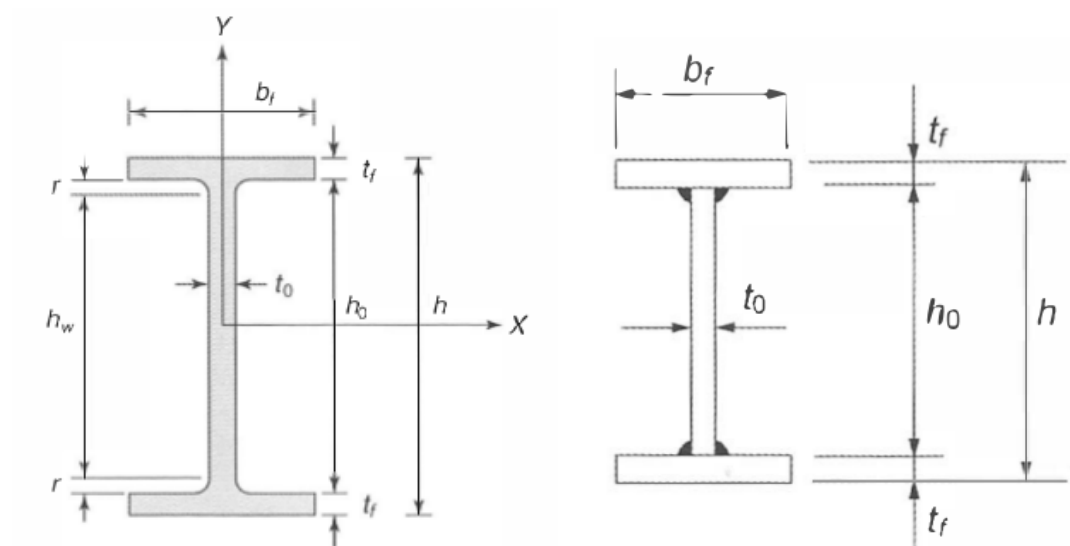


## 6.1 Resolvidos

**Ex. 6.1.1 Comparação de Momentos Resistentes** Comparar os momentos resistentes de projeto de uma viga de perfil laminado W530x85,0 kg/m com uma viga soldada VS500x86,0 kg/m de peso próprio aproximado, supondo as vigas contidas lateralmente e fletidas na maior inércia, com aço MR250 (ASTM A36).



(a) Dimensões da seção transversal do perfil laminado W. (b) Dimensões da seção transversal do perfil Soldado VS

Figura 6.1: Dimensões da seção transversal dos perfis (fora de escala).

### Solução:

Das tabelas dos fabricantes tem-se os seguintes valores (destacando-se a diferença existente entre as espessuras da alma, o que torna a alma do perfil soldado mais esbelta):

W530x85,0 (massa linear = 85,0 kg/m):  
 $h = 535\text{mm}$ ,  $h_w = 502\text{mm}$ ,  $Z_x = 2100\text{cm}^3$ ,  $t_0 = 10,3\text{mm}$ ,  $t_f = 16,5\text{mm}$ ,  $b_f = 166\text{mm}$ .

VS500x86,0 (massa linear = 85,9 kg/m):  
 $h = 500\text{mm}$ ,  $h_0 = 468\text{mm}$ ,  $Z_x = 2281\text{cm}^3$ ,  $t_0 = 6,3\text{mm}$ ,  $t_f = 16,0\text{mm}$ ,  $b_f = 250\text{mm}$ .

Primeiro a análise do perfil W530x85,0 (duplamente simétrico, fletido na maior inércia: GRUPO 1 - TIPO 1):

**FLA:**

$$\lambda = \frac{h}{t} = \frac{h_w}{t_w} = \frac{478}{10,3} = 46,408$$

$$\lambda_p = 3,76\sqrt{\frac{E}{f_y}} = 3,76\sqrt{\frac{20000}{25}} = 106,349$$

$$\lambda < \lambda_p \rightarrow \text{seção compacta em FLA!}$$

**FLM:**

$$\lambda = \frac{b}{t} = \frac{b_f}{t_f} = \frac{166}{2 \times 16,5} = 5,030$$

$$\lambda_p = 0,38\sqrt{\frac{E}{f_y}} = 0,38\sqrt{\frac{20000}{25}} = 10,748$$

$$\lambda < \lambda_p \rightarrow \text{seção compacta em FLM!}$$

Como já se sabe qual tipo de seção do perfil pode-se partir para o cálculo do momento fletor resistente de cálculo uma vez que, como o **perfil está contido lateralmente**, não é necessário conferir **FLT!**

$$M_{pl} = Z_x f_y = 2100 \times 25 = 52500 \text{ kNcm} = 525,00 \text{ kNm}$$

$$\therefore M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}} = \frac{525}{1,1} = 477,273 \text{ kNm}$$

Na sequência, o mesmo procedimento será adotado para a análise do perfil VS500x86,0 (duplamente simétrico, fletido na maior inércia: GRUPO 1 - TIPO I):

**FLA:**

$$\lambda = \frac{h}{t} = \frac{h_0}{t_w} = \frac{468}{6,3} = 74,286$$

$$\lambda_p = 3,76\sqrt{\frac{E}{f_y}} = 3,76\sqrt{\frac{20000}{25}} = 106,349$$

$$\lambda < \lambda_p \rightarrow \text{seção compacta em FLA!}$$

**FLM:**

$$\lambda = \frac{b}{t} = \frac{b_f}{t_f} = \frac{250}{2 \times 16,0} = 7,812$$

$$\lambda_p = 0,38\sqrt{\frac{E}{f_y}} = 0,38\sqrt{\frac{20000}{25}} = 10,748$$

$$\lambda < \lambda_p \rightarrow \text{seção compacta em FLM!}$$

Como já se sabe qual tipo de seção do perfil pode-se partir para o cálculo do momento fletor resistente de cálculo uma vez que, como o **perfil está contido lateralmente**, não é necessário conferir **FLT!**

$$M_{pl} = Z_x f_y = 2281 \times 25 = 57025 \text{ kNcm} = 570,25 \text{ kNm}$$

$$\therefore M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}} = \frac{570,25}{1,1} = 518,409 \text{ kNm}$$

Observa-se então que o perfil soldado (VS500x86,0), apesar de ter uma altura um pouco menor que o perfil laminado de peso equivalente (W530x85,0), tem maior eficiência à flexão, devido ao módulo de resistência plástico maior.

**Ex. 6.1.2 Verificação viga I** Verificar o perfil I 254x37,7 de aço MR250 (ASTM A36) mostrado na figura 6.2 para o momento fletor de cálculo (ou de projeto) igual a  $83kNm$ , que solicita uma viga na região da ligação rígida ao pilar conforme o detalhe da figura a seguir. Assumir o perfil contido lateralmente, o furo padrão para parafusos de 19mm e  $A_g = 48,1cm^2$ ,  $h_0 = 229mm$ ,  $t_0 = 7,87mm$ ,  $b_f = 118,4mm$ ,  $t_f = 12,5mm$ ,  $W_x = 405cm^3$  e  $Z_x = 465cm^3$ .

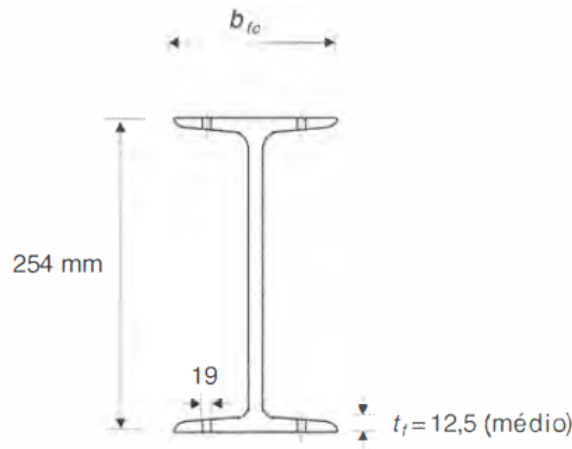


Figura 6.2: Perfil I para verificação.

### Solução:

Como há furos nas mesas da seção é necessário realizar a seguinte conferência:

$$f_u A_{fe} \begin{cases} \geq Y_t f_y A_{fg} \rightarrow \text{ignora-se a influência dos furos} \\ < Y_t f_y A_{fg} \rightarrow \text{leva-se em consideração a influência dos furos} \end{cases}$$

Com:

$$Y_t = \begin{cases} 1,0 & \text{quando } \frac{f_y}{f_u} \leq 0,8 \\ 1,1 & \text{quando } \frac{f_y}{f_u} > 0,8 \end{cases} \quad (6.1)$$

Para a determinação da área líquida, deve-se determinar o valor do diâmetro teórico dos furos (como foi feito no capítulo de tração):

$$d_f = d_b + 1,5mm = 19,0mm + 1,5mm = 20,5mm$$

$$d_{ef} = d_f + 2mm = 20,5mm + 2mm = 22,5mm$$

Área Líquida da Mesa Tracionada (a área bruta da mesa tracionada foi considerada aproximadamente retangular):

$$A_{fe} = A_{fg} - (2 \times d_{ef} \times t) = 11,84 \times 1,25 - (2 \times 2,25 \times 1,25) = 9,175cm^2$$

Como  $\frac{f_y}{f_u} = \frac{25}{40} = 0,625 < 0,8$ , o valor de  $Y_t = 1,0$ . Tem-se então:

$$f_u A_{fn} = 40 \times 9,175 = 367kN$$

$$Y_t f_y A_{fg} = 1,0 \times 25 \times 11,84 \times 1,25 = 1,0 \times 25 \times 14,75 = 370kN$$

como  $f_u A_e < Y_t f_y A_g \rightarrow$  deve-se levar em consideração a influência dos furos!

Para se levar em consideração a influência dos furos no cálculo do momento fletor resistente de cálculo, utiliza-se a seguinte equação (sendo  $W_x = W_t = 405cm^3$  o módulo elástico da seção no lado tracionado):

$$M_{Rd} = \frac{W_t f_u A_{fn}}{\gamma_{a1} A_{fg}} = \frac{405 \times 40 \times 9,175}{1,1 \times 14,75} = 9160,86 \text{ kNcm} = 91,61 \text{ kNm}$$

Esse valor acima é a resistência do perfil na região dos furos, onde é solicitado por  $M_{sd} = 83 \text{ kNm}$ , o que se verifica! Por questões didáticas, o valor obtido com a consideração dos furos será comparado com a resistência do perfil sem a consideração dos furos:

**FLA:**

$$\lambda = \frac{h_0}{t_0} = \frac{229}{7,87} = 29,1$$

$$\lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{25}} = 106,349$$

$$\lambda < \lambda_p \rightarrow \text{seção compacta em FLA!}$$

**FLM:**

$$\lambda = \frac{b_f}{t_f} = \frac{118,4}{12,5} = 4,736$$

$$\lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 0,38 \sqrt{\frac{20000}{25}} = 10,748$$

$$\lambda < \lambda_p \rightarrow \text{seção compacta em FLM!}$$

Como já se sabe qual tipo de seção do perfil pode-se partir para o cálculo do momento fletor resistente de cálculo uma vez que, como o **perfil está contido lateralmente**, não é necessário conferir **FLT**.

$$M_{pl} = Z_x f_y = 465 \times 25 = 11625 \text{ kNcm} = 116,25 \text{ kNm} \therefore M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}} = \frac{116,25}{1,1} = 105,68 \text{ kNm}$$

Mostrando assim que a situação com furos é a mais crítica. Portanto:

$$M_{Rd, \text{furos}} = 91,61 \text{ kNm} < M_{Rd, \text{seção}} = 105,68 \text{ kNm}$$

**Ex. 6.1.3 Viga piso edifício** Uma viga biapoiada de piso de edifício de vão  $L$  e de perfil VS500x86  $Z_x = 2330 \text{ cm}^3$  e  $I_x = 52250 \text{ cm}^4$ , está submetida à cargas uniformemente distribuídas permanentes (peso próprio de estruturas pré-moldadas)  $g_k$  e variáveis  $q_k$  (ações devido ao uso e ocupação residencial), sendo o valor de  $q_k/g_k = 0,5$ . Calcular a carga permanente máxima a ser aplicada para  $L/h = 8$ ,  $L/h = 13$  e  $L/h = 20$ . Assumir aço MR250 (ASTM A36) e a viga contida lateralmente.

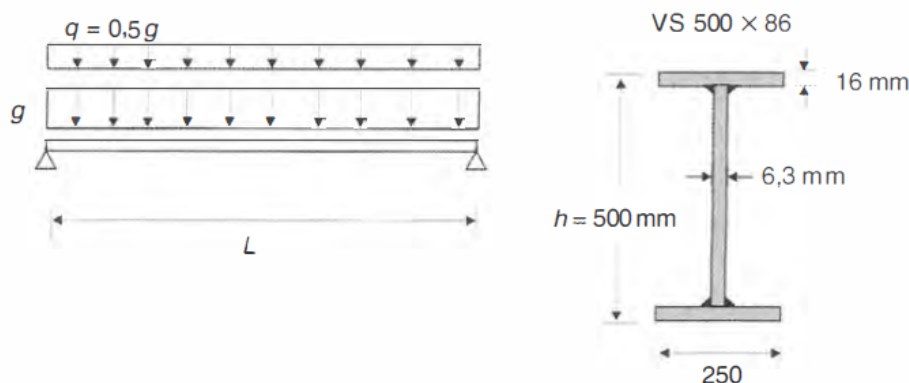


Figura 6.3: Viga do piso do Edifício, carregamento e seção transversal.

**Solução:**

A carga máxima que pode ser aplicada é determinada de modo a garantir a segurança em relação ao colapso por flexão ou cisalhamento (que não será calculado nesse exemplo) no estado limite último (ELU) e o comportamento adequado para cargas de serviço (verificação de deslocamentos no estado limite de utilização).

Determinam-se os comprimentos  $L$  como sendo:

$$\begin{aligned} \text{para } \frac{L}{h} = 8 &\rightarrow L = 8h = 8 \times 0,5m = 4m \\ \text{para } \frac{L}{h} = 13 &\rightarrow L = 13h = 13 \times 0,5m = 6,5m \\ \text{para } \frac{L}{h} = 20 &\rightarrow L = 20h = 20 \times 0,5m = 10m \end{aligned}$$

A análise para o ELU será apresentada primeiro. O valor da carga distribuída majorada  $q_d$  pode ser calculada como (uma viga simplesmente apoiada, o valor crítico das combinações geralmente é o máximo valor combinado):

$$q_d = \gamma_g g + \gamma_q q = (1,3 \times g_k) + (1,5 \times q_k) = (1,3 \times g_k) + [1,5 \times (0,5g_k)] = 2,05g_k$$

É possível então expressar o máximo momento fletor solicitante de cálculo como sendo:

$$M_{Sd} = \frac{q_d \times L^2}{8} = \frac{2,05g_k \times L^2}{8}$$

Deve-se checar na sequência se a seção é compacta, semicompacta ou esbelta (lembrando que não será checado FLT porque a seção está contida lateralmente). Duplamente simétrica, fletida na maior inércia (GRUPO 1 - TIPO 1):

**FLA:**

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{h_0}{t_w} = \frac{(500 - 2 \times 16)}{6,3} = 74,286 \\ \lambda_p &= 3,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{25}} = 106,349 \\ \lambda &< \lambda_p \rightarrow \text{seção compacta em FLA!} \end{aligned}$$

**FLM:**

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{b_f}{t_f} = \frac{250}{16,0} = 7,812 \\ \lambda_p &= 0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 0,38 \sqrt{\frac{20000}{25}} = 10,748 \\ \lambda &< \lambda_p \rightarrow \text{seção compacta em FLM!} \end{aligned}$$

Como a seção é compacta, pode-se determinar o valor do momento fletor resistente de cálculo como sendo:

$$\begin{aligned} M_{pl} &= Z_x f_y = 2330 \times 25 = 58250,0kNcm = 582,50kNm \\ \therefore M_{Rd} &= \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}} = \frac{582,5kNm}{1,1} = 529,545kNm \end{aligned}$$

Como o momento fletor resistente de cálculo deve ser maior ou igual que o momento fletor solicitante de cálculo, tem-se:

$$M_{Rd} \geq M_{Sd} \rightarrow 529,545 \geq \frac{2,05g_k \times L^2}{8} \rightarrow g_k \leq \frac{2066,517}{L^2}$$

$$\text{para } \frac{L}{h} = 8 \rightarrow g_k \leq \frac{2066,517}{4^2} \rightarrow g_k \leq 129,157kN/m$$

$$\text{para } \frac{L}{h} = 13 \rightarrow g_k \leq \frac{2066,517}{6,5^2} \rightarrow g_k \leq 48,912kN/m$$

$$\text{para } \frac{L}{h} = 20 \rightarrow g_k \leq \frac{2066,517}{10^2} \rightarrow g_k \leq 20,665kN/m$$

Agora, será analisado o ELS da viga. O valor da carga distribuída para o ELS é calculada com combinações quase permanentes e frequentes para análise de deslocamentos:

Quase permanentes:

$$F_{ser} = g_k + \psi_2 q_k$$

Frequentes:

$$F_{ser} = g_k + \psi_1 q_k$$

Como a carga acidental é de uso e ocupação residencial os valores de  $\psi_1 = 0,4$  e  $\psi_2 = 0,3$ , e portanto, a combinação crítica é a frequente:

$$F_{ser} = g_k + \psi_1 q_k = g_k + 0,4(0,5g_k) = 1,2g_k$$

Pela NBR8800, para uma viga de piso tem-se a flecha máxima limitada por:

$$\delta_{max} = \frac{L}{350}$$

Pela equação da linha elástica para uma viga biapoiada com carga distribuída  $q$  por toda a sua extensão pode-se determinar a flecha da viga em questão (com  $g_k$  em kN/cm):

$$\delta = \frac{5qL^4}{384EI} = \frac{5 \times 1,2g_k \times L^4}{384 \times 20000 \times 52250} = \frac{g_k \times L^4}{6688 \times 10^7}$$

Note que foi usado  $I = I_x$  porque a viga está sendo fletida ao redor do eixo x-x.

Como a flecha não pode ser maior que a flecha máxima permitida por norma, tem-se:

$$\delta \leq \delta_{max} \rightarrow \frac{g_k \times L^4}{6688 \times 10^7} \leq \frac{L}{350} \rightarrow g_k \leq \frac{191085714,286}{L^3}$$

$$\text{para } \frac{L}{h} = 8 \rightarrow g_k \leq \frac{191085714,286}{400^3} \rightarrow g_k \leq 2,9857kN/cm = 298,57kN/m$$

$$\text{para } \frac{L}{h} = 13 \rightarrow g_k \leq \frac{191085714,286}{650^3} \rightarrow g_k \leq 0,6958kN/cm = 69,581kN/m$$

$$\text{para } \frac{L}{h} = 20 \rightarrow g_k \leq \frac{191085714,286}{1000^3} \rightarrow g_k \leq 10,1911kN/cm = 19,09kN/m$$

Comparando-se então ambas as restrições da carga distribuída  $g_k$  (para os casos ELU e ELS) observa-se que o ELU é o determinante para  $L/h=8$  e para  $L/h=13$ , mas para  $L/h=20$  o ELS é o determinante.

**Ex. 6.1.4 Dimensionamento viga piso edifício** Selecionar um perfil W para a viga secundária intermediária (VSI na imagem a seguir) de um piso de edifício comercial. A viga será contida continuamente pela laje de concreto envolvendo a mesa comprimida. Os apoios das vigas VSI nas vigas principais VP serão

efetuados por meio de ligações flexíveis. As cargas no piso são admitidas uniformemente distribuídas e iguais a  $3kN/m^2$  oriundas da ação de utilização e  $4kN/m^2$  do peso da laje e revestimento moldados no local. Deve ser levando em conta também o peso próprio das vigas de aço. Assumir aço A572 Gr.50 ( $f_y = 345MPa$ ).

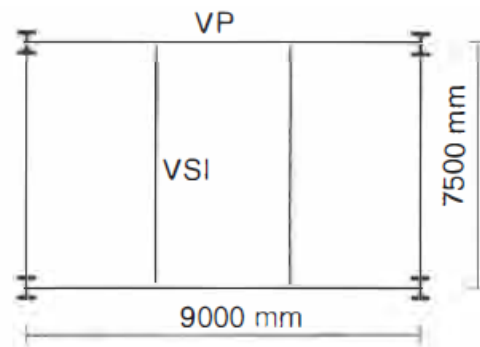


Figura 6.4: Viga do piso para dimensionamento.

### Solução:

A análise para o ELU será apresentada primeiro. O valor da carga distribuída majorada  $q_d$  pode ser calculada como:

$$q_d = \sum \gamma_g g_k + \gamma_q q_k = 1,35 \times 4,0 + 1,25 \times g_{pp} + 1,5 \times 3,0 = 9,9 + 1,25g_{pp}$$

Sendo  $9,9kN/m^2$  e  $1,25g_{pp}kN/m$ . Entretanto, necessita-se da carga distribuída na viga. Para determinar isso, será feita a simplificação de que toda a carga da metade do vão à esquerda e da metade do vão da direita será resistida pela viga (mesmo que na realidade isso não ocorra, esse é um procedimento conservador). Sendo assim, tem-se:

$$q_{dv} = q_d \times \left( \frac{3}{2} + \frac{3}{2} \right) = 9,9 \times 3,0 + 1,25g_{pp} = (29,7 + 1,25g_{pp}) \text{ kN/m}$$

Ou, transformando em  $kN/cm$   $(0,297 + 1,25g_{pp})kN/cm$ , o 1,25 não se modifica pois a carga  $g_{pp}$  é que será em  $kN/cm$ . Com esse valor, calcula-se então o momento fletor solicitante de cálculo como sendo:

$$M_{Sd} = \frac{q_{dv} \times l^2}{8} = \frac{(0,297 + 1,25g_{pp}) \times 750^2}{8} = (20882,8 + 87890,6g_{pp})kN.cm$$

Agora que  $M_{Sd}$  já foi determinado, é necessário determinar um valor de  $M_{Rd}$  igual ou superior à esse. Para isso, será assumido que o perfil é compacto para posterior conferência. Sendo assim (e tomando-se cuidado em utilizar as mesmas unidades em todas as equações, usando  $kN$  e  $cm$ ), tem-se:

$$M_{pl} = Z_x f_y = Z_x \times 34,5 = 34,5 \times Z_x$$

$$M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}} = \frac{34,5 \times Z_x}{1,1} = 31,36 \times Z_x \text{ kN.cm}$$

$$\therefore M_{Rd} \geq M_{Sd} \rightarrow 31,36 \times Z_x \geq (20882,8 + 87890,6g_{pp})$$

$$Z_x \geq \frac{(20882,8 + 87890,6g_{pp})}{31,36} = (665,91 + 2802,63g_{pp})cm^3$$

O peso próprio dos perfis metálicos por unidade de comprimento é calculado com sua massa linear multiplicada pelo valor da gravidade, ou seja,  $g_{pp} = \rho_{linear} \times g = 9,81\rho_{linear}$ , isso com  $\rho_{linear}$  em  $kg/m$  e  $9,81m/s^2$ , resultando em  $N/m$ . Para usar o valor da massa linear das tabelas, que é normalmente apresentado em  $kg/m$ , basta corrigir o valor da constante, 2802,63, acrescentando a ela os valores da conversão de  $N$  para  $kN$  ( $\times 10^{-3}$ ), de  $m$  para  $cm$  ( $\times 100$ ) e da gravidade, ou seja,  $9,81 \times 2802,63 \times 10^{-3}/100 = 0,275$  que pode multiplicar  $\rho_{linear}$  em  $kg/m$ . Substituindo na equação anterior:

$$Z_x \geq (665,91 + 0,275\rho_{linear})cm^3 \quad \text{com } \rho_{linear} \text{ em kg/m}$$

Como a influência do peso próprio da viga é baixa, a primeira análise será feita considerando-se o valor de  $Z_x \cong 665,91cm^3$ , negligenciando o peso próprio. Analisando-se as tabelas de perfis metálicos, o primeiro perfil da série W que possui um valor mais próximo de  $Z_x \geq 665,91cm^3$  é o W360x39,0, possuindo  $Z_x = 667,7cm^3$  e um  $\rho_{linear} = 39kg/m$

Entretanto, ao levar em conta o peso próprio da viga (39kg/m) ela não atende ao novo valor de  $Z_x$  necessário:

$$Z_x \geq 665,91 + 0,275 \times 39 = 676,635 > 665,91cm^3$$

Para atender este novo valor de  $Z_x \geq 676,625cm^3$ , o perfil da tabela que mais se aproxima a esse valor é o perfil W310x44,5, sendo  $Z_x = 712,8cm^3$ , que possui um peso de 44,5kg/m, o qual gerará um novo valor de  $Z_x$  que deverá ser atendido, como mostrado a seguir:

$$Z_x \geq 665,91 + 0,275 \times 44,5 = 678,15 < 712,8cm^3$$

Portanto, o perfil W310x44,5 atende ao critério imposto. Ele possui ainda as seguintes propriedades:  $h = 310mm$ ,  $h_w = 291mm$ ,  $I_x = 9997cm^4$ ,  $t_w = 6,6mm$ ,  $t_f = 11,2mm$  e  $b_f = 166mm$ .

O próximo passo é então calcular o real valor do momento fletor resistente de cálculo do perfil. Para isso, primeiro deve-se determinar se o perfil é compacto, semcompacto ou esbelto (lembrando que FLT não será checado pois o perfil está travado lateralmente). Duplamente simétrica, fletida na maior inércia (GRUPO 1 - TIPO 1):

**FLA:**

$$\lambda = \frac{h_w}{t_w} = \frac{308}{6,9} = 44,638$$

$$\lambda_p = 3,76\sqrt{\frac{E}{f_y}} = 3,76\sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 90,530$$

$$\lambda < \lambda_p \rightarrow \text{seção compacta em FLA!}$$

**FLM:**

$$\lambda = \frac{b_f}{t_f} = \frac{171}{9,8} = 8,724$$

$$\lambda_p = 0,38\sqrt{\frac{E}{f_y}} = 0,38\sqrt{\frac{20000}{34,5}} = 9,149$$

$$\lambda < \lambda_p \rightarrow \text{seção compacta em FLM!}$$

Como a seção é compacta, tem-se:

$$M_{pl} = Z_x f_y = 712,8 \times 34,5 = 24591,6kN.cm$$

$$\therefore M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}} = \frac{24591,6}{1,1} = 22356kN.cm = 223,56kN.m$$

Como  $M_{Rd} = 223,56kN.m \geq M_{Sd} = 212,667kN.m$ , atende ao dimensionamento para ELU.

O próximo passo é dimensionar para o ELS (deslocamentos excessivos). O valor da carga distribuída para o ELS é calculada com combinações quase permanentes e frequentes para análise de deslocamentos:

Quase permanentes:

$$F_{ser} = g_k + g_{pp} + \psi_2 q_k$$

Frequentes:

$$F_{ser} = g_k + g_{pp} + \psi_1 q_k$$



Como a carga acidental é de uso e ocupação residencial os valores de  $\psi_1 = 0,6$  e  $\psi_2 = 0,4$ , e portanto, a combinação crítica é a frequente (lembrando que as cargas  $g_k = 4,0kN/m^2$  e  $q_k = 3,0kN/m^2$  e precisam ser multiplicadas por 3,0 para resultarem em por  $m$  de viga, conforme feito no início do exemplo):

$$F_{ser} = g_k + g_{pp} + \psi_1 q_k = g_k + 0,6 q_k = 4,0 \times 3,0 + g_{pp} + 0,6 \times 3,0 \times 3,0$$

$$\therefore F_{ser} = q_s = 17,4 + g_{pp} = 66 + \frac{44 \times 9,81}{1000} = 17,83kN/m = 0,1783kN/cm$$

Pela NBR8800, para uma viga de piso tem-se a flecha máxima limitada por:

$$\delta_{max} = \frac{l}{350} = \frac{7,5}{350} = 0,0214m = 2,14cm$$

Pela equação da linha elástica para uma viga biapoiada com carga distribuída por toda a sua extensão, pode-se determinar a flecha da viga em questão (com  $q_s$  em kN/cm):

$$\delta = \frac{5q_s l^4}{384EI} = \frac{5 \times 0,1783 \times 750^4}{384 \times 20000 \times 9997} = 3,674cm$$

Como pode ser visto, o perfil não atendeu ao dimensionamento para o ELS pois  $\delta > \delta_{max}$ , portanto, o perfil não pode ser adotado para o projeto mesmo atendendo ao dimensionamento para ELU. O próximo passo é determinar um perfil para atender ao estado limite de serviço, já que esse se provou ser o limitante para o dimensionamento:

$$\delta_{max} \geq \delta = \frac{5q_s l^4}{384EI} = \frac{5 \times 0,1783 \times 750^4}{384 \times 20000 \times I_x}$$

$$2,14 \geq \frac{5 \times 0,1783 \times 750^4}{384 \times 20000 \times I_x}$$

$$\therefore I_x \geq 17162,929cm^4$$

Para atender a essa exigência de inércia, poderia ser o perfil  $W360x64$ , com  $I_x = 17890cm^4$  e  $Z_x = 1145,5cm^3$  satisfazendo também a condição de resistência do ELU. Uma solução alternativa seria aplicar uma contra-flecha na viga. Porém, nos casos de pisos flexíveis deve-se ainda verificar o estado limite de serviço de vibrações excessivas sob ação do caminhar de pessoas (NBR8800,2008; Wyatt,1989).

**Ex. 6.1.5 Viga Contínua** Um perfil VS400X49 (soldado) foi selecionado para uma viga contínua de quatro vãos, de 8m, conforme ilustrado na figura. A viga é de aço MR-250 e só possui contenção lateral nos apoios. Calcular a máxima carga  $P$  (carga permanente oriunda do peso próprio de estruturas pré-moldadas) a ser aplicada nos vãos da viga, utilizando o critério de projeto da NBR 8800. Admite-se que o carregamento seja aplicado pela alma ou pela mesa inferior e assumir que os valores de  $M_{max}$  fornecidos na figura não estão majorados. Dados:  $h = 400mm$ ,  $t_w = 6,3mm$ ,  $t_f = 9,5mm$ ,  $h_0 = 381mm$ ,  $b_f = 200mm$ ,  $I_x = 17393cm^4$ ,  $W_x = 870cm^3$ ,  $r_x = 16,75cm$ ,  $Z_x = 971cm^3$ ,  $I_y = 1267cm^4$ ,  $W_y = 127cm^3$ ,  $r_y = 4,52cm$  e  $J = 14,6cm^4$ .

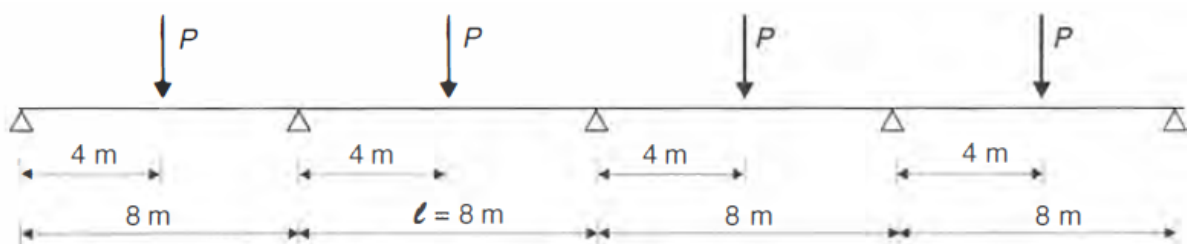


Figura 6.5: Esquema de carregamento da viga contínua.

**Solução:**

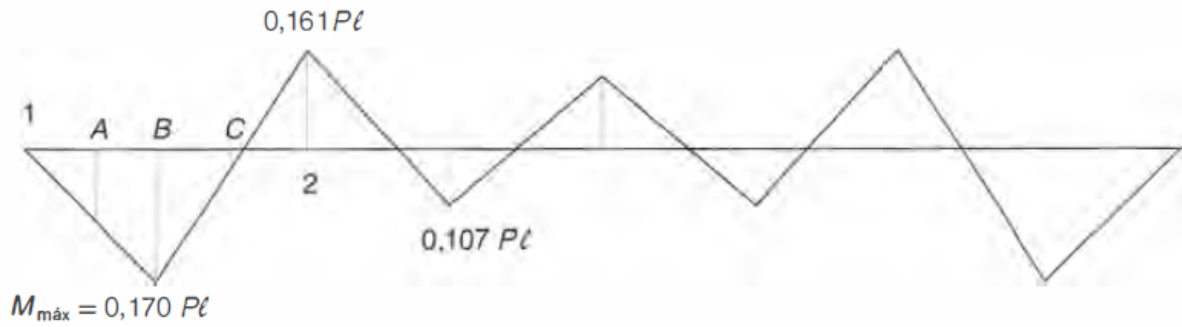


Figura 6.6: Esquema de momentos da viga contínua.

Começa-se o problema com a intenção de se determinar a carga  $P$  máxima (no caso  $P_k$ ) que pode ser aplicada. Para isso é necessário determinar se a seção é compacta, semicompacta ou esbelta para FLA, FLM e FLT. Lembrando-se que a variável  $L_b$  é referente ao comprimento do trecho destravado. Seção duplamente simétrica, fletida na maior inércia (GRUPO 1 - TIPO 1):

**FLA:**

$$\lambda = \frac{h_0}{t_w} = \frac{381}{6,3} = 60,476$$

$$\lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{25}} = 106,349$$

$$\lambda < \lambda_p \rightarrow \text{seção compacta!}$$

**FLM:**

$$\lambda = \frac{b_f}{t_f} = \frac{200}{9,5} = 10,526$$

$$\lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 0,38 \sqrt{\frac{20000}{25}} = 10,748$$

$$\lambda < \lambda_p \rightarrow \text{seção compacta!}$$

**FLT:**

$$\lambda = \frac{L_b}{r_y} = \frac{800}{4,52} = 176,991$$

$$\lambda_p = 1,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 1,76 \sqrt{\frac{20000}{25}} = 49,780$$

$$\beta_1 = \frac{0,7 f_y W_x}{EJ} = \frac{0,7 \times 25 \times 870}{20000 \times 14,6} = 0,05214/cm$$

$$C_w \cong \frac{I_y (d - t_f)^2}{4} = \frac{1267 \times (40 - 0,95)^2}{4} = 483012,9 cm^6$$

$$\lambda_r = \frac{1,38 \sqrt{I_y J}}{r_y J \beta_1} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27 C_w \beta_1^2}{I_y}}}$$

$$\lambda_r = \frac{1,38 \sqrt{1267 \times 14,6}}{4,52 \times 14,6 \times 0,05214} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27 \times 48,301 \times (0,05214)^2}{1267}}}$$

$$\therefore \lambda_r = 137,812$$

$$\lambda > \lambda_r \rightarrow \text{seção esbelta!}$$

Sendo assim, a seção terá sua resistência limitada pela situação FLT. Determina-se então o momento resistente de cálculo como segue. Destaca-se que os valores de  $M_A$ ,  $M_B$  e  $M_C$  foram determinados por

simples interpolação linear dos valores apresentados na figura 6.6, além de que  $R_m = 1,0$  uma vez que a seção não é monossimétrica.

$$M_A = \frac{0,170Pl + 0Pl}{2} = 0,085Pl$$

$$M_B = M_{max} = 0,170Pl$$

$$M_C = (-0,08275Pl \times 2) + 0,17Pl = 0,0045Pl$$

$$C_b = \frac{12,5M_{max} \times R_m}{2,5M_{max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \leq 3,0$$

$$C_b = \frac{12,5 \times 0,170Pl \times 1,0}{2,5 \times 0,170Pl + 3 \times 0,085Pl + 4 \times 0,170Pl + 3 \times 0,0045Pl} \leq 3,0$$

$$C_b = 1,547 \leq 3,0$$

$$M_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E I_y}{L_b^2} \sqrt{\frac{C_w}{I_y} \left(1 + 0,039 \frac{J L_b^2}{C_w}\right)}$$

$$M_{cr} = \frac{1,547 \times \pi^2 \times 20000 \times 1267}{800^2} \sqrt{\frac{48,301}{1267} \left(1 + 0,039 \frac{14,6 \times 800^2}{48,301}\right)}$$

$$M_{cr} = 15634,33kN.cm = 156,34kN.m$$

$$M_{Rd} = \frac{M_{cr}}{\gamma_{a1}} = \frac{156,34kNm}{1,1} = 142,13kNm$$

Como o maior momento ocorre no centro do vão de extremidade e majorando-se o valor de P pelo respectivo coeficiente  $\gamma_g = 1,3$  para carga permanente oriunda do peso próprio de estruturas pré-moldadas, tem-se:

$$\begin{aligned} M_{Rd} &\geq M_{max} = 0,170(P \times \gamma_g)l \\ 142,13 &\geq 0,170 \times (P \times 1,3) \times 8 \\ \therefore P &\leq 80,39kN \end{aligned}$$

**Ex. 6.1.6 Vigas apoiadas em vigas** Admitindo que na viga do exemplo 6.1.5 as cargas concentradas P sejam aplicadas por vigas transversais apoiadas nos centros dos vãos, calcular o momento fletor resistente na região do momento máximo solicitante. Admite-se a existência de contraventamento no plano das vigas (como indicado na 6.5) de modo a fornecer contenção lateral.

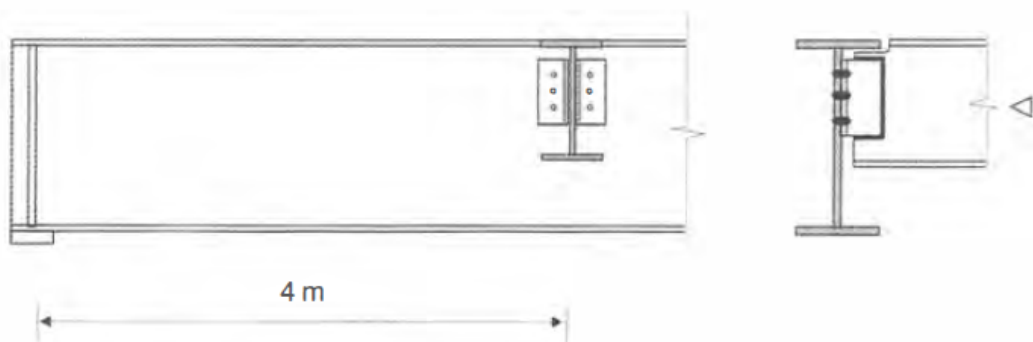


Figura 6.7: Esquema de apoio das vigas em outras vigas.

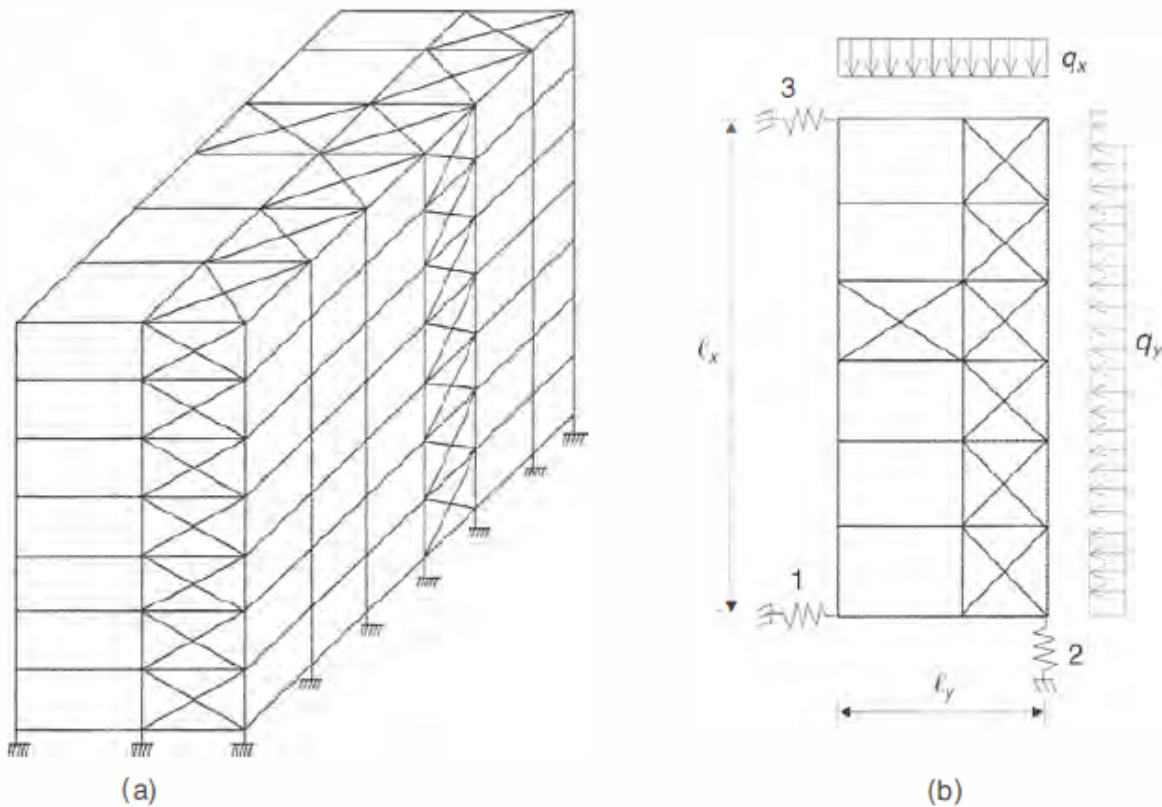


Figura 6.8: Esquema do contraventamento do edifício: a) esquema tridimensional, b) andar tipo.

### Solução:

Como a única diferença entre o problema anterior e o atual é a contenção lateral nos pontos de aplicação das cargas  $P$ , pode-se afirmar que a seção continuará sendo compacta para as situações FLA e FLM. Entretanto, o caso FLT, o qual também é o determinante, será alterado uma vez que o comprimento do trecho destravado agora foi reduzido à metade. Seção duplamente simétrica, flexão na maior inércia (GRUPO 1 - TIPO 1):

**FLT:**

$$\lambda = \frac{L_b}{r_y} = \frac{400}{4,52} = 88,495$$

$$\lambda_p = 1,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 1,76 \sqrt{\frac{20000}{25}} = 49,780$$

$$\beta_1 = \frac{0,7 f_y W}{EJ} = \frac{0,7 \times 25 \times 870}{20000 \times 14,6} = 0,05214/cm$$

$$C_w = \frac{I_y (d - t_f)^2}{4} = \frac{1267 \times (40 - 0,95)^2}{4} = 483012,9 cm^6$$

$$\lambda_r = \frac{1,38 \sqrt{I_y J}}{r_y J \beta_1} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27 C_w \beta_1^2}{I_y}}}$$

$$\lambda_r = \frac{1,38 \sqrt{1267 \times 14,6}}{4,52 \times 14,6 \times 0,05214} \times \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27 \times 48,301 \times (0,05214)^2}{1267}}}$$

$$\therefore \lambda_r = 137,812$$

$$\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r \rightarrow \text{seção semicompacta!}$$

Pode-se então calcular o momento fletor resistente de cálculo como demonstrado a seguir. Destaca-se que

o valor de  $C_b$  agora será diferente uma vez que o comprimento destravado foi alterado, sendo a situação mais crítica a da extremidade (fornecerá o menor valor de  $C_b$ ). Os valores de  $M_A$ ,  $M_B$  e  $M_C$  foram novamente determinados por simples interpolação linear.

$$M_A = \frac{0,170Pl}{4} = 0,0425Pl$$

$$M_B = \frac{0,170Pl}{2} = 0,085Pl$$

$$M_C = \frac{3 \times (0,170Pl)}{4} = 0,1275Pl$$

$$M_{max} = 0,170Pl$$

$$C_b = \frac{12,5M_{max} \times R_m}{2,5M_{max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \leq 3,0$$

$$C_b = \frac{12,5 \times 0,170Pl \times 1,0}{2,5 \times 0,170Pl + 3 \times 0,0425Pl + 4 \times 0,085Pl + 3 \times 0,1275Pl} \leq 3,0$$

$$C_b = 1,667 \leq 3,0$$

$$M_r = 0,7f_yW_x = 0,7 \times 25 \times 870 = 15225kNcm = 152,25kNm$$

$$M_{pl} = Z_x f_y = 970 \times 25 = 24250kNcm = 242,50kNm$$

$$M_{Rd} = \frac{C_b}{\gamma_{a1}} \left[ M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \left( \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right) \right] \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}$$

$$M_{Rd} = \frac{1,667}{1,1} \left[ 242,50 - (242,50 - 152,25) \left( \frac{88,495 - 49,780}{137,812 - 49,780} \right) \right] \leq \frac{242,50kNm}{1,1}$$

$$\therefore M_{Rd} = 307,35kNm \leq 220,45kNm \rightarrow M_{Rd} = 220,45kNm$$

Esse resultado indica que, com as novas condições de contenção lateral, a viga do problema 6.1.5 atingiria o momento resistente de plastificação total no estado limite último.

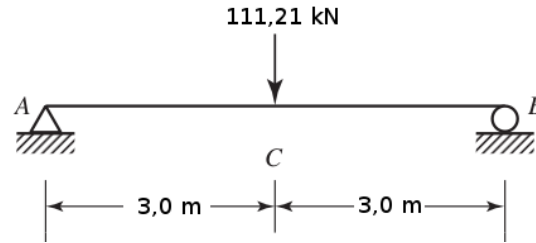
## 6.2 Propostos, nível iniciante

**Ex. 6.2.1 Classificação da seção laminada** Determine se um perfil W310x21kg/m é compacto, semicompacto ou esbelto (aço MR-250).

**Ex. 6.2.2 Classificação da seção soldada** Determine se um perfil VS650x98kg/m é compacto, semicompacto ou esbelto (aço MR-250).

**Ex. 6.2.3 Determinação do  $C_b$**  A viga ilustrada na figura é um W610x74kg/m. A viga é contida lateralmente em A e B. A carga é de uso. Usando a carga em seu valor característico, determine:

- O valor de  $C_b$  não incluindo o peso próprio da viga;
- O valor de  $C_b$  incluindo o peso próprio da viga;

Figura 6.9: Viga para determinação do  $C_b$ .

**Ex. 6.2.4 Momento Resistente viga T** Determine o momento resistente de uma seção T construída de chapas soldadas de 254x22,225mm na mesa e 304,8x25,4mm na alma de aço Mr-250.

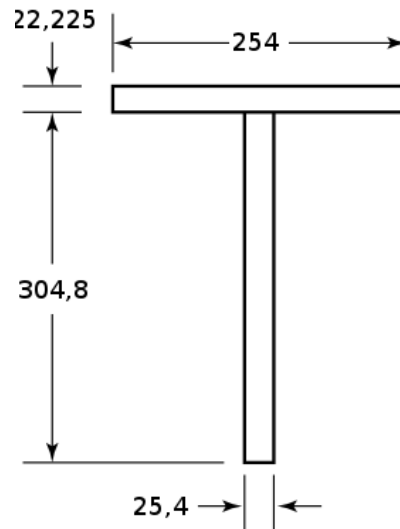


Figura 6.10: Seção Transversal do T soldado.

**Ex. 6.2.5 Determinação de carga simples** A viga mostrada na figura é um W360x38kg/m de aço A992 com contenção lateral contínua. A carga P é um carregamento característico variável de uso. Qual é o máximo valor possível de P?

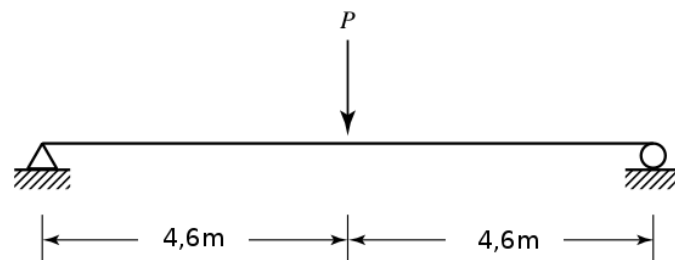


Figura 6.11: Esquema da carga característica P.

### 6.3 Propostos, nível intermediário

**Ex. 6.3.1 Verificação de viga** A viga mostrada na figura tem contenção lateral nas extremidades dos balanços e nos apoios. A carga uniforme é constituída de 50% de carga de peso próprio e 50% de carga de uso. Se o aço A992 é usado um perfil W410x46,1kg/m é adequada?

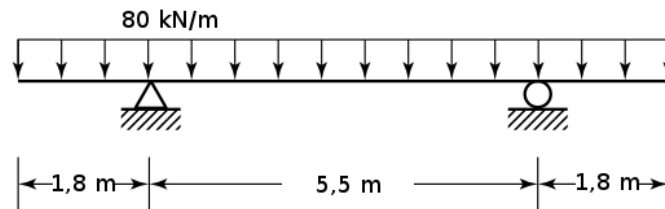


Figura 6.12: Viga para verificação.

**Ex. 6.3.2 Dimensionamento Cargas Concentradas Distribuídas** Determine a seção  $W$  mais leve para cada uma das condições abaixo para a viga da figura. As cargas e dimensões são:  $L1 = 3m$ ,  $L2 = 9m$ ,  $g_k = 11kN/m$  (elementos moldados in-loco),  $q_k = 51kN/m$  (uso),  $G_k = 125kN$  (equipamentos fixos) e  $Q_k = 32kN$  (ações truncadas) (as cargas permanentes distribuídas não levam em conta o peso próprio da viga a ser determinada, que deve ser levado em conta após a escolha do perfil).

- Aço A992 com contenção lateral contínua;
- Aço A992 com contenção lateral apenas nos apoios;
- Aço A992 com contenção lateral nos apoios e no ponto A;
- Aço Mr-250 com contenção lateral nos apoios e no ponto A.

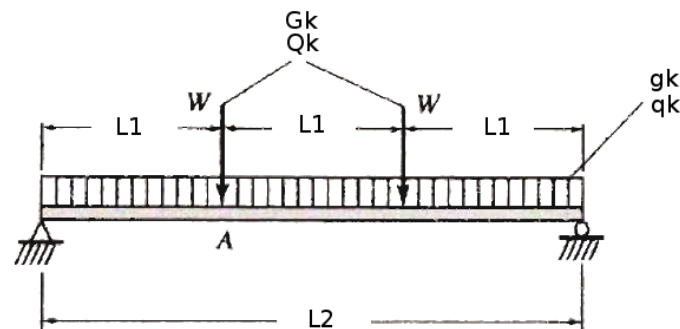


Figura 6.13: Esquema de carregamento da viga com cargas distribuídas e concentradas.

**Ex. 6.3.3 Verificação e carga máxima seção laminada** Um  $W530x72kg/m$  é utilizado como uma viga simplesmente apoiada, com  $15,24 m$  de comprimento e contenção lateral contínua. O aço é o AR-415. Se a razão entre as cargas variáveis de uso e as permanentes de peso-próprio é  $3,0$ , determine a resistência e os máximos valores característicos dos carregamentos.

**Ex. 6.3.4 Verificação e carga máxima seção soldada** Uma seção transversal soldada de chapas metálicas G-45 com mesas de  $457,2x19,05mm$  e alma de  $1320,8x19,05mm$  é usada como viga. Qual é a resistência à flexão e qual é a perda de resistência para os comprimentos de (contenções laterais apenas nos apoios):

- $L = 3m$ ;
- $L = 6m$ ;
- $L = 9m$ .

## 6.4 Propostos, nível graduado

**Ex. 6.4.1 Dimensionamento Pavimento a flexão** Para o pavimento mostrado abaixo, selecione as mais econômicas seções  $W$  para as vigas verticais e horizontais (todas as verticais tem a mesma seção de G1 e as horizontais de B1). A carga de peso próprio de elementos moldados in-loco do pavimento é de  $3,59kN/m^2$  (não inclui o peso próprio da viga, deve ser incluído a posteriori) e a carga variável do uso é de  $3,83kN/m^2$ . Verifique o pavimento apenas à flexão. Assuma que B1 tem estabilidade lateral total e G1 é contido nas conexões das vigas.

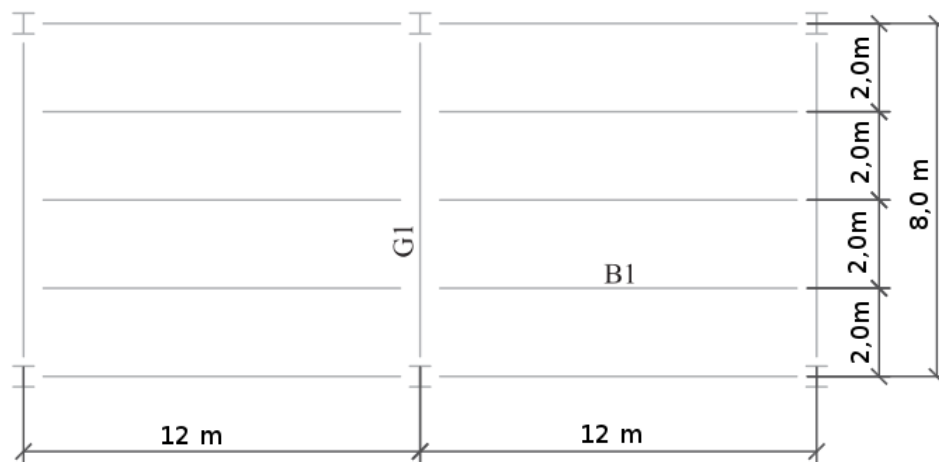


Figura 6.14: Vigas de um pavimento para dimensionamento.