	0,431	0,354	0,277
β <sub>x,dtl</sub>	0,245	0,878	0,146	1,000	0,972	0,897	0,822	0,748	0,673	0,598	0,523	0,449	0,374	0,299
0,360	0,252	0,874	0,150	1,000	0,974	0,901	0,828	0,756	0,683	0,610	0,538	0,465	0,392	0,320
0,370	0,259	0,871	0,153	1,000	0,976	0,905	0,834	0,764	0,693	0,622	0,552	0,481	0,410	0,339
0,380	0,266	0,867	0,157	1,000	0,978	0,909	0,840	0,771	0,702	0,633	0,565	0,496	0,427	0,358
0,390	0,273	0,864	0,160	1,000	0,979	0,912	0,845	0,778	0,711	0,644	0,577	0,510	0,443	0,376
0,400	0,280	0,860	0,164	1,000	0,981	0,916	0,850	0,785	0,719	0,654	0,589	0,523	0,458	0,392
0,410	0,287	0,857	0,167	1,000	0,983	0,919	0,855	0,791	0,727	0,664	0,600	0,536	0,472	0,408
0,420	0,294	0,853	0,171	1,000	0,984	0,922	0,860	0,797	0,735	0,673	0,610	0,548	0,486	0,424
0,430	0,301	0,850	0,174	1,000	0,986	0,925	0,864	0,803	0,742	0,681	0,621	0,560	0,499	0,438
0,440	0,308	0,846	0,177	1,000	0,987	0,928	0,868	0,809	0,749	0,690	0,630	0,571	0,511	0,452
0,450	0,315	0,843	0,180	1,000	0,988	0,930	0,872	0,814	0,756	0,698	0,640	0,581	0,523	0,465
0,460	0,322	0,839	0,184	1,000	0,990	0,933	0,876	0,819	0,762	0,705	0,648	0,592	0,535	0,478
0,470	0,329	0,836	0,187	1,000	0,991	0,935	0,880	0,824	0,768	0,713	0,657	0,601	0,546	0,490
0,480	0,336	0,832	0,190	1,000	0,992	0,937	0,883	0,828	0,774	0,719	0,665	0,610	0,556	0,501
0,490	0,343	0,829	0,193	1,000	0,993	0,940	0,886	0,833	0,780	0,726	0,673	0,619	0,566	0,513
0,500	0,350	0,825	0,196	1,000	0,994	0,942	0,890	0,837	0,785	0,733	0,680	0,628	0,576	0,523

## 5.14 Simbologia específica

a	distância entre pontos de momento fletor nulo
$a_h$	espaçamento horizontal mínimo livre entre as faces das barras longitudinais, medido no plano da seção transversal
$a_{h,cal}$	valor de $a_h$ calculado
$a_{h,min}$	valor mínimo de $a_h$
$a_v$	espaçamento vertical mínimo livre entre as faces das barras longitudinais, medido no plano da seção transversal
$a_1$	distância além da face de apoio de viga (distância à esquerda)
$a_2$	distância além da face de apoio de viga (distância à direita)
$b_f$	largura colaborante da mesa de uma viga de seção T
$b_{nec}$	largura de viga necessária para abrigar um conjunto de barras em uma mesma camada
$b_w$	largura da alma de uma viga
$b_1$	parte de $b_f$ definida pela existência de vigas paralelas
$b_2$	distância entre vigas paralelas, contadas a partir das mísulas, se existirem
$b_3$	parte de $b_f$ definida pela existência de lajes em balanço
$b_4$	largura da laje em balanço, contada a partir da mísula, se existir
c	cateto vertical de mísula
$c_{nom}$	cobrimento nominal da armadura
d	altura útil da viga - distância da fibra de concreto mais comprimida até o centro de gravidade da armadura tracionada
$d_{adt}$	valor adotado para d (altura útil)
$d_{cal}$	valor calculado para d (altura útil)
$d_{max}$	dimensão máxima característica do agregado graúdo
$d'$	distância da fibra de concreto mais comprimida até o centro de gravidade da armadura comprimida
$d'_{adt}$	valor adotado para $d'$
$d'_{cal}$	valor calculado para $d'$
$f_{cd}$	resistência à compressão do concreto de cálculo
$f_{ck}$	resistência à compressão do concreto característica
$f_{ctk,sup}$	resistência característica superior à tração do concreto
$f_{yd}$	resistência ao escoamento do aço de cálculo
$f_{yk}$	resistência ao escoamento do aço característica
$g_k$	valor característico da ação permanente
h	altura da viga
$h_f$	espessura da mesa de uma viga de seção T
$\ell$	vão
$\ell_{ef}$	vão efetivo de viga
$\ell_0$	distância entre faces de dois apoios consecutivos
n	número de barras em uma camada
$q_k$	valor característico da ação variável
s	espaçamento entre as barras que constituem a armadura de pele
$t_1$	largura de a apoio paralelo ao vão de viga (largura à esquerda)
$t_2$	largura de a apoio paralelo ao vão de viga (largura à direita)
x	profundidade da linha neutra
y	profundidade do retângulo de tensões $\sigma_c$

$y_{cg}$	posição do centro de gravidade da seção transversal de um conjunto de barras longitudinais (tracionadas ou comprimidas) em relação ao centro da armadura mais afastada, medida normalmente à linha neutra
$y_f$	distância do centro de gravidade de uma seção T à fibra da mesa mais afastada da linha neutra, medida normalmente a esta
$y_i$	posição da barra $A_{si}$ na determinação do centro de gravidade da seção transversal de um conjunto de barras longitudinais (tracionadas ou comprimidas)
$y_w$	distância do centro de gravidade de uma seção T à fibra da alma mais afastada da linha neutra, medida normalmente a esta
$z$	braço de alavanca do binário de forças $R_{cd} / R_{sd}$ ou $R_{cd1} / R_{sd1}$
$A_c$	área de concreto
$A_{cc}$	área de concreto comprimido
$A_s$	área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada
$A_{si}$	área da seção transversal de uma barra que compõe a armadura longitudinal (tracionada ou comprimida)
$A_{s,apoio}$	área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada existente em apoio de viga
$A_{s,cal}$	área calculada da seção transversal da armadura longitudinal tracionada
$A_{s,ef}$	área efetiva da seção transversal da armadura longitudinal tracionada
$A_{s,max}$	área máxima da seção transversal da armadura longitudinal tracionada
$A_{s,min}$	área mínima da seção transversal da armadura longitudinal tracionada
$A_{s,pele}$	armadura de pele (armadura lateral de viga)
$A_{s,vão}$	área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada existente em vão de viga
$A_{s1}$	área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada, referenciada ao binário $M_{Rd1}$
$A_{s2}$	área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada, referenciada ao binário $M_{Rd2}$
$A_{s3}$	área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada, referenciada ao binário $M_{Rd3}$
$A'_s$	área da seção transversal da armadura longitudinal comprimida
$A'_{s,cal}$	área calculada da seção transversal da armadura longitudinal comprimida
$A'_{s,ef}$	área efetiva da seção transversal da armadura longitudinal comprimida
$E_s$	módulo de elasticidade do aço
$G_k$	valor característico da ação permanente
$I$	momento de inércia
$M_{apoio}$	momento fletor existente em apoio de viga
$M_{d,min}$	momento fletor mínimo (valor de cálculo)
$M_{gk}$	momento fletor característico decorrentes de ações permanentes
$M_{qk}$	momento fletor característico decorrentes de ações variáveis
$M_{vão}$	momento fletor existente em vão de viga
$M_{Rd}$	momento fletor resistente de cálculo
$M_{Rd1}$	momento fletor resistente de cálculo referenciado ao binário $R_{cd1} / R_{sd1}$
$M_{Rd2}$	momento fletor resistente de cálculo referenciado ao binário $R'_{sd2} / R_{sd2}$
$M_{Rd3}$	momento fletor resistente de cálculo referenciado ao binário $R_{cd3} / R_{sd3}$
$M_{Rd,mesa}$	momento fletor resistente de cálculo referenciado ao binário $R_{cd} / R_{sd}$ para a condição $y = h_f$
$M_{Sd}$	momento fletor solicitante de cálculo
$M_{Sd1}$	momento fletor solicitante de cálculo que contrapõe ao momento fletor resistente de cálculo $M_{Rd1}$

$M_{Sd2}$	momento fletor solicitante de cálculo que contrapõe ao momento fletor resistente de cálculo $M_{Rd2}$
$M_{Sd3}$	momento fletor solicitante de cálculo que contrapõe ao momento fletor resistente de cálculo $M_{Rd3}$
$Q_k$	valor característico da ação variável
$R_{cd}$	força resistente de cálculo atuante na região de concreto comprimido
$R_{cd1}$	força resistente de cálculo atuante na região de concreto comprimido de área $b_w$ y
$R_{cd3}$	força resistente de cálculo atuante na região de concreto comprimido de área $(b_f - b_w)$ y
$R_{sd}$	força resistente de cálculo atuante na armadura tracionada
$R_{sd1}$	força resistente de cálculo atuante na armadura tracionada de área $A_{s1}$
$R_{sd2}$	força resistente de cálculo atuante na armadura tracionada de área $A_{s2}$
$R_{sd3}$	força resistente de cálculo atuante na armadura tracionada de área $A_{s3}$
$R'_{sd2}$	força resistente de cálculo atuante na armadura comprimida
$W_0$	módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativo à fibra mais tracionada
$W_{0,w}$	módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativo à fibra mais tracionada, no caso a fibra da alma (w) mais afastada da linha neutra
$\alpha_c$	parâmetro de definição da tensão $\sigma_c$ , considerada constante ao longo de y
$\beta$	variável adimensional
$\beta_c$	valor adimensional auxiliar
$\beta_s$	valor adimensional que define a tensão de tração referente à armadura $A_s$
$\beta'_s$	valor adimensional que define a tensão de compressão referente à armadura $A'_s$
$\beta_x$	valor adimensional que define a posição da linha neutra
$\beta_{x,dtl}$	valor adimensional que define a posição da linha neutra correspondente ao limite de utilidade da seção transversal
$\beta_{x,23}$	valor de $\beta_x$ que define a passagem do domínio 2 para o domínio 3
$\beta_{x,34}$	valor de $\beta_x$ que define a passagem do domínio 3 para o domínio 4
$\beta_y$	valor adimensional que define a região de concreto comprimido
$\beta_z$	valor adimensional que define o braço de alavanca do binário de forças $R_{cd} / R_{sd}$
$\varepsilon_c$	deformação específica do concreto
$\varepsilon_{cu}$	deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura
$\varepsilon_{c2}$	deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico
$\varepsilon_s$	deformação específica do aço à tração
$\varepsilon'_s$	deformação específica do aço à compressão
$\varepsilon_{yd}$	deformação específica de escoamento do aço
$\phi$	diâmetro das barras da armadura
$\phi_\ell$	diâmetro da barra longitudinal
$\phi_t$	diâmetro da barra transversal (estribo)
$\gamma_c$	coeficiente de ponderação da resistência do concreto
$\gamma_g$	coeficiente de ponderação para ações permanentes diretas
$\gamma_q$	coeficiente de ponderação para ações variáveis diretas
$\gamma_s$	coeficiente de ponderação da resistência do aço
$\lambda$	parâmetro de definição da profundidade do retângulo de tensões $\sigma_c$
$\rho_{max}$	taxa geométrica máxima de armadura longitudinal de tração
$\rho_{min}$	taxa geométrica mínima de armadura longitudinal de tração
$\rho_{ret}$	taxa geométrica máxima de armadura longitudinal de tração para seção retangular

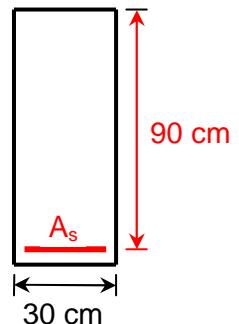
$\rho_T$	taxa geométrica máxima de armadura longitudinal de tração para seção T
$\rho_{T,\max}$	taxa geométrica máxima de armadura longitudinal de tração para seção T
$\sigma_c$	tensão à compressão no concreto
$\sigma_s$	tensão à tração na armadura
$\sigma'_s$	tensão à compressão na armadura
$\Delta$	percentual que indica variação de área (de armadura ou de concreto)
$\Delta\ell$	trecho de viga

## 5.15 Exercícios

**Ex. 5.1:** Definir a curva  $M_{Rd} \times A_s$  para a seção abaixo indicada. Mostrar no gráfico:

- os domínios 2, 3 e 4;
- o limite entre viga dutil e frágil; e
- o limite entre peça sub e superarmada.

Use o eixo vertical para a área de armadura e o horizontal para o momento fletor.



Dados:

- concreto: C30; e
- aço: CA-50.

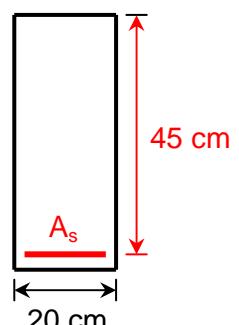
Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).

Escala:

- $1 \text{ cm}^2 = 1,0 \text{ cm}$ ; e
- $10 \text{ kNm} = 1,0 \text{ cm}$ .

**Ex. 5.2:** Mantidas as condições de dutilidade, determinar a armadura longitudinal para a seção transversal da viga abaixo representada, a qual deve suportar, simultaneamente, os momentos fletores  $M_{gk} = 80 \text{ kNm}$  e  $M_{qk} = 25 \text{ kNm}$ .



Dados:

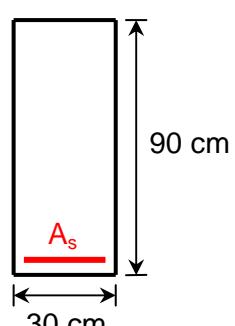
- concreto: C25; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).

**Ex. 5.3:** Mantidas as condições de dutilidade, determinar o máximo momento fletor solicitante de cálculo que a viga de seção transversal abaixo indicada pode suportar. A viga terá:

- armadura longitudinal constituída por 7 barras de 16 mm;
- armadura transversal (estribos) constituída por barras de 8 mm;
- dimensão máxima do agregado igual a 25 mm; e
- cobrimento nominal das armaduras igual a 4 cm.



Dados:

- concreto: C35; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações especiais ( $\gamma_g = 1,3$ ;  $\gamma_q = 1,2$ ;  $\gamma_c = 1,2$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).

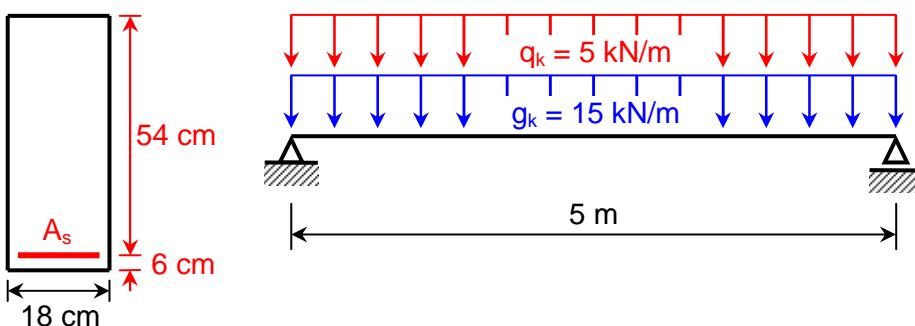
**Ex. 5.4:** Mantidas as condições de dutilidade, determinar a armadura longitudinal necessária para que a viga abaixo representada.

Dados:

- concreto: C25; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).



**Ex. 5.5:** A seção de viga abaixo indicada está submetida a um momento fletor solicitante de cálculo igual a 150 kNm. Mantendo-se as condições de dutilidade e sabendo-se que a viga terá:

- armadura longitudinal inferior constituída por 3 barras de 16 mm;
- armadura transversal (estribos) constituída por barras de 5 mm;
- dimensão máxima do agregado igual a 19 mm;
- cobrimento nominal das armaduras igual a 3 cm,

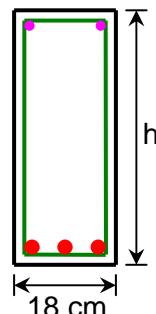
pede-se determinar a altura mínima da viga.

Dados:

- concreto: C30; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).



Obs.:

- não considerar a resistência do porta-estribo (armadura longitudinal superior).

**Ex. 5.6:** Uma viga de seção retangular de 20 cm x 60 cm, altura útil correspondente a 55 cm, foi ensaiada à flexão simples em laboratório até atingir o Estado Limite Último. Avaliou-se, ao final do ensaio, que o braço de alavanca  $z$ , entre a resultante de compressão no concreto  $R_{cd}$  e a resultante de tração na armadura  $R_{sd}$ , deveria ser de 46,2 cm. Tendo em vista que a viga só possuía armadura longitudinal de tração  $A_s$ , pede-se:

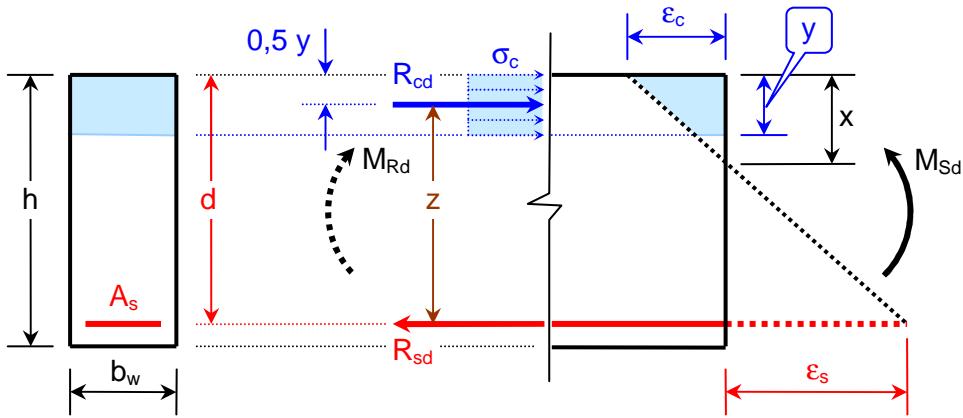
- a. o valor das deformações no bordo mais comprimido e na armadura tracionada;
- b. o domínio em que viga se encontrava no instante da ruptura;
- c. a intensidade do momento fletor de cálculo que levou a viga à ruptura;
- d. a armadura longitudinal de tração da viga correspondente à situação de ruína; e
- e. o tipo de ruptura (dútil ou frágil) que a peça apresentou (justificar).

Dados:

- concreto: C25; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).



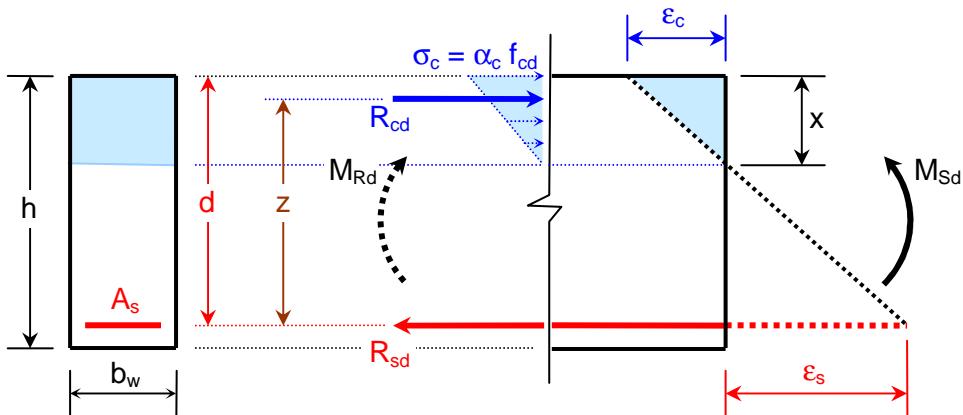
**Ex. 5.7:** Admitindo-se que a distribuição de tensões na região de concreto comprimido seja triangular e que:

$$M_{Rd} = M_{Sd}$$

$$\beta_x = \frac{x}{d}$$

$$\beta_c = \frac{M_{Rd}}{b_w d^2 f_{cd}}$$

determinar, para vigas de seção retangular,  $\beta_c$  como função única de  $\beta_x$ .



**Ex. 5.8:** Após realizar o dimensionamento a flexão simples de uma viga de concreto armado, de base 20 cm e altura útil 70 cm, o engenheiro descobriu que não fora considerado no cálculo um dos três coeficientes de segurança exigidos pela ABNT NBR-6118 ( $\gamma_g$ ,  $\gamma_c$ , ou  $\gamma_s$ ). Tendo em vista que, sem a consideração adequada de um destes coeficientes de segurança, obteve-se para armadura de tração  $A_s$  o valor correspondente a 11,566 cm<sup>2</sup>, pede-se:

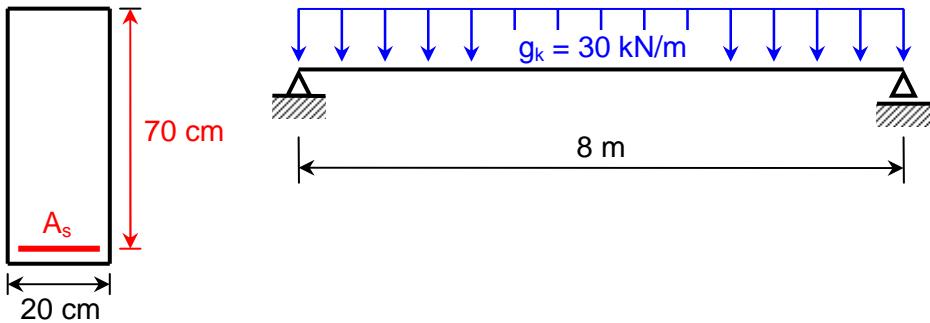
- qual dos três coeficientes foi desconsiderado no cálculo da armadura  $A_s$  (tomado igual a 1,0); e
- qual o valor correto da área da armadura tracionada.

Dados:

- concreto: C20; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).



**Ex. 5.9:** Mantidas as condições de dutilidade, determinar as armaduras longitudinais necessárias para a viga abaixo representada. A viga terá:

- armadura longitudinal constituída por barras de 16 mm;
- armadura transversal (estribos) constituída por barras de 6,3 mm;
- dimensão máxima do agregado igual a 19 mm; e
- cobrimento nominal das armaduras igual a 3 cm.

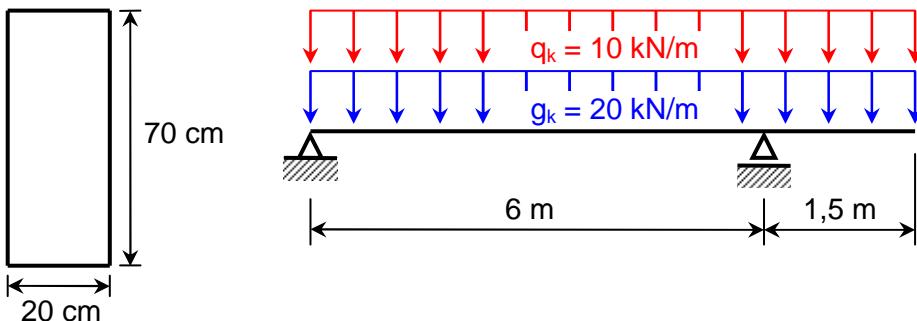
Ao final dos cálculos, apresentar um corte longitudinal esquemático indicando as posições das armaduras positivas e negativas.

Dados:

- concreto: C25; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).



**Ex. 5.10:** Mantidas as condições de dutilidade, determinar o máximo valor da carga  $g_k$  que a viga abaixo representada pode suportar. A viga terá:

- armadura longitudinal inferior, no meio do vão, constituída por 3 barras de 16 mm; e
- armadura longitudinal superior, nos apoios, constituída por 5 barras de 10 mm.

Dados:

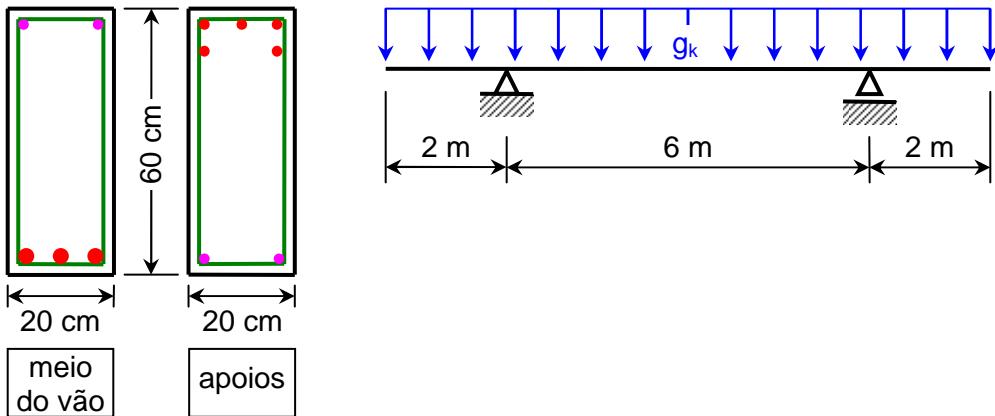
- concreto: C35;
- aço: CA-50; e
- $d = h - 6$  cm.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).

Obs.:

- não considerar a resistência do porta-estribo (armadura de compressão).



**Ex. 5.11:** Mantidas as condições de dutilidade, determinar a máxima carga acidental  $q_k$  que a viga abaixo representada pode suportar. A viga terá:

- armadura longitudinal inferior constituída por 3 barras de 20 mm;
- armadura transversal (estribos) constituída por barras de 6,3 mm;
- dimensão máxima do agregado igual a 25 mm; e
- cobrimento nominal das armaduras igual a 3 cm.

Dados:

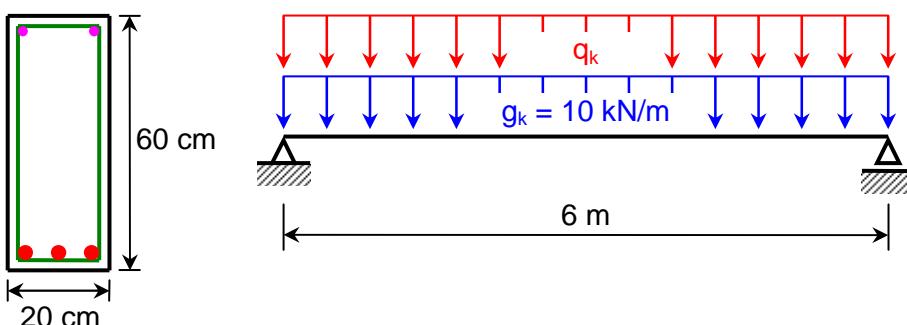
- concreto: C25; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações especiais ( $\gamma_g = 1,3$ ;  $\gamma_q = 1,2$ ;  $\gamma_c = 1,2$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).

Obs.:

- não considerar a resistência do porta-estribo (armadura longitudinal superior).



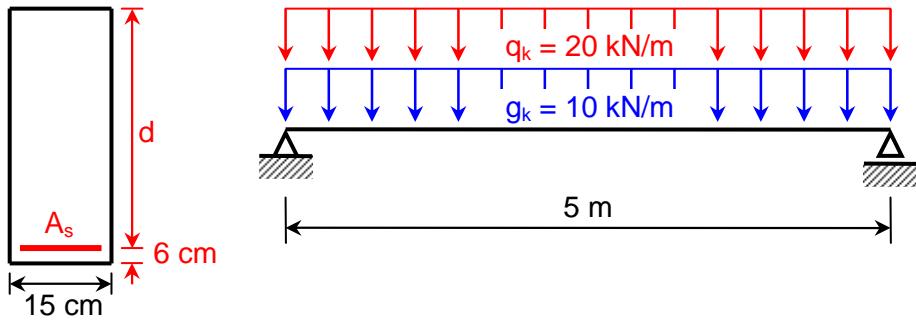
**Ex. 5.12:** Determinar a menor altura possível para que a viga abaixo representada mantenha as condições de dutilidade e sem a utilização de armadura de compressão. Para esta condição, defina sua armadura longitudinal.

Dados:

- concreto: C35; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ); e
- peso próprio incluído na carga  $g_k$ .



**Ex. 5.13:** Mantidas as condições de dutilidade, determinar a máxima carga permanente  $G_k$  que a viga abaixo representada pode suportar. A viga terá:

- armadura longitudinal inferior constituída por 5 barras de 16 mm;
- armadura transversal (estribos) constituída por barras de 6,3 mm;
- dimensão máxima do agregado igual a 19 mm; e
- cobrimento nominal das armaduras igual a 3 cm.

Dados:

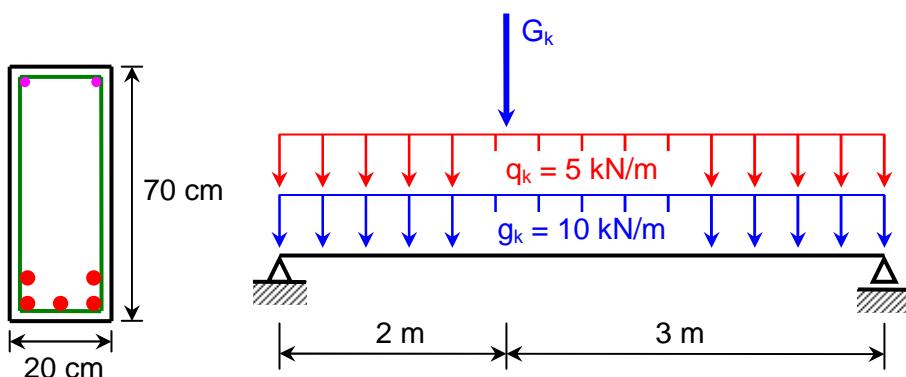
- concreto: C35; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).

Obs.:

- não considerar a resistência do porta estribo (armadura longitudinal superior).



**Ex. 5.14:** Determinar, para a viga abaixo representada:

- a menor altura possível, respeitando as condições de dutilidade e sem a utilização de armadura de compressão; e
- as armaduras positivas e negativas da viga, para a altura definida no item a.

A viga terá:

- armadura longitudinal constituída por barras de 20 mm;
- armadura transversal (estribos) constituída por barras de 8 mm;
- dimensão máxima do agregado igual a 19 mm; e
- cobrimento nominal das armaduras igual a 3 cm.

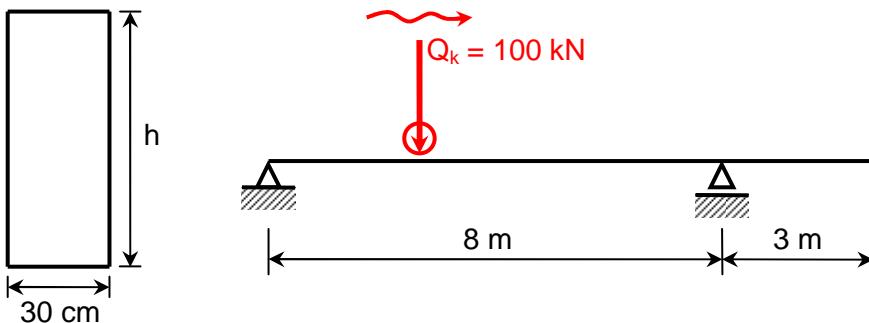
Ao final dos cálculos, apresentar um corte longitudinal esquemático indicando as posições das armaduras positivas e negativas.

Dados:

- concreto: C30; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ); e
- peso próprio desprezível.



**Ex. 5.15:** Determinar o menor valor possível para a largura ( $b_w$ ) da viga de seção retangular abaixo representada de tal forma que sejam mantidas as condições de dutilidade. No meio do vão e no apoio do balanço somente deverão existir armaduras de tração para resistir aos momentos fletores. Para a largura mínima determinada, definir as armaduras no meio do vão e no apoio do balanço. Apresentar um corte longitudinal da viga com o posicionamento das armaduras calculadas. A viga terá:

- armadura longitudinal constituída por barras de 16 mm;
- armadura transversal (estribos) constituída por barras de 8 mm;
- dimensão máxima do agregado igual a 19 mm; e
- cobrimento nominal das armaduras igual a 3 cm.

Dados:

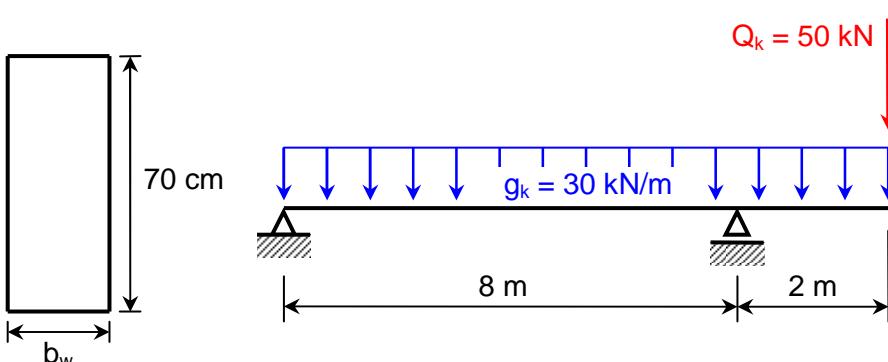
- concreto: C30; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ); e
- peso próprio incluído na carga  $g_k$ .

Obs.:

- a carga concentrada  $Q_k$  é accidental, o que vale dizer que ela pode atuar ou não.



**Ex. 5.16:** Mantidas as condições de dutilidade, determinar o afastamento máximo que as cargas  $G_k$  podem ter dos apoios. A viga terá:

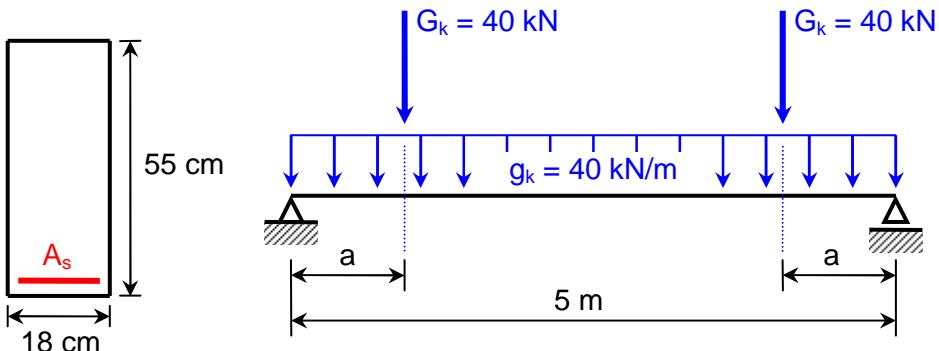
- armadura longitudinal inferior constituída por 5 barras de 16 mm;
- armadura transversal (estribos) constituída por barras de 6,3 mm;
- dimensão máxima do agregado igual a 19 mm; e
- cobrimento nominal das armaduras igual a 3 cm.

Dados:

- concreto: C30; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).



**Ex. 5.17:** Mantidas as condições de dutilidade, determinar o máximo valor da carga móvel  $Q_k$  que a viga abaixo representada pode suportar. A viga terá:

- armadura longitudinal inferior, no meio do vão, constituída por 3 barras de 16 mm;
- armadura longitudinal superior, nos apoios, constituída por 5 barras de 12,5 mm;
- armadura transversal (estribos) constituída por barras de 6,3 mm;
- dimensão máxima do agregado igual a 19 mm; e
- cobrimento nominal das armaduras igual a 3 cm.

Dados:

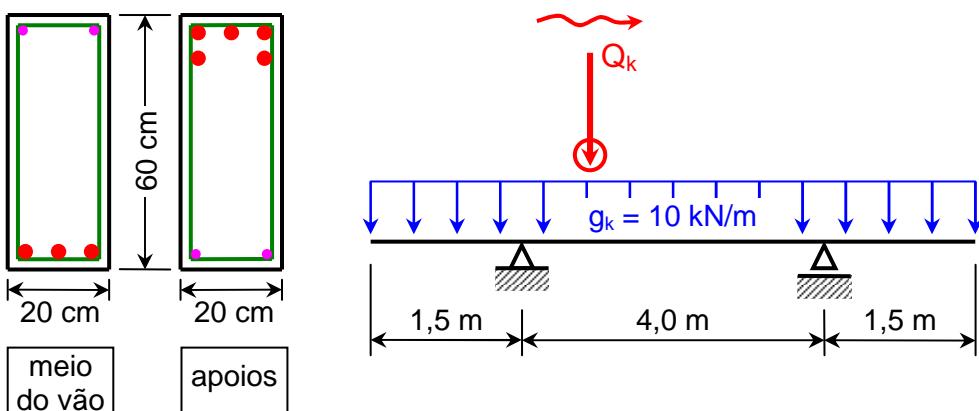
- concreto: C25; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).

Obs.:

- não considerar a resistência do porta-estribo.



**Ex. 5.18:** Para a viga abaixo representada, determinar:

- a. a menor seção transversal possível para esta viga de tal forma que sejam mantidas as condições de dutilidade sem o uso de armadura de compressão;
- b. a armadura necessária para o máximo momento positivo;
- c. a armadura necessária para o máximo momento negativo; e

- d. a distância, em relação ao apoio A, onde a armadura necessária para o momento positivo corresponesse a 2 barras de 16 mm.

A viga terá:

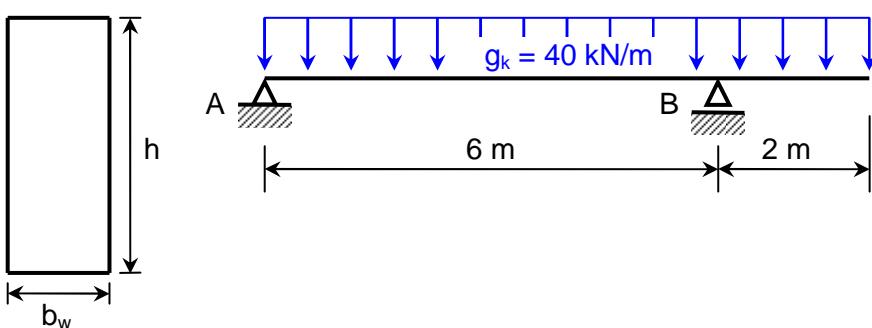
- armadura longitudinal constituída por barras de 16 mm;
- armadura transversal (estribos) constituída por barras de 6,3 mm;
- dimensão máxima do agregado igual a 19 mm;
- cobrimento nominal das armaduras igual a 3 cm; e
- altura útil (d) igual a 4 vezes a largura da base ( $b_w$ ).

Dados:

- concreto: C30; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).



**Ex. 5.19:** O carrinho de cargas indicado na figura abaixo suporta um carregamento centrado de 200 kN. Tendo em vista que a definição da estrutura suporte (viga AB) deverá ser feita para o carrinho na posição CD, pede-se:

- a menor altura possível para a viga AB de tal forma que na seção C não exista armadura longitudinal de compressão e sejam mantidas as condições de dutilidade; e
- as armaduras necessárias nas seções C e D da viga suporte, definidas a partir da altura estabelecida no item a.

Dados:

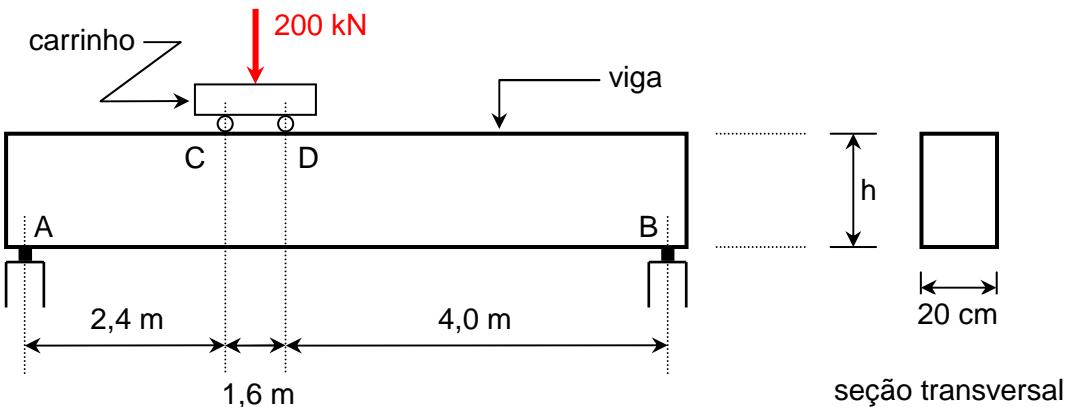
- concreto: C40; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ); e
- $d = h - 6 \text{ cm}$ .

Obs.:

- ajustar o valor de  $h$  para múltiplo de 5 cm; e
- considerar nulos os pesos próprios da viga e do carrinho.



**Ex. 5.20:** Para o estado de deformação abaixo indicado, determinar:

- o valor limite para a carga  $Q_k$  (valor característico); e
- a armadura necessária ( $\text{cm}^2$ ) para a condição estabelecida no item a.

Dados:

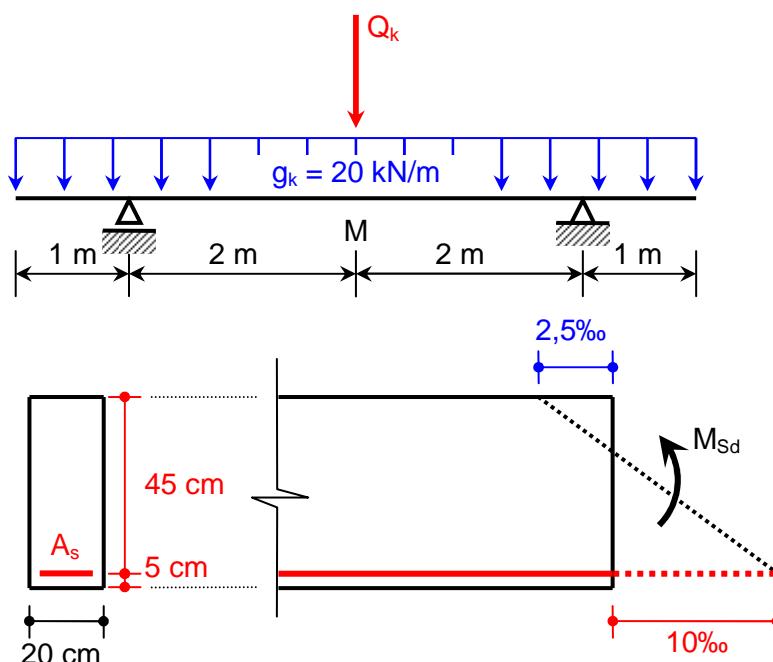
- concreto: C35; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).

Obs.:

- peso próprio da viga incluído na carga  $g_k$ .



estado de deformação na seção M  
(posição da carga  $Q_k$ )

**Ex. 5.21:** Duas vigas de concreto armado de seções retangulares iguais, mesmo vão, apoios idênticos, materiais de mesma resistência, porém com taxas longitudinais de armadura desiguais, foram submetidas, num ensaio de laboratório, ao mesmo tipo de carregamento, como ilustrado na figura abaixo. Esse carregamento consistiu em duas cargas concentradas, simétricas, aplicadas simultaneamente, cuja intensidade variou de zero até a carga de ruptura.

Antes da ruptura, observou-se que a Viga 01 deu sinais evidentes de esgotamento da sua capacidade resistente, apresentando um quadro de fissuração intenso, enquanto que a Viga 02

não apresentou a mesma sinalização e rompeu bruscamente, sem aviso prévio. Observou-se, também, que a carga de ruptura da Viga 02 foi 47,7% maior que a da Viga 01.

Sabendo-se que a Viga 01 foi armada com 5 barras de 16 mm, determinar:

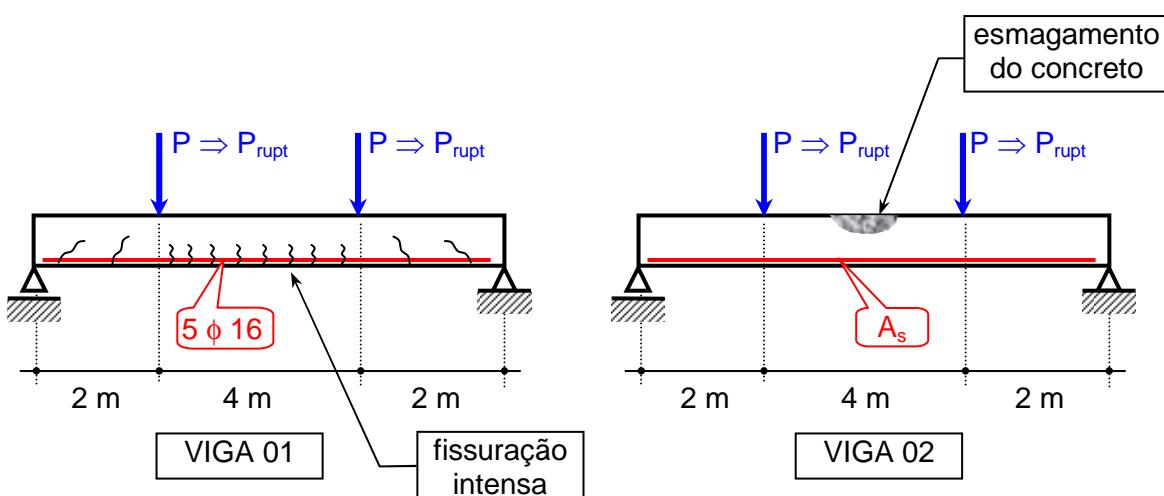
- a carga de ruptura (de cálculo) da Viga 01;
- a carga de ruptura (de cálculo) da Viga 02; e
- a armadura longitudinal de tração ( $A_s$ ) usada na Viga 02.

Dados:

- concreto:  $\sigma_{c,rup} = f_{cd} = 17,86 \text{ MPa}$ ;
- aço:  $\sigma_{s,rup} = f_{yd} = 43,5 \text{ MPa}$ ;
- $b_w = 20 \text{ cm}$ ;
- $d = 45 \text{ cm}$ ; e
- $h = 50 \text{ cm}$ .

Obs.:

- desconsiderar o próprio da viga.



**Ex. 5.22:** Mantidas as condições de dutilidade, determinar, para a viga abaixo representada:

- a menor altura ( $h$ ) possível; e
- as armaduras necessárias nas seções A, B e C.

Dados:

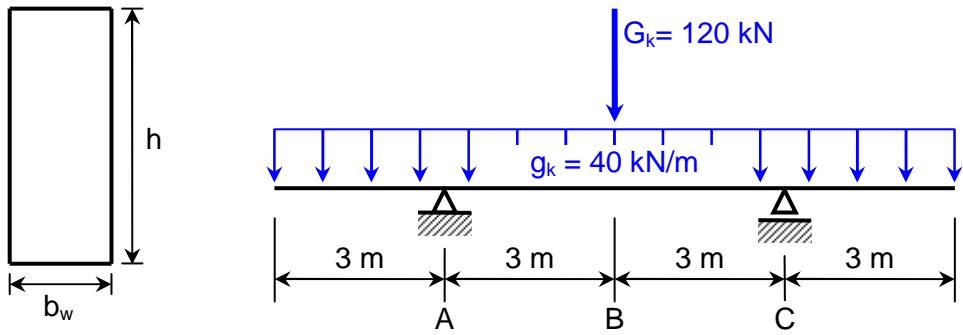
- concreto: C35; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- viga de seção retangular, sem armadura de compressão;
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ );
- $b_w = 15 \text{ cm}$ ; e
- $h = d + 5 \text{ cm}$

Obs.:

- peso próprio da viga incluído na carga  $g_k$ ;
- adotar para  $h$  valor múltiplo de 5 cm; e
- considerar carregamentos permanentes (valores característicos).



**Ex. 5.23:** Mantidas as condições de dutilidade, determinar, para a viga de altura variável abaixo representada, os menores valores possíveis para  $h_1$  e  $h_2$ . Para estes valores determinados, definir as armaduras longitudinais (positiva e negativa) para a seção D. Apresentar uma vista da viga mostrando as posições das armaduras calculadas.

Dados:

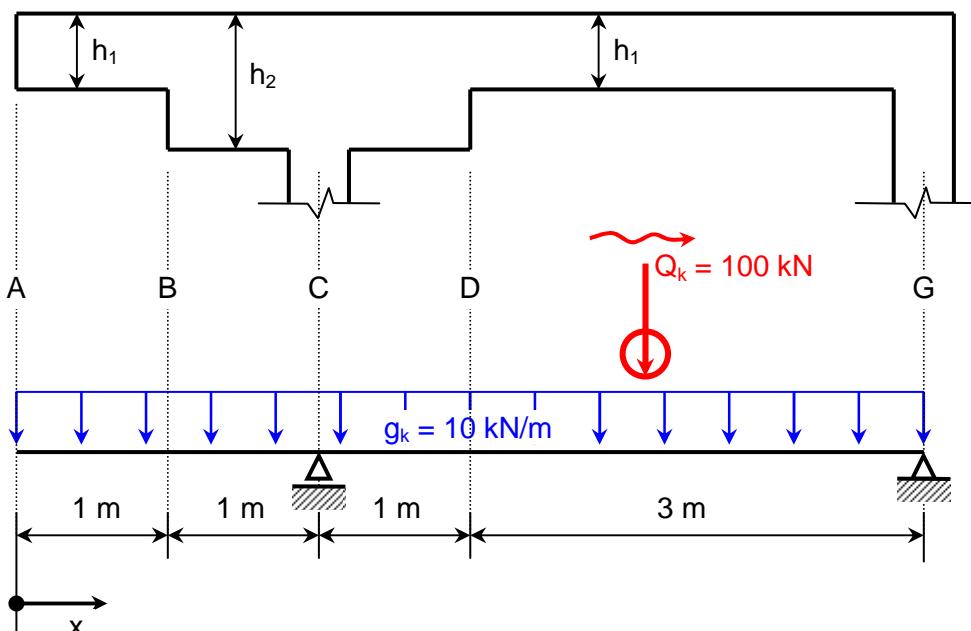
- concreto: C20; e
- aço: CA-25.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- viga de seção retangular, sem armadura de compressão;
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ );
- $b_w = 20 \text{ cm}$ ; e
- $h_i = d_i + 5 \text{ cm}$

Obs.:

- peso próprio da viga incluído na carga  $g_k$ ;
- adotar para  $h$  valor múltiplo de 5 cm; e
- considerar a viga como simplesmente apoiada nos pilares.



Seção	A	B	C	D	E	F	G
x (m)	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0
$M_{gk}$ (kNm)	0,0	-5,0	-20,0	0,0	10,0	10,0	0,0
$M_{qk}$ (kNm) (-)	0,0	-100,0	-200,0	-150,0	-100,0	-50,0	0,0
$M_{qk}$ (kNm) (+)	0,0	0,0	-0,0	75,0	100,0	75,0	0,0
$M_{sd}$ (kNm) (-)	0,0	-147,0	-308,0	-210,0	-130,0	-60,0	0,0
$M_{sd}$ (kNm) (+)	0,0	-5,0	-20,0	105,0	154,0	119,0	0,0

**Ex. 5.24:** Mantidas as condições de dutilidade, determinar, para a viga de seção transversal abaixo indicada, o máximo momento fletor solicitante de cálculo que ela pode suportar. A viga terá:

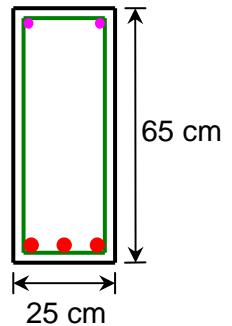
- armadura longitudinal de compressão (superior) constituída por 2 barras de 12,5 mm;
- armadura longitudinal de tração (inferior) constituída por 3 barras de 20 mm;
- armadura transversal (estribos) constituída por barras de 6,3 mm;
- dimensão máxima do agregado igual a 19 mm; e
- cobrimento nominal das armaduras igual a 5 cm.

Dados:

- concreto: C25; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).

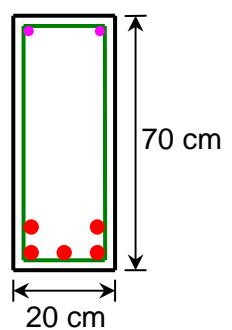


**Ex. 5.25:** Para a seção de viga abaixo indicada, verificar:

- o momento fletor solicitante de cálculo que corresponderia a condição  $\varepsilon_s = 7\%$ ; e
- as condições de dutilidade para as condições estabelecidas no item a.

A viga terá:

- armadura longitudinal de compressão (superior) constituída por 2 barras de 10 mm;
- armadura longitudinal de tração (inferior) constituída por 5 barras de 16 mm;
- armadura transversal (estribos) constituída por barras de 6,3 mm;
- dimensão máxima do agregado igual a 19 mm; e
- cobrimento nominal das armaduras igual a 3 cm.



Dados:

- concreto: C30; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).

**Ex. 5.26:** Mantidas as condições de dutilidade, determinar, para a viga abaixo representada:

- as armaduras longitudinais de tração e compressão ( $A_s$  e  $A'_{s'}$ );
- a armadura longitudinal de tração ( $A_s$ ), considerando nula a armadura de compressão;
- os valores das tensões de tração e compressão nas armaduras definidas no item a; e
- o valor da tensão de tração na armadura definida no item b.

Dados:

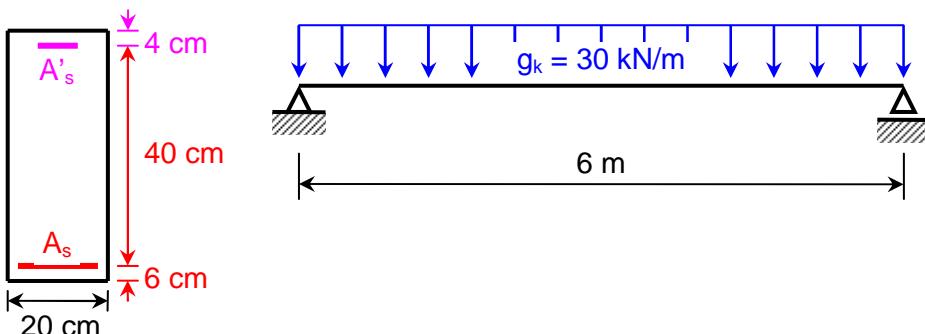
- concreto: C30; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).

Obs.:

- considerar, para o item b, viga superarmada.



**Ex. 5.27:** A seção transversal da viga abaixo representada está sujeita a um momento fletor solicitante de cálculo igual a 250 kNm e tem uma relação entre as armaduras de tração e de compressão tal que:

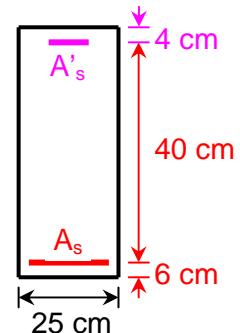
$$\frac{A'_s}{(A_s + A'_s)} = 30\%$$

Com base na condição acima, determine:

- a. a posição da linha neutra;
- b. a deformação da fibra de concreto mais comprimida;
- c. o alongamento da armadura tracionada;
- d. o encurtamento da armadura comprimida;
- e. a tensão atuante na armadura tracionada;
- f. a tensão atuante na armadura comprimida;
- g. a área da seção transversal da armadura tracionada;
- h. a área da seção transversal da armadura comprimida; e
- i. as condições de dutilidade.

Dados:

- concreto: C25; e
- aço: CA-50.



Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).

**Ex. 5.28:** Mantidas as condições de dutilidade, determinar a máxima carga acidental  $q_k$  que a viga abaixo representada pode suportar. A viga terá:

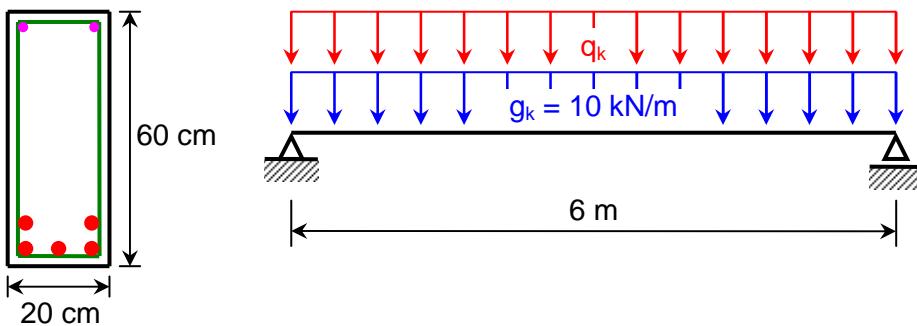
- armadura longitudinal de compressão (superior) constituída por 2 barras de 12,5 mm;
- armadura longitudinal de tração (inferior) constituída por 5 barras de 16 mm;
- armadura transversal (estribos) constituída por barras de 6,3 mm;
- dimensão máxima do agregado igual a 19 mm; e
- cobrimento nominal das armaduras igual a 3 cm.

Dados:

- concreto: C35; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).



**Ex. 5.29:** Para a viga abaixo esquematizada determinar o máximo vão que esta pode possuir, mantidas as condições de dutilidade. A viga terá:

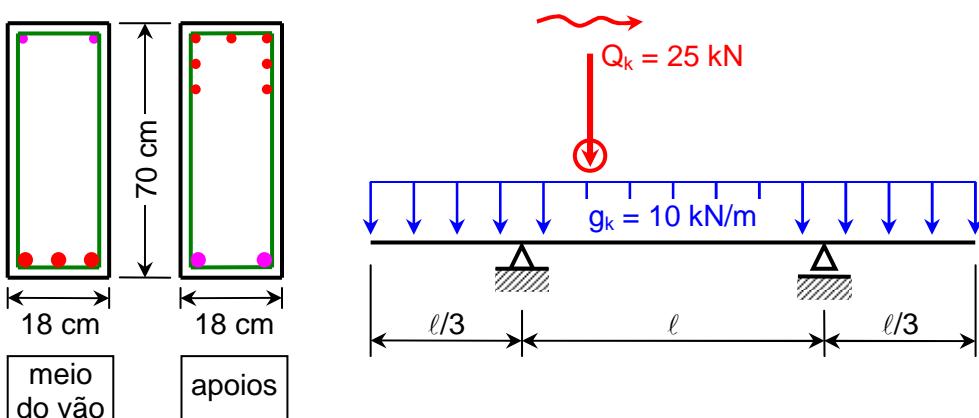
- no meio do vão:
  - ✓ armadura longitudinal de compressão (superior) constituída por 2 barras de 12,5 mm;
  - ✓ armadura longitudinal de tração (inferior) constituída por 3 barras de 16 mm;
- nos apoios:
  - ✓ armadura longitudinal de tração (superior) constituída por 7 barras de 12,5 mm;
  - ✓ armadura longitudinal de compressão (inferior) constituída por 2 barras de 16 mm;
- armadura transversal (estribos) constituída por barras de 5 mm;
- dimensão máxima do agregado igual a 19 mm; e
- cobrimento nominal das armaduras igual a 3 cm.

Dados:

- concreto: C30; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).



**Ex. 5.30:** Um reservatório é suportado pelas vigas V1 e V2 de seção transversal 20 cm x 60 cm, tal como indicado na figura abaixo. O reservatório exerce sobre as vigas igual carregamento, uniformemente distribuído, no trecho central das vigas (4 m). Cada metro cúbico de material armazenado no reservatório pesa 10 kN. Mantidas as condições de dutilidade, determinar qual a máxima altura  $h$  permitida para o armazenamento do material. As vigas terão:

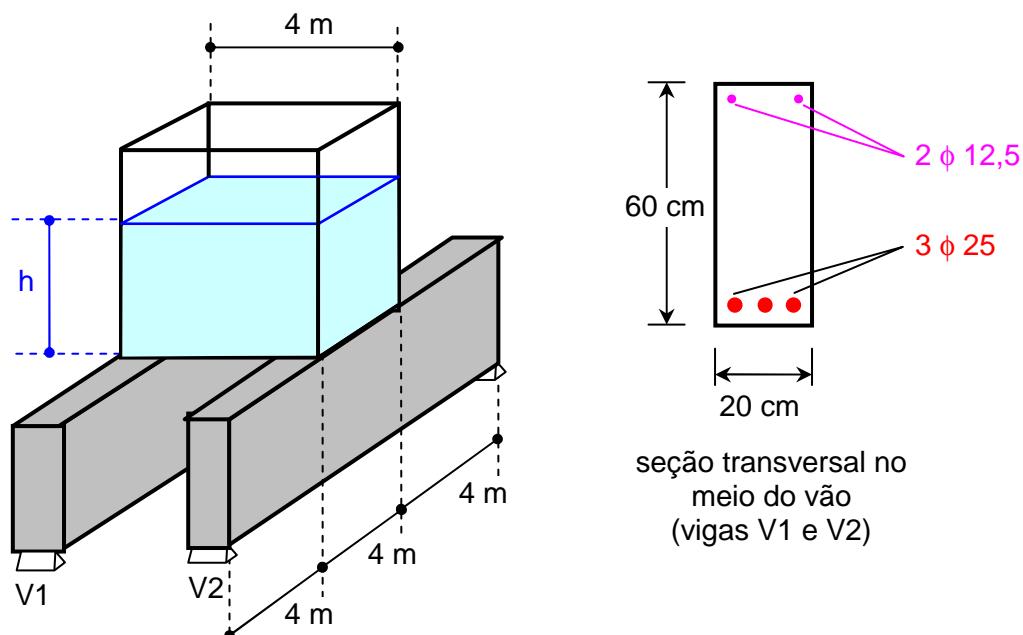
- armadura longitudinal de compressão (superior) constituída por 2 barras de 12,5 mm;
- armadura longitudinal de tração (inferior) constituída por 3 barras de 25 mm;
- armadura transversal (estribos) constituída por barras de 8 mm;
- dimensão máxima do agregado igual a 19 mm; e
- cobrimento nominal das armaduras igual a 3 cm.

Dados:

- concreto:
  - ✓ classe: C20; e
  - ✓ peso específico: 25 kN/m<sup>3</sup>.
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- nulo o peso próprio do reservatório; e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).



**Ex. 5.31:** A viga abaixo indicada teve sua armadura positiva dimensionada e detalhada com cinco barras de 12,5 mm (2 longas + 3 curtas). Dessas cinco barras, duas foram prolongadas até a extremidade do balanço constituindo-se, portanto, na armadura de compressão para a seção do apoio A (apoio do balanço). Nessas condições, e mantendo-se as condições de dutilidade, pede-se determinar

- a armadura de tração para a seção do apoio do balanço (apoio A), considerando a armadura de compressão já existente (2 barras de 12,5 mm); e
- o valor da carga  $Q_{2k}$  (valor característico) que determinou as 5 barras de 12,5 mm existente na seção C.

Dados:

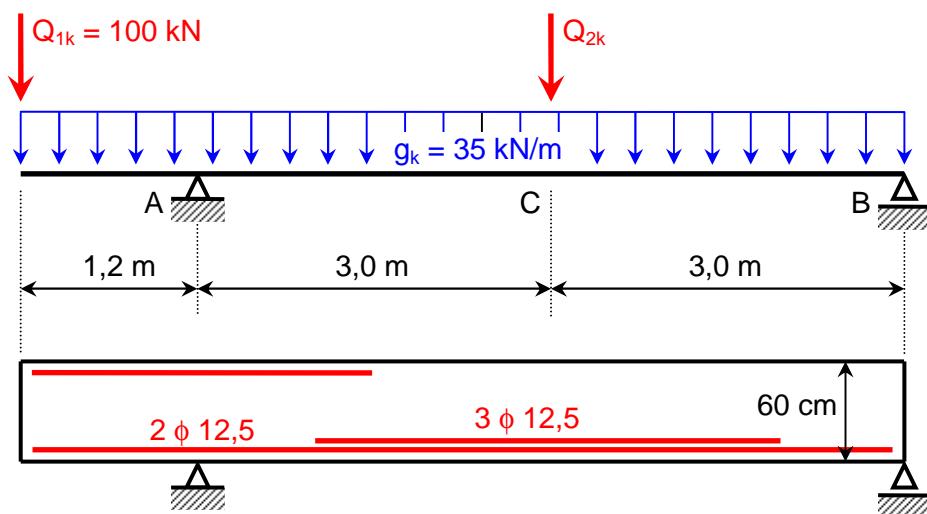
- concreto: C35; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ );
- $b_w = 20$  cm;
- $d = 55$  cm; e
- $d'/d = 0,075$ .

Obs.:

- considerar as cargas acidentais  $Q_{1k}$  e  $Q_{2k}$  como independentes (podem atuar simultaneamente, ou não).



**Ex. 5.32** A viga abaixo representada, construída com concreto classe C25 e aço CA-50, tem seção retangular com 20 cm de base e 55 cm de altura. Considerando, no estado limite último, que:

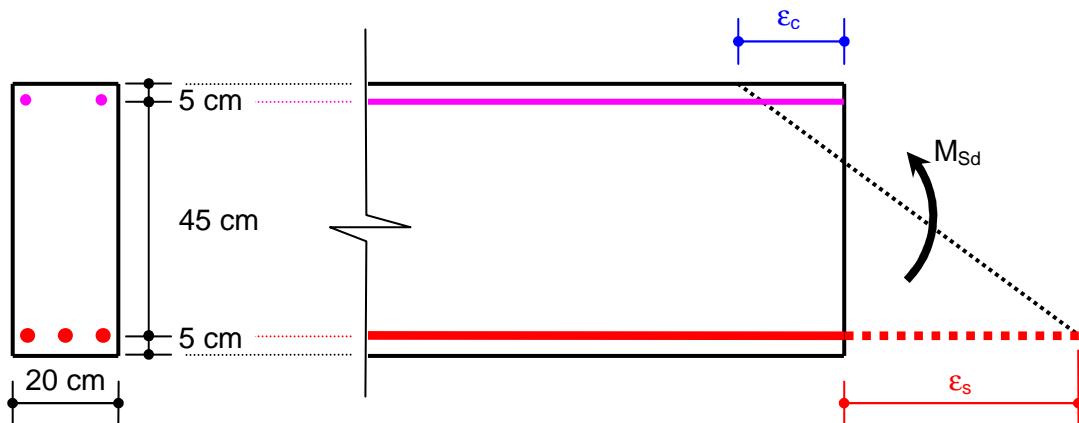
- a distância entre a força resistente de cálculo atuante na região de concreto comprimido e a força resistente de cálculo atuante na armadura tracionada, corresponde a 40 cm; e
- a armadura comprimida é constituída por 2 barras de 10 mm,

pede-se:

- a domínio de deformação, o encurtamento da fibra de concreto mais comprimido e o alongamento da armadura mais tracionada, correspondente a este ELU;
- a intensidade do momento fletor resistente de cálculo, correspondente a este ELU;
- a área seção transversal da armadura longitudinal tracionada, correspondente a este ELU; e
- o tipo de ruína possível (frágil ou dúctil), correspondente a este ELU (justificar a resposta).

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).



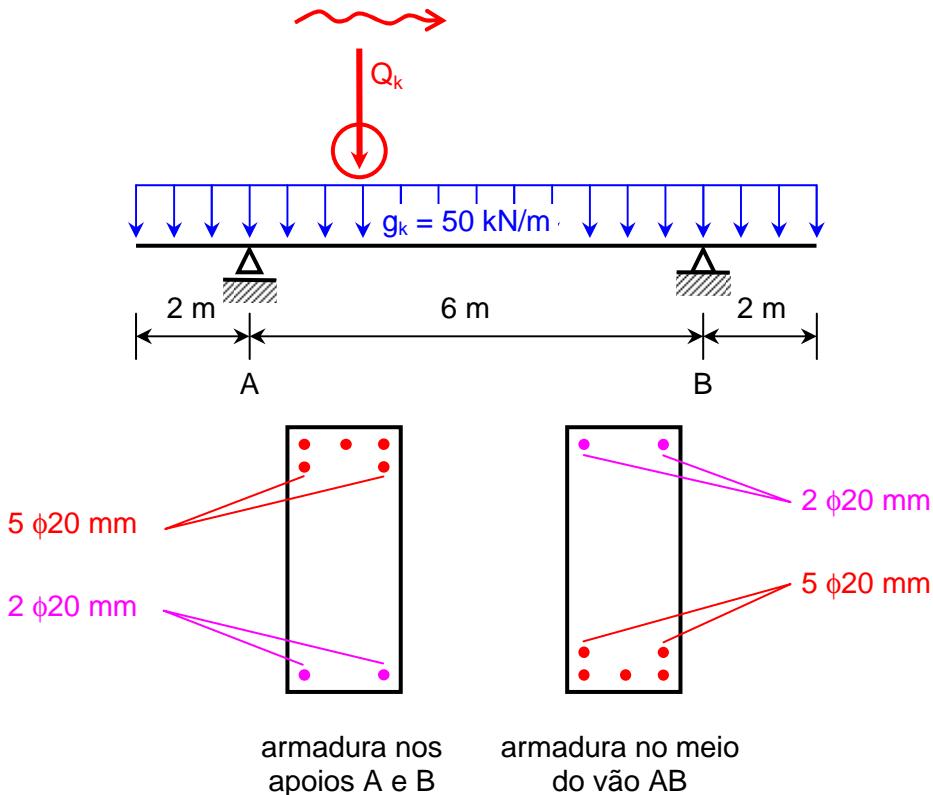
**Ex. 5.33:** Determinar, para a viga abaixo representada, o máximo valor que a carga acidental  $Q_k$  (móvel) pode assumir, mantidas as condições de dutilidade. A viga terá 25 cm de largura e 70 cm de altura.

Dados:

- concreto:C30; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ );
- $d = 63 \text{ cm}$ ; e
- $d' = 5 \text{ cm}$ .



**Ex. 5.34:** Mantendo as condições de utilidade, determinar as armaduras longitudinais necessárias nas seções B (meio do vão) e C (apoio da direita) da viga de seção retangular abaixo representada. O carregamento  $Q_k$  corresponde a uma carga concentrada móvel equivalente a 135 kN (valor característico). Apresentar, ao final dos cálculos, uma vista longitudinal da viga mostrando a posição das armaduras calculadas.

Dados:

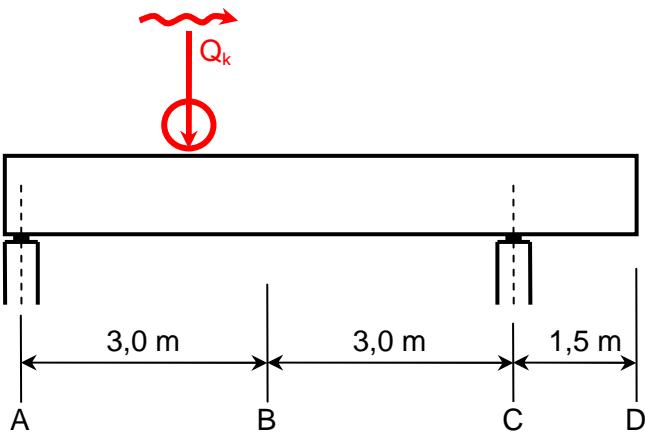
- concreto:C30; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ );
- $b_w = 15 \text{ cm}$ ;
- $h = 50 \text{ cm}$ ;
- $d = 45 \text{ cm}$ ; e
- $d'/d = 0,10$ .

Obs.:

- considerar desprezível o peso próprio da viga.



**Ex. 5.35:** Determinar, para a viga abaixo representada:

- a menor altura  $h$  (número múltiplo de 5 cm), necessária para que a viga esteja na condição limite de ductilidade nas seções B e C, sem armadura de compressão; e
- as armaduras longitudinais necessárias na seção do meio do vão AD, mantida a altura da viga determinada no item anterior.

Dados:

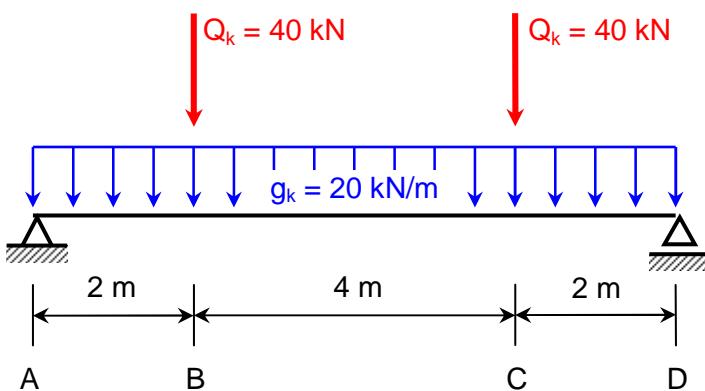
- concreto: C30; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ );
- $b_w = 20 \text{ cm}$ ;
- $d = h - 6 \text{ cm}$ ; e
- $d'/d = 0,10$ .

Obs.:

- peso próprio da viga incluído na carga  $g_k$ .



**Ex. 5.36:** Para a viga abaixo esquematizada determinar o máximo vão  $\ell$  que esta pode possuir, mantida as condições de dutilidade. A viga terá:

- no meio do vão:
  - ✓ armadura longitudinal de compressão (superior) constituída por 2 barras de 10 mm;
  - ✓ armadura longitudinal de tração (inferior) constituída por 3 barras de 16 mm;
- nos apoios:
  - ✓ armadura longitudinal de tração (superior) constituída por 3 barras de 16 mm;
  - ✓ armadura longitudinal de compressão (inferior) constituída por 2 barras de 10 mm.

Dados:

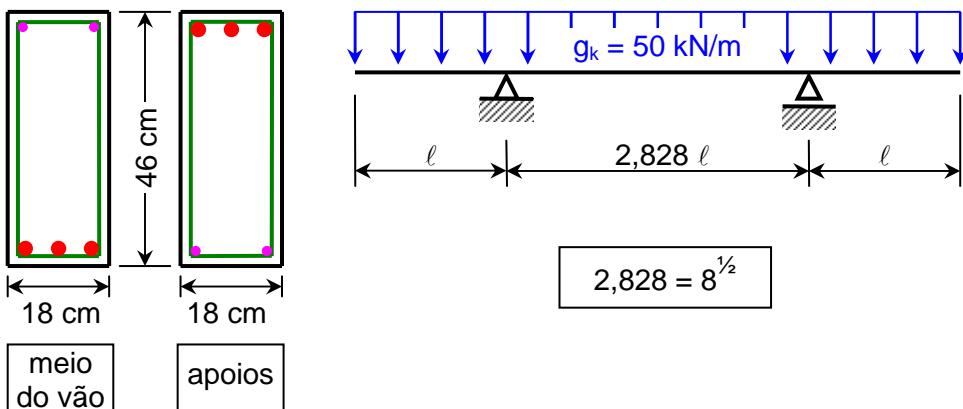
- concreto: C35; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ );
- $d = 40 \text{ cm}$ ; e
- $d' = 5 \text{ cm}$ .

Obs.:

- peso próprio da viga incluído na carga  $g_k$ .



**Ex. 5.37:** Mantidas as condições de utilidade, determinar, para a viga abaixo representada, o máximo momento fletor solicitante de cálculo que a seção pode resistir. A viga terá:

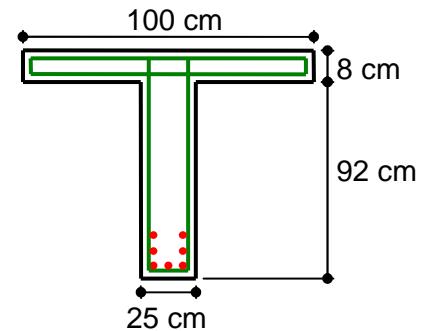
- armadura longitudinal inferior constituída por 7 barras de 20 mm;
- armadura transversal (estribos) constituída por barras de 6,3 mm;
- dimensão máxima do agregado igual a 19 mm; e
- cobrimento nominal das armaduras igual a 3 cm.

Dados:

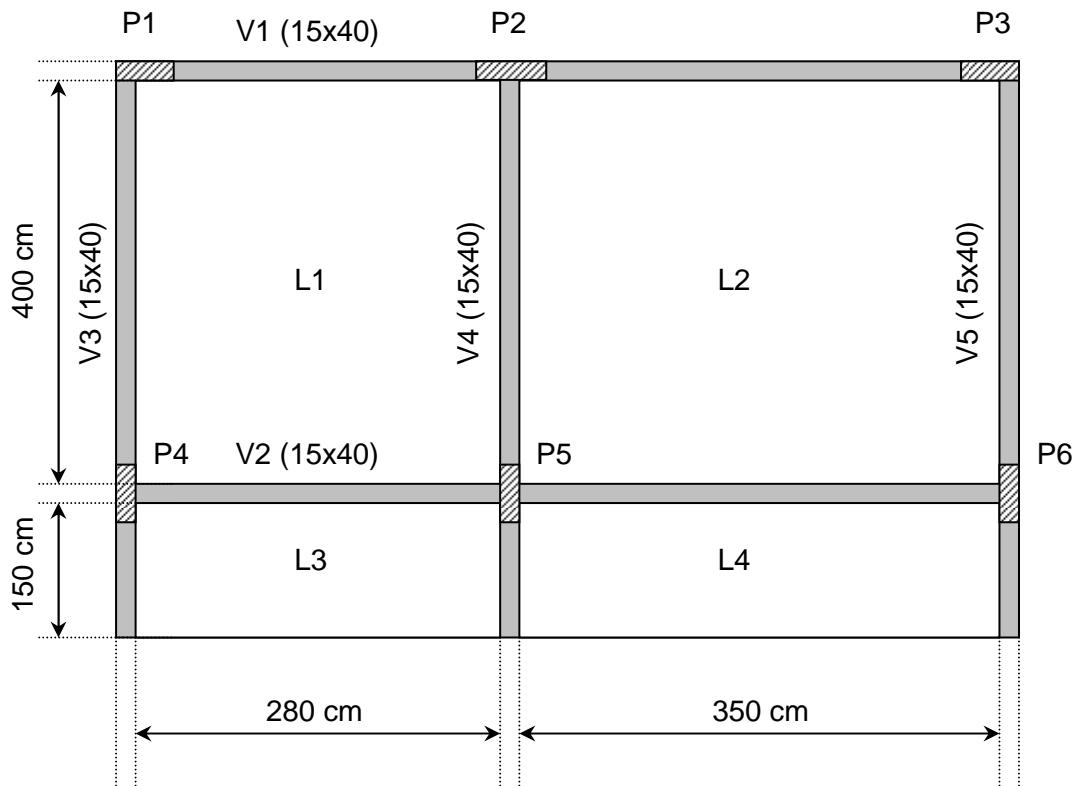
- concreto: C40; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).



**Ex. 5.38:** Determinar a largura da mesa colaborante (seção T) para a viga V4 indicada na figura. As lajes têm 10 cm de espessura e as vigas têm dimensões 15 cm x 40 cm.



#### PLANTA DE FORMAS

**Ex. 5.39:** Mantidas as condições de dutilidade, determinar a máxima carga acidental  $q_k$  que a viga abaixo representada pode suportar. A viga terá:

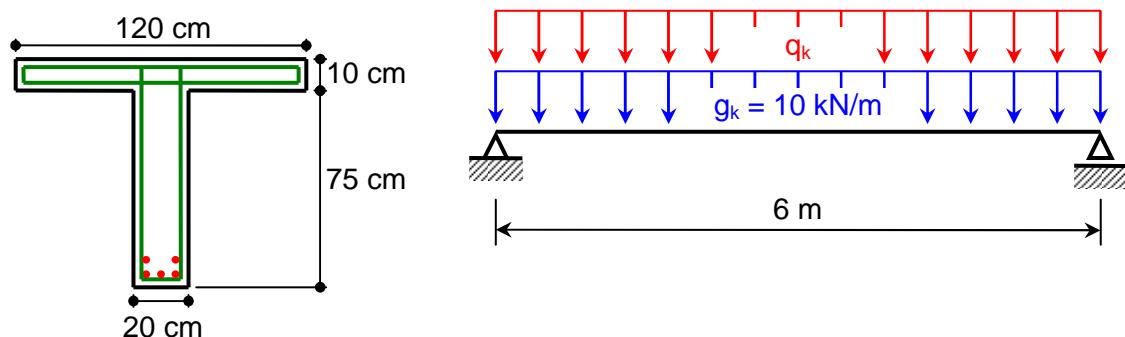
- armadura longitudinal inferior constituída por 5 barras de 16 mm;
- armadura transversal (estribos) constituída por barras de 8 mm;
- dimensão máxima do agregado igual a 19 mm; e
- cobrimento nominal das armaduras igual a 3 cm.

Dados:

- concreto: C30; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).



**Ex. 5.40:** Determinar os maiores comprimentos possíveis dos vãos  $\ell_1$  (AB = CD) e  $\ell_2$  (BC) da viga da figura abaixo considerando que o dimensionamento das seções transversais será feito no domínio 2 e sem armadura de compressão. Para estes valores definidos de  $\ell_1$  e  $\ell_2$ , calcular as armaduras longitudinais nas seções críticas do balanço AB (máximo momento fletor negativo) e do vão BC (máximo momento fletor positivo). Mostrar, esquematicamente, o posicionamento das armaduras (positiva e negativa) em uma vista longitudinal da viga.

Dados:

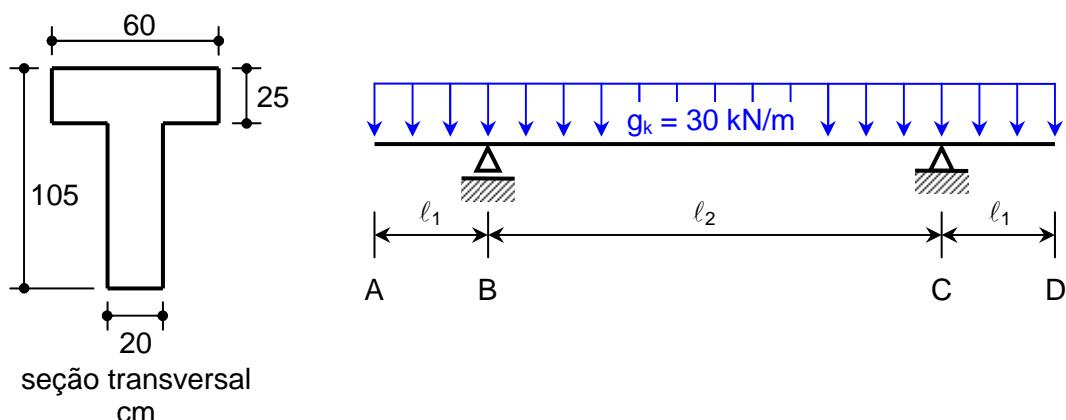
- concreto: C40; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).

Obs.:

- determinar o vão  $\ell_2$  somente após a definição do vão  $\ell_1$ , ou seja, definir  $\ell_{2,\max}$  como função de  $\ell_{1,\max}$ ;
- ajustar os valores de  $\ell_1$  e  $\ell_2$  para múltiplos de 5 cm (arredondar para baixo);
- considerar o peso próprio da viga incluído na carga  $g_k$ ;
- considerar, para a altura útil da viga, a expressão  $d = h - 7$  cm válida para momentos positivos e negativos; e
- considerar  $b_f = 60$  cm, admitindo como verificados os valores  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$  e  $b_4$ .



**Ex. 5.41:** Determinar as armaduras positiva e negativa da viga abaixo indicada. Apresentar, ao final dos cálculos, uma vista longitudinal da viga mostrando as posições das armaduras determinadas com os respectivos valores de  $A_s$  ( $\text{cm}^2$ ).

Dados:

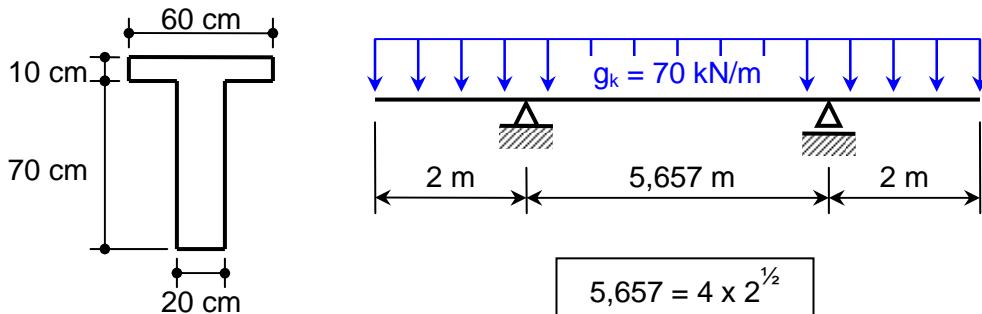
- concreto: C25; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ); e
- $d = h - 7$  cm.

Obs.:

- peso próprio da viga incluído na carga  $g_k$ ;
- viga isolada a ser considerada como seção T, onde possível; e
- obrigatória a verificação do valor de  $b_f$ .



**Ex. 5.42:** A viga da figura abaixo representada terá sua armadura de flexão positiva (inferior) detalhada com barras de 16 mm. Três destas barras ( $3\phi 16$ ) serão prolongadas até a extremidade do balanço, constituindo-se, então, em armadura de compressão para os momentos fletores negativos atuantes neste balanço. Nestas condições, e mantidas as condições de dutilidade, determinar:

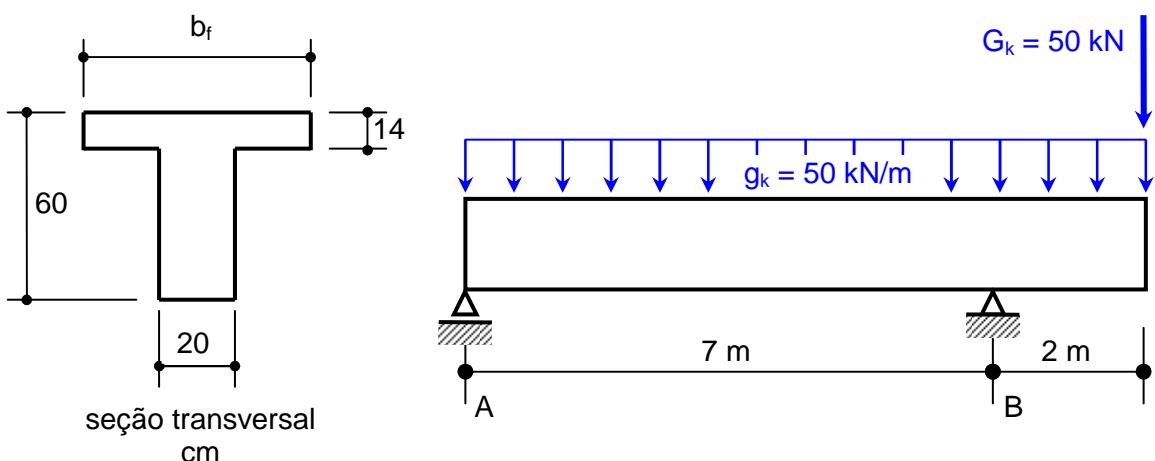
- a armadura de flexão necessária para o apoio B, considerando, obrigatoriamente, os  $3\phi 16$  (inferiores) existentes neste apoio; e
- o valor mínimo de  $b_f$  necessário para que a seção transversal correspondente ao meio do vão AB não necessite de armadura de compressão, considerando, ainda, que a armadura de tração nesta seção resulte igual a armadura de tração calculada para o momento negativo do apoio B (item a).

Dados:

- concreto: C35; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- altura útil equivalente a 90% da altura total;
- posições relativas das armaduras superiores iguais as das armaduras inferiores;
- nulo o peso próprio do reservatório; e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).



**Ex. 5.43:** Mantidas as condições de dutilidade, determinar as armaduras necessárias para o momento fletor positivo e para o momento fletor negativo da viga V2 abaixo representada. Apresentar, ao final dos cálculos, um corte longitudinal da viga mostrando as posições das armaduras calculadas. A viga terá:

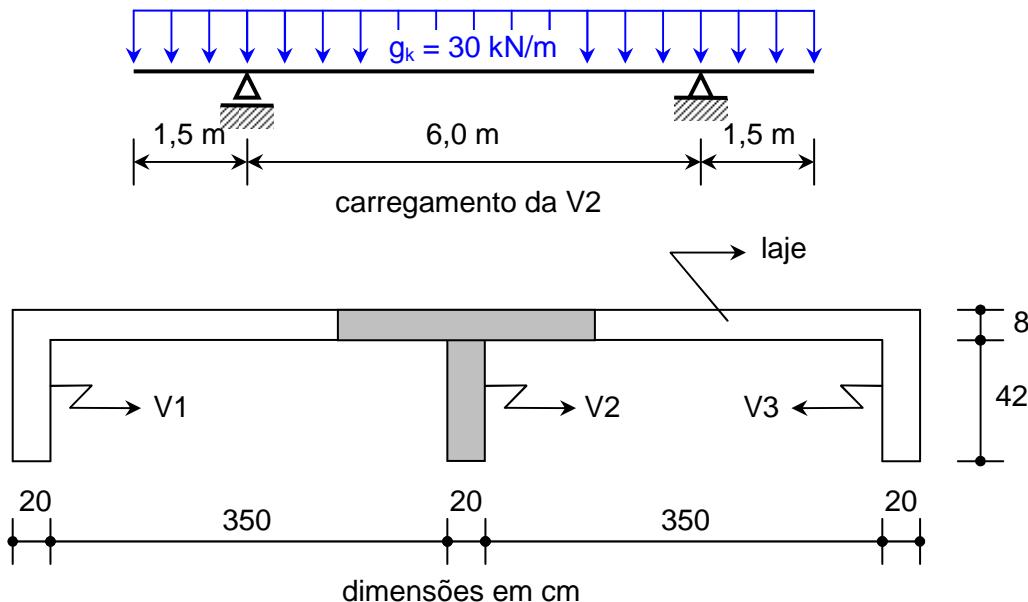
- armadura longitudinal constituída por barras de 16 mm;
- armadura transversal (estribos) constituída por barras de 6,3 mm;
- dimensão máxima do agregado igual a 19 mm; e
- cobrimento nominal das armaduras igual a 3 cm.

Dados:

- concreto: C30; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ); e
- peso próprio da viga incluído na carga  $g_k$ .



**Ex. 5.44:** Determinar as armaduras positiva e negativa da viga isolada abaixo indicada, de tal forma que sejam mantidas as condições de dutilidade. A viga terá:

- armadura longitudinal constituída por barras de 12,5 mm;
- armadura transversal (estribos) constituída por barras de 5 mm;
- dimensão máxima do agregado igual a 19 mm; e
- cobrimento nominal das armaduras igual a 3 cm.

Dados:

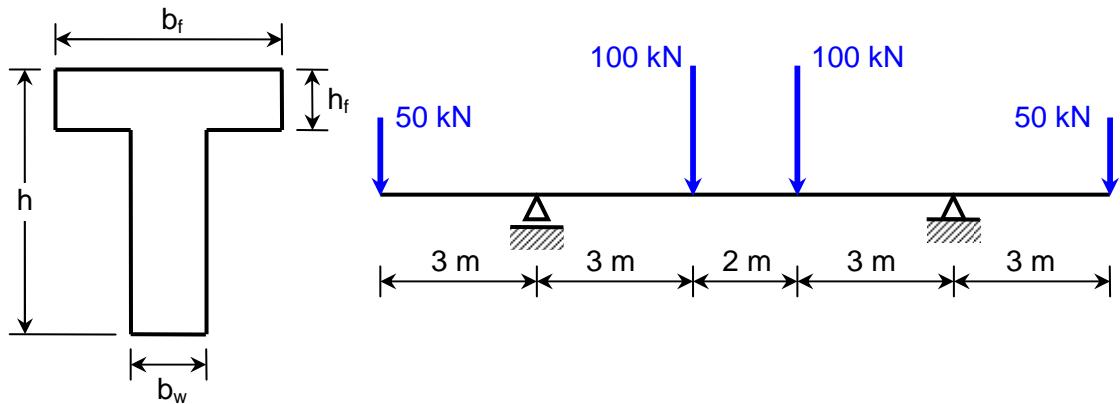
- concreto: C25; e
- aço: CA-50.
- seção transversal:
  - $b_f = 40 \text{ cm}$ ;
  - $b_w = 15 \text{ cm}$ ;
  - $h = 65 \text{ cm}$ ; e
  - $h_f = 8 \text{ cm}$ .

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ );
- carregamento constituído por cargas permanentes (valores característicos); e
- peso próprio da viga desprezível.

Obs.:

- verificar o valor de  $b_f$  (viga isolada); e
- apresentar, ao final dos cálculos, uma vista longitudinal da viga mostrando, esquematicamente, o posicionamento das armaduras positivas e negativas (indicar os valores, em  $\text{cm}^2$ , das armaduras calculadas).



**Ex. 5.45:** Determinar a menor altura possível para a viga V2 abaixo indicada. Não deverá ser usada armadura de compressão e deverão ser mantidas as condições de dutilidade. A viga terá:

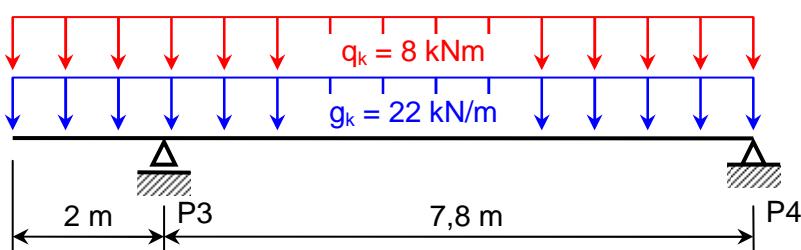
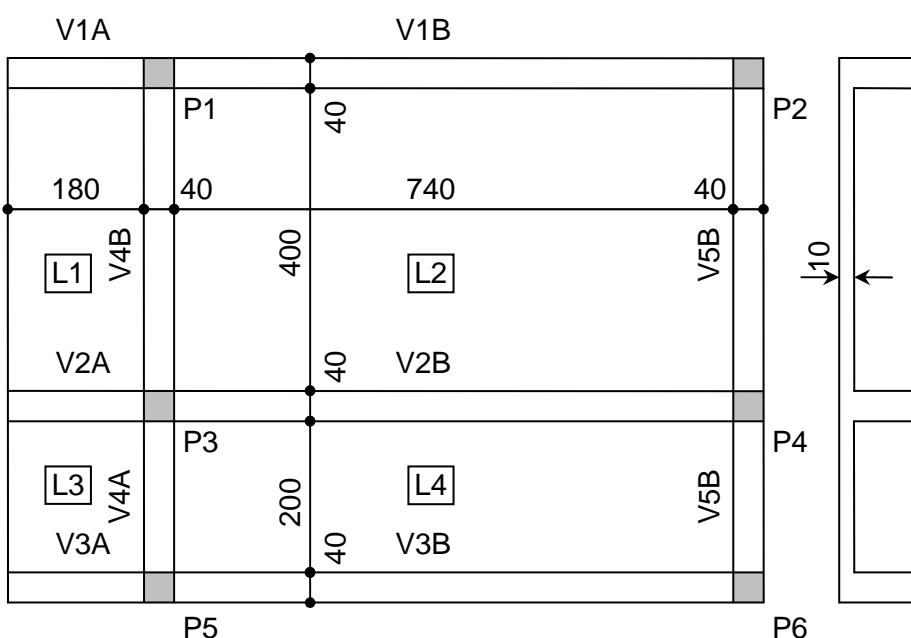
- armadura longitudinal inferior constituída por barras de 16 mm;
- armadura transversal (estribos) constituída por barras de 6,3 mm;
- dimensão máxima do agregado igual a 19 mm; e
- cobrimento nominal das armaduras igual a 3 cm.

Dados:

- concreto: C35; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ); e
- peso próprio da viga V2 incluído na carga  $g_k$ .



**Ex. 5.46:** Mantidas as condições de dutilidade, determinar as armaduras positiva e negativa da viga V1 abaixo indicada. A viga terá:

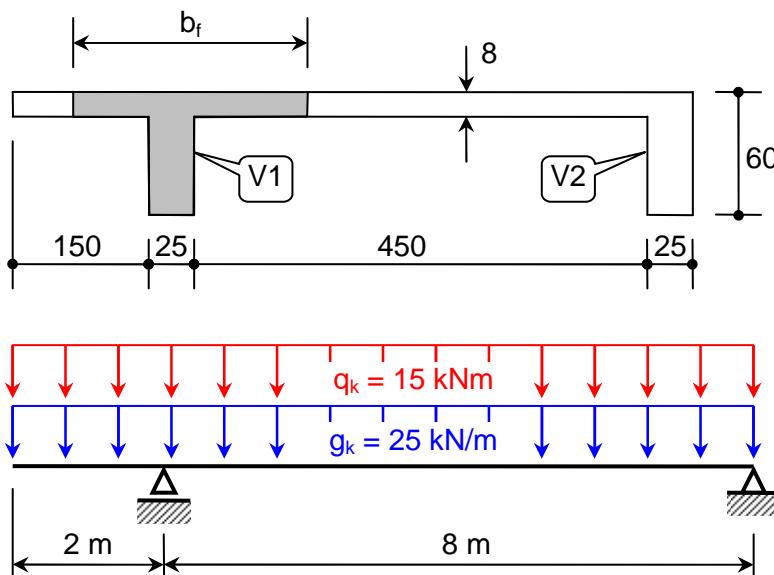
- armadura longitudinal constituída por barras de 16 mm;
- armadura transversal (estribos) constituída por barras de 6,3 mm;
- dimensão máxima do agregado igual a 19 mm; e
- cobrimento nominal das armaduras igual a 3 cm.

Dados:

- concreto: C30; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ); e
- peso próprio da viga incluído na carga  $g_k$ .



**Ex. 5.47:** O projeto de uma peça pré-moldada deve considerar, além das condições de trabalho, aquelas decorrentes do processo de montagem. Num desses casos, adotou-se uma viga de seção T como mostrado abaixo. Mantidas as condições de dutilidade e sabendo-se que a viga deverá suportar uma carga acidental uniformemente distribuída (em todo vão) de 10 kN/m (valor característico), pede-se determinar:

- a armadura longitudinal necessária para a condição de montagem; e
- a armadura longitudinal necessária para a condição de trabalho.

Apresentar, ao final dos cálculos, uma vista longitudinal mostrando as posições das armaduras estabelecidas nos itens a e b.

Dados:

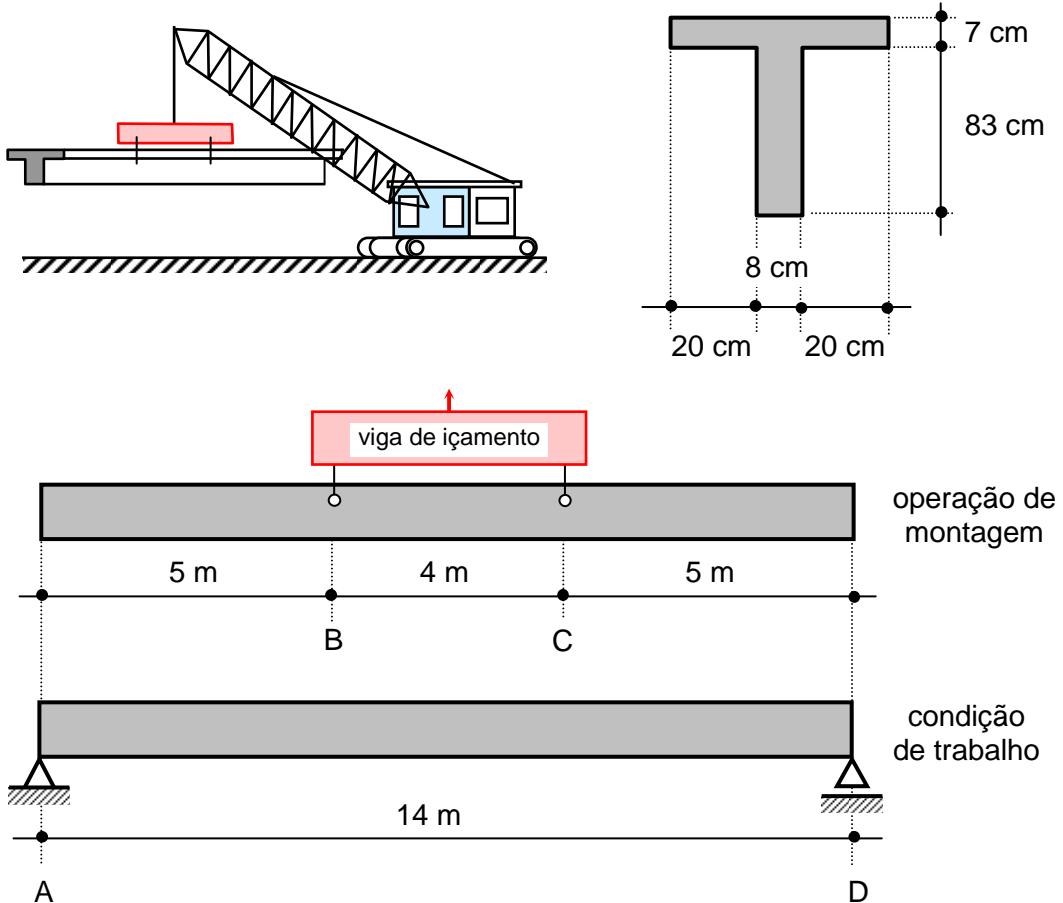
- concreto: C35; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ );
- peso específico do concreto igual a 25 kN/m<sup>3</sup>; e
- $d = h - 7$  cm (momentos positivos e negativos).

Obs.:

- verificar o valor de  $b_f$  (viga isolada);
- não considerar armadura longitudinal de compressão; e
- na montagem, considerar somente ao próprio da viga.



**Ex. 5.48:** Mantidas as condições de dutilidade, determinar, para a viga isolada de seção transversal constante, abaixo representada, o máximo valor que a carga accidental  $Q_k$  (móvel) pode assumir.

Dados:

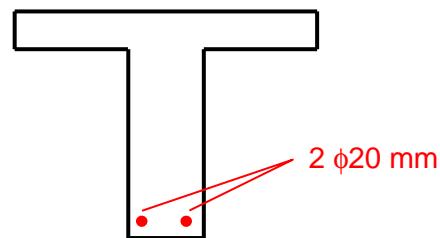
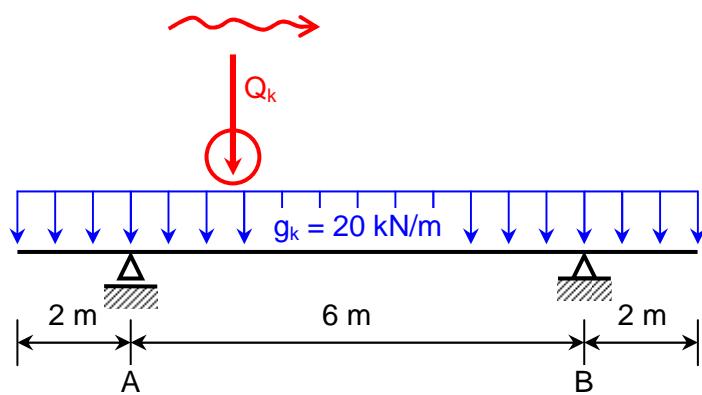
- concreto: C30;
- aço: CA-50;
- seção transversal:
  - ✓  $b_f = 120 \text{ cm}$ ;
  - ✓  $b_w = 20 \text{ cm}$ ;
  - ✓  $h = 70 \text{ cm}$ ; e
  - ✓  $h_f = 8 \text{ cm}$ .

Considerar:

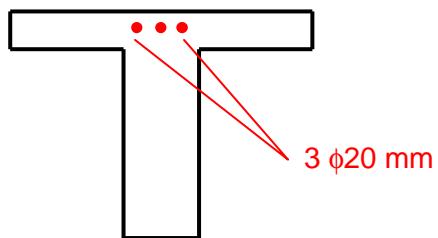
- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ); e
- $d = h - 6 \text{ cm}$  (momentos positivo e negativo).

Obs.:

- verificar o valor de  $b_f$  (viga isolada); e
- peso próprio da viga incluído na carga  $g_k$ .



armadura no meio do vão AB



armadura nos apoios A e B

**Ex. 5.49:** Considere que a peça, cuja seção transversal é mostrada abaixo, está solicitada apenas por um momento fletor de cálculo  $M_{Sd}$ . Na condição limite de segurança - estado limite último ( $M_{Rd} = M_{Sd}$ ), a linha neutra ficou situada 31,2 cm abaixo da fibra mais comprimida. Nestas condições, e mantidas as condições de dutilidade, pede-se:

- o valor do momento fletor solicitante de cálculo  $M_{Sd}$  (kNm); e
- o valor da armadura de tração  $A_s$  ( $\text{cm}^2$ ) necessária para resistir ao momento fletor  $M_{Sd}$ .

Dados:

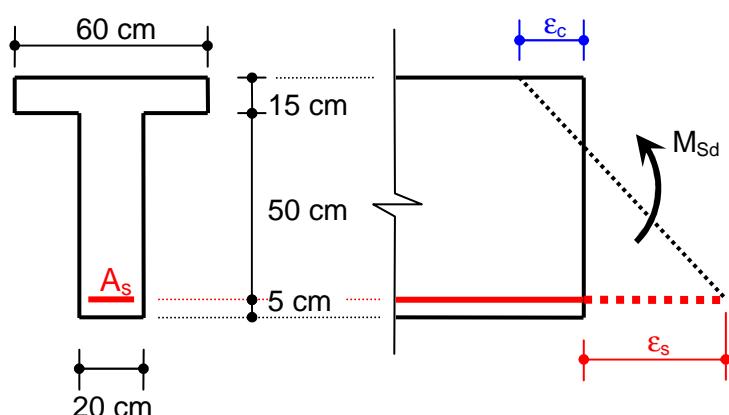
- concreto: C25; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor); e
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ).

Obs.:

- considerar o valor de  $b_f$  verificado.



**Ex. 5.50** Mantidas as condições de dutilidade, determinar para a viga V1, de seção transversal constante (seção T), abaixo representada, o máximo valor que a carga accidental  $Q_k$  (móvel) pode assumir.

Dados:

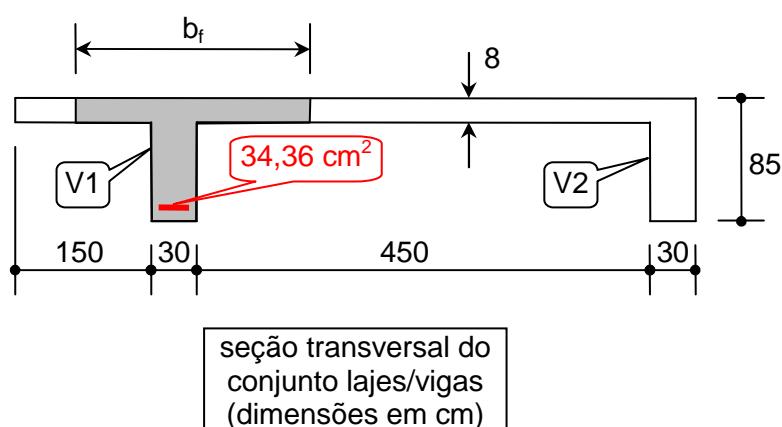
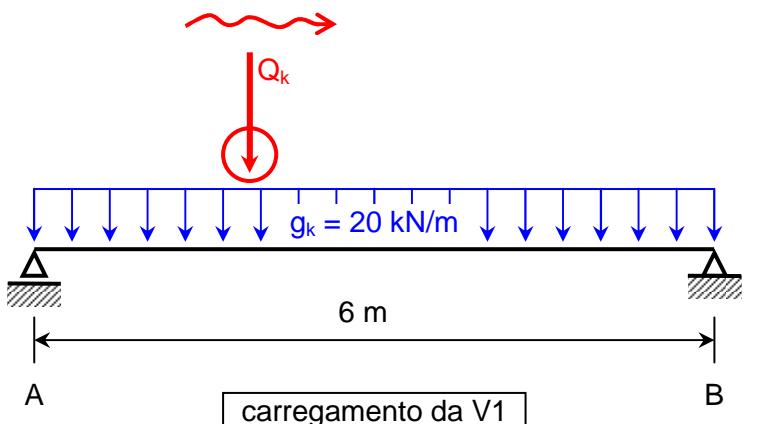
- concreto: C25;
- aço: CA-50; e
- armadura longitudinal inferior:  $7 \phi 25 \text{ mm}$  ( $34,36 \text{ cm}^2$ ).

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ ); e
- $d = h - 6 \text{ cm}$  (momentos positivo e negativo).

Obs.:

- peso próprio da viga incluído na carga  $g_k$ .



**Ex. 5.51** Mantidas as condições de dutilidade, determinar, para a viga V2 abaixo representada:

- a. o máximo valor possível para  $b_f$ ;
- b. o máximo valor possível para o carregamento  $q_k$ , admitindo-se que a altura da linha neutra, na seção transversal (seção T) de máxima solicitação, seja igual  $1,25 h_f$ ; e
- c. a armadura longitudinal necessária para as condições estabelecidas no item b.

Dados:

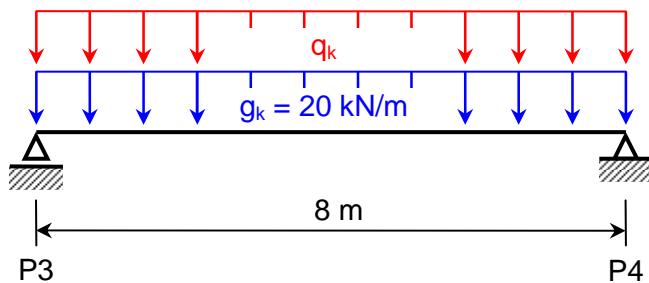
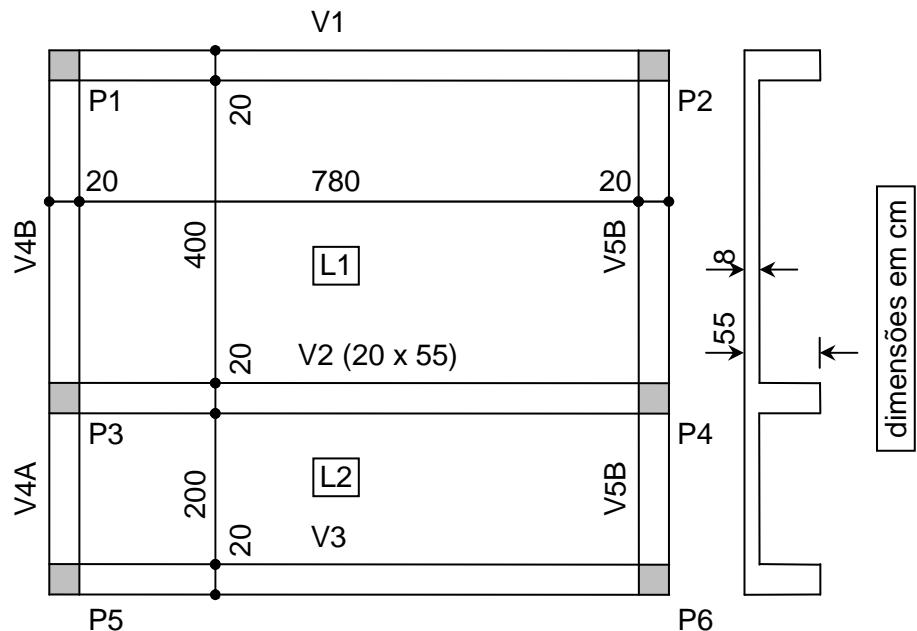
- concreto: C35; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ );
- $d = h - 6 \text{ cm}$ .

Obs.:

- peso próprio da viga incluído na carga  $g_k$ .



**Ex. 5.52:** Mantidas as condições de dutilidade, determinar, para a viga isolada abaixo indicada, o maior valor possível para a carga accidental móvel  $Q_k$  (valor característico).

Dados:

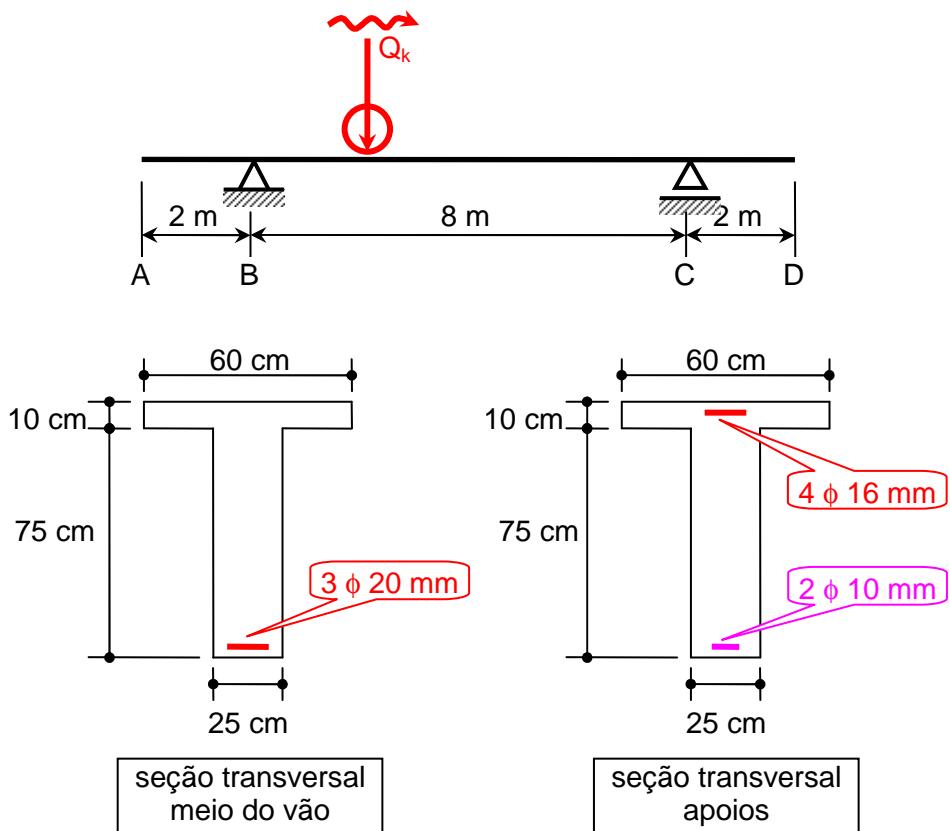
- concreto: C25; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ );
- $d = 80 \text{ cm}$ ;
- $d' = 6 \text{ cm}$ ; e
- peso próprio da viga igual a  $5,357 \text{ kN/m}$  (não mostrado na figura).

Obs.:

- admitir, na determinação de  $b_f$ ,  $b_3 = b_4$ .



**Ex. 5.53:** A figura abaixo representa a planta de formas de uma escola. Cada laje corresponde a uma sala de aula. Todas as vigas têm seção transversal de 25 cm x 70 cm, todos os pilares têm seção de 25 cm x 50 cm e todas as lajes têm espessura igual a 12 cm. Mantidas as condições de utilidade, determinar as armaduras longitudinais necessárias para as vigas V04 e V05, levando-se em consideração, se possível, a colaboração do painel de lajes.

Dados:

- concreto: C30; e
- aço: CA-50.

Considerar:

- somente solicitações normais (momento fletor);
- estado limite último, combinações normais ( $\gamma_g = 1,4$ ;  $\gamma_q = 1,4$ ;  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ );
- $d = h - 7$  cm;
- vão de cálculo das vigas igual à distância entre os eixos dos pilares; e
- carregamento uniformemente distribuído nas vigas V04 e V05, constituído de:
  - ✓ peso próprio de cada viga: 5 kN/m;
  - ✓ reação de uma laje em cada viga: 15 kN/m; e
  - ✓ peso de parede sobre cada viga: 15 kN/m.

