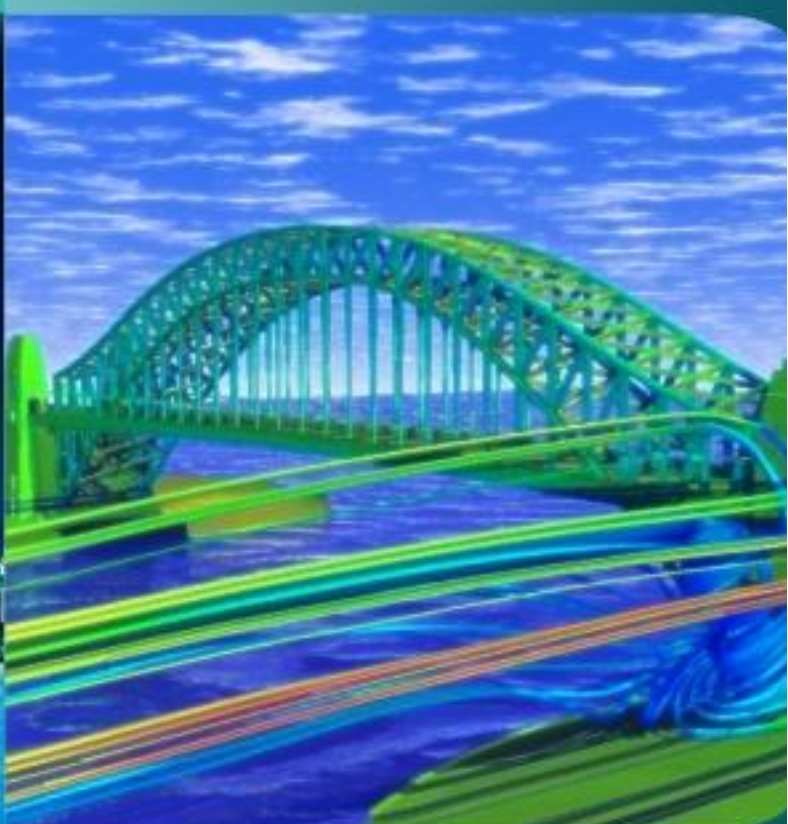




**2010**

**Método dos  
Elementos  
Finitos Aplicados à  
Engenharia de  
Estruturas**



**Prof<sup>a</sup>. Mildred B. Hecke**  
**Universidade Federal do Paraná**  
**Versão 1.0.0.0**



**TRANSFERÊNCIA DE CALOR -  
CHAMINÉ COM VARIAÇÃO DE  
TEMPERATURA INTERNA E  
EXTERNA**

# CHAMINÉ COM VARIAÇÃO DE TEMPERATURA INTERNA E EXTERNA

## INTRODUÇÃO

### A) INTRODUÇÃO:

#### O Método dos Elementos Finitos aplicado à solução de problemas de campo

Durante o processo de solução de muitos problemas em Engenharia recai-se na solução de problemas de campos potenciais. Tais campos são governados pelas equações de Laplace e Poisson, podendo citar entre eles os problemas de condução de calor, distribuição do potencial elétrico ou magnético, fluxo em meios porosos, fluxo irrotacional de fluidos ideais, torção de barras prismáticas além de outros. Este tipo de problemas obedece a seguinte equação:

$$\nabla \cdot \nabla \phi \equiv 0$$

onde o escalar  $\phi$  é conhecido como potencial escalar. Tal campo é conhecido como campo conservativo e, portanto, teremos:

$$\nabla \cdot \nabla \phi \equiv \nabla^2 \phi \equiv 0$$

Que demonstra que tal potencial escalar satisfaz a equação de Laplace. O estudo de campos de fluidos incompressíveis irrotacionais e campos gravitacionais são dois fenômenos para os quais o desenvolvimento acima, envolvendo a solução da equação de Laplace se aplica e trataremos de estudar um deles em detalhes: o problema de condução de calor em regime estacionário.

Com relação às condições de contorno que podem aparecer em problemas potenciais, podemos subdividi-las em Condições de Contorno de Dirichlet, Neumann e Cauchy, ou ainda, de primeira, segunda e terceira espécie, respectivamente. Para problemas submetidos a condições de contorno de Dirichlet, o valor do potencial é especificado na fronteira  $\partial B$ , ou seja:

$$\phi = g \text{ em } \partial B$$

A especificação da voltagem no contorno no caso de um campo de condução elétrica e da temperatura no caso de um campo de condução de calor são exemplos desta condição de contorno. Na condição de contorno de Neumann a derivada normal do potencial é especificada no contorno, ou seja:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = p \quad \text{em} \quad \partial B$$

Condição de contorno cinemática de um campo de fluidos, no qual a componente normal da velocidade do fluido na fronteira deve ser igual a velocidade da fronteira é um exemplo da condição de contorno de Neumann. A condição de contorno de Cauchy ocorre quando o potencial e sua derivada normal obedecem a uma relação na forma:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} + \alpha \phi = -q \quad \text{em} \quad \partial B$$

Tipicamente, esta condição ocorre quando existe uma camada resistente no contorno, como, por exemplo, quando existe uma camada metálica na fronteira no problema de condução de calor.

### **Problema da transferência de calor**

Estamos interessados em determinar a distribuição de temperatura em um determinado sólido B. Em geral, as equações que governam a distribuição de temperaturas, tensões e deformações são acopladas, quer dizer, estas variáveis estão interrelacionadas e devem ser determinadas simultaneamente. No entanto, em numerosos problemas práticos, a influência da tensão e deformação na distribuição de temperaturas é bastante pequena e geralmente pode ser deixada de lado. Desta maneira, quando da análise de um problema de tensões-deformações com efeitos térmicos, podemos como primeiro passo determinar, independente de outras variáveis a temperatura considerando o sólido como rígido. O segundo passo consistirá em determinar a distribuição de tensões e deformações no sólido quando submetido aos efeitos mecânico e térmico, sendo este último já conhecido.

### **Mecanismos de transferência de calor**

Antes de abordarmos o problema de transferência de calor, devemos nos recordar que a energia calorífica se transfere de uma partícula para outra de uma certa matéria quando estas se encontram a diferentes temperaturas. Estas duas partículas podem ou não fazer parte de um mesmo sólido ou de um mesmo fluido, dependendo do sistema considerado. Teoricamente neste sistema deveríamos incluir não apenas o corpo em estudo, mas também todo o meio que o rodeia. Do ponto de vista prático, sempre será possível detectar uma região fechada de forma que a influência de todo o meio exterior possa ser deixada de lado. O mecanismo através do qual a transferência de calor se realiza entre as partículas depende da natureza (material) do sistema assim definido e mais especificamente da característica do material e do meio

ambiente em que estas partículas se encontram. Podemos assim distinguir 3 modos de transferência de calor: condução, radiação e convecção.

**Condução:** entre duas partículas de um corpo sólido que estão a diferentes temperaturas, o calor se transfere através de condução, processo que tem lugar a nível atômico e molecular. A lei linear de condução de calor será dada por:

$$\mathbf{q} = -K\nabla\theta$$

onde:

$K$  é o tensor de condutividade térmica;

$\nabla$  é o operador gradiente;

$\theta$  é a temperatura;

$\mathbf{q}$  é o vetor fluxo de calor.

Em particular, a densidade de fluxo por unidade de superfície de normal  $\mathbf{n}$  será dada por:

$$Q = \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = -K\nabla\theta \cdot \mathbf{n}$$

Sendo que  $Q(P)$  nos indica a quantidade de calor que passa no ponto  $P$  por unidade de superfície orientada segundo a normal  $\mathbf{n}$ . Observa-se que se  $Q(P) < 0$  indica que está sendo retirada energia calorífica da parte do corpo limitado pela superfície normal. Esta lei foi estabelecida por Fourier baseada em observações elementares e atualmente podemos obtê-la por aplicação dos Princípios da Termodinâmica;

**Radiação:** se as partículas que trocam calor estiverem separadas por vazio, a transferência de calor não poderá se realizar através de condução, mas sim por radiação. Se as partículas estão separadas por um meio material também ocorrerá radiação, porém se este meio é um sólido ou um fluido esta radiação é desprezível. Já não ocorre o mesmo se o meio é um gás quando a transferência de calor por radiação pode ser importante. Algumas exceções ocorrem em sólidos como o quartzo e o vidro.

**Convecção:** Como vimos, em um fluido a transferência de calor se produz através dos mecanismos de condução e radiação, sendo em geral, o primeiro mecanismo predominante. Porém, se o fluido está em movimento ocorre um incremento na transferência de calor em virtude de porções deste fluido estarem a diferentes temperaturas mesmo que suficientemente próximas. Quando o movimento do fluido se deve exclusivamente à diferença de

densidade pela diferença de temperatura, o processo é chamado convecção natural. Se o movimento do fluido se efetua por outro mecanismo, se chama convecção forçada.

### Condução de calor em regime estacionário

Seja um corpo ocupando a região limitada e regular  $B$  do espaço euclidiano tridimensional pontual  $\xi$ , com densidade de energia calorífica  $\Gamma$  por unidade de volume prescrita ao corpo por radiação, com temperatura prescrita  $\theta$  na fronteira  $\partial B_\theta$ , com densidade de fluxo de calor  $Q$  prescrita ao corpo por unidade de superfície  $\partial B - \partial B_\theta$ .

Pretende-se encontrar o campo de temperaturas  $q$  para o qual:

$$\begin{cases} \operatorname{div} \mathbf{q} = \Gamma & \text{em } B \\ \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = \bar{Q} & \text{em } \partial B - \partial B_\theta \\ \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = Q & \text{em } \partial B_\theta \end{cases}$$

Onde é válida a seguinte equação constitutiva:

$$\mathbf{q} = -K\nabla\theta$$

### **B) ELEMENTOS FINITOS DISPONÍVEIS NA BIBLIOTECA DO PROGRAMA ANSYS PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE CAMPO:**

#### Elemento triangular de 6 nós: PLANE 35

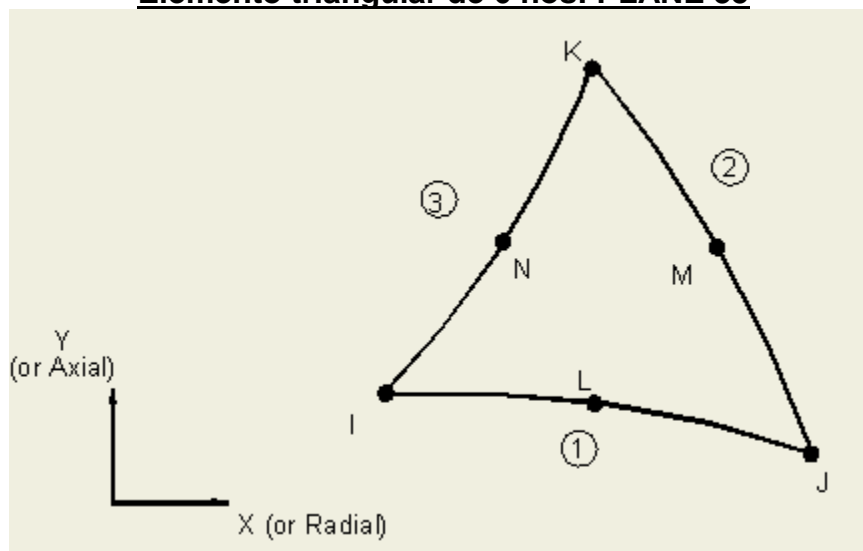


Figura 1 - PLANE35 2-D 6-Node Triangular Thermal Solid.



- i. **Características do elemento PLANE 35:**
  - a. **Nome na biblioteca do ANSYS ED 9.0:** PLANE 35;
  - b. **KEYOPT (3)**
    - i. 0 (default) plano;
    - ii. 1 problema axissimétrico;
  - c. **Nós:** 6 (i – j – k – l – m – n);
  - d. **Graus de liberdade:** 1 DOF - TEMP, temperatura nodal, função de interpolações quadráticas;
  - e. **Propriedades dos Materiais:**
    - i. KXX = Condutividade térmica na direção de x;
    - ii. KYY = Condutividade térmica na direção de y;
  - f. **Cargas:**
    - i. Cargas de superfície: Convecção, fluxo de calor;
    - ii. Cargas de Topo: temperatura e geração de calor;
  - g. **Resultados:** Temperaturas, fluxo de calor, etc.

OBS: Compatível com o elemento PLANE2 – Não usar a opção triangular.

#### Elemento quadrilateral de 4 nós: PLANE 55

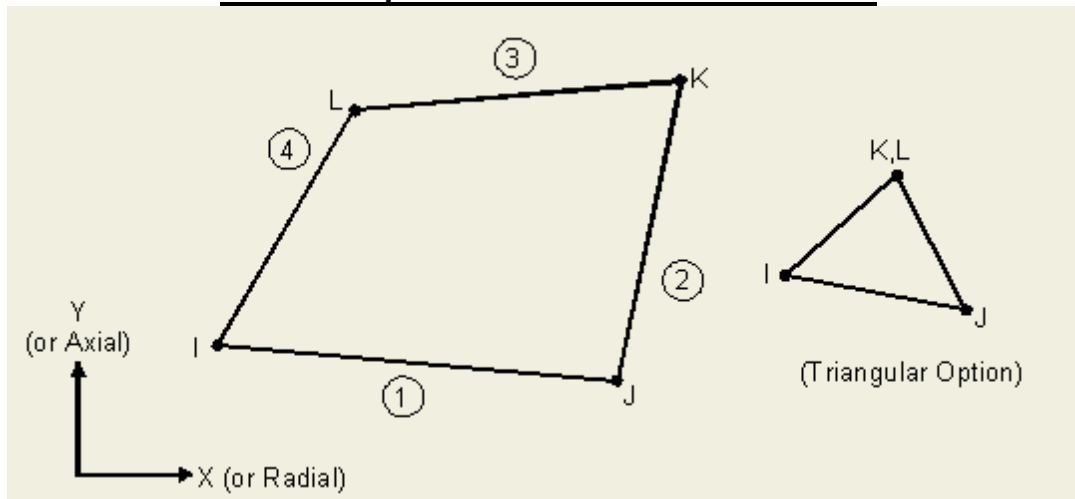


Figura 2 - PLANE55 2-D Thermal Solid.

OBS: Compatível com o elemento PLANE42 – Não usar a opção triangular.

#### Elemento quadrilateral de 8 nós: PLANE 77

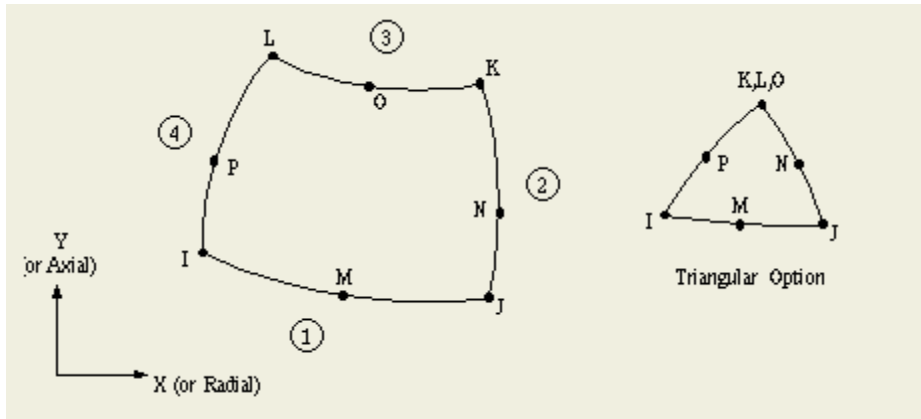


Figura 3 - PLANE77 2-D Thermal Solid.

OBS: Compatível com o elemento PLANE42.

### C) PROBLEMAS DE CAMPO A SEREM RESOLVIDOS:

#### CHAMINÉ COM VARIAÇÃO DE TEMPERATURA EXTERNA E INTERNA

##### Determinação do campo de temperaturas

Pretende-se com este exemplo estudar a variação de temperatura em uma chaminé industrial constituída de um material que possui condutividade térmica de  $k=1.4W/m^2.K$ , como mostra a figura abaixo. A temperatura interna é  $T_g=100^\circ C$  enquanto a temperatura externa é  $T_a=30^\circ C$  com um coeficiente  $h=20W/m^2.K$ .

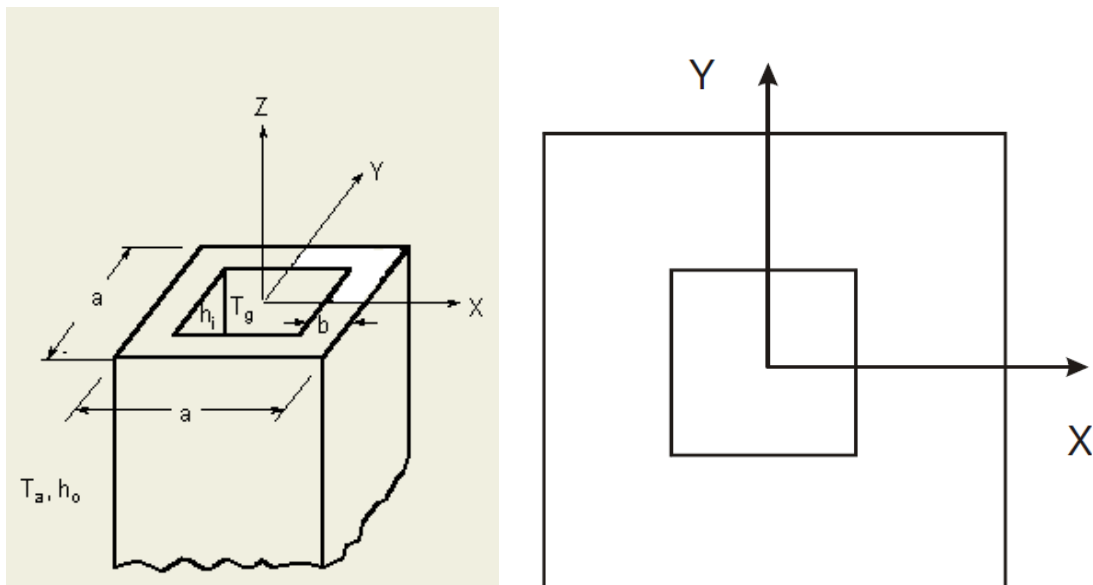


Figura 4 – Esquema da chaminé a ser analisada.

## PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS

Como na figura:

- $a = 60 \text{ cm}$ ;
- $b = 20 \text{ cm}$ .

## PROPRIEDADES DO MATERIAL

- $K_{XX} = 1.4 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$

Sendo:

- $20 \text{ W/m}^2 \cdot \text{k}$ ;
- $h_o = 20 \text{ W/m}^2 \cdot \text{k}$ ;
- $T_g = 100^\circ\text{C}$  e  $T_a = 30^\circ\text{C}$



A

## 1. INÍCIO DA ANÁLISE

### 1.1. *Introduz o título do problema a ser resolvido:*

- ✓ No ANSYS Utility Menu clicar em “File” e acessar a opção “Change Title...”;
- ✓ Na nova janela que aparecer, digitar novo título: **“Chamine submetida a variação de temperatura – campo de temperaturas”**;
- ✓ Clicar em OK.

### 1.2. *Altera o nome dos arquivos:*

- ✓ No ANSYS Utility Menu clicar em file e acessar a opção “Change Jobname...”;
  - Na nova janela que aparecer, digitar novo nome do arquivo: **“Chamine”**;
- ✓ Clicar em OK.

### 1.3. *Escolhe o tipo de análise que se pretende executar, visando filtrar comandos a serem apresentados na telas de entrada:*

- ✓ No ANSYS Main Menu clicar em “Preferences”;
- ✓ Na nova janela que aparecer, em “Discipline for filtering GUI Topics”, selecionar a opção “Structural”;
- ✓ Clicar em OK.

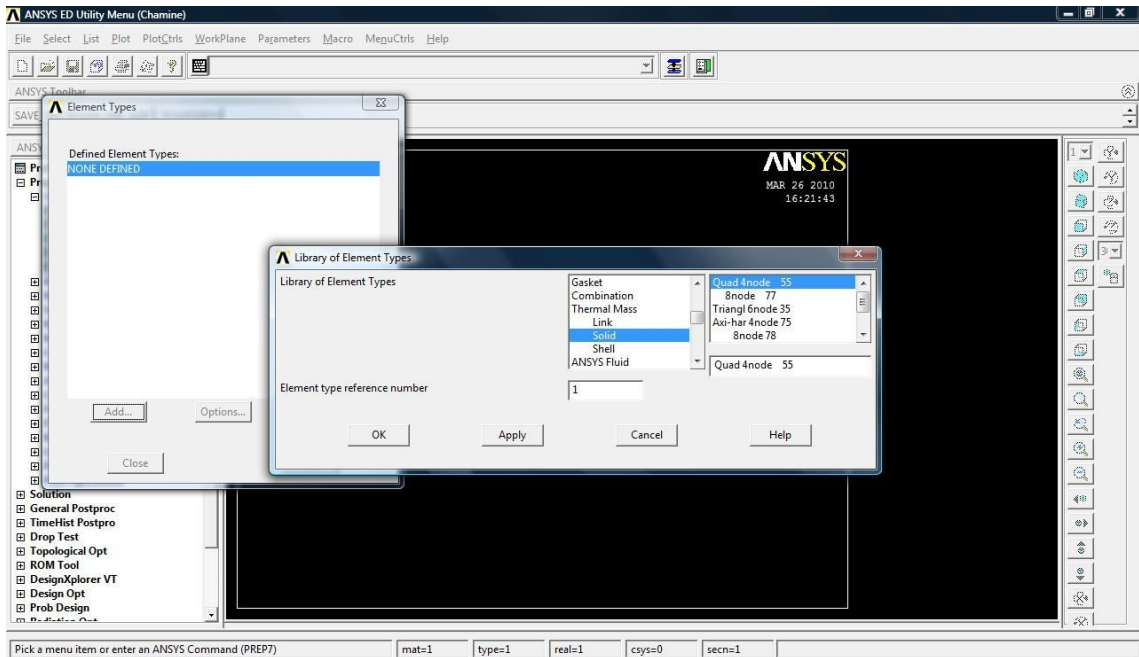
## 2. ENTRA NA FASE DE PRÉ-PROCESSAMENTO

- ✓ No ANSYS Main Menu, clicar em “Preprocessor”.

B

### 2.1. *Escolhe o tipo de elemento finito que será usado:*

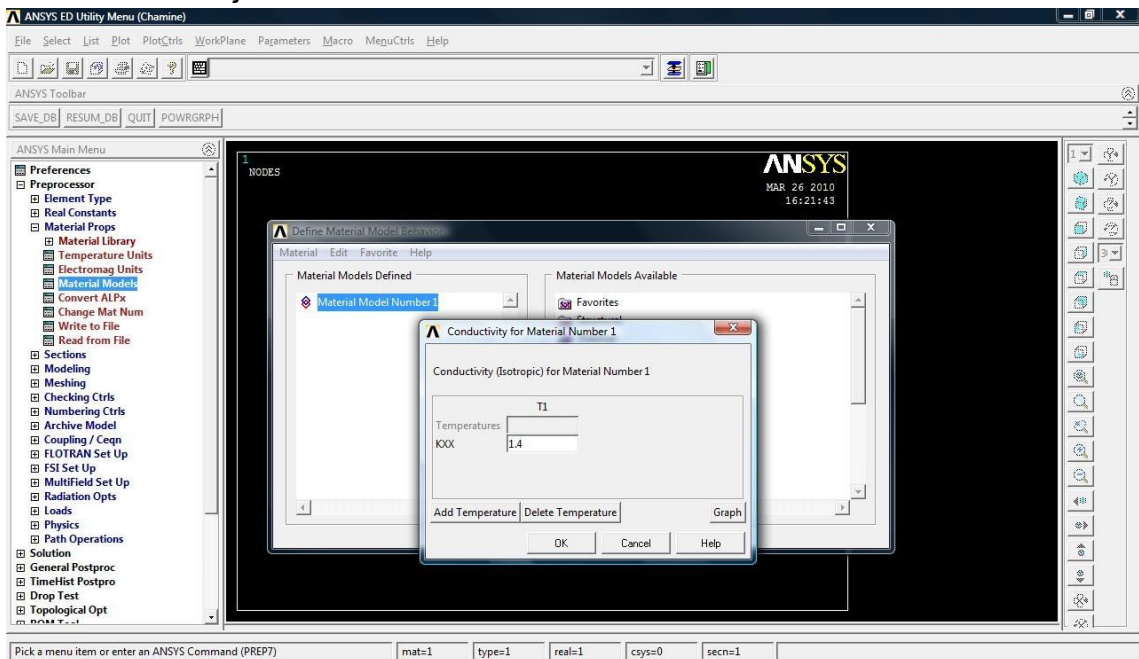
- ✓ Dentro do “Preprocessor”, selecionar “Element Type”;
- ✓ Dentro do “Element Type”, selecionar “Add/Edit/Delete”;
- ✓ Na nova janela que abrir, clicar em “Add...” para selecionar um novo elemento.
- ✓ Outra janela se abrirá, então no “Library of Element Types” selecionar o elemento **“Thermal Solid”**, **“Quad 4node55”** e clicar em “OK”;
- ✓ Fechar a janela “Element Types”.



C

## 2.2. **Define as propriedades do material:**

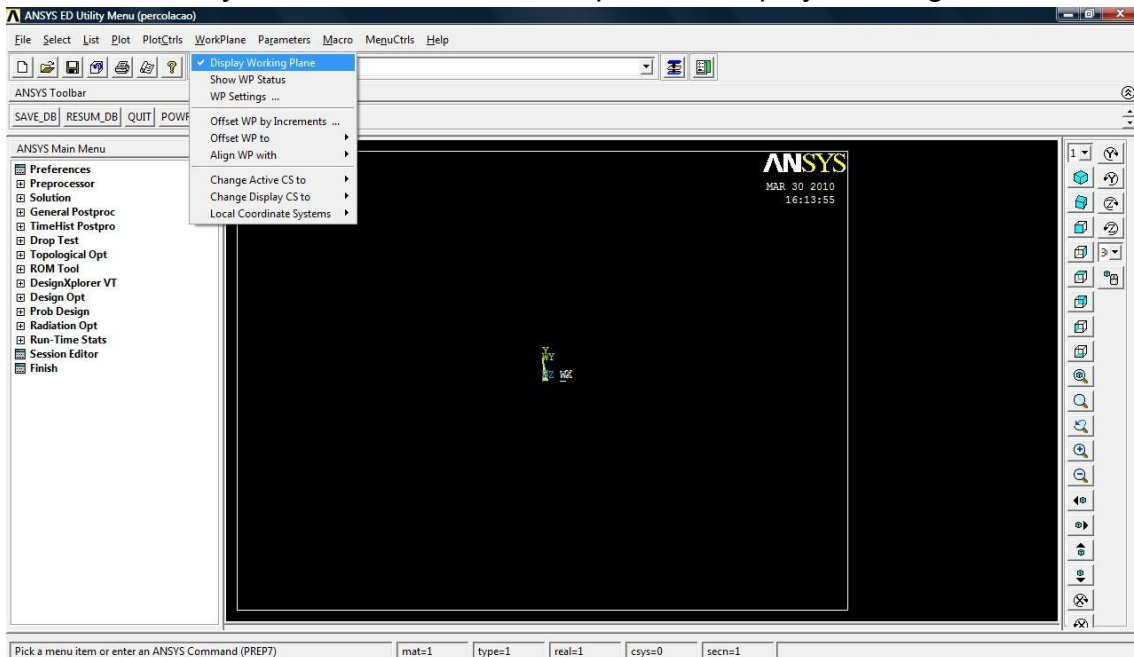
- ✓ Dentro do “Preprocessor”, selecionar “Material Props”, “Material Models”;
- ✓ Na nova janela que abrir, para o “Material Model Number 1”, no quadro “Material Models Available” selecionar: “Thermal>Conductivity>Isotropic”;
- ✓ Dar um duplo clique em “Isotropic”;
- ✓ Na nova janela inserir:
  - KXX = 1.4
- ✓ Fechar a janela “Define Material Model Behavior”.



## 2.3. Cria o modelo geométrico:

### 2.3.1. Visualização

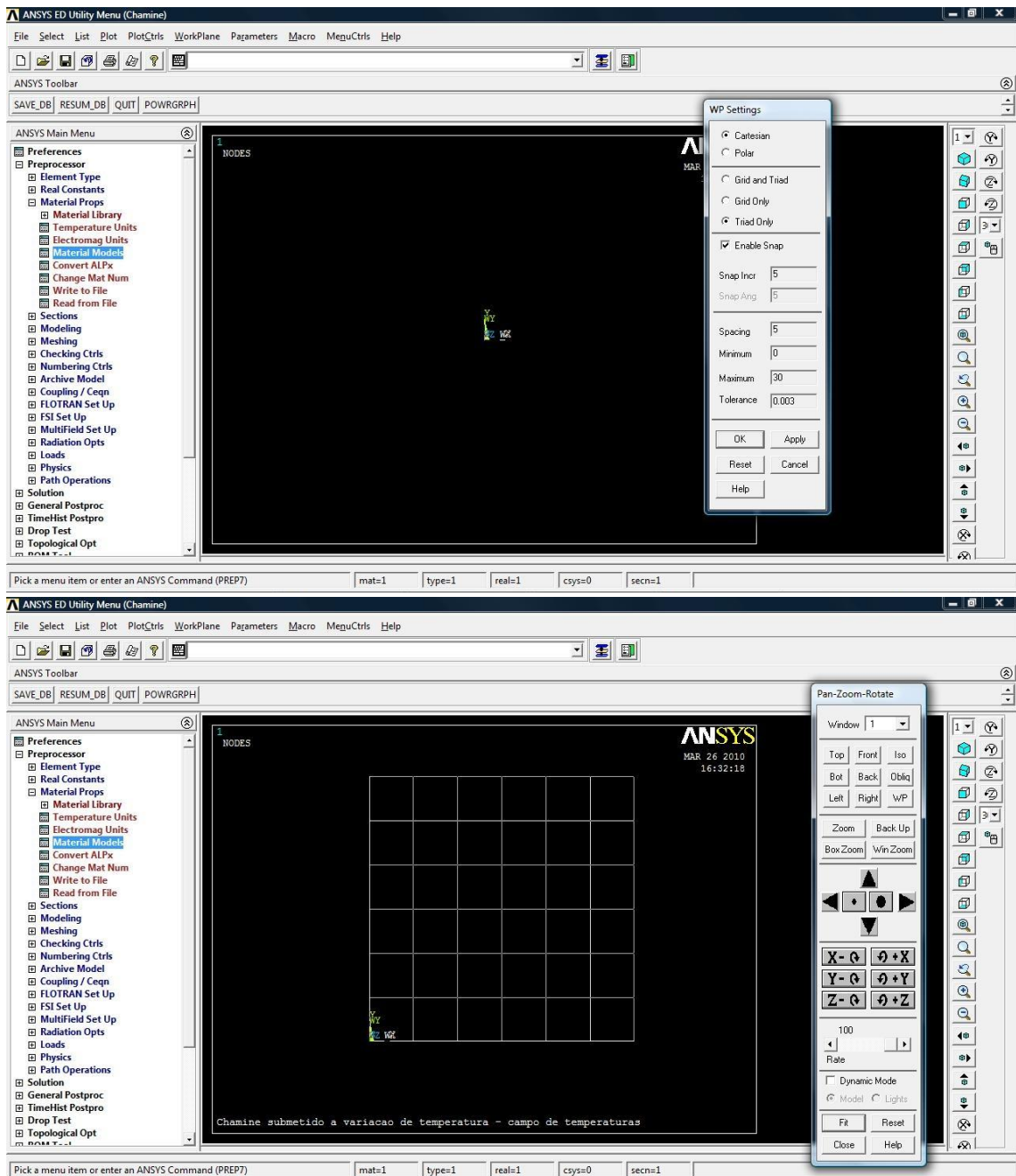
✓ No “Utility Menu”, selecionar “Workplane”, “Display Working Plane”;



✓ No “Utility Menu”, selecionar “Workplane”, “WP Settings...”;

✓ Na nova janela:

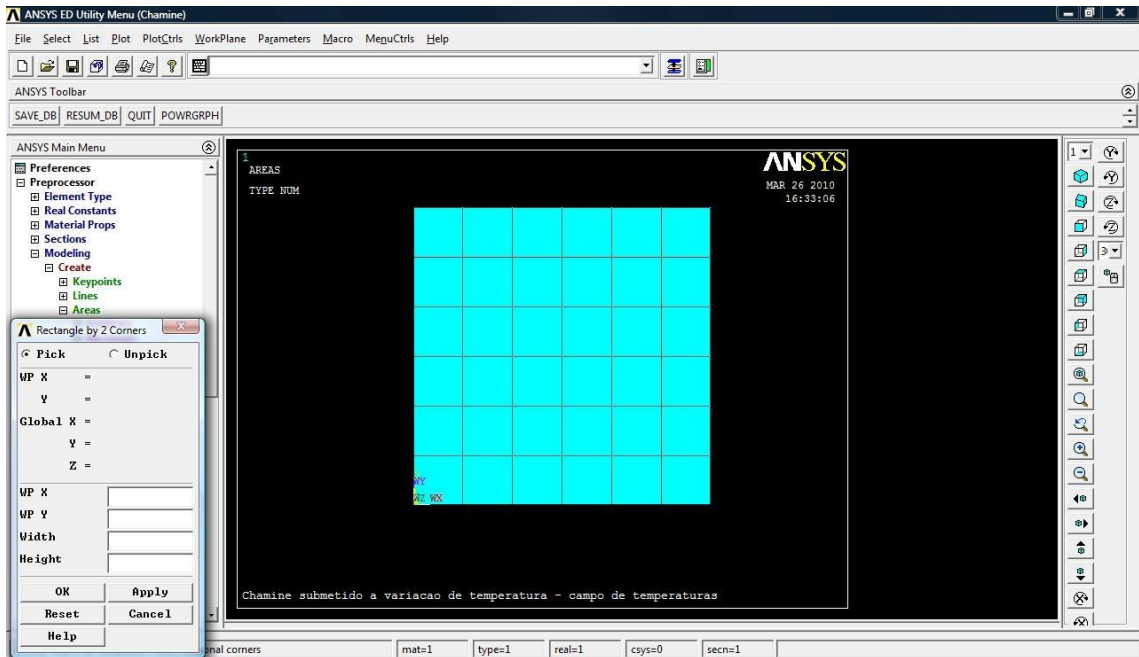
- Selecionar:
  - **Cartesian**
  - **Grid and Trial**
  - **Enable Snap**      **v**
- **Snap Incr**            **5**
- **Spacing**              **5**
- **Minimum**            **0**
- **Maximum**            **30**



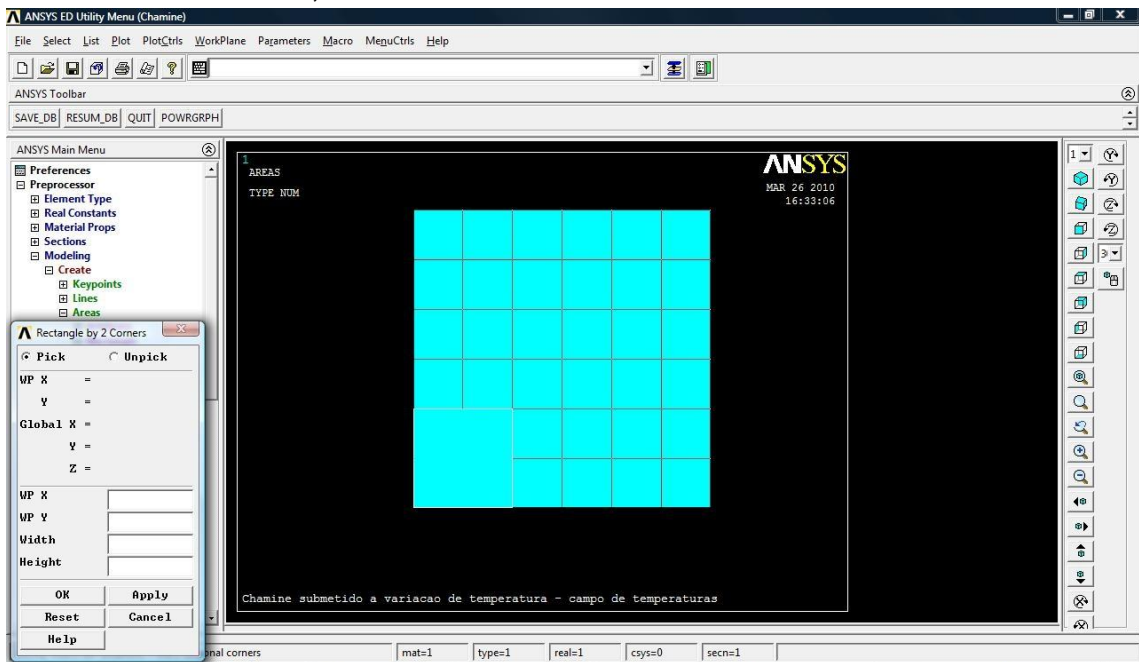
- ✓ No “Utility Menu”, selecionar “PlotCtrls”, “PanZoomRotate” e fazer aparecer todo o grid na área de trabalho;

### 2.3.2. Cria o modelo geométrico:

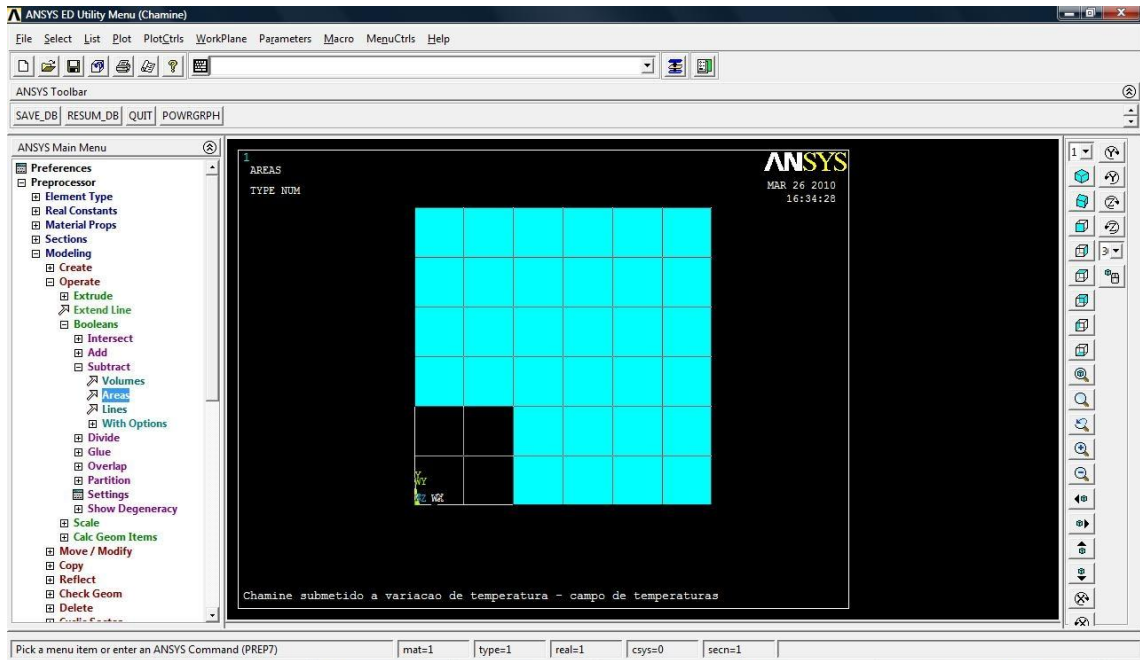
- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Modeling”, “Create”, “Areas”, “Rectangle”, “By 2 Corners”;
- ✓ Criar o retângulo com 30 de lado;
- ✓ Clicar no “Grid” em “0,0” e depois em “30,30”;
- ✓ Clicar em “OK”;



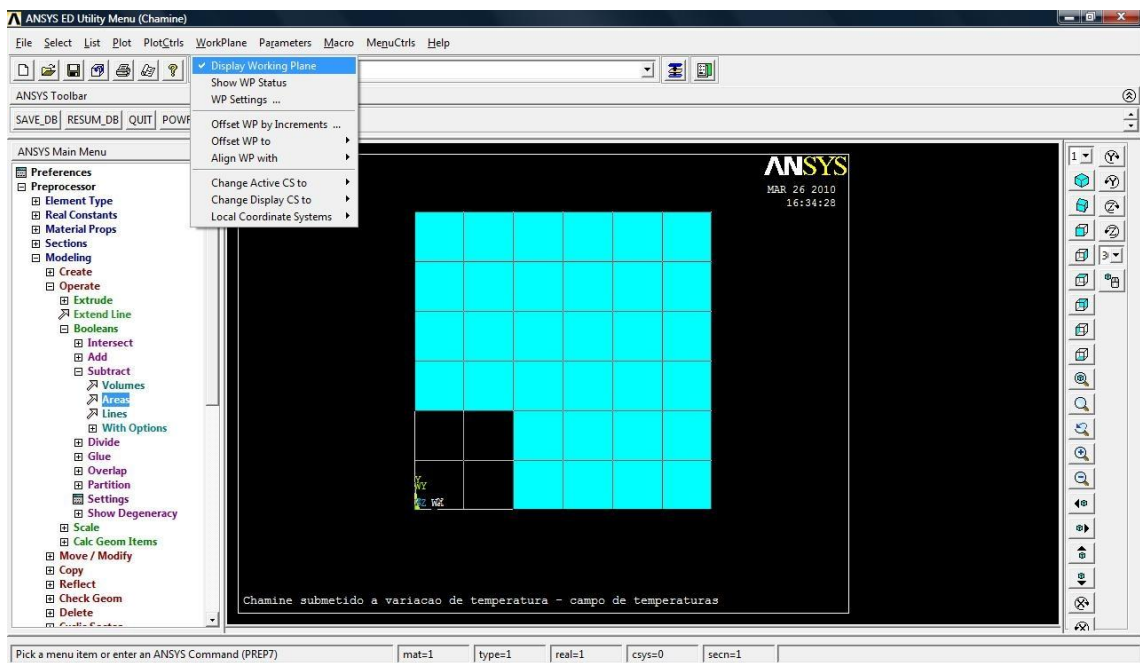
- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Modeling”, “Create”, “Areas”, “Rectangle”, “By 2 Corners”;
- ✓ Criar o retângulo com 10 de lado;
- ✓ Clicar no “Grid” em “0,0” e depois em “10,10”;
- ✓ Clicar em “OK”;



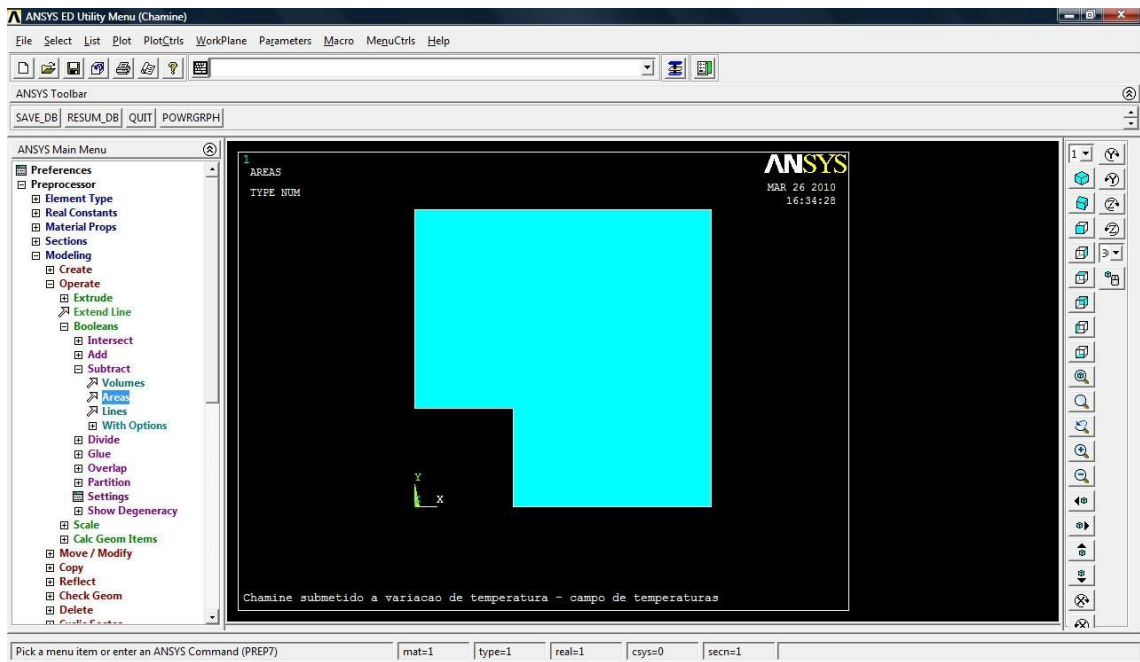
- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Modeling”, “Operate”, “Booleans”, “Subtract”, “Areas”;
- ✓ Apontar Área 1 e clicar em “APPLY”;
- ✓ Apontar Área 2 e clicar em “OK”;



✓ “No “Utility Menu” clicar em “WorkPlane”, “Display Workplane”;





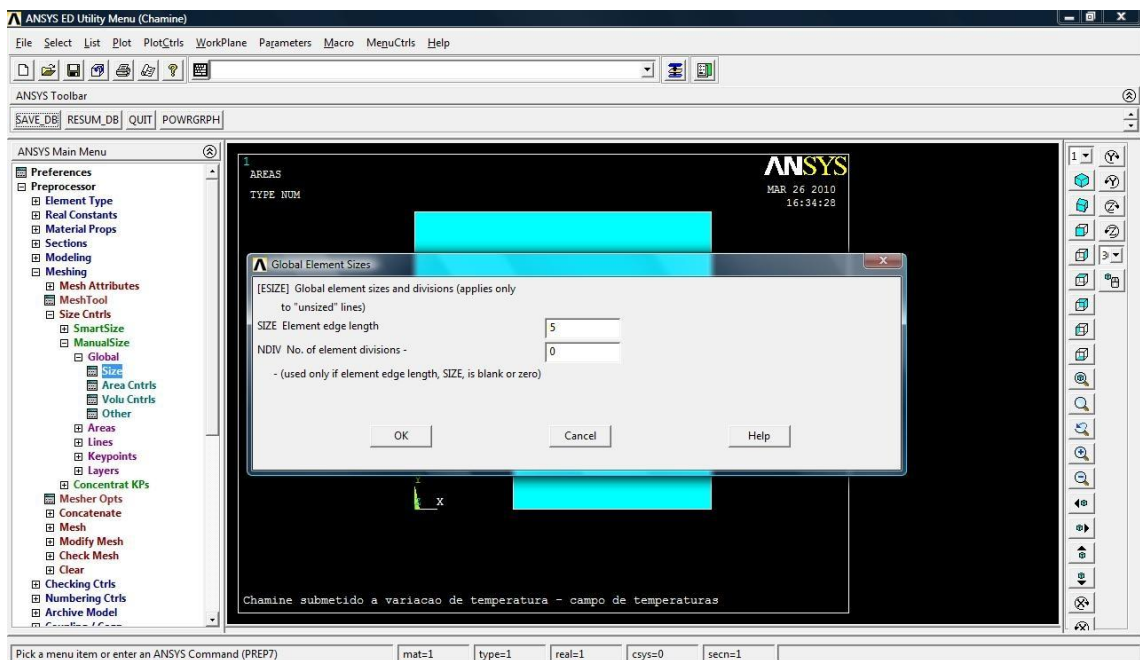


### 2.3.3. Salva análise:

- ✓ No “Ansys Toolbar”, clicar em “**SAVE\_DB**” para salvar a análise;

### 2.3.4. Define tamanho dos elementos da malha e cria malha de elementos finitos:

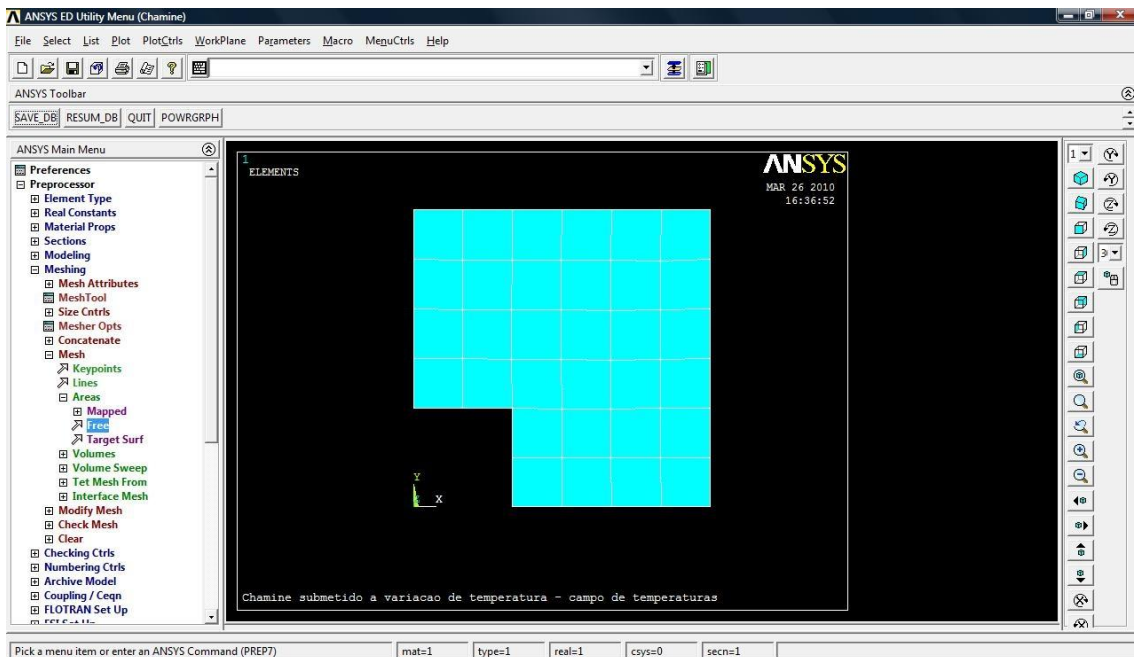
- ✓ Dentro do “Preprocessor” seleccionar “Meshing”, “SizeCtrls”, “Manual Size”, “Global”, “Size”;
- ✓ Na nova janela inserir:
  - SIZE Element edge length 5
- ✓ Clicar em “OK”.



- ✓ Dentro do “Preprocessor” seleccionar “Meshing”, “Mesh”, “Areas”, “Free”;



- ✓ Apontar área 1 e clicar em “OK”;

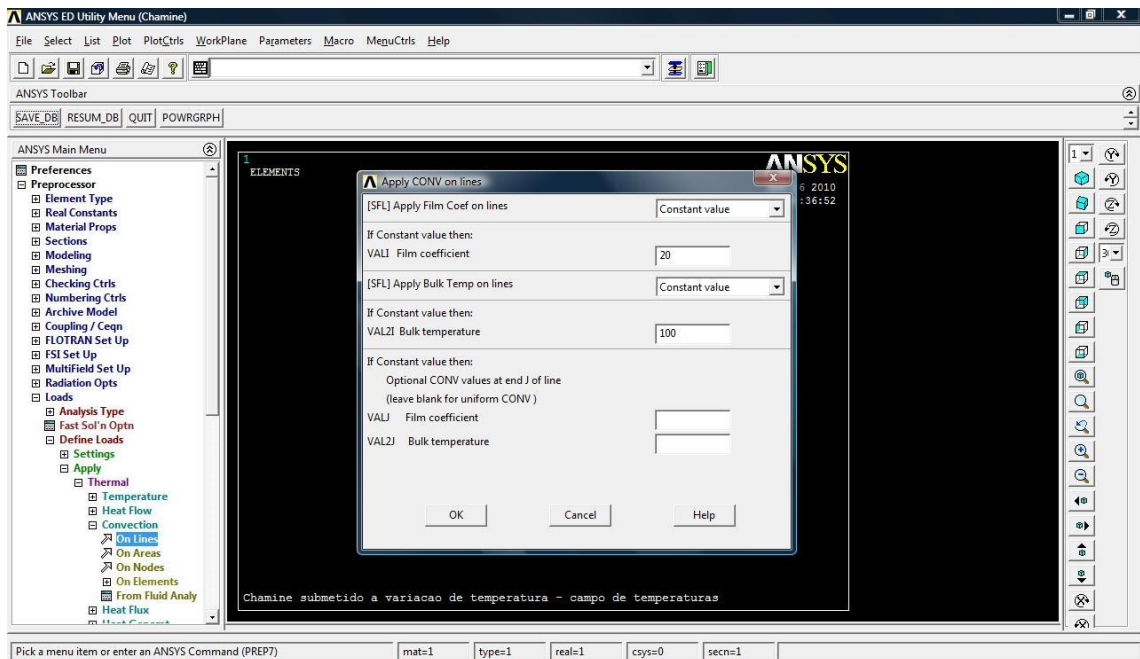


E

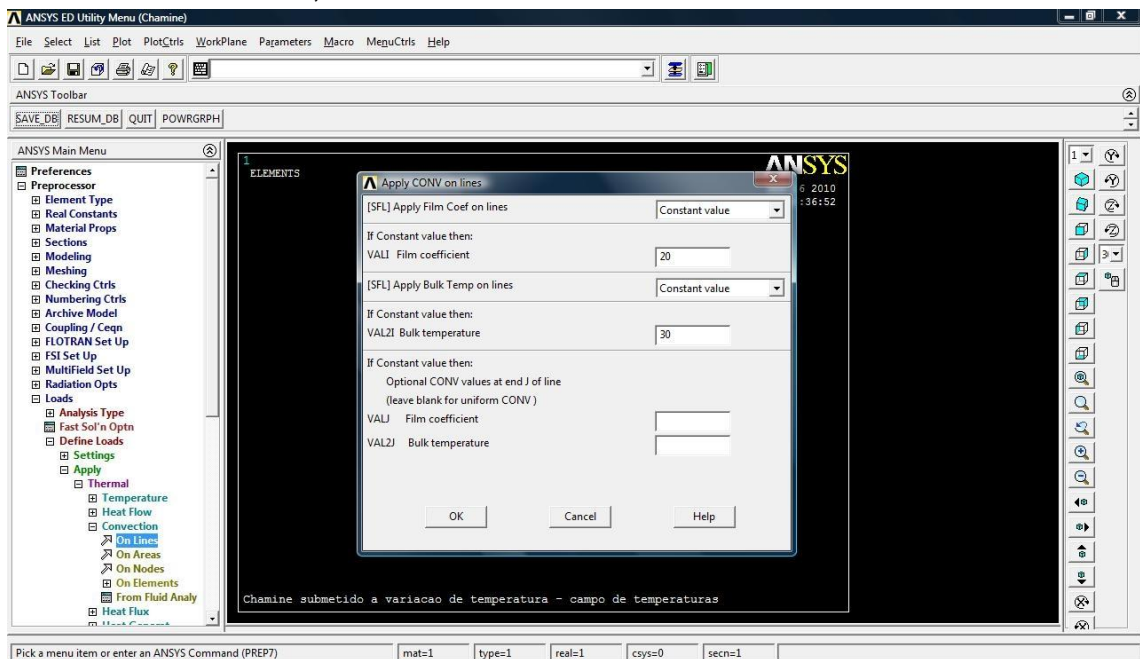
## 2.4. Aplicar as condições de contorno na modelagem sólida:

### 2.4.1. Fornece condição de contorno:

- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Loads”, “Define Loads”, “Apply”, “Thermal”, “Convection”, “On Lines”;
- ✓ Na nova janela apontar as lines “6 e 7”;
- ✓ Clicar em “OK”;
- ✓ Inserir na nova janela:
  - VALI Film coefficient **20**;
  - VAL2I Bulk temperature **100**;
- ✓ Clicar em “APPLY”;

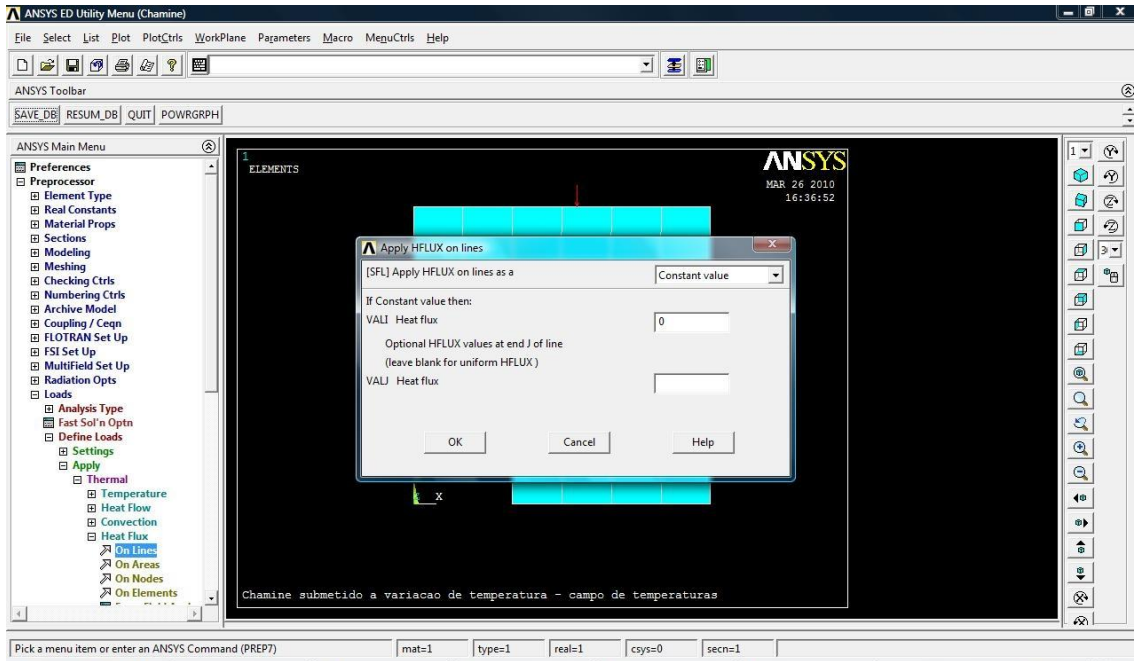


- ✓ Na nova janela apontar as linhas “2 e 3”;
- ✓ Clicar em “OK”;
- ✓ Inserir na nova janela:
  - VALI Film coefficient                    **20;**
  - VAL2I Bulk temperature                **30;**
- ✓ Clicar em “OK”;



- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Loads”, “Define Loads”, “Apply”, “Thermal”, “Heat Flux”, “On Lines”;
- ✓ Na nova janela apontar as linhas “9 e 10” da simetria;
- ✓ Inserir na nova janela:
  - VALI Heat Flux                            **0;**

- ✓ Clicar em “OK”;



F

### 3. SOLUÇÃO

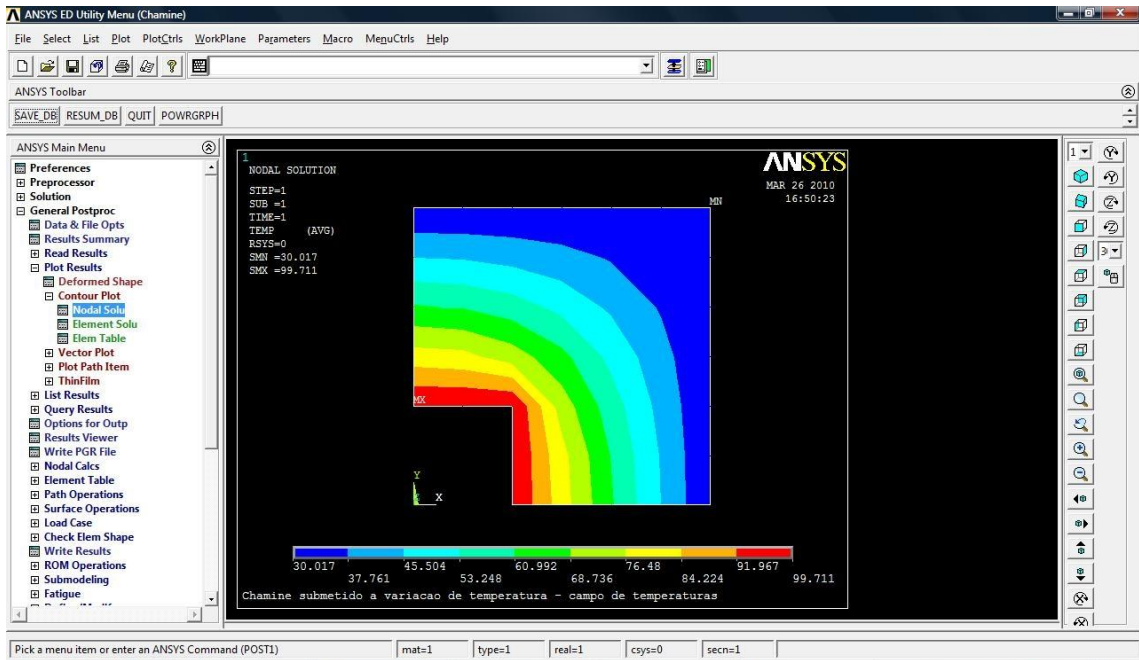
- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “Solution” clicar em “Solve”, “Current LS”;
- ✓ Clicar em “OK”.
- ✓ Na janela “Information: Solution is done” clicar em “CLOSE”.

G

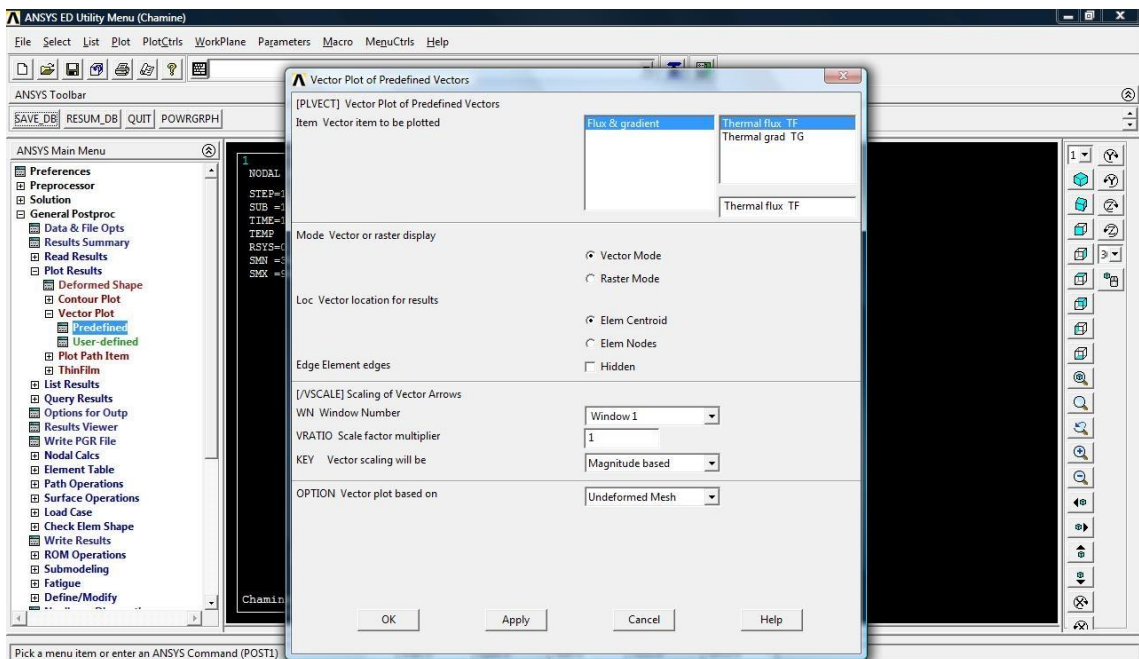
### 4. PÓS PROCESSAMENTO

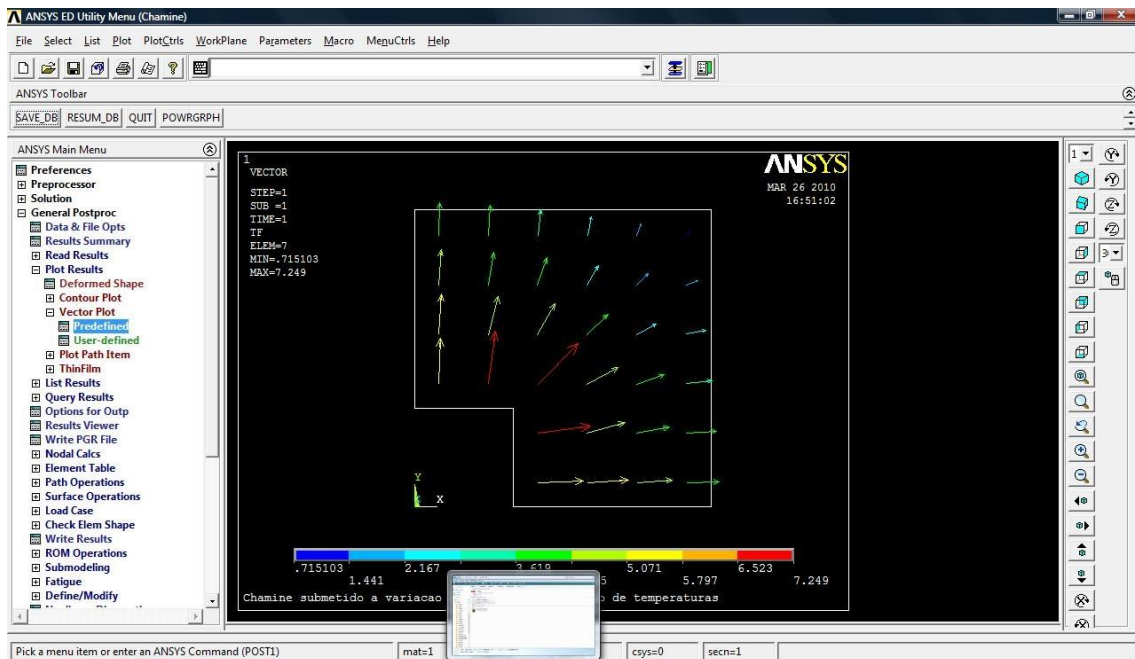
#### 4.1. Gera, lista e plota os resultados:

- ✓ No “ANSYS Main Menu” dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Contour Plot”, “Nodal Solution”;
- ✓ Na nova janela, selecionar:
  - **DOF Solution**                      **Temperature;**
- ✓ Clicar em “OK”.



- ✓ No “ANSYS Main Menu” dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Vector Plot”, “Predefined”;
  - ✓ Na nova janela, selecionar:
    - PLVECT
    - Item, comp
  - ✓ Clicar em “OK”.
- Flux & Gradient  
Thermal Flux TF**





✓ No “Ansys Toolbar”, clicar em “**SAVE\_DB**” para salvar a análise;

## **Determinação do campo de tensões gerado pela variação de temperatura interna e externa (utilizando o método indireto)**

Muitas vezes estamos interessados em obter o campo de tensões do corpo gerado pelo campo de temperaturas devido a diferença de temperatura interna e externa. Temos um problema "termo-elástico" para solucionar. O programa ANSYS nos permite solucionar o problema de maneira indireta e direta. O procedimento básico para a solução indireta consiste em:

1. Definir e resolver o problema térmico;
2. Retornar ao pré-processador e alterar a base de dados, especificando propriedades materiais e condições de contorno específicas do problema estrutural;
3. Ler o campo de temperaturas resultante da solução do problema térmico;
4. Resolver o problema estrutural.

Seguindo a seqüência estabelecida no item acima, o item 1 já foi resolvido no item anterior. Resta, portanto executar os outros passos:

✓ Na janela “Information: Solution is done” clicar em “CLOSE”.

H

## **5. REÍNÍCIO DA ANÁLISE**

### **5.1. *Introduz o título do problema a ser resolvido:***

- ✓ No ANSYS Utility Menu clicar em “File” e acessar a opção “Change Title...”;
- ✓ Na nova janela que aparecer, digitar novo título: **“Chamine submetida a variação de temperatura – campo de tensoes”**;
- ✓ Clicar em OK.

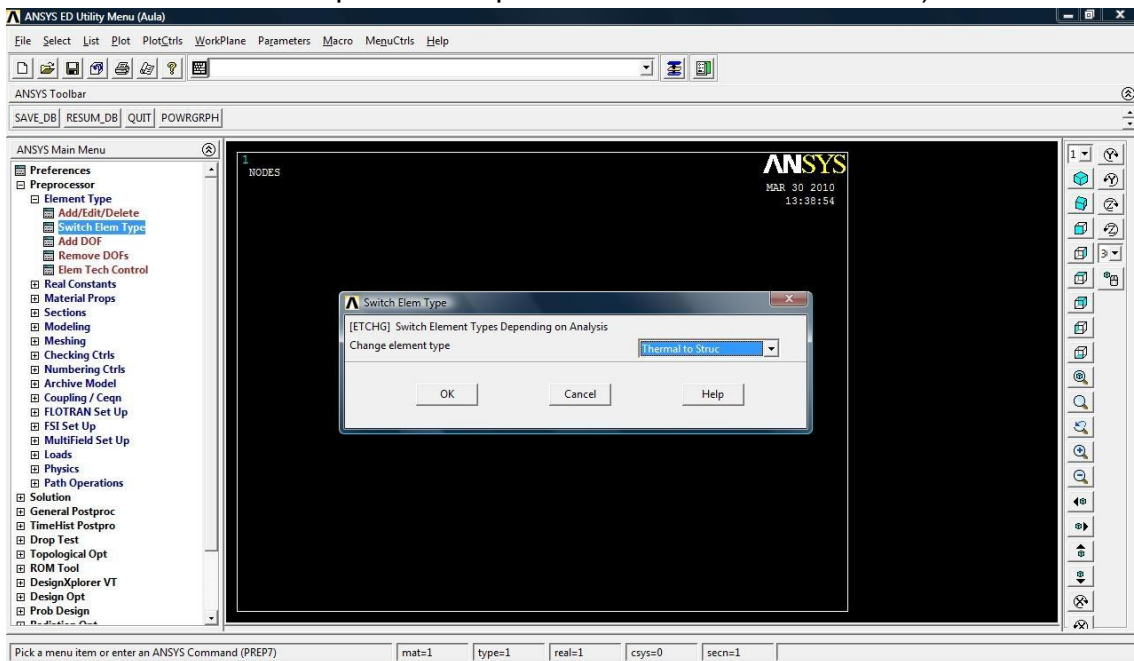
## 6. ENTRA NA FASE DE PRÉ-PROCESSAMENTO

- ✓ No ANSYS Main Menu, clicar em “Preprocessor”.

1

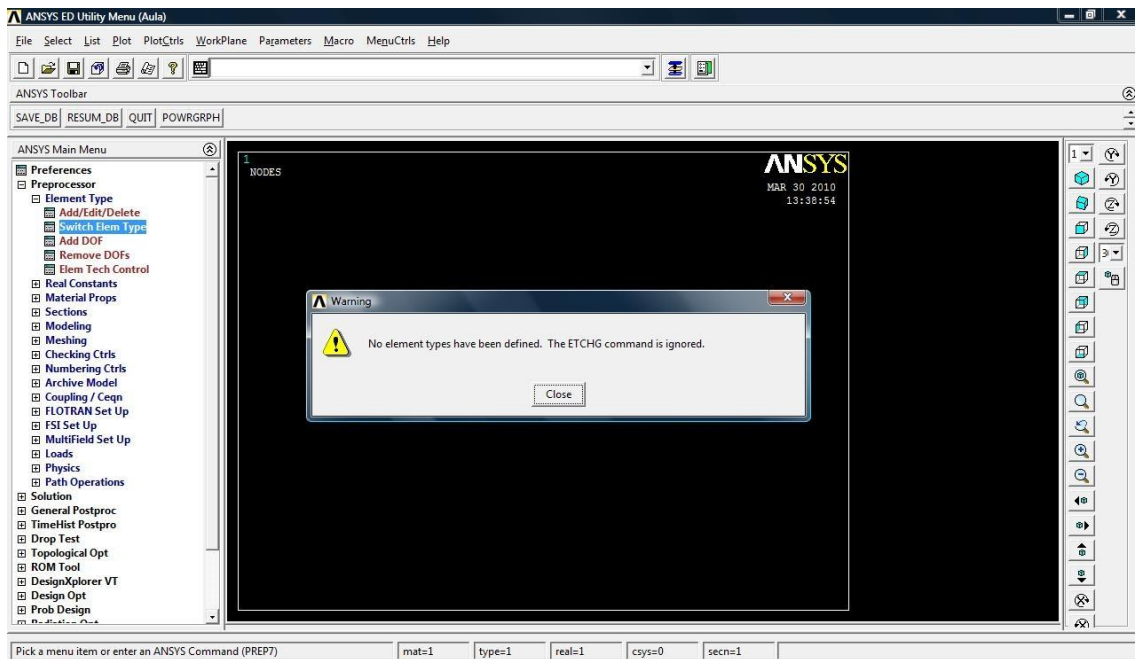
### 6.1. Escolhe o tipo de elemento finito que será usado:

- ✓ Dentro do “Preprocessor”, selecionar “Element Type”;
- ✓ Dentro do “Element Type”, selecionar “Switch Elem Type”;
- ✓ Na nova janela que abrir, selecionar:
  - **Thermal to Structural** (o programa automaticamente altera o elemento para o compatível na biblioteca estrutural)



- ✓ Fechar a janela com o “Warning”;



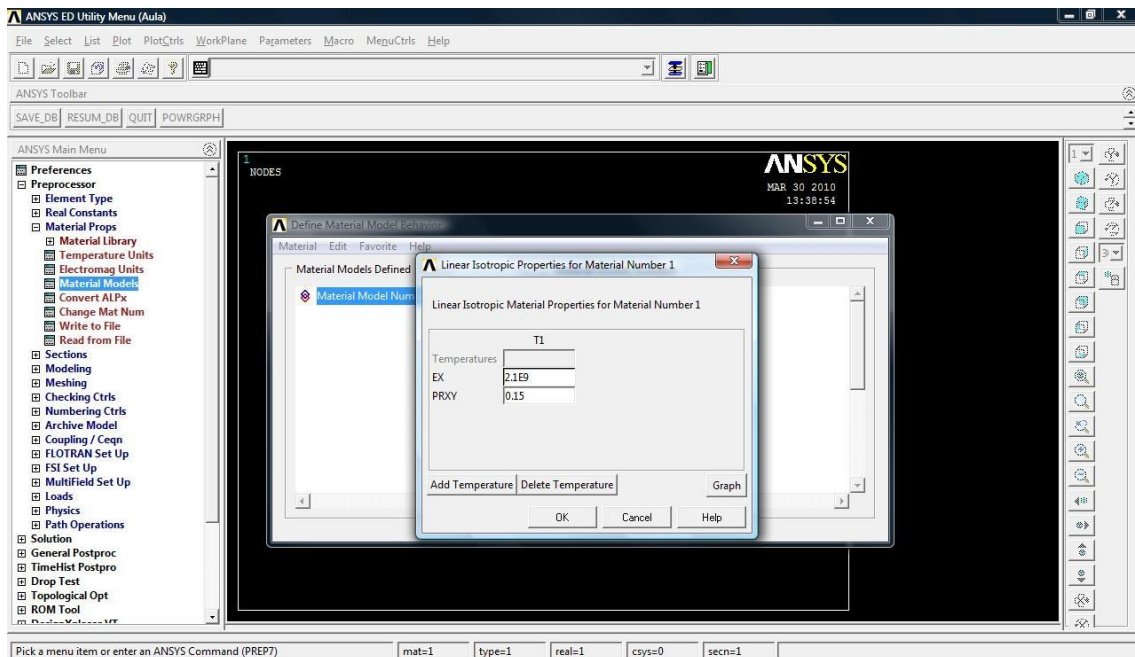


J

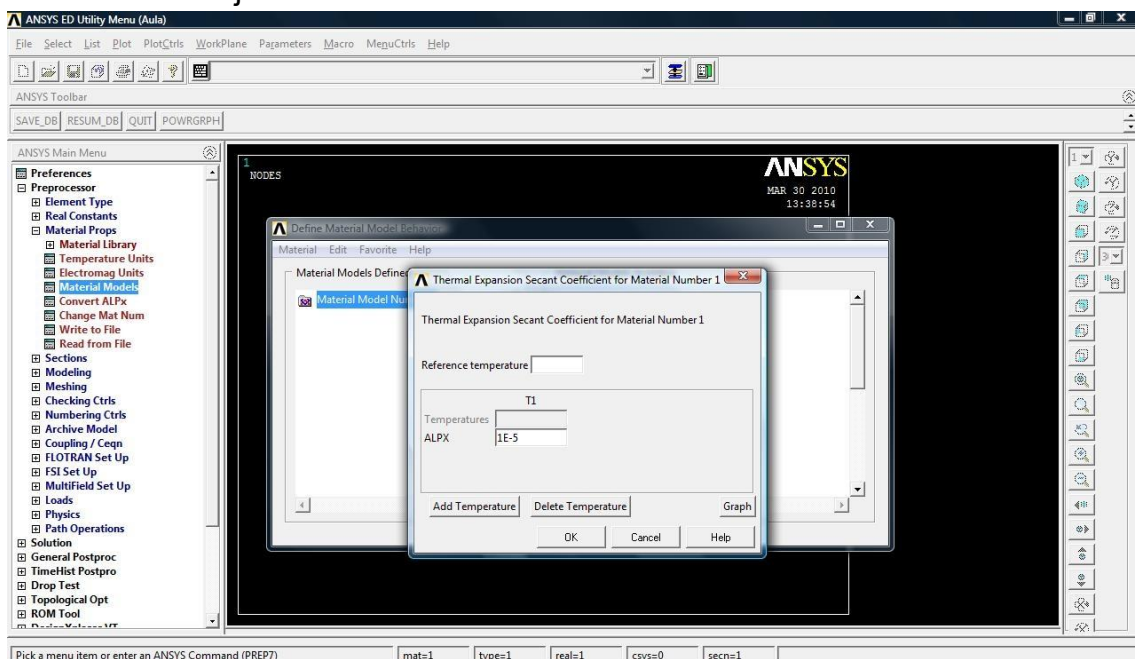
## 6.2. *Define as propriedades do material:*

- ✓ Dentro do “Preprocessor”, selecionar “Material Props”;
- ✓ Dentro do “Material Props”, selecionar “Material Models”;
- ✓ Na nova janela que abrir, para o “Material Model Number 1”, no quadro “Material Models Available” selecionar: “Structural>Linear>Elastic>Isotropic”;
- ✓ Dar um duplo clique em “Isotropic”;
- ✓ Inserir na nova janela
  - EX = **2.1E9**;
  - PRXY = **0.15**;
- ✓ Clicar em “OK”;





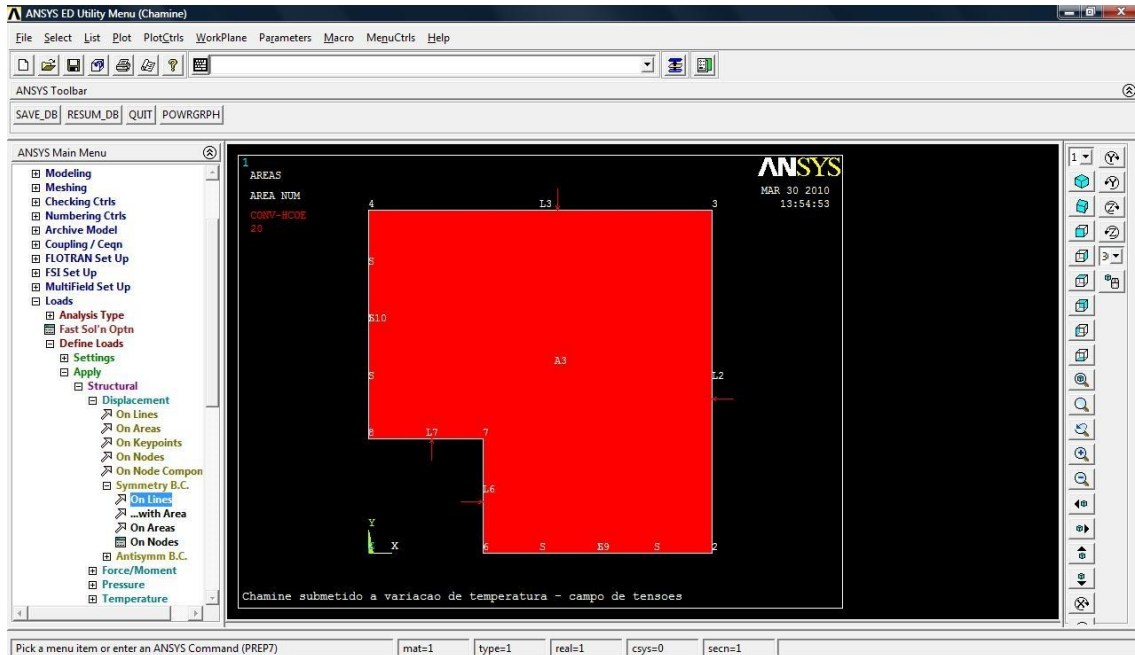
- ✓ Dentro do “Preprocessor”, selecionar “Material Props”, “Material Models”;
- ✓ Na nova janela que abrir, para o “Material Model Number 1”, no quadro “Material Models Available” selecionar: “Structural>Thermal Expansion>SecantCoefficient”;
- ✓ Dar um duplo clique em “Isotropic”;
- ✓ Na nova janela inserir:
  - ALPX = 1E-5
- ✓ Fechar a janela “Define Material Model Behavior”.



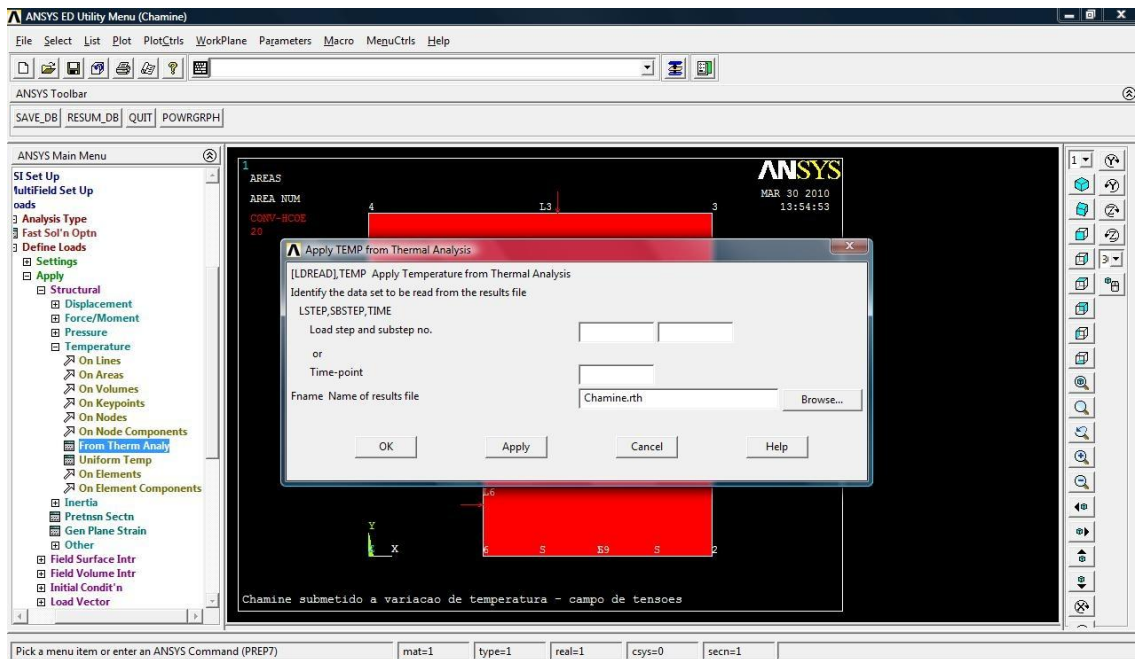
### 6.3. Aplicar as condições de contorno na modelagem sólida:

#### 6.3.1. Fornece condição de contorno:

- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Loads”, “Define Loads”, “Apply”, “Structural”, “Displacement”, “Symmetry B.C.”, “On Lines”;
- ✓ Na nova janela apontar as lines “9 e 10”;
- ✓ Clicar em “OK”;



- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Loads”, “Define Loads”, “Apply”, “Structural”, “Temperature”, “From Thermal Analy...”;
- ✓ Na nova janela inserir o nome do arquivo;
  - **chamine.rth**
- ✓ Clicar em “OK”;



L

## 7. SOLUÇÃO

- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “Solution” clicar em “Solve”, “Current LS”;
- ✓ Clicar em “OK”.
- ✓ Na janela “Information: Solution is done” clicar em “CLOSE”.

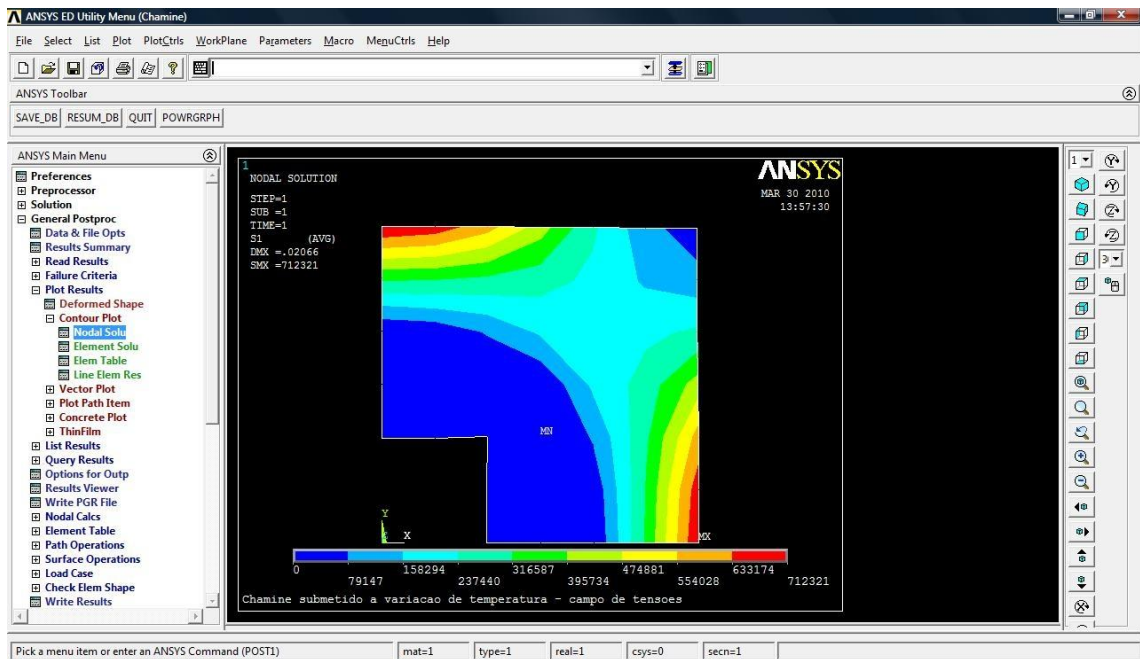
M

## 8. PÓS PROCESSAMENTO

### 4.1. Gera, lista e plota os resultados:

- ✓ No “ANSYS Main Menu” dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Vector Plot”, “Predefined”;
- ✓ Na nova janela, seleccionar:
  - **Stress**                      **Principal S;**
- ✓ Clicar em “OK”.





## 9. SALVANDO ARQUIVOS E SAINDO DO PROGRAMA:

- ✓ No ANSYS Tollbar, clicar em “SAVE\_DB” para salvar no “Data Base”;
- ✓ Ainda no ANSYS Toolbar, clicar em “QUIT”;
- ✓ Na nova janela, selecionar a opção “Save everything” e clicar em “OK”.