

Exercícios de Compressão

5.1 Resolvidos

Ex. 5.1.1 Comparação entre seções comprimidas A figura desse problema mostra diversas formas de seção transversal com a área da seção transversal aproximadamente igual a $A_g = 38,5 \text{ cm}^2$, sendo as cantoneiras conectadas por ambas as abas. Admitindo o comprimento de flambagem $KL_b = 3,50 \text{ m}$ nos dois planos de flambagem, compare a **eficiência** das seções em hastes submetidas à compressão, sendo o aço MR-250. O fator de eficiência, FE , mede o quanto a peça comprimida está longe de atingir a plastificação total da seção transversal e por consequência da resistência total da peça. Ele vale $FE = \chi Q \leq 1,0$.

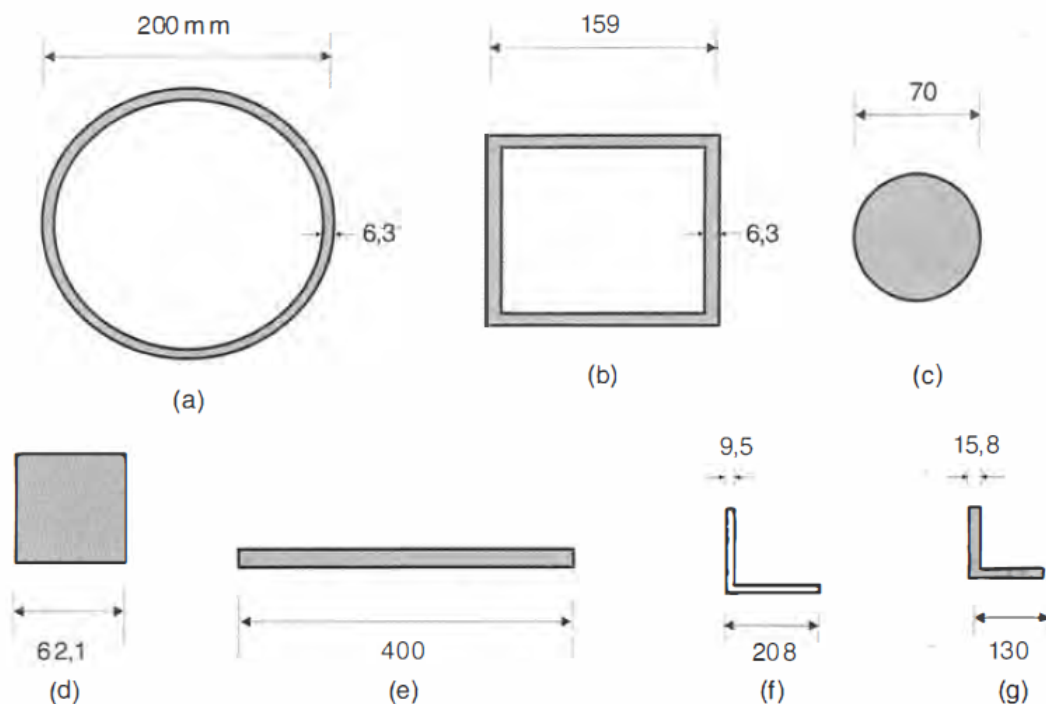


Figura 5.1: Diversas Seções com dimensões em milímetros (a espessura da chapa em (e) é de $9,6 \text{ mm}$).

Solução:

Montar uma tabela com os valores relativos a menor inércia de cada perfil I_{me} para calcular o valor do menor raio de giração r_{me} e verificar o índice de esbeltez $\frac{KL_b}{r_{me}} \leq 200$, calcular os valores dos coeficientes Q e χ e determinar o fator de eficiência, FE . Caso esse fator for igual a 1,0, significa que a peça atinge a resistência total, caso seja inferior a 1,0, a peça falha por flambagem antes de atingir a resistência total.

É possível observar que:

Parâmetro	a	b	c	d	e	f	g
$I_{me} [cm^4]$	1800,13	1497,98	117,87	123,93	2,77	668,34	249,7
$A_g [cm]$	38,34	38,48	38,49	38,56	38,4	38,62	38,81
$r_{me} [cm]$	6,85	6,24	1,75	1,79	0,27	4,16	2,54
$\frac{KL_b}{r_{me}}$	51,08	56,1	200	195,23	1303,15	84,13	137,98
λ_e	31,75	22,24	-	-	-	21,89	8,23
$\lambda_{e,lim}$	88	42,1	-	-	-	12,7	12,7
Q	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,75	1,0
$N_e [kN]$	2901,42	2414,42	189,98	199,75	4,46	1077,22	402,46
λ_0	0,57	0,63	2,25	2,20	14,66	0,82	1,55
χ	0,87	0,85	0,17	0,18	0,0041	0,75	0,36
FE	0,87	0,85	0,17	0,18	0,0041	0,57	0,36

Observações:

- Os perfis de maior eficiência são os das seções (a) e (b), especialmente por possuírem os maiores raios de giração. Mais detalhadamente, isto ocorre porque FE desses elementos é maior que dos outros.
- A seção (c) tem índice de esbelteza igual ao limite de 200 estabelecido pela norma NBR-8800.
- Nas seções (c), (d) e (e) não se aplica o conceito de flambagem local pois são seções maciças.
- A seção (e) apresenta esbelteza tão elevada que seu emprego como peça comprimida torna-se inviável.
- A seção (f) é composta de chapas esbeltas, valor esse maior que o limite, indicando que há flambagem local. A tensão resistente, então, foi reduzida também pelo coeficiente Q .
- O perfil (g) é uma cantoneira como o perfil (f), mas não há flambagem local $Q = 1,0$. No entanto, mesmo parecendo ser mais rígida, pelo fato da maior espessura, é menos eficiente que a cantoneira (f), isso fica claro no raio de giração menor e na esbelteza λ_0 maior.

Desafio: tente reproduzir todos os dados da tabela com o auxílio das corretas equações para cada parâmetro, encontradas no capítulo de compressão.

Ex. 5.1.2 Resistência compressão perfil W Determinar a resistência de cálculo à compressão do perfil W150x37,1kg/m de aço MR-250 (ASTM A36) com comprimento de 3m, sabendo-se que suas extremidades são rotuladas com rotação impedida no eixo longitudinal e que há contenção lateral contínua impedindo a flambagem na direção do eixo x-x. Ainda, comparar o resultado obtido com o resultado de uma peça sem contenção lateral, ou seja, podendo flambar na direção dos eixos x-x e y-y. Assumir $A_g = 47,8cm^2$, $r_x = 6,85cm$, $r_y = 3,84cm$, $t_w = 8,1mm$, $t_f = 11,6mm$, $h = 162mm$, $h_0 = 139mm$, $b_f = 154mm$ $I_x = 2244cm^4$, $I_y = 707cm^4$, $J = 20,58cm^4$ e $C_w = 39930cm^6$.

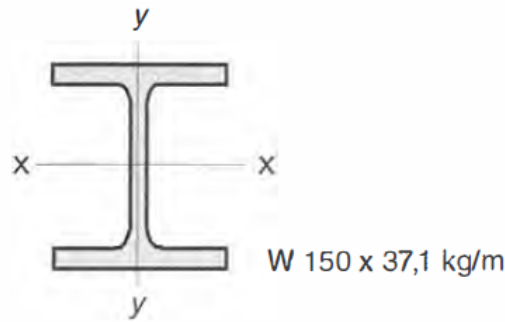


Figura 5.2: Perfil W.

Solução:

Primeiro será calculada a resistência de cálculo à compressão para quando há contenção lateral contínua na direção do eixo x-x. Devido à essa contenção, a peça pode apenas flambar na direção do eixo y-y, sendo assim começa-se calculando o índice de esbeltez da seção em torno do eixo x-x (lembrando que para o caso de ambas as extremidades serem rotuladas tem-se $K = 1,0$).

$$\frac{KL_{b,y}}{r_x} \leq 200 \rightarrow \frac{1,0 \times 300}{6,85} = 43,80 \leq 200 \rightarrow OK!$$

O próximo passo é calcular os valores dos fatores de redução de flambagem local Q_a , Q_s e Q . Os cálculos são apresentados a seguir na ordem indicada:

Elementos AA (apenas a alma, Grupo 2):

$$\lambda_e = \frac{b}{t} = \frac{h_0}{tw} = \frac{139}{8,1} = 17,2$$

$$\lambda_{e,lim} = 1,49 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 1,49 \sqrt{\frac{20000}{25}} = 42,14$$

$$\therefore \lambda_e < \lambda_{e,lim} \rightarrow Q_a = 1,0$$

Elementos AL (as mesas, Grupo 4, verifica-se para uma apenas pois são iguais):

$$\lambda_e = \frac{b}{t} = \frac{\frac{b_f}{2}}{t_f} = \frac{154}{2 \times 11,6} = 6,64$$

$$\lambda_{e,lim} = 0,56 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 0,56 \sqrt{\frac{20000}{25}} = 15,84$$

$$\therefore \lambda_e < \lambda_{e,lim} \rightarrow Q_s = 1,0$$

$$Q = Q_a Q_s = 1,0 \times 1,0 = 1,0$$

Na sequência, determina-se o fator de redução associado à flambagem global χ e seus respectivos parâmetros, lembrando novamente que a flambagem na direção do eixo x-x está impedida, mas em torno do eixo x-x está livre (Ficou com dúvidas? Consulte a figura 3.7 do capítulo 3):

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_y L_y)^2} = \frac{\pi^2 \times 20000 \times 2244}{(1,0 \times 300)^2} = 4921,64 kN$$

N_{ez} não precisa ser calculado pelo fato de existir contenção lateral contínua em x-x, pois também restringe a ocorrência de instabilidade por torção!

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{QA_g f_y}{N_{ex}}} = \sqrt{\frac{1,0 \times 47,8 \times 25}{4921,64}} = 0,49$$

$$\lambda_0 \leq 1,5 \rightarrow \chi = 0,658^{\lambda_0^2} = 0,658^{0,49^2} = 0,90$$

Com esses valores pode-se então determinar a resistência de cálculo à compressão do perfil como sendo:

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi QA_g f_y}{\gamma_{a1}} = \frac{0,90 \times 47,8 \times 25}{1,1} = 977,73 \text{ kN}$$

Na sequência, deve-se fazer o mesmo cálculo para o caso onde não há nenhuma contenção lateral. Primeiramente calcula-se o índice de esbeltez da seção em torno do eixo y-y (ambas as extremidades continuam sendo rotuladas, portanto tem-se $K = 1,0$):

$$\frac{KL_{b,x}}{r_y} \leq 200 \rightarrow \frac{1,0 \times 300}{3,84} = 78,125 \leq 200 \rightarrow OK!$$

É evidente que os valores de Q continuam os mesmos, mas deve-se agora checar N_{ey} e N_{ez} para ver qual é o valor crítico:

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_x L_x)^2} = \frac{\pi^2 \times 20000 \times 707}{(1,0 \times 300)^2} = 1551,03 \text{ kN}$$

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \left[\frac{\pi^2 EC_w}{(K_z L_z)^2} + GJ \right] = \frac{1}{(6,85^2 + 3,84^2)} \left[\frac{\pi^2 \times 20000 \times 39930}{(1,0 \times 300)^2} + 7700 \times 20,58 \right] = 3990,15 \text{ kN}$$

Como $N_{ey} < N_{ez} < N_{ex}$, N_{ey} é o crítico, devendo-se então recalculer o valor do fator de redução associado à flambagem global χ e seus respectivos parâmetros:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{QA_g f_y}{N_{ey}}} = \sqrt{\frac{1,0 \times 47,8 \times 25}{1550,62}} = 0,88$$

$$\lambda_0 \leq 1,5 \rightarrow \chi = 0,658^{\lambda_0^2} = 0,658^{0,88^2} = 0,72$$

Assim, finalmente, calcula-se o valor da resistência de cálculo à compressão do perfil como sendo:

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi QA_g f_y}{\gamma_{a1}} = \frac{0,72 \times 47,8 \times 25}{1,1} = 782,18 \text{ kN}$$

É possível ver que houve um redução de 20% quando compara-se o segundo caso com o primeiro devido à diferença nos valores de raios de giração em torno dos eixos x-x e y-y.

Ex. 5.1.3 Poste com perfil W Calcular o esforço normal resistente no mesmo perfil do problema 5.1.2 (caso sem contenção lateral), considerando-o engastado numa extremidade e livre na outra. Comparar o resultado com o da mesma peça engastada em uma extremidade e rotulada na outra (empenamento livre).

Solução:

Primeiro, o cálculo para o caso engastado-livre. Começa-se calculando o índice de esbeltez da seção (lembrando que para o caso engastado-livre tem-se $K_{recomendado} = 2,1$).

$$\frac{KL_{b,y}}{r_x} \leq 200 \rightarrow \frac{2,1 \times 300}{6,85} = 91,97 \leq 200 \rightarrow OK!$$

$$\frac{KL_{b,x}}{r_y} \leq 200 \rightarrow \frac{2,1 \times 300}{3,84} = 164,06 \leq 200 \rightarrow OK!$$

Os valores de Q continuam os mesmos do exercício anterior ($Q = 1,0$), então iremos diretamente para o cálculo de χ e seus parâmetros:

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_y L_y)^2} = \frac{\pi^2 \times 20000 \times 2244}{(2,1 \times 300)^2} = 1116,31 kN$$

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_x L_x)^2} = \frac{\pi^2 \times 20000 \times 707}{(2,1 \times 300)^2} = 351,71 kN$$

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \left[\frac{\pi^2 EC_w}{(K_z L_z)^2} + GJ \right] = \frac{1}{(6,85^2 + 3,84^2)} \left[\frac{\pi^2 \times 20000 \times 39930}{(2,0 \times 300)^2} + 7700 \times 20,58 \right] = 2924,78 kN$$

Portanto, o caso crítico é para N_{ey} , como já esperado, uma vez que ele possui o menor valor de raio de giração.

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{QA_g f_y}{N_e}} = \sqrt{\frac{1,0 \times 47,8 \times 25}{351,61}} = 1,84$$

$$\lambda_0 > 1,5 \rightarrow \chi = \frac{0,877}{\lambda_0^2} = \frac{0,877}{1,84^2} = 0,26$$

Assim, calcula-se então o valor da resistência de cálculo à compressão do perfil como sendo:

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi QA_g f_y}{\gamma_{a1}} = \frac{0,26 \times 47,8 \times 25}{1,1} = 282,45 kN$$

Na sequência, o mesmo cálculo é feito para o caso engastado-rotulado ($K_{recomendado} = 0,8$).

$$\frac{KL_{b,y}}{r_x} \leq 200 \rightarrow \frac{0,8 \times 300}{6,85} = 35,04 \leq 200 \rightarrow OK!$$

$$\frac{KL_{b,x}}{r_y} \leq 200 \rightarrow \frac{0,8 \times 300}{3,84} = 62,5 \leq 200 \rightarrow OK!$$

Os valores de Q , novamente, continuam os mesmos do exercício anterior ($Q = 1,0$), então iremos diretamente para o cálculo de χ e seus parâmetros:

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_y L_y)^2} = \frac{\pi^2 \times 20000 \times 2244}{(0,8 \times 300)^2} = 7692,06 kN$$

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_x L_x)^2} = \frac{\pi^2 \times 20000 \times 707}{(0,8 \times 300)^2} = 2423,48 kN$$

A questão agora é determinar o valor de K_z para o caso onde uma das extremidades possui rotação e empenamento restringidos (engaste) e a outra rotação impedida e empenamento livre (apoio simples), caso não previsto pela norma. Sendo conservador, a favor da segurança, pode-se adotar o valor de $K_z = 2,0$, pois quando menor for a força elástica de flambagem maior será o índice de esbeltez reduzido resultante e, portanto, menor o valor de χ .

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \left[\frac{\pi^2 EC_w}{(K_z L_z)^2} + GJ \right] = \frac{1}{(6,85^2 + 3,84^2)} \left[\frac{\pi^2 \times 20000 \times 39930}{(2,0 \times 300)^2} + 7700 \times 20,58 \right] = 2924,78 kN$$

Portanto, o caso crítico é para N_{ey} , como já esperado, uma vez que ele possui o menor valor de raio de giração.

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{QA_g f_y}{N_e}} = \sqrt{\frac{1,0 \times 47,8 \times 25}{2423,48}} = 0,70$$

$$\lambda_0 \leq 1,5 \rightarrow \chi = 0,658^{\lambda_0^2} = 0,658^{0,70^2} = 0,81$$

Assim, calcula-se então o valor da resistência de cálculo à compressão do perfil como sendo:

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi QA_g f_y}{\gamma_{a1}} = \frac{0,81 \times 1,0 \times 47,8 \times 25}{1,1} = 879,95 kN$$

Resumindo-se os quatro casos apresentados nos exercícios 5.1.2 e 5.1.3 é possível observar a grande influência das condições de apoio e da existência de contenções laterais na resistência à compressão:

rotulado-rotulado (com contenção na direção x-x) $\rightarrow N_{c,Rd} = 977,73 kN$
 rotulado-rotulado (sem contenção) $\rightarrow N_{c,Rd} = 782,18 kN$
 engastado-livre (sem contenção) $\rightarrow N_{c,Rd} = 282,45 kN$
 engastado-rotulado (sem contenção) $\rightarrow N_{c,Rd} = 879,95 kN$

Ex. 5.1.4 Perfil composto com perfis H Calcular o esforço resistente de projeto à compressão em dois perfis H200x41,7kg/m sem ligação entre si e comparar o resultado com o obtido para os perfis ligados por solda longitudinal. Considerar uma peça de 4m, rotulada nos dois planos de flambagem nas duas extremidades, aço MR-250 (ASTM A36), $A_g = 53,5 cm^2$, $r_x = 8,77 cm$, $r_y = 4,10$, $t_w = 7,2 mm$, $t_f = 11,8 mm$, $h = 181 mm$, $h_0 = 157 mm$, $b_f = 166 mm$, $I_x = 4114 cm^4$, $I_y = 901 cm^4$, $J = 23,19 cm^4$ e $C_w = 83948 cm^6$.

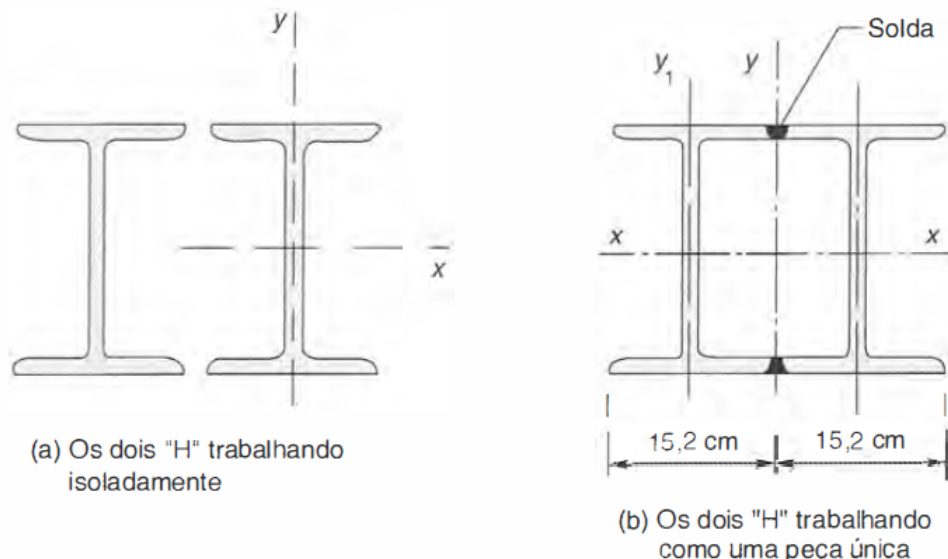


Figura 5.3: Perfil Composto.

Solução:

Para os perfis separados começa-se calculando o índice de esbelteza da seção (lembrando que para o caso rotulado-rotulado tem-se $K_{recomendado} = 1,0$).

$$\frac{KL_{b,y}}{r_x} \leq 200 \rightarrow \frac{1,0 \times 400}{8,77} = 45,61 \leq 200 \rightarrow OK!$$

$$\frac{KL_{b,x}}{r_y} \leq 200 \rightarrow \frac{1,0 \times 400}{4,10} = 97,56 \leq 200 \rightarrow OK!$$

O próximo passo é calcular os valores dos fatores de redução de flambagem local Q_a , Q_s e Q . Os cálculos são apresentados a seguir na ordem indicada:

Elementos AA (somente a alma, Grupo 2):

$$\lambda_e = \frac{b}{t} = \frac{h_0}{t_w} = \frac{157}{7,2} = 21,81$$

$$\lambda_{e,lim} = 1,49 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 1,49 \sqrt{\frac{20000}{25}} = 42,14$$

$$\lambda_e < \lambda_{e,lim} \rightarrow Q_a = 1,0$$

Elementos AL (as mesas, Grupo 4):

$$\lambda_e = \frac{b}{t} = \frac{\frac{b_f}{2}}{t_f} = \frac{166}{2 \times 11,8} = 7,03$$

$$\lambda_{e,lim} = 0,56 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 0,56 \sqrt{\frac{20000}{25}} = 15,84$$

$$\lambda_e < \lambda_{e,lim} \rightarrow Q_s = 1,0$$

$$Q = Q_a Q_s = 1,0 \times 1,0 = 1,0$$

Na sequência, determina-se o fator de redução associado à flambagem global χ e seus respectivos parâmetros:

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_y L_y)^2} = \frac{\pi^2 \times 20000 \times 4114}{(1,0 \times 400)^2} = 5076,76 kN$$

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_x L_x)^2} = \frac{\pi^2 \times 20000 \times 901}{(1,0 \times 400)^2} = 1111,85 kN$$

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \left[\frac{\pi^2 EC_w}{(K_z L_z)^2} + GJ \right] = \frac{1}{(8,77^2 + 4,10^2)} \left[\frac{\pi^2 \times 20000 \times 83948}{(1,0 \times 400)^2} + 7700 \times 23,19 \right] = 3010,54 kN$$

Portanto, o caso crítico é para N_{ey} , como já esperado, uma vez que ele possui o menor valor de raio de giração.

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{QA_g f_y}{N_e}} = \sqrt{\frac{1,0 \times 53,5 \times 25}{1111,85}} = 1,1$$

$$\lambda_0 \leq 1,5 \rightarrow \chi = 0,658 \lambda_0^2 = 0,658^{1,1^2} = 0,60$$

Assim, calcula-se então o valor da resistência de cálculo à compressão do perfil como sendo:

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi QA_g f_y}{\gamma_{a1}} = \frac{0,60 \times 53,5 \times 25}{1,1} = 729,55 kN$$

Mas, como ambos estão trabalhando juntos, mesmo que não estejam soldados, dobra-se o valor encontrado, sendo portanto:

$$N_{c,Rd-final} = 2 \times 729,55kN = 1459,1kN$$

Agora, os cálculos para o caso dos perfis ligados por solda.

O primeiro passo é determinar o eixo com menor raio de giração (o qual terá, obrigatoriamente, o menor momento de inércia) para esse novo perfil composto de dois perfis H soldados.

Para o eixo x-x, tem-se que o momento de inércia do conjunto é o dobro do momento de inércia de um perfil em relação ao mesmo eixo. Analogamente, a área do conjunto também é o dobro da área de apenas um perfil. Sendo assim, o valor do raio de giração em torno do eixo x-x r_{x-c} do conjunto é o mesmo do perfil isolado, ou seja:

$$\begin{aligned} A_{g-c} &= 2A_g = 2 \times 53,5 = 107,0cm^2 \\ I_{x-c} &= 2I_x = 2 \times 4114 = 8228cm^4 \\ r_{x-c} &= \sqrt{\frac{I_{x-c}}{A_{g-c}}} = \sqrt{\frac{2I_x}{2A_g}} = \sqrt{\frac{8228}{107}} = 8,77cm \end{aligned}$$

Já para o eixo y-y, o momento de inércia do perfil composto se obtém a partir do teorema dos eixos paralelos, como segue:

$$\begin{aligned} I_{y-c} &= 2 \left[I_y + A_g \times \left(\frac{b_f}{2} \right)^2 \right] = 2 \left[901 + 53,5 \times \left(\frac{16,6cm}{2} \right)^2 \right] = 9173,23cm^4 \\ r_{y-c} &= \sqrt{\frac{I_{y-c}}{A_{g-c}}} = \sqrt{\frac{9173,23}{107}} = 9,26cm \end{aligned}$$

Destacando que a distância entre o novo centro de gravidade do perfil composto e o centro de gravidade de um perfil isolado é de $b_f/2$.

Determina-se então o índice de esbeltez da seção (lembrando que para o caso rotulado-rotulado tem-se $K_{recomendado} = 1,0$).

$$\begin{aligned} \frac{KL_{b,y}}{r_{x-c}} &\leq 200 \rightarrow \frac{1,0 \times 400}{8,77} = 45,61 \leq 200 \rightarrow OK! \\ \frac{KL_{b,x}}{r_{y-c}} &\leq 200 \rightarrow \frac{1,0 \times 400}{9,26} = 43,20 \leq 200 \rightarrow OK! \end{aligned}$$

Deve-se então reavaliar os valores dos fatores de redução de flambagem local Q_a , Q_s e Q . Com esta nova configuração, as flanges externas continuarão sendo elementos AL, como já havia sido calculado ($Q_s = 1,0$) e as almas também continuarão sendo elementos AA análogo ao que já havia sido calculado ($Q_a = 1,0$), mas as flanges internas que estão soldadas formam agora um novo elemento único AA que deve ser calculado (o qual será assumindo como sendo parte de uma seção caixão soldada - grupo 2). Os cálculos são mostrados a seguir:

Elementos AA (flange interna das mesas, seção caixão soldada, Grupo 2):

$$\begin{aligned} \lambda_e &= \frac{b}{t} = \frac{b_f - t_w}{t_f} = \frac{166 - 7,2}{11,8} = 13,46 \\ \lambda_{e,lim} &= 1,49 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 1,49 \sqrt{\frac{20000}{25}} = 42,14 \\ \lambda_e &< \lambda_{e,lim} \rightarrow Q_a = 1,0 \end{aligned}$$

$$Q_c = Q_a Q_s = 1,0 \times 1,0 = 1,0$$

Na sequência, determina-se o fator de redução associado à flambagem global χ e seus respectivos parâmetros:

$$N_{ex-c} = \frac{\pi^2 EI_{x-c}}{(K_y L_y)^2} = \frac{\pi^2 \times 20000 \times 8228}{(1,0 \times 400)^2} = 10153,52kN$$

$$N_{ey-c} = \frac{\pi^2 EI_{y-c}}{(K_x L_x)^2} = \frac{\pi^2 \times 20000 \times 9173,23}{(1,0 \times 400)^2} = 11320,08kN$$

Em perfis compostos, pelo fato da inércia torcional ser muito elevada, N_{ex-c} não precisa ser calculado pois sempre será um valor maior que as demais forças axiais elásticas de flambagem.

Portanto, o caso crítico é para N_{ex} , como já esperado, uma vez que ele possui o menor valor de raio de giração.

$$\lambda_{0-c} = \sqrt{\frac{QA_g f_y}{N_{ex-c}}} = \sqrt{\frac{1,0 \times 53,5 \times 25}{11317,02}} = 0,34$$

$$\lambda_{0-c} \leq 1,5 \rightarrow \chi_c = 0,658^{\lambda_0^2} = 0,658^{0,34^2} = 0,95$$

Assim, calcula-se então o valor da resistência de cálculo à compressão do perfil como sendo:

$$N_{c,Rd-c} = \frac{\chi_c Q_c A_{g-c} f_y}{\gamma_{a1}} = \frac{0,95 \times 1,0 \times 107 \times 25}{1,1} = 2310,23kN$$

Como pode ser visto, quando os perfis estão soldados o esforço resistente de projeto à compressão ($N_{c,Rd} = 2310,23kN$) é praticamente 58% maior que para o caso dos dois perfis isolados ($N_{c,Rd} = 1459,1kN$).

Ex. 5.1.5 Resistência perfil W diferentes aços Calcular a resistência de projeto à compressão com flambagem para o perfil W310x21,0kg/m com um comprimento de flambagem de 3m nos dois planos de flambagem. Verificar se o perfil de aço AR-350 é mais econômico que o de aço MR-250 (ASTM A36). Assumir ambas extremidades rotuladas $A_g = 27,2cm^2$, $r_x = 11,77cm$, $r_y = 1,90cm$, $t_w = 5,1mm$, $t_f = 5,7mm$, $h = 303mm$, $h_0 = 292mm$, $b_f = 101mm$ $I_x = 3776cm^4$, $I_y = 98cm^4$, $J = 2,93cm^4$ e $C_w = 21644cm^6$.

Solução:

Primeiro será calcula a resistência de projeto à compressão para o aço MR-250 (ASTM A36). Começa-se calculando o índice de esbeltez da seção (lembrando que para o caso rotulado-rotulado tem-se $K_{recomendado} = 1,0$).

$$\frac{KL_{b,y}}{r_x} \leq 200 \rightarrow \frac{1,0 \times 300}{11,77} = 25,49 \leq 200 \rightarrow OK!$$

$$\frac{KL_{b,x}}{r_y} \leq 200 \rightarrow \frac{1,0 \times 300}{1,9} = 157,89 \leq 200 \rightarrow OK!$$

O próximo passo é calcular os valores dos fatores de redução de flambagem local Q_a , Q_s e Q . Os cálculos são apresentados a seguir na ordem indicada:

Elementos AA (somente a alma, Grupo 2):

$$\lambda_e = \frac{b}{t} = \frac{h_0}{t_w} = \frac{292}{5,1} = 57,26$$

$$\lambda_{e,lim} = 1,49 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 1,49 \sqrt{\frac{20000}{25}} = 42,14$$

$$\lambda_e > \lambda_{e,lim} \rightarrow Q_a \neq 1,0$$

Ou seja, precisa-se calcular o valor de Q_a . Primeiro deve-se calcular o valor da largura efetiva do elemento AA b_{ef} :

$$b_{ef} = 1,92t\sqrt{\frac{E}{\sigma}} \times \left(1 - \frac{c_a t}{b} \sqrt{\frac{E}{\sigma}}\right)$$

$$b_{ef} = 1,92t_w\sqrt{\frac{E}{f_y}} \times \left(1 - \frac{0,34t_w}{h_0} \sqrt{\frac{E}{f_y}}\right)$$

$$b_{ef} = 1,92 \times 0,51\sqrt{\frac{20000}{25}} \times \left(1 - \frac{0,34 \times 0,51}{29,2} \sqrt{\frac{20000}{25}}\right) = 23,044\text{cm} \leq b = h_0 = 29,2\text{cm}$$

Com a largura efetiva, calcula-se a área efetiva A_{ef} do elemento AA:

$$A_{ef} = A_g - \sum (b_i - b_{i,ef})t = A_g - (h_0 - b_{ef})t_w = 27,2 - (29,2 - 23,044) \times 0,51 = 24,06\text{cm}^2$$

E por fim, o valor de Q_a :

$$Q_a = \frac{A_{ef}}{A_g} = \frac{24,06}{27,2} = 0,88$$

Elementos AL (mesas, Grupo 4):

$$\lambda_e = \frac{b}{t} = \frac{b_f}{t_f} = \frac{101}{2 \times 5,7} = 8,86$$

$$\lambda_{e,lim} = 0,56\sqrt{\frac{E}{f_y}} = 0,56\sqrt{\frac{20000}{25}} = 15,84$$

$$\lambda_e < \lambda_{e,lim} \rightarrow Q_s = 1,0$$

$$Q = Q_a Q_s = 0,8846 \times 1,0 = 0,88$$

Na sequência, determina-se o fator de redução associado à flambagem global χ e seus respectivos parâmetros:

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_y L_y)^2} = \frac{\pi^2 \times 20000 \times 3776}{(1,0 \times 300)^2} = 8283,84\text{kN}$$

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_x L_x)^2} = \frac{\pi^2 \times 20000 \times 98}{(1,0 \times 300)^2} = 214,99\text{kN}$$

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \left[\frac{\pi^2 EC_w}{(K_z L_z)^2} + GJ \right] = \frac{1}{(11,77^2 + 1,9^2)} \left[\frac{\pi^2 \times 20000 \times 21644}{(1,0 \times 300)^2} + 7700 \times 2,93 \right] = 388,24\text{kN}$$

Portanto, o caso crítico é para N_{ey} , como já esperado, uma vez que ele possui o menor valor de raio de giração.

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{Q A_g f_y}{N_e}} = \sqrt{\frac{0,88 \times 27,2 \times 25}{214,99}} = 1,67$$

$$\lambda_0 > 1,5 \rightarrow \chi = \frac{0,877}{\lambda_0^2} = \frac{0,877}{1,67^2} = 0,31$$

Assim, calcula-se então o valor da resistência de cálculo à compressão do perfil como sendo:

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}} = \frac{0,31 \times 0,88 \times 27,2 \times 25}{1,1} = 168,64\text{kN}$$

Agora serão apresentados os cálculos para o aço AR-350, o qual possui $f_y = 350MPa$. Os índices de esbeltez não são dependentes das propriedades do aço, por isso continuam com os mesmo valores. Entretanto, os fatores de redução de flambagem local Q_a , Q_s e Q são dependentes dessas propriedades. Sendo assim, os cálculos são apresentados a seguir na ordem indicada:

Elementos AA (somente a alma, Grupo 2):

$$\lambda_e = \frac{b}{t} = \frac{h_0}{tw} = \frac{292}{5,1} = 57,26$$

$$\lambda_{e,lim} = 1,49\sqrt{\frac{E}{f_y}} = 1,49\sqrt{\frac{20000}{35}} = 35,62$$

$$\lambda_e > \lambda_{e,lim} \rightarrow Q_a \neq 1,0$$

Ou seja, precisa-se calcular o valor de Q_a . Primeiro deve-se calcular o valor da largura efetiva do elemento AA b_{ef} :

$$b_{ef} = 1,92t\sqrt{\frac{E}{\sigma}} \times \left(1 - \frac{c_a t}{b} \sqrt{\frac{E}{\sigma}}\right)$$

$$b_{ef} = 1,92t_w\sqrt{\frac{E}{f_y}} \times \left(1 - \frac{0,34t_w}{h_0} \sqrt{\frac{E}{f_y}}\right)$$

$$b_{ef} = 1,92 \times 0,51\sqrt{\frac{20000}{35}} \times \left(1 - \frac{0,34 \times 0,51}{29,2} \sqrt{\frac{20000}{35}}\right) = 20,08cm \leq b = h_0 = 29,2cm$$

Com a largura efetiva, calcula-se a área efetiva A_{ef} do elemento AA:

$$A_{ef} = A_g - \sum (b_i - b_{i,ef})t = A_g - (h_0 - b_{ef})t_w = 27,2 - (29,2 - 20,08) \times 0,51 = 22,55cm^2$$

E por fim, o valor de Q_a :

$$Q_a = \frac{A_{ef}}{A_g} = \frac{22,55}{27,2} = 0,83$$

Elementos AL (mesas, Grupo 4):

$$\lambda_e = \frac{b}{t} = \frac{b_f}{t_f} = \frac{101}{2 \times 5,7} = 8,86$$

$$\lambda_{e,lim} = 0,56\sqrt{\frac{E}{f_y}} = 0,56\sqrt{\frac{20000}{35}} = 13,39$$

$$\lambda_e < \lambda_{e,lim} \rightarrow Q_s = 1,0$$

$$Q = Q_a Q_s = 0,83 \times 1,0 = 0,83$$

Os valores de N_{ex} e N_{ey} não são dependentes da tensão de escoamento f_y do aço, portanto mantém-se com os mesmos valores. Determina-se então o fator de redução associado à flambagem global χ e λ_0 :

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{QA_g f_y}{N_e}} = \sqrt{\frac{0,83 \times 27,2 \times 35}{214,99}} = 1,92$$

$$\lambda_0 > 1,5 \rightarrow \chi = \frac{0,877}{\lambda_0^2} = \frac{0,877}{1,92^2} = 0,24$$

Assim, calcula-se então o valor da resistência de cálculo à compressão do perfil como sendo:

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}} = \frac{0,24 \times 0,83 \times 27,2 \times 35}{1,1} = 172,40 kN$$

Pode-se então concluir que, devido à esbelteza elevada do perfil, aumentar a tensão de escoamento ao trocar o tipo de aço não influi em praticamente nada na resistência de cálculo à compressão do perfil, uma vez que para MR250 (ASTM A36) $N_{c,Rd} = 171,38 kN$ e para AR-350 $N_{c,Rd} = 171,33 kN$. Como o aço MR250 (ASTM A36) possui tensão de escoamento menor, sendo portanto mais barato, torna-se o mais econômico por ambos apresentarem a mesma resistência de cálculo à compressão.

Ex. 5.1.6 Comparação seção composta por cantoneiras de treliça espacial Calcular o esforço de compressão resistente de projeto de duas cantoneiras L 203x102x25,4mm (8" x4" x1") trabalhando isoladamente, conectadas pela maior aba nas extremidades e comparar com o resultado obtido para os perfis ligados por solda contínua formando um tubo retangular. Admitir o comprimento das barras de $L_b = 3m$ nos dois planos de flambagem, aço MR250 (ASTM A36), ambas as extremidades rotuladas em ambas as direções, $A_g = 70,97 cm^2$, $r_x = 6,39 cm$, $r_y = 2,61, r_{min} = 2,16$, $t_0 = 25,4 mm$, $c = 3,81 mm$, $h = 203 mm$, $b = 102 mm$, $I_x = 2897 cm^4$, $I_y = 482,8 cm^4$, $x_g = 2,67 cm$, $y_g = 7,75 cm$, $tg(\alpha) = 0,247$, $J = 153,17 cm^4$ e $C_w = 3464,11 cm^6$.

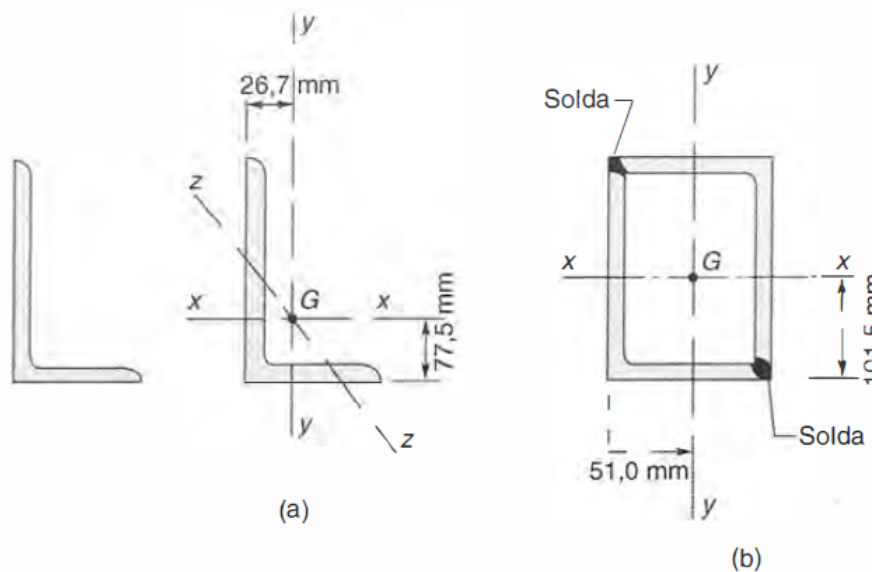


Figura 5.4: Cantoneira simples (a) e cantoneira composta (b).

Solução:

No caso dos perfis trabalhando isolados começa-se calculando o índice de esbelteza da seção (lembrando que para o caso rotulado-rotulado tem-se $K_{recomendado} = 1,0$). No caso de cantoneiras, as verificações sempre levam em conta as duas direções coordenadas referenciais x e y e a direção principal com menor inércia.

$$\frac{KL_{b,y}}{r_x} \leq 200 \rightarrow \frac{300}{6,39m} = 46,95 \leq 200 \rightarrow OK!$$

$$\frac{KL_{b,x}}{r_y} \leq 200 \rightarrow \frac{300}{2,61m} = 114,94 \leq 200 \rightarrow OK!$$

$$\frac{KL_{b,min}}{r_{min}} \leq 200 \rightarrow \frac{300}{2,16m} = 138,89 \leq 200 \rightarrow OK!$$

$$r_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A_g}} \rightarrow I_{min} = r_{min}^2 A_g = 2,16 \times 70,97 = 153,3cm^4$$

O próximo passo é calcular os valores dos fatores de redução de flambagem local Q_a , Q_s e Q . Não existem elementos AA, entretanto existem dois elementos AL (abas desiguais). Os cálculos são apresentados a seguir na ordem indicada:

Maior aba (Grupo 3):

$$\lambda_e = \frac{b}{t} = \frac{h}{t_0} = \frac{203}{25,4} = 7,99$$

$$\lambda_{e,lim} = 0,45 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 0,45 \sqrt{\frac{20000}{25}} = 12,73$$

$$\lambda_e < \lambda_{e,lim} \rightarrow Q_{s,ma} = 1,0$$

Menor aba (Grupo 3):

$$\lambda_e = \frac{b}{t} = \frac{h}{t_0} = \frac{102}{25,4} = 4,02$$

$$\lambda_{e,lim} = 0,45 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 0,45 \sqrt{\frac{20000}{25}} = 12,73$$

$$\lambda_e < \lambda_{e,lim} \rightarrow Q_{s,me} = 1,0$$

$$Q = Q_a Q_s = Q_{s,ma} Q_{s,me} = 1,0 \times 1,0 = 1,0$$

Na sequência, determina-se o fator de redução associado à flambagem global χ . Inicia-se com o cálculo do comprimento de flambagem equivalente. No caso, as cantoneiras são conectadas pela maior aba e o comprimento de flambagem equivalente é função da relação entre o comprimento destravado e o raio de giração, sendo L_{x1} o comprimento destravado na direção do eixo perpendicular à aba conectada, ou seja, $L_{x1} \equiv L_x$ e r_{x2} o raio de giração em torno do eixo paralelo a aba conectada, no caso a maior aba, portanto $r_{x2} \equiv r_y$:

$$\frac{L_{x1}}{r_{x2}} = \frac{L_x}{r_y} = \frac{300}{2,61} = 114,94 > 80$$

Ou seja:

$$K_{x1} L_{x1} = K_x L_x = 32r_y + 1,25L_x = 458,52$$

Portanto, a força axial elástica de flambagem é:

$$N_{ex2} = \frac{\pi^2 EI_{x2}}{(K_{x1} L_{x1})^2} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_x L_x)^2} = \frac{\pi^2 \times 20000 \times 482,8}{458,52^2} = 453,41kN$$

E o índice de esbeltez reduzido:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{Q A_g f_y}{N_e}} = \sqrt{\frac{1,0 \times 70,97 \times 25}{453,41}} = 1,98$$

$$\lambda_0 > 1,5 \rightarrow \chi = \frac{0,877}{\lambda_0^2} = \frac{0,877}{1,98^2} = 0,22$$

Assim, calcula-se então o valor da resistência de cálculo à compressão do perfil como sendo:

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}} = \frac{0,22 \times 1,0 \times 70,97 \times 25}{1,1} = 354,85 kN$$

Para os dois perfis trabalhando ao mesmo tempo tem-se:

$$N_{c,Rd-2L} = 2 \times 354,85 kN = 709,7 kN$$

Agora será calculada a resistência para os dois perfis de cantoneira ligados por solda formando um tubo retangular. Estando os dois perfis soldados, eles passam a trabalhar como uma peça única. O centro de gravidade se situa a meia-altura e a meia-largura do perfil e, sendo a peça simétrica, seus eixos de simetria coincidirão com os eixos principais de inércia. Como o comprimento e as condições de apoio são os mesmos para ambos os planos (definido no enunciado do problema), a direção com o menor momento de inércia terá também o menor raio de giração, a maior esbelteza, a menor força axial de flambagem elástica e será o caso crítico.

O cálculo dos momentos de inércia e raios de giração são apresentados a seguir (a partir das propriedades da cantoneira original):

$$I_{x,tubo} = 2 \times [I_x + A_g \times (y_{tubo} - y)^2] = 2 \times [2897 + 70,97 \times (10,15 - 7,75)^2] = 6611,57 cm^4$$

$$i_{x,tubo} = \sqrt{\frac{I_{x,tubo}}{2 \times A_g}} = \sqrt{\frac{6611,57}{2 \times 70,97}} = 6,82 cm$$

$$I_{y,tubo} = 2 \times [I_y + A_g \times (x_{tubo} - x)^2] = 2 \times [482,8 + 70,97 \times (5,10 - 2,67)^2] = 1803,74 cm^4$$

$$i_{y,tubo} = \sqrt{\frac{I_{y,tubo}}{2 \times A_g}} = \sqrt{\frac{1803,74}{2 \times 70,97}} = 3,56 cm$$

O cálculo da constante de torção pura pode ser aproximado por:

$$J_{tubo} = \frac{2 \times t^2 \times b^2 \times h^2}{t(b+h)} = \frac{2 \times 2,54^2 \times 10,2^2 \times 20,3^2}{2,54(10,2 + 20,3)} = 7140,95 cm^4$$

O índice de esbelteza da seção será (lembrando que para o caso rotulado-rotulado tem-se $K_{recomendado} = 1,0$):

$$\frac{KL_{b,x}}{i_{x,tubo}} \leq 200 \rightarrow \frac{300}{6,82} = 43,99 \leq 200 \rightarrow OK!$$

$$\frac{KL_{b,y}}{i_{y,tubo}} \leq 200 \rightarrow \frac{300}{3,56} = 84,27 \leq 200 \rightarrow OK!$$

O próximo passo é calcular os valores dos fatores de redução de flambagem local Q_a , Q_s e Q . Não há elementos AL porque a seção agora é considerada como uma seção caixão, entretanto há dois elementos AA. Os cálculos são apresentados a seguir na ordem indicada:

Maior lado (Grupo 2):

$$\lambda_e = \frac{b}{t} = \frac{(203 - 2 \times 25,4)}{25,4} = 5,99$$

$$\lambda_{e,lim} = 1,40 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 1,49 \sqrt{\frac{20000}{25}} = 42,14$$

$$\lambda_e < \lambda_{e,lim} \rightarrow Q_{a,ma} = 1,0$$

Menor lado (Grupo 2):

$$\lambda_e = \frac{b}{t} = \frac{(102 - 2 \times 25,4)}{25,4} = 2,02$$

$$\lambda_{e,lim} = 1,49 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 1,49 \sqrt{\frac{20000}{25}} = 42,14$$

$$\lambda_e < \lambda_{e,lim} \rightarrow Q_{a,me} = 1,0$$

$$Q = Q_a Q_s = Q_{a,ma} Q_{a,me} = 1,0 \times 1,0 = 1,0$$

Na sequência, determina-se o fator de redução associado à flambagem global χ e seus respectivos parâmetros:

$$N_{ex,tubo} = \frac{\pi^2 E I_{x,tubo}}{(K_y L_y)^2} = \frac{\pi^2 \times 20000 \times 6611,57}{(1,0 \times 300)^2} = 14504,56 kN$$

$$N_{ey,tubo} = \frac{\pi^2 E I_{y,tubo}}{(K_x L_x)^2} = \frac{\pi^2 \times 20000 \times 1803,74}{(1,0 \times 300)^2} = 3957,07 kN$$

Em seções fechadas, a constante de empenamento C_w tem um valor muito pequeno, podendo ser adotada como $C_w = 0$.

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \left[\frac{\pi^2 E C_w}{(K_z L_z)^2} + GJ \right] = \frac{1}{(6,82^2 + 3,56^2)} \left[\frac{\pi^2 \times 20000 \times 0,0}{(1,0 \times 300)^2} + 7700 \times 7140,95 \right] = 93013,80 kN$$

Portanto, o caso crítico é para $N_{ey,tubo}$, como já esperado, uma vez que ele possui o menor valor de raio de giração.

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{Q A_{g,tubo} f_y}{N_{ey,tubo}}} = \sqrt{\frac{1,0 \times (2 \times 70,97) \times 25}{3957,07}} = 0,95$$

$$\lambda_0 \leq 1,5 \rightarrow \chi = 0,658 \lambda_0^2 = 0,658^{0,95^2} = 0,69$$

Assim, calcula-se então o valor da resistência de cálculo à compressão do perfil como sendo:

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_{g,tubo} f_y}{\gamma_{a1}} = \frac{0,69 \times 1,0 \times 2 \times 70,97 \times 25}{1,1} = 2225,88 kN$$

Verifica-se portanto que o perfil composto soldado tem uma carga axial resistente de mais de 3 vezes dos dois perfis isolados.

Ex. 5.1.7 Coluna diferentes apoios Uma coluna é engastada nos dois planos de flambagem e, no topo, tem condições de apoio diferentes em cada plano. É rotulado no plano x-z, na direção de x, e livre no plano y-z, na direção de y. Admitindo-se um perfil soldado CS, determinar se a posição 1 ou 2 é a mais eficiente.

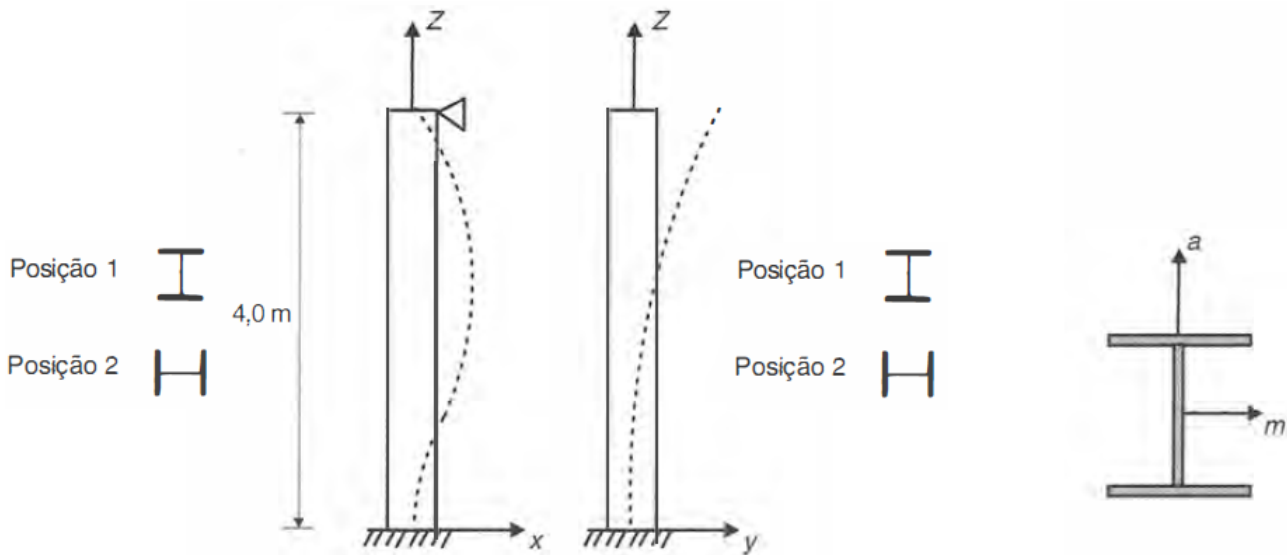


Figura 5.5: Variação na posição do perfil, na figura tanto para o plano x-z quanto para o plano y-z é ilustrada a posição 1.

Solução:

Ao checar as tabelas de perfis CS é possível perceber que o raio de giração em torno do eixo paralelo à mesa do perfil (eixo "a" deste exemplo) é sempre maior que o do eixo perpendicular à mesa (eixo "m" deste exemplo), ou seja:

$$i_a > i_m$$

O valor do coeficiente recomendado de flambagem para o caso engastado-rotulado (plano x-z, ou seja, na direção de x) é:

$$K_x = 0,8$$

O valor do coeficiente recomendado de flambagem para o caso engastado-livre (plano y-z, ou seja, na direção de y) é:

$$K_y = 2,1$$

O caso crítico é o caso engastado-livre (plano y-z, ou seja, na direção de y, com propriedades em torno de x) pois esse possui o maior coeficiente recomendado de flambagem. Por este motivo, terá também o maior comprimento de flambagem, o maior índice de esbelteza, a menor força axial de flambagem elástica, o maior λ_0 , o menor fator de redução associado à flambagem global e a menor resistência de cálculo à compressão, ou seja:

$$\uparrow K \Rightarrow \uparrow KL_b \Rightarrow \uparrow \frac{KL_b}{r} \Rightarrow \downarrow N_e = \frac{\pi^2 EI}{(KL_b)^2} \Rightarrow \uparrow \lambda_0 = \sqrt{\frac{QA_g f_y}{N_e}} \Rightarrow \downarrow \chi = \begin{cases} 0,658 \lambda_0^2 \\ 0,877 \\ \lambda_0^2 \end{cases} \Rightarrow \downarrow N_{c,Rd} = \frac{\chi QA_g f_y}{\gamma_{a1}}$$

Sendo assim, o maior raio de giração, i_a , deve trabalhar com o maior coeficiente recomendado de flambagem K_y (plano y-z, ou seja, na direção de y, em torno de x) para compensar os resultados descritos anteriormente. Sendo assim, a posição 2 é a mais eficiente, quando "a" está na direção do eixo y.

Ex. 5.1.8 Dimensionamento coluna diferentes apoios Selecionar um perfil soldado CS de aço MR250 (ASTM A36) para a coluna do problema anterior, assumindo que ela tenha 4 metros de altura e que deva suportar as cargas $N_g = 300kN$ proveniente do peso próprio de elementos construtivos em geral e equipamentos e $N_q = 300kN$ proveniente da ação do vento.

Solução:

Primeiro deve-se montar a combinação do ELU crítica para os esforços solicitantes como segue:

$$N_{c,Sd} = \gamma_g N_g + \gamma_q N_q = 1,5 \times 300 + 1,4 \times 300 = 870 \text{ kN}$$

Adotando-se os coeficientes recomendados de flambagem do exercício anterior, calcula-se os índices de esbeltez:

$$\frac{K_y L_{b,y}}{r_x} \leq 200 \rightarrow \frac{2,1 \times 400}{r_x} = \frac{840}{r_x} \leq 200$$

$$\frac{K_x L_{b,x}}{r_y} \leq 200 \rightarrow \frac{0,8 \times 400}{r_y} = \frac{320}{r_y} \leq 200$$

Na tabela de perfis, é possível observar que a relação $\frac{r_x}{r_y} \cong 1,7$; então tem-se:

$$eixo_x \rightarrow \frac{840}{r_x}$$

$$eixo_y \rightarrow \frac{320}{r_y} = \frac{320}{\frac{r_x}{1,7}} = \frac{544}{r_x}$$

Como o valor do índice de esbeltez em torno do eixo x é aproximadamente 54% maior que do eixo y (0,544); conclui-se que a flambagem ocorrerá em torno do eixo x (como explicado no exercício anterior).

Assumindo-se primeiramente $\chi = 1,0$ e $Q = 1,0$ (coluna sem instabilidades, utilizando toda a resistência do perfil), pode-se afirmar que:

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}} \rightarrow N_{c,Rd} \geq N_{c,Sd} = 870 \text{ kN}$$

$$870 \leq \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}} \rightarrow A_g \geq \frac{870 \times \gamma_{a1}}{\chi Q f_y} = \frac{870 \times 1,1}{1,0 \times 1,0 \times 25} = 38,28 \text{ cm}^2$$

Portanto, ao olhar a tabela o primeiro perfil com área maior que $38,28 \text{ cm}^2$ é o perfil CS250x52. As propriedades desse perfil são: $A_g = 66,0 \text{ cm}^2$, $r_x = 10,80 \text{ cm}$, $r_y = 6,12 \text{ cm}$, $t_w = 8,0 \text{ mm}$, $t_f = 9,5 \text{ mm}$, $h = 250 \text{ mm}$, $h_0 = 231 \text{ mm}$, $b_f = 250 \text{ mm}$, $I_x = 7694 \text{ cm}^4$, $I_y = 2475 \text{ cm}^4$, $J = 18 \text{ cm}^4$ e $C_w = 38656 \text{ cm}^6$.

Com essas informações, deve então ser checado se o perfil possui a resistência de cálculo à compressão necessária para resistir às solicitações impostas e as condições impostas por norma. Começa-se calculando o índice de esbeltez da seção:

$$\frac{KL_{b,x}}{r_x} \leq 200 \rightarrow \frac{2,1 \times 400}{10,8} = \frac{840}{10,8} = 77,78 \leq 200$$

$$\frac{KL_{b,y}}{r_y} \leq 200 \rightarrow \frac{0,8 \times 400}{6,12} = \frac{320}{6,12} = 52,29 \leq 200$$

Na sequência, determina-se o fator de redução associado à flambagem local Q e seus respectivos parâmetros:

Elementos AA (alma, Grupo 2):

$$\lambda_e = \frac{b}{t} = \frac{h_0}{t_w} = \frac{231}{8} = 28,875$$

$$\lambda_{e,lim} = 1,49 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 1,49 \sqrt{\frac{20000}{25}} = 42,144$$

$$\lambda_e < \lambda_{e,lim} \rightarrow Q_a = 1,0$$

Elementos AL (mesas, Grupo 5):

$$\lambda_e = \frac{b}{t} = \frac{b_f}{t_f} = \frac{250}{9,5} = 13,16$$

$$k_c = \frac{4}{\sqrt{\frac{h}{t_w}}} = \frac{4}{\sqrt{\frac{250}{8}}} = 0,716 \rightarrow 0,35 \leq k_c \leq 0,76 \rightarrow OK!$$

$$\lambda_{e,lim} = 0,64 \sqrt{\frac{Ek_c}{f_y}} = 0,64 \sqrt{\frac{20000 \times 0,716}{25}} = 15,78$$

$$\lambda_e < \lambda_{e,lim} \rightarrow Q_s = 1,0$$

$$Q = Q_a Q_s = 1,0 \times 1,0 = 1,0$$

Na sequência, determina-se o fator de redução associado à flambagem global χ e seus respectivos parâmetros:

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_y L_y)^2} = \frac{\pi^2 \times 20000 \times 7694}{(2,1 \times 400)^2} = 2152,96kN$$

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_x L_x)^2} = \frac{\pi^2 \times 20000 \times 2475}{(0,8 \times 400)^2} = 4772,19kN$$

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \left[\frac{\pi^2 EC_w}{(K_z L_z)^2} + GJ \right] = \frac{1}{(10,8^2 + 6,12^2)} \left[\frac{\pi^2 \times 20000 \times 38656}{(1,0 \times 400)^2} + 7700 \times 18 \right] = 1209,01kN$$

Portanto, o caso crítico é para N_{ez} .

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{QA_g f_y}{N_{ez}}} = \sqrt{\frac{1,0 \times 66 \times 25}{1209,01}} = 1,17$$

$$\lambda_0 \leq 1,5 \rightarrow \chi = 0,658^{\lambda_0^2} = 0,658^{1,17^2} = 0,56$$

Assim, calcula-se então o valor da resistência de cálculo à compressão do perfil como sendo:

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi QA_g f_y}{\gamma_{a1}} = \frac{0,56 \times 1,0 \times 66 \times 25}{1,1} = 840kN$$

Como $N_{c,Rd} = 840kN < N_{c,Sd} = 870kN$, esse perfil não atende ao dimensionamento segundo a norma. Portanto, deve-se adotar o próximo perfil na tabela para as verificações.

Para o perfil CS250x63, o próximo da tabela de perfis soldados CS, $N_{c,Rd} = 1335,57kN < N_{c,Sd} = 870kN$, verificando assim a resistência necessária.

Desafio: Refaça os cálculos para esse perfil CS250x63 e verifique se Q continua igual a 1,0, qual é o N_e crítico e em quanto modifica-se o valor de χ . Os dados do perfil são: $A_g = 80,5cm^2$, $r_x = 10,9cm$, $r_y = 6,36cm$, $t_w = 8,0mm$, $t_f = 12,5mm$, $h = 250mm$, $h_0 = 225mm$, $b_f = 250mm$, $I_x = 9581cm^4$, $I_y = 3256cm^4$, $J = 36,82cm^4$ e $C_w = 508750cm^6$.

5.2 Propostos, nível iniciante

Ex. 5.2.1 Esforço Resistente Coluna Simples Determine a força axial resistente de cálculo para o comprimento do pilar de figura de $L = e$ e de $L =$. O perfil é o W250x32,7kg/m e o aço o A992.



Figura 5.6: Coluna à compressão simples.

Ex. 5.2.2 Esforço resistente com contenção Um perfil CS250x90,4kg/m é usado como uma coluna de 5,0 m de comprimento. Ambas as extremidades são rotuladas e existe uma contenção na direção y (restringe em torno de y) à 2 m do topo. Determine o esforço axial resistente máximo de compressão.

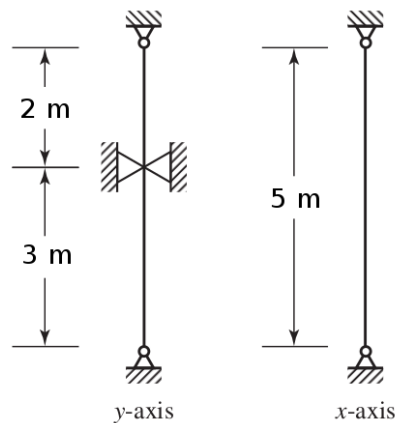


Figura 5.7: Esquema das direções da coluna e a contenção na direção y .

Ex. 5.2.3 Contenção Dupla A coluna da figura tem 10 m de comprimento e possui duas contenções laterais na direção de menor inércia, localizadas à 3 m do topo e da base. Dimensione utilizando um perfil W de aço MR-250 considerando a carga permanente de equipamentos de $1500kN$ e a carga acidental do uso de $2980kN$.

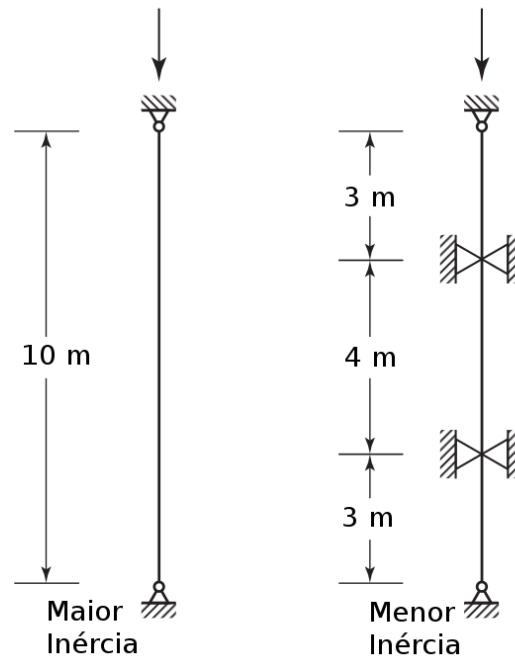


Figura 5.8: Esquema da contenção dupla na menor inércia.

5.3 Propostos, nível intermediário

Ex. 5.3.1 Escora Uma escora de comprimento de flambagem 10 m deve suportar uma carga de 300 kN do tipo permanente em geral. Dimensionar a escora utilizando aço MR250 e os perfis da figura 5.9 o mais eficiente (menor peso de aço para maior carga resistente):

- Perfil I simples (figura 5.9(a));
- Duplo I (figura 5.9(b));
- Duplo U fechado (figura 5.9(c));
- Perfil CS soldado (figura 5.9(d)).

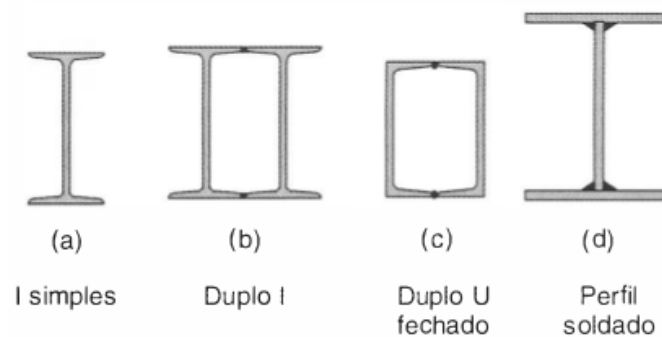


Figura 5.9: Perfis para o dimensionamento da escora.

Ex. 5.3.2 Perfil Construído O perfil tubular construído de chapas soldadas da figura foi criado para ser aplicado em uma coluna de 15 m de comprimento. Determine o valor da resistência à compressão. O aço é o AR-415.

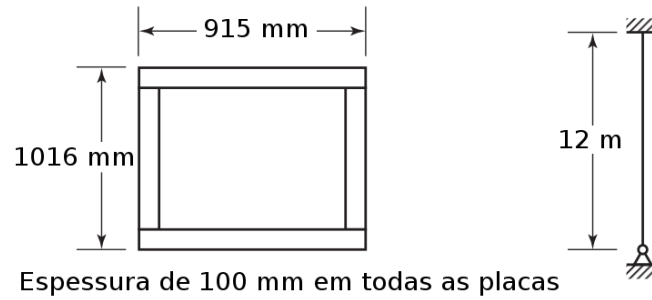


Figura 5.10: Esquema da seção do perfil construído e da coluna.

Ex. 5.3.3 Perfis Justapostos U Uma diagonal de treliça, formada por dois perfis justapostos de aço MR250, tem um comprimento de flambagem de 2,50 m e uma carga axial de 150 kN, variável de uso. Dimensionar a diagonal utilizando dois perfis U justapostos, unidos pela alma.

Ex. 5.3.4 Perfis I Compostos Dada a coluna composta de dois perfis W, pede-se a distancia "d" entre os perfis tal que $N_{Rd,x}$ seja igual a $N_{Rd,y}$ e a resistência de cálculo a compressão da coluna. O aço é o A-572 Gr. 50 e o perfil W360x72,0kg/m, com $A_g = 101,2\text{cm}^2$, $r_x = 14,86\text{cm}$, $r_y = 4,84\text{cm}$, $I_x = 20169\text{cm}^4$, $I_y = 2140\text{cm}^4$, $C_w = 599082\text{cm}^6$ e $J = 61,18\text{cm}^4$.

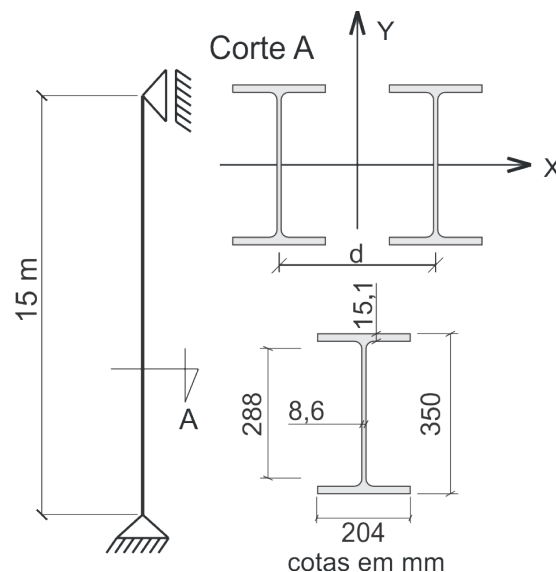


Figura 5.11: Esquema da coluna de perfis I compostos.

5.4 Propostos, nível graduado

Ex. 5.4.1 Pórtico Simples O pórtico rígido da figura possui todas as barras orientadas para que a flexão ocorra no sentido da maior inércia. As condições de apoio perpendiculares ao plano são tais que $K = 1,0$. As vigas são de W e as colunas de W, aço A-36. A carga axial na coluna AB permanente de equipamentos é de 400kN e a carga variável do uso de 500kN. Determine o esforço axial resistente de compressão da coluna AB.

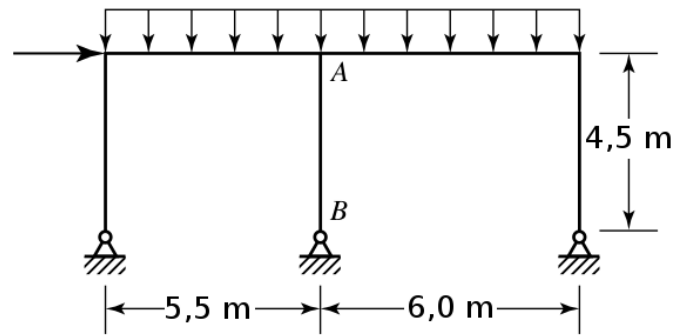


Figura 5.12: Esquema do pórtico.

Ex. 5.4.2 Pórtico Elevado Dimensione as colunas AB e BC usando perfis W e aço A992. Na direção perpendicular à figura, $K = 1,0$. As solicitações na coluna no ponto C são: Permanente Peso Próprio Metálicos: $100kN$, Permanente Equipamentos $300kN$, acidental uso $450kN$. No ponto B: Permanente Peso Próprio Metálicos: $70kN$, Permanente Equipamentos: $180kN$, acidental uso $220kN$. Considere o peso próprio das colunas AB e BC. Nos pesos em B devem ser consideradas as cargas transmitidas por CB.

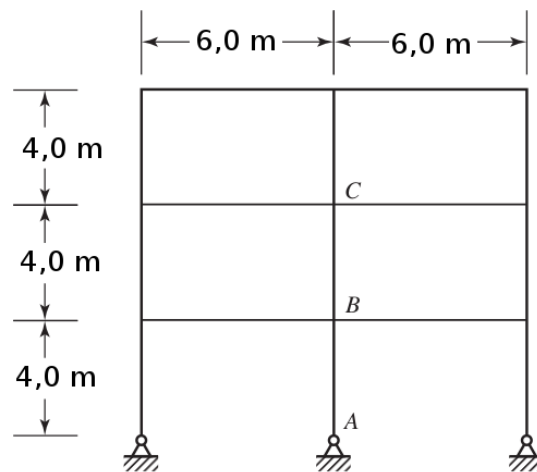


Figura 5.13: Esquema e dimensões do pórtico.