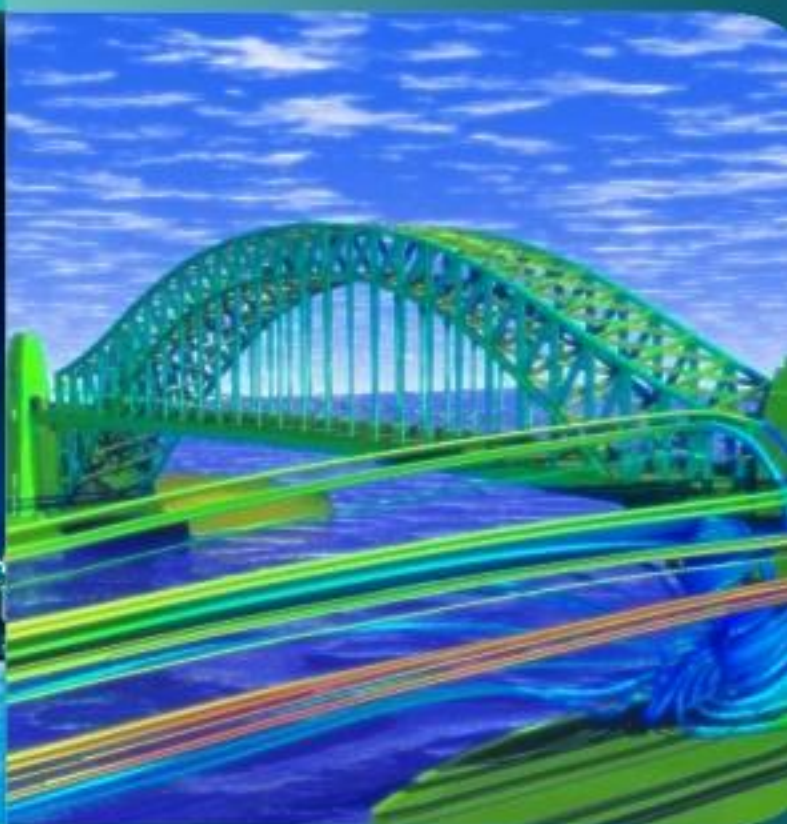




2010

**Método dos
Elementos
Finitos Aplicados à
Engenharia de
Estruturas**



Prof^a. Mildred B. Hecke
Universidade Federal do Paraná
Versão 1.0.0.0



**ANÁLISE DE UMA LAJE
CONSIDERANDO TRÊS TIPOS
DE APOIO: ENGASTADA,
SIMPLEMENTE APOIADA E
COM VIGA DE BORDO**

ANÁLISE DE UMA LAJE CONSIDERANDO TRÊS TIPOS DE APOIO: ENGASTADA, SIMPLEMENTE APOIADA E COM VIGA DE BORDO

INTRODUÇÃO

Entre os muitos problemas tridimensionais que podem ter sua formulação matemática simplificada encontram-se as placas e cascas em flexão. Placas e cascas são sólidos tridimensionais, cujo material se confina na vizinhança de uma superfície que é chamada de superfície média por bisetar em todos os planos a espessura. Caso a superfície média seja plana, temos uma placa, enquanto que nas cascas ela é curva. As direções das restrições nos deslocamentos e dos carregamentos não necessitam coincidir com o plano de definição da placa. Placas são estruturas resistentes a esforços de membrana e de flexão. Geralmente elementos de placa possuem 6 graus de liberdade por nó, sendo 3 translações e 3 rotações.

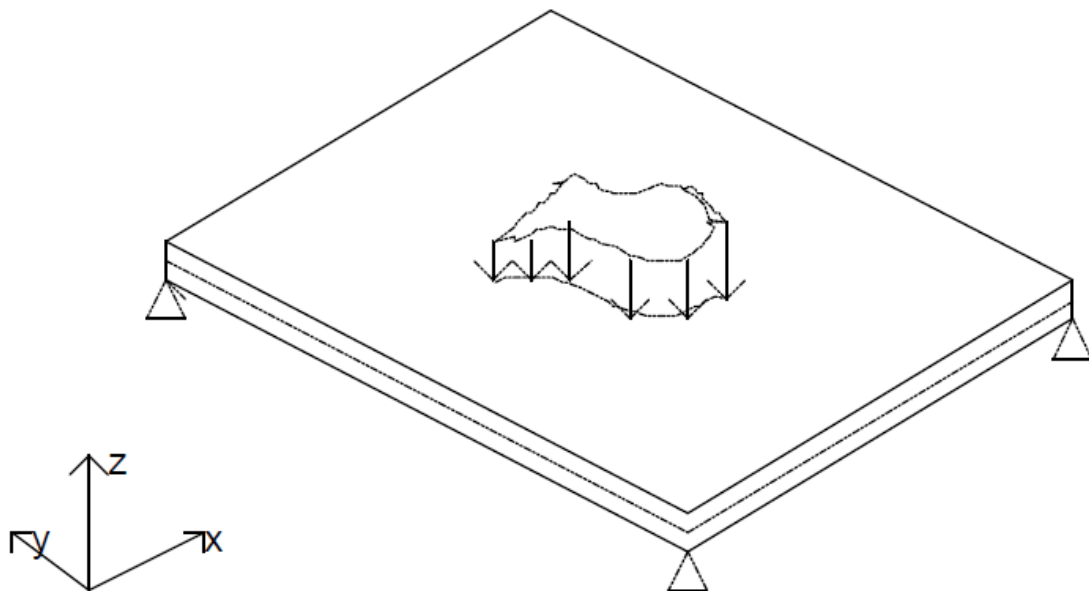


Figura 1 – Esquema de uma placa em flexão.

Elemento de casca fina

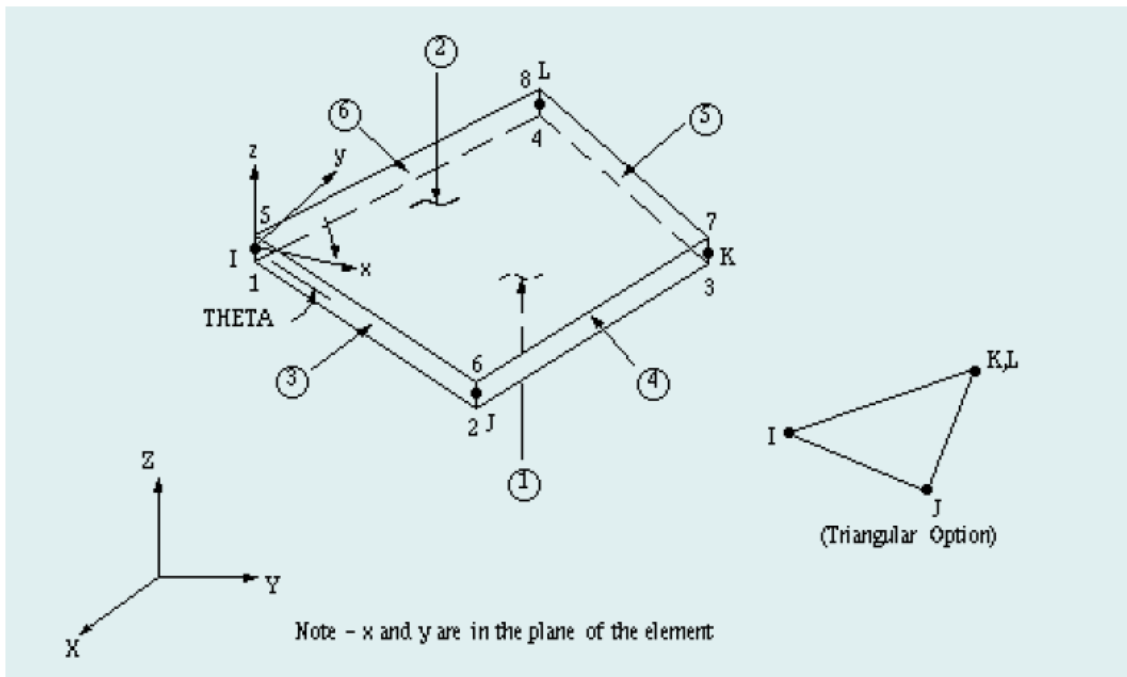


Figura 2 – Elemento Finito SHELL 63.

- i. **Características do elemento SHELL 63:**
 - a. **Nome na biblioteca do ANSYS ED 9.0:** SHELL 63;
 - b. **Nós:** 4 (i – j – k – l);
 - c. **Graus de liberdade:** 6 DOF – UX, UY, UZ, translações segundo os eixos x, y e z e ROTX, ROTY e ROTZ, rotações em torno dos eixos x, y e z, respectivamente;
 - d. **Constantes geométricas:**
 - i. R1 = Espessura do nó 1;
 - ii. R2, R3 e R4 = espessura do nó j, k, l;
 - iii. Outros...
 - e. **Propriedades dos Materiais:**
 - i. Módulo de Elasticidade, Coeficiente de Poisson e Densidade;
 - f. **Cargas:**
 - i. Admite concentração de cargas nos nós (comando F) e cargas distribuídas nos elementos (comando SFE);
 1. SFE: label PRESS
 - a. Loadkey 1- ijkl direção + z: carga aplicada na superfície inferior;
 - b. Loadkey 2 – ijkl direção – z: carga aplicada na superfície superior;
 - c. Loadkey 3 – face ij – direção +y;
 - d. Loadkey 4 – face jk – direção –x;
 - e. Loadkey 5 – face kl – direção –y;

f. Loadkey 6 – face li – direção +x

g. Resultados:

- i. $MX = SMISC, 4;$
- ii. $MY = SMISC, 5$
- iii. $MXY = SMISC, 6$

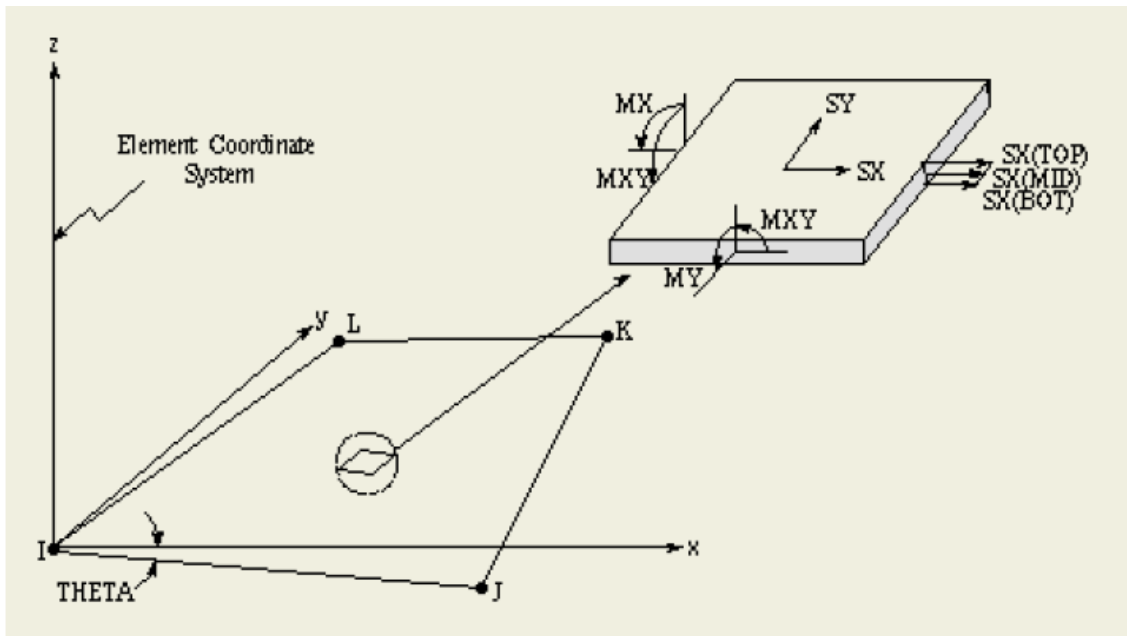


Figura 3 – Resultados SHELL 63.

Análise estática linear de uma laje considerando três tipos de apoios: engastada, simplesmente apoiada e com viga de bordo.

Neste exemplo vamos analisar uma laje, apresentada pelo professor Antônio Stramandinoli em seu material didático, com dimensões 4m x 6m, feita de concreto armado submetida a um carregamento distribuído $p = 0.6 \text{ tf/m}^2$, com espessura de 0.12 m, com viga de bordo de seção transversal 0.10 m x 0.50 m. Utilizaremos dois tipos de elemento SHELL63 e BEAM44. Inicialmente faremos uma comparação do comportamento da laje engastada e simplesmente apoiada para, a seguir, considerar a influência da viga de bordo. Fazendo uso da simetria podemos trabalhar com apenas $\frac{1}{4}$ da laje. Existem algumas formas de se considerar a excentricidade existente entre a viga e o pilar sendo que duas delas estão mostradas na figura abaixo.

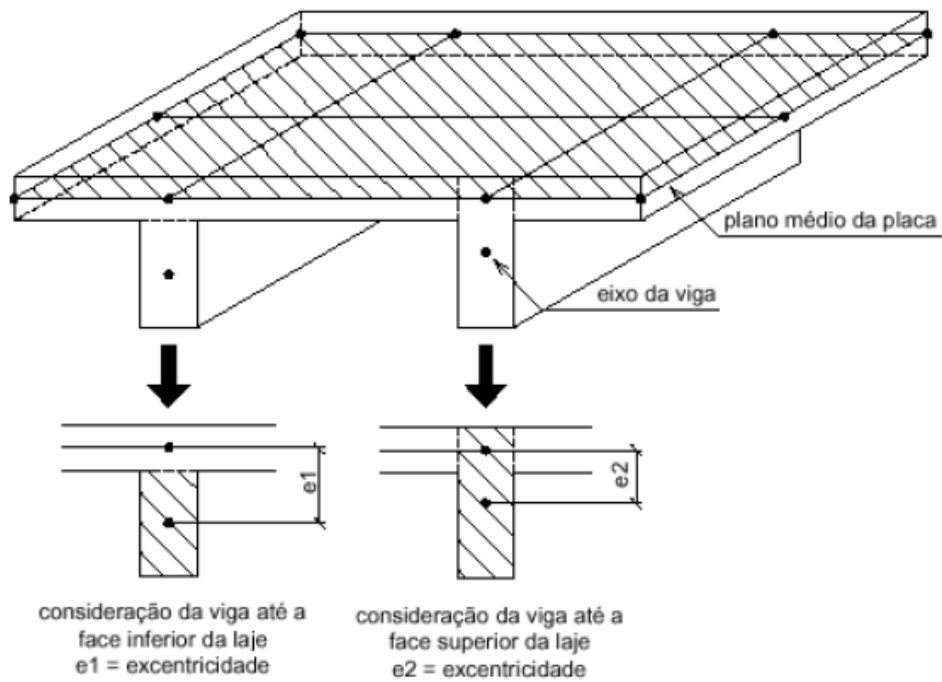


Figura 4 – Esquema da laje com viga de bordo.

Usaremos a segunda consideração da viga neste exemplo.

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

- $E_X = 1.5E6 \text{ tf/m}^2$;
- $\text{NUXY} = 0.2$.

CARGA

- Carregamento nos lances: $P_1 = 0.6 \text{ tf/m}^2$;

A

1. INÍCIO DA ANÁLISE

1.1. *Introduz o título do problema a ser resolvido:*

- ✓ No ANSYS Utility Menu clicar em “File” e acessar a opção “Change Title...”;
- ✓ Na nova janela que aparecer, digitar novo título: “**Exemplo de laje com viga de bordo**”;
- ✓ Clicar em OK.

1.2. *Altera o nome dos arquivos:*

- ✓ No ANSYS Utility Menu clicar em file e acessar a opção “Change Jobname...”;
 - Na nova janela que aparecer, digitar novo nome do arquivo: “**laje**”;
- ✓ Clicar em OK.

1.3. *Escolhe o tipo de análise que se pretende executar, visando filtrar comandos a serem apresentados na telas de entrada:*

- ✓ No ANSYS Main Menu clicar em “Preferences”;
- ✓ Na nova janela que aparecer, em “Discipline for filtering GUI Topics”, selecionar a opção “Structural”;
- ✓ Clicar em OK.

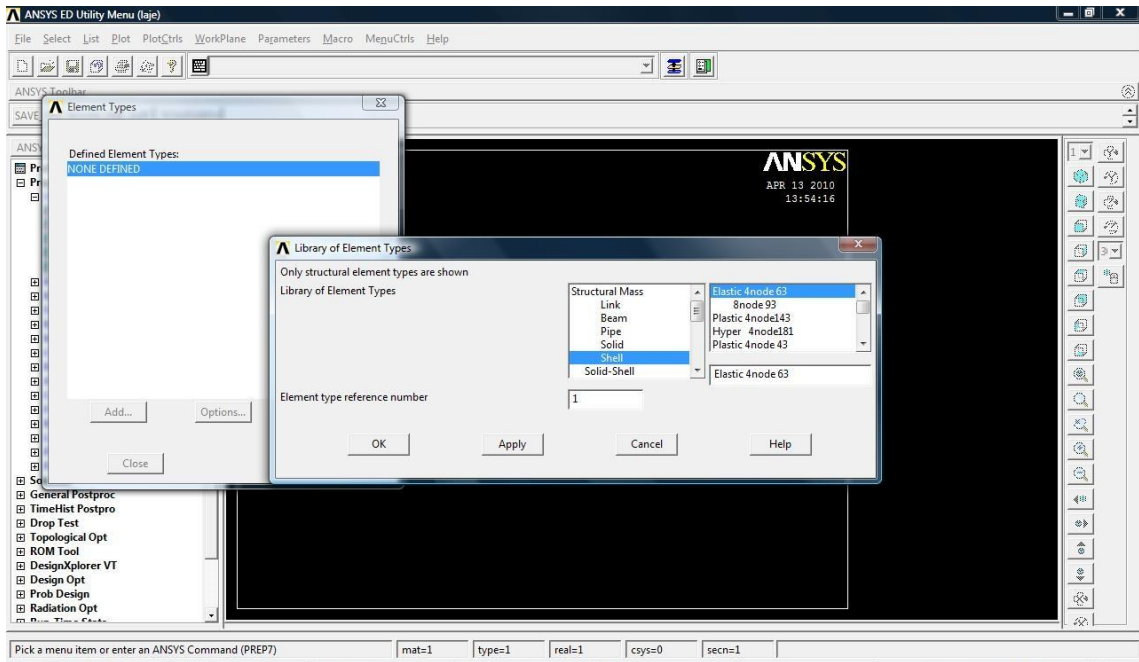
2. ENTRA NA FASE DE PRÉ-PROCESSAMENTO

- ✓ No ANSYS Main Menu, clicar em “Preprocessor”.

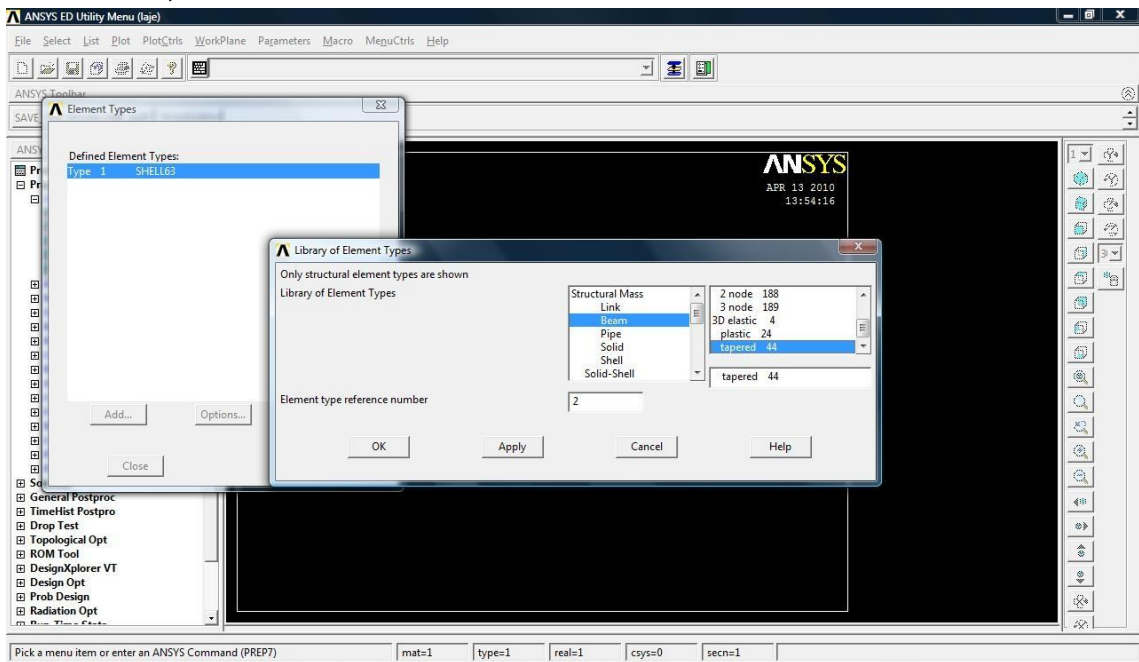
B

2.1. *Escolhe o tipo de elemento finito que será usado:*

- ✓ Dentro do “Preprocessor”, selecionar “Element Type”;
- ✓ Dentro do “Element Type”, selecionar “Add/Edit/Delete”;
- ✓ Na nova janela que abrir, clicar em “Add...” para selecionar um novo elemento.
- ✓ Outra janela se abrirá, então no “Library of Element Types” selecionar o elemento “**Structural Shell**”, “**Elastic 4node63**” e clicar em “APPLY”;



- ✓ Selecionar o elemento “Structural Beam”, “tapered 44” e clicar em “OK”;



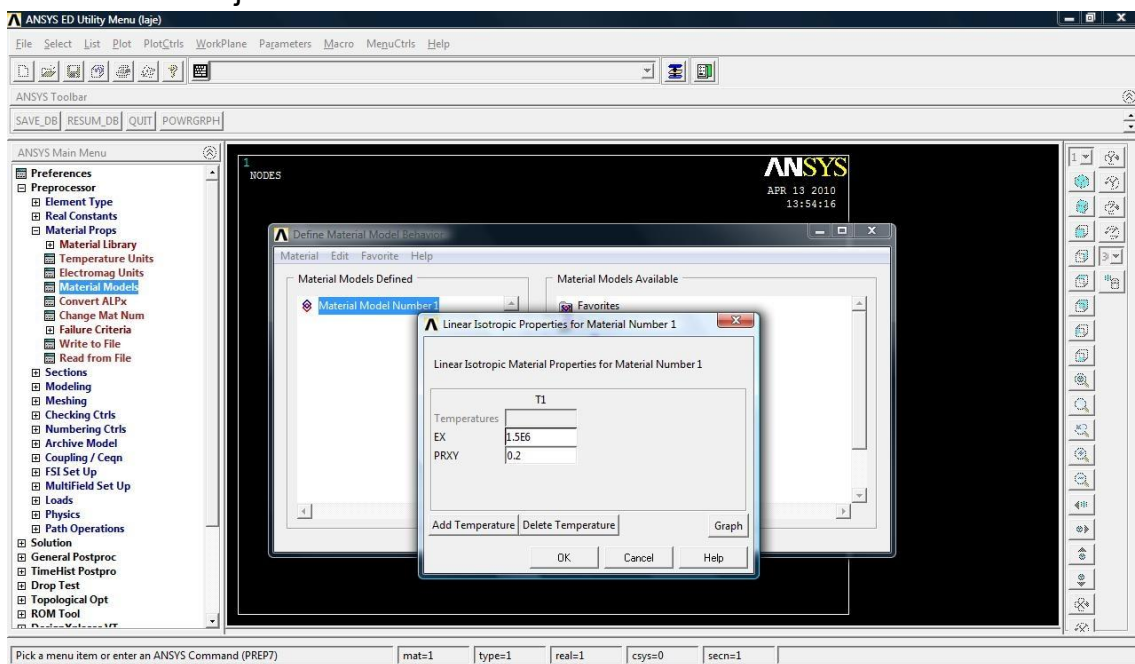
- ✓ Fechar a janela do “Element Types”;

C

2.2. *Define as propriedades do material:*

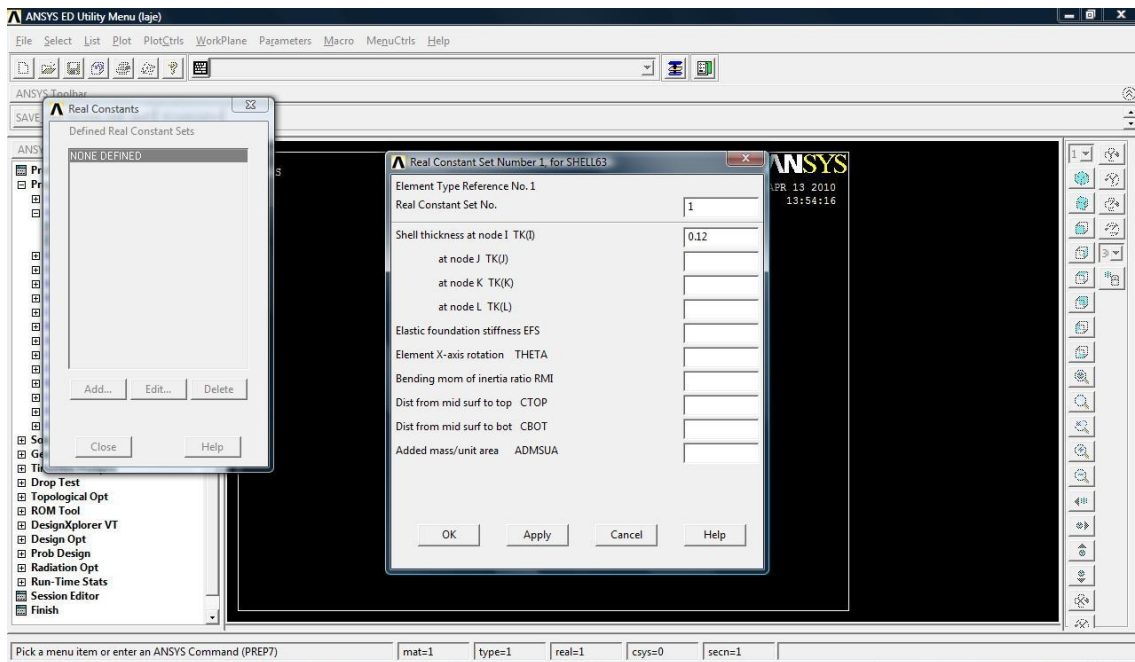
- ✓ Dentro do “Preprocessor”, selecionar “Material Props”, “Material Models”;

- ✓ Na nova janela que abrir, para o “Material Model Number 1”, no quadro “Material Models Available” selecionar: “Structural>Linear>Elastic>Isotropic”;
- ✓ Dar um duplo clique em “Isotropic”;
- ✓ A janela “Linear Isotropic Material Properties for Material Number 1” irá abrir. Inserir na lacuna “EX” o valor referente ao Módulo de Elasticidade do material e na lacuna PRXY o valor do Coeficiente de Poisson e clicar em “OK”:
 - EX = **1.5E6**;
 - PRXY = **0.2**;
- ✓ Fechar a janela “Define Material Model Behavior”.



2.3. *Define Constantes Geométricas:*

- ✓ Dentro do “Preprocessor”, selecionar “Real Constants”;
- ✓ Dentro do “Real Constants”, selecionar “Add/Edit/Delete”;
- ✓ Na nova janela que abrir, clicar em “Add...” para adicionar novas constantes geométricas;
- ✓ Uma nova janela se abrirá então selecionar o tipo de elemento em “Choose element type” e clicar em OK;
- ✓ A janela “Real Constants Set Number 1, for “SHELL 63” irá aparecer. Deve-se inserir:
 - Real Constant Set No. = **1**
 - Shell Thickness TK(I) = **0.12**
- ✓ Clicar em “OK”.

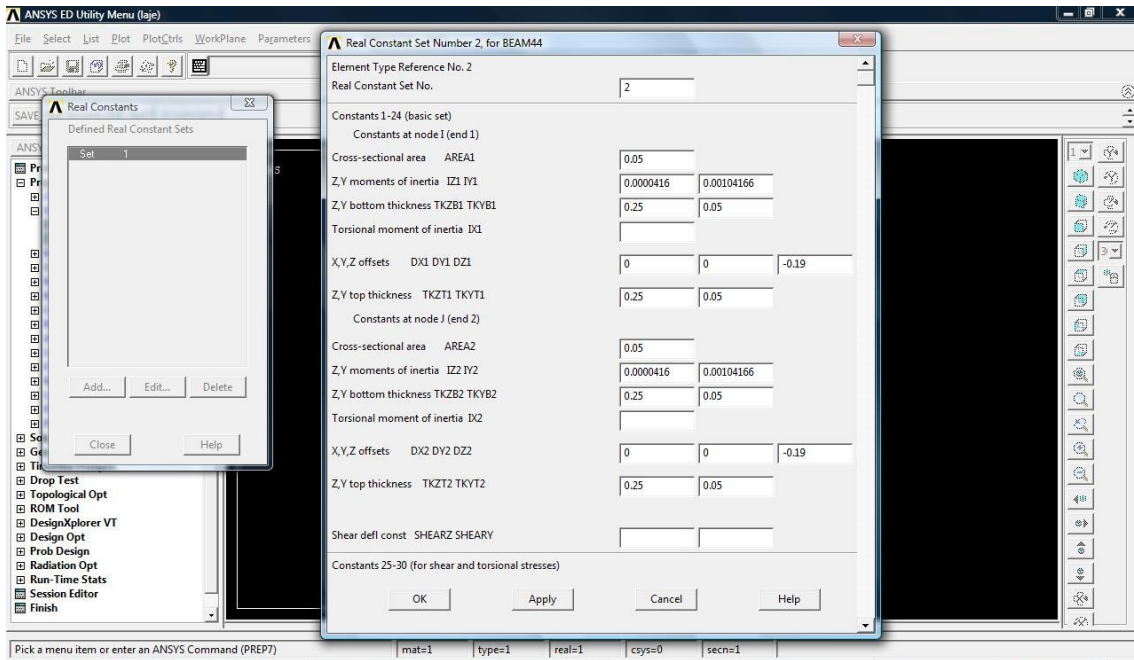


- ✓ Na janela que abrir, clicar em “Add...” para adicionar novas constantes geométricas;
- ✓ Selecionar o elemento 2 em “Choose element type” e clicar em OK;
- ✓ A janela “Real Constants Set Number 2, for “BEAM 44” irá aparecer.

Deve-se inserir:

- Real Constant Set No. = 2
- AREA1 = 0.05
- IZ1 = 0.0000416
- IY1 = 0.00104166
- TKZB1 = 0.25
- TKYB1 = 0.05
- DX1 = 0
- DY1 = 0
- DZ1 = -0.19
- TKZT1 = 0.25
- TKYT1 = 0.05
- AREA2 = 0.05
- IZ2 = 0.0000416
- IY2 = 0.00104166
- TKZB2 = 0.25
- TKYB2 = 0.05
- DX2 = 0
- DY2 = 0
- DZ2 = -0.19
- TKZT2 = 0.25
- TKYT2 = 0.05

- ✓ Clicar em “OK”;

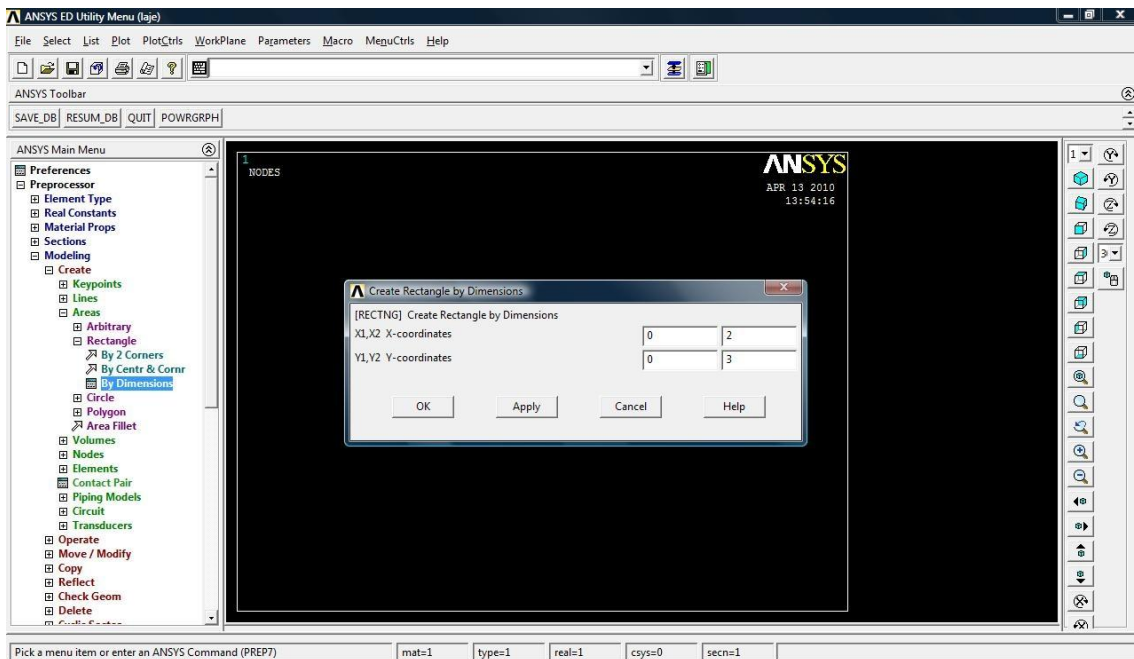


D

2.4. Cria o modelo geométrico:

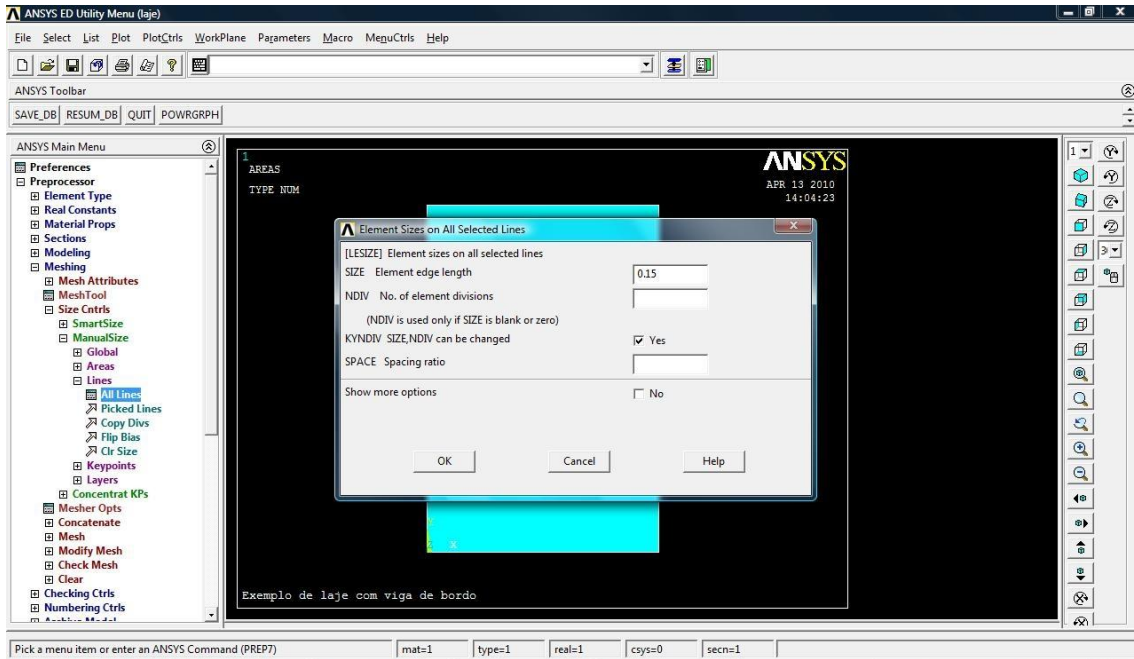
2.4.1. Cria o modelo geométrico:

- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Modeling”, “Create”, “Area”, “Rectangle”, “By Dimensions”;
- ✓ Na nova janela que abrir:
 - X1, X2 0 2
 - Y1, Y2 0 3
- ✓ Clicar em “OK”;



2.4.2. Define tamanho dos elementos da malha:

- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Meshing”, “Size Cntrl”, “Manual Size”, “Lines”, “All Lines”;
- ✓ Na nova janela inserir:
 - SIZE Element edge length **0.15**
- ✓ Clicar em “OK”.

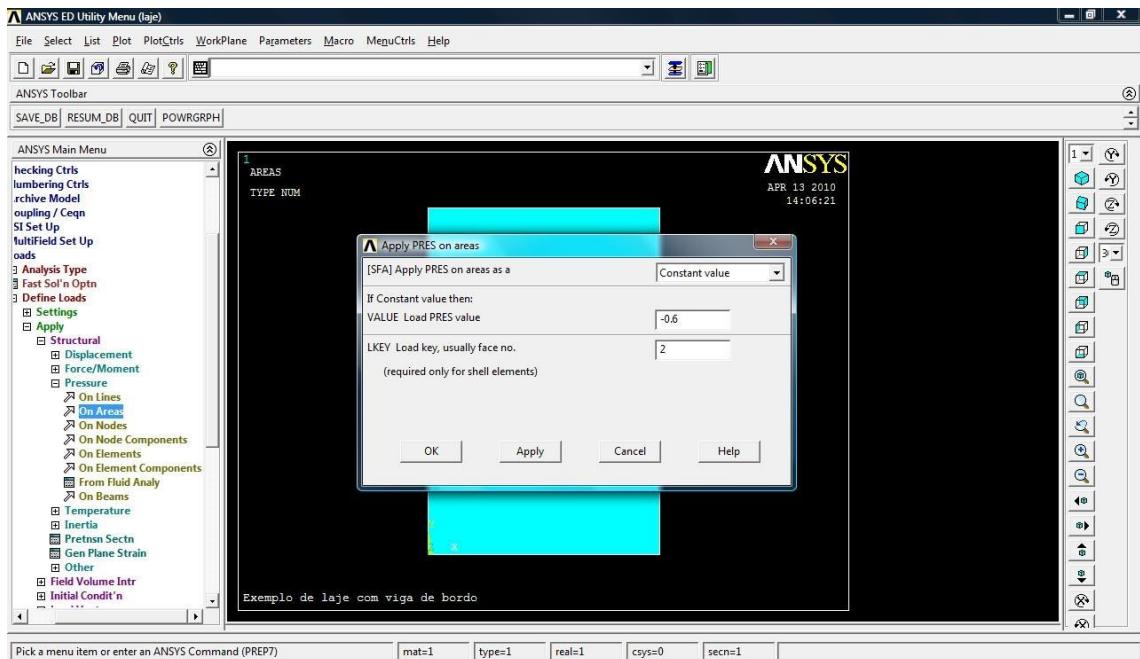


E

2.5. Aplicar as condições de contorno na modelagem sólida:

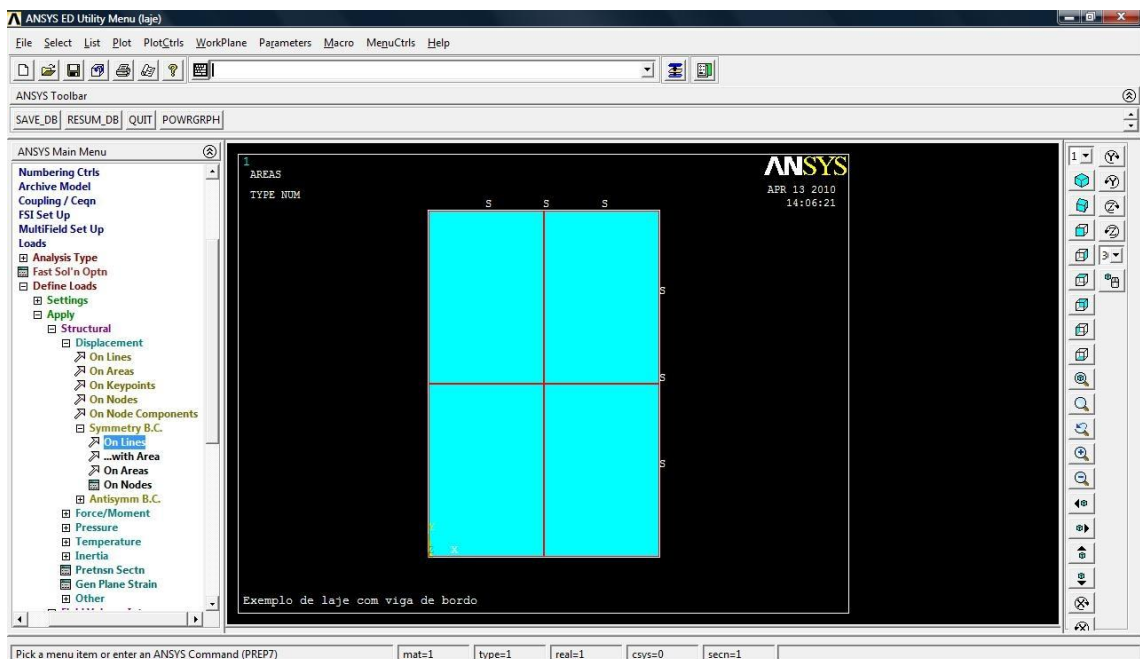
2.5.1. Aplicar as cargas:

- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Loads”, “Define Loads”, “Apply”, “Structural”, “Pressure”, “On Areas”;
- ✓ Apontar a área 1 e clicar em “OK”;
- ✓ Na nova janela inserir o valor da carga a ser distribuída na área:
 - VALUE **- 0.6;**
 - LKEY **2**
- ✓ Clicar em “OK”;



2.5.2. Fornece condição de contorno:

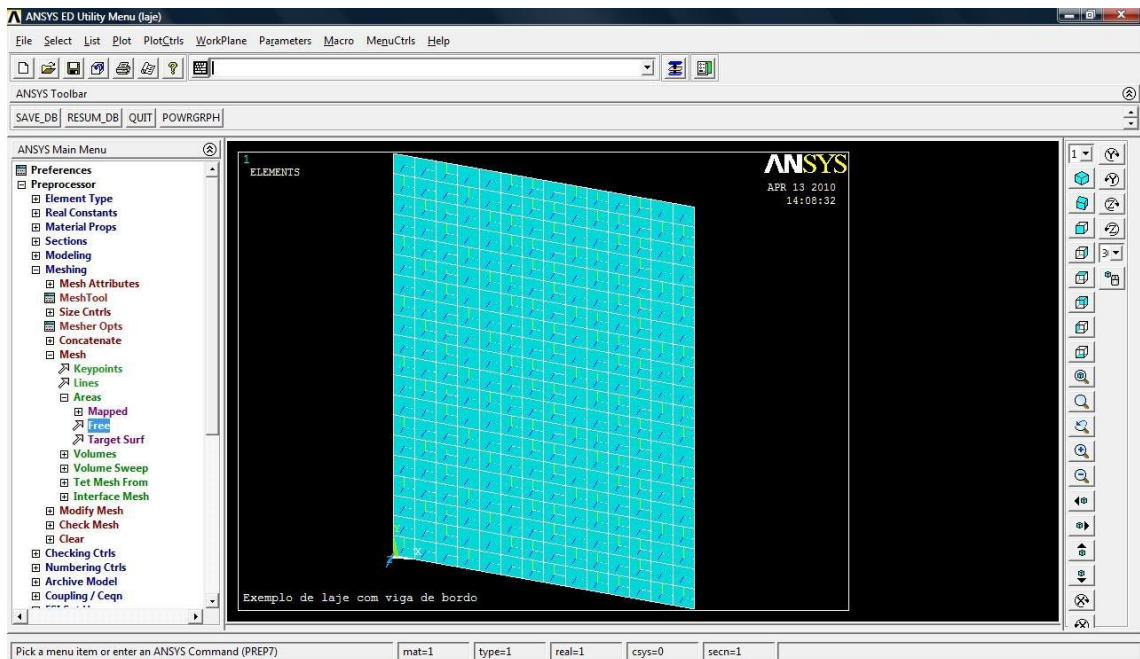
- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Loads”, “Define Loads”, “Apply”, “Structural”, “Displacement”, “Symmetry B.C.”, “On Lines”;
- ✓ Apontar as linhas **2 e 3** e clicar em “OK”;



F

2.6. Gera a malha de elementos finitos:

- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Meshing”, “Mesh”, “Areas”, “Free +”;
- ✓ Selecionar “PICK ALL”;



2.6.1. Salvando dados no arquivo laje.db

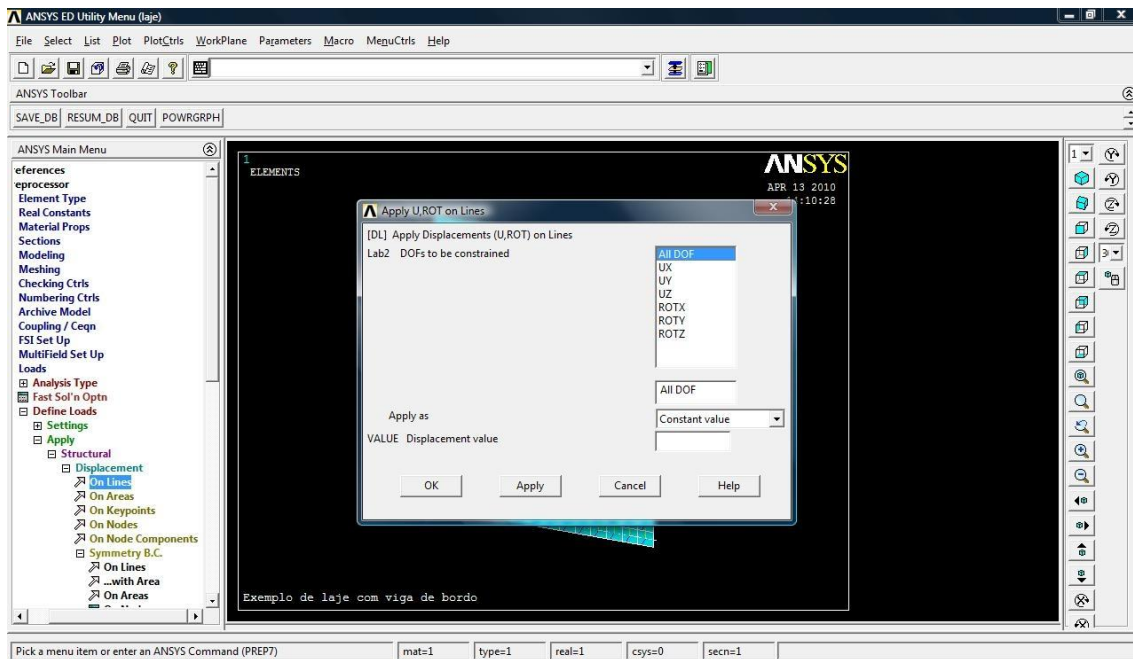
- ✓ No ANSYS Toolbar clicar em “SAVE_DB”.

MODELO 1: COM A LAJE ENGASTADA

G

2.7. **Inserir condição de contorno para simular laje engastada:**

- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Loads”, “Define Loads”, “Apply”, “Structural”, “Displacement”, “On Lines”;
- ✓ Apontar as lines **1 e 4** e clicar em “OK”;
- ✓ Na nova janela selecionar:
 - LAB **ALLDOF**
- ✓ Clicar em “OK”;



H

3. SOLUÇÃO

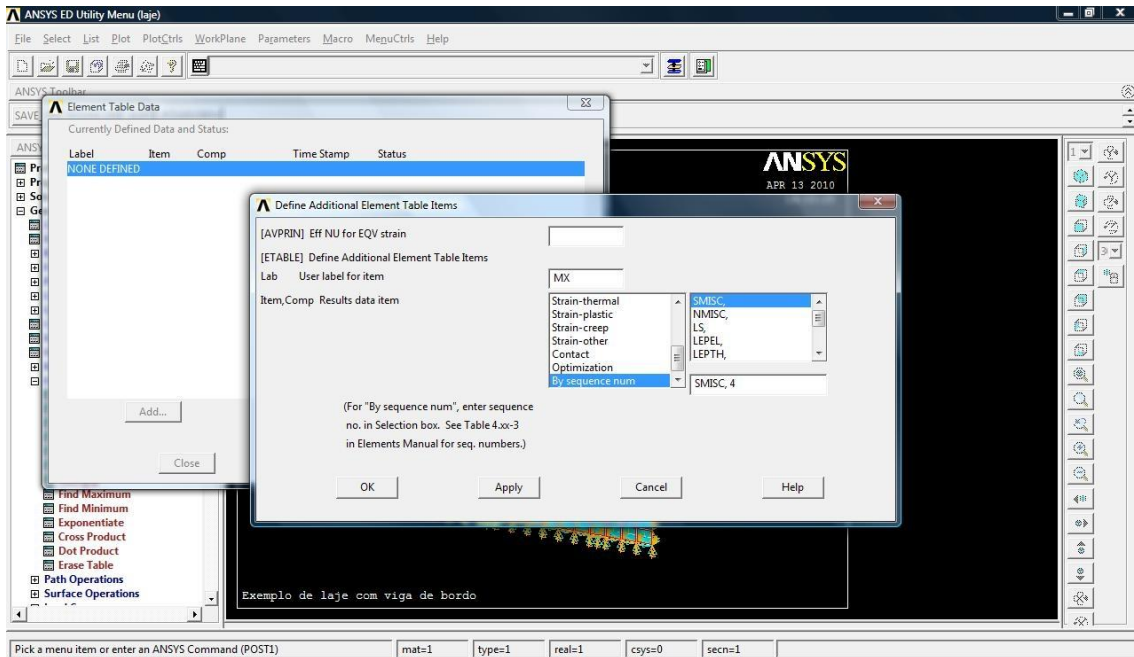
- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “Solution” clicar em “Solve”, “Current LS”;
- ✓ Clicar em “OK”.
- ✓ Na janela “Information: Solution is done” clicar em “CLOSE”.

I

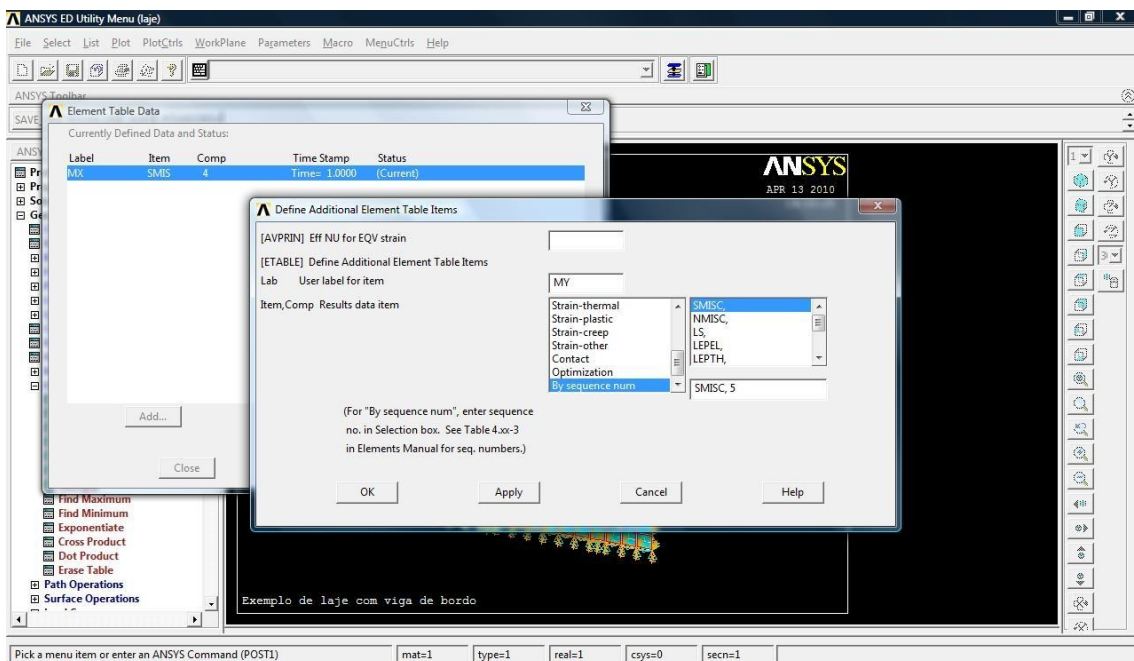
4. PÓS PROCESSAMENTO

4.1. *Gera, lista e plota os resultados:*

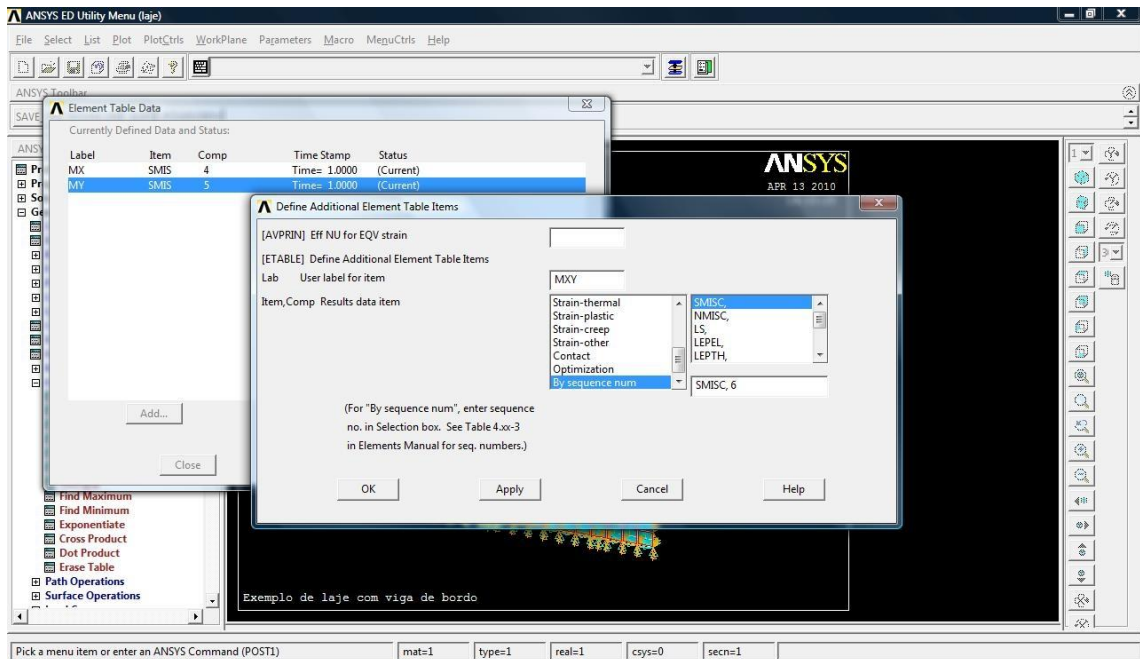
- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Element Table”, “Define Table”, “Add”;
- ✓ Na nova janela, definir (momentos em X):
 - LAB **MX**
 - Item, comp By sequence number **SMISC**
SMISC,4
- ✓ Clicar em “APPLY”.



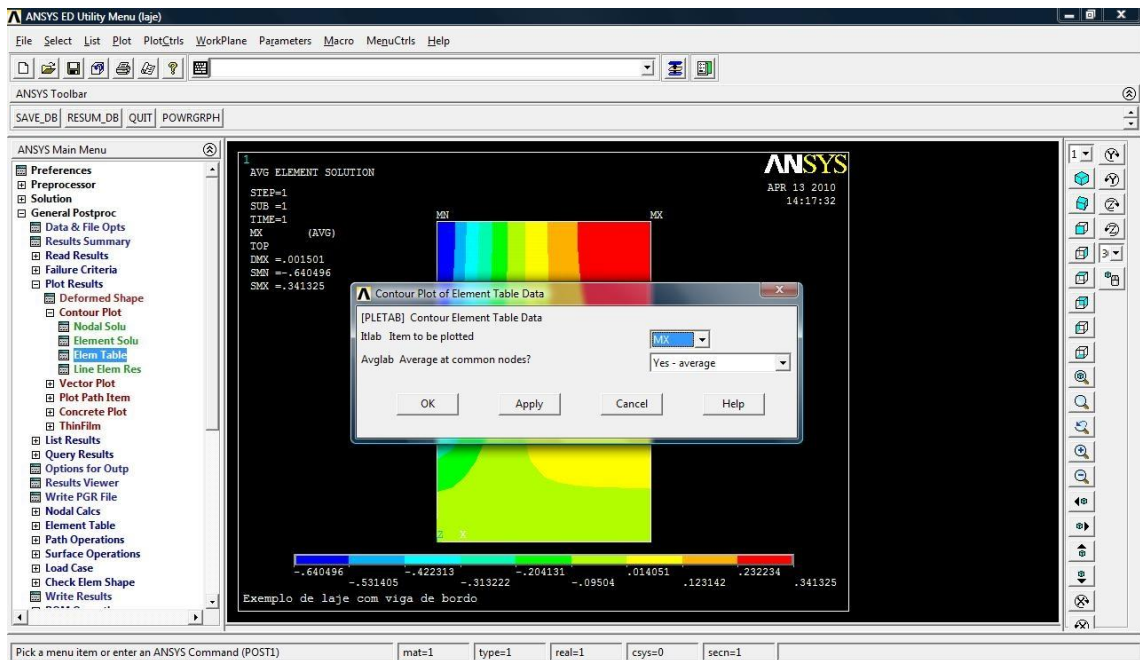
- ✓ Na nova janela, definir (momentos em Y):
 - LAB **MY**
 - Item, comp **By sequence number** **SMISC**
SMISC,5
- ✓ Clicar em “APLLY”.

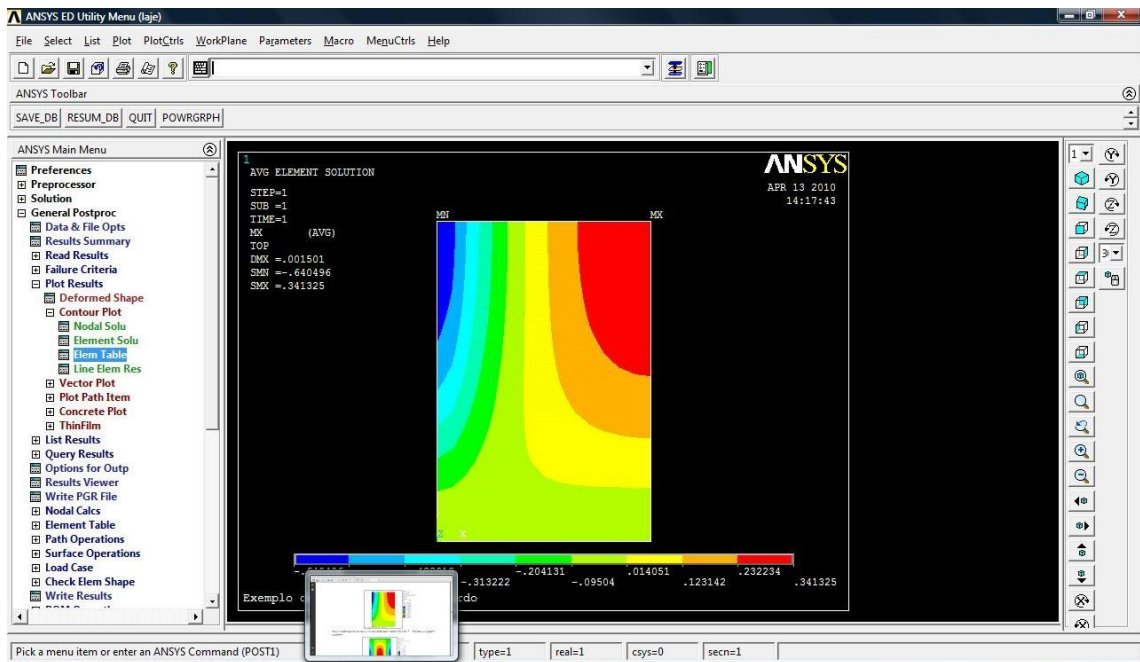


- ✓ Na nova janela, definir:
 - LAB **MYX**
 - Item, comp **By sequence number** **SMISC**
SMISC,6
- ✓ Clicar em “OK”.
- ✓

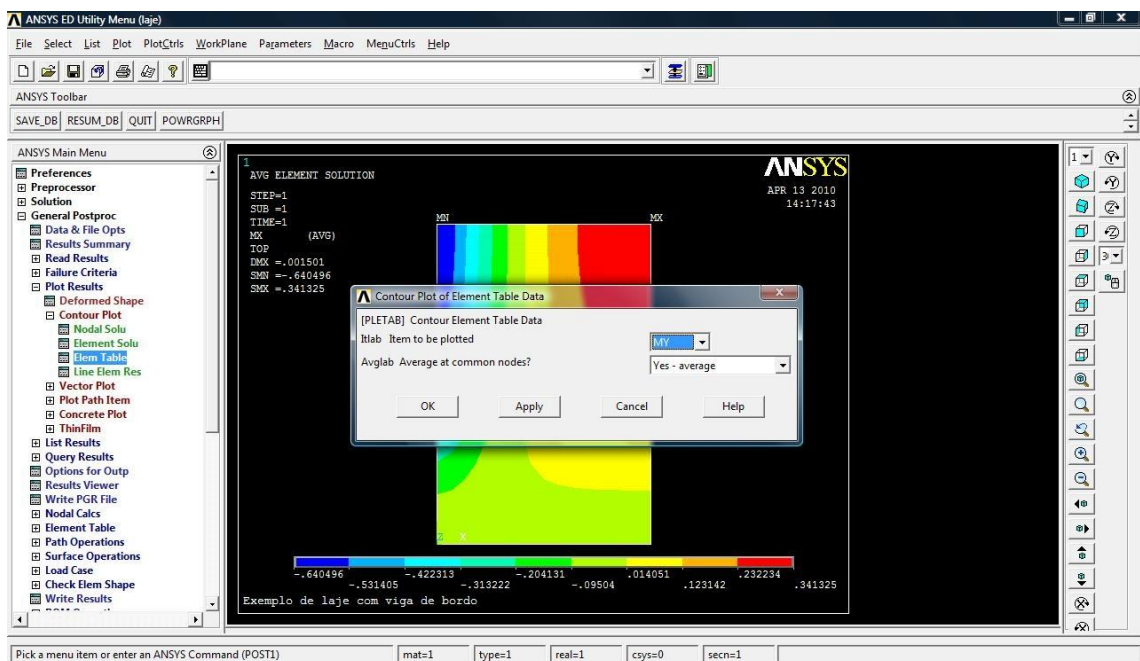


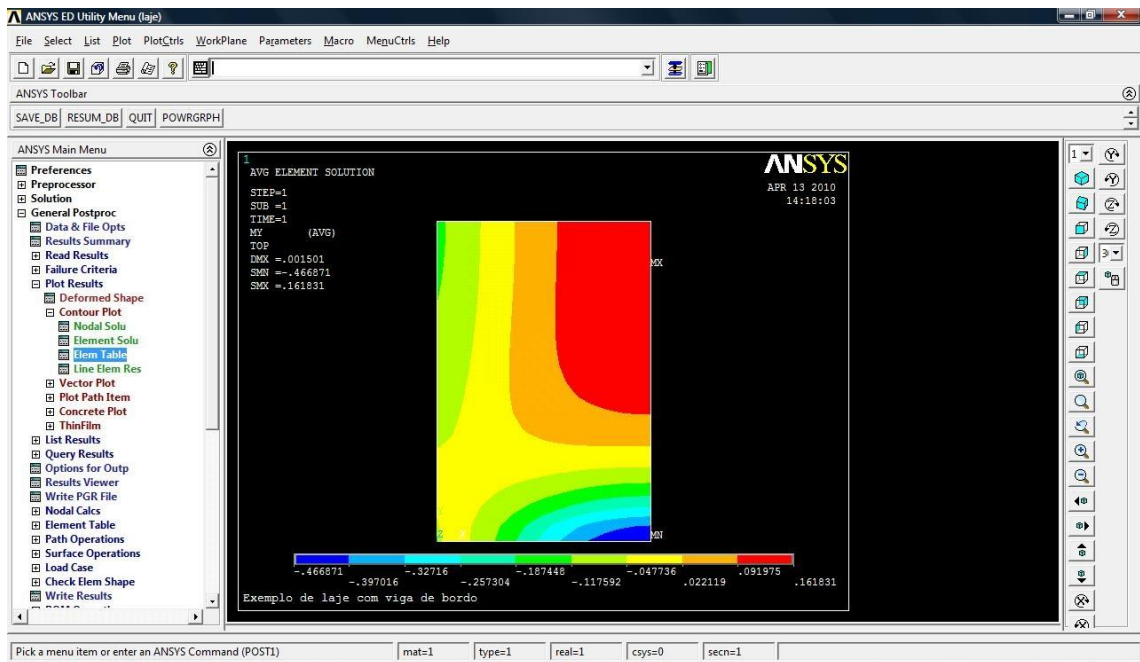
- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Contour Plot”, “Element Table”;
- ✓ Na nova janela selecionar:
 - Itable **MX**
 - Avglab **Yes - average**
- ✓ Clicar em “OK”;



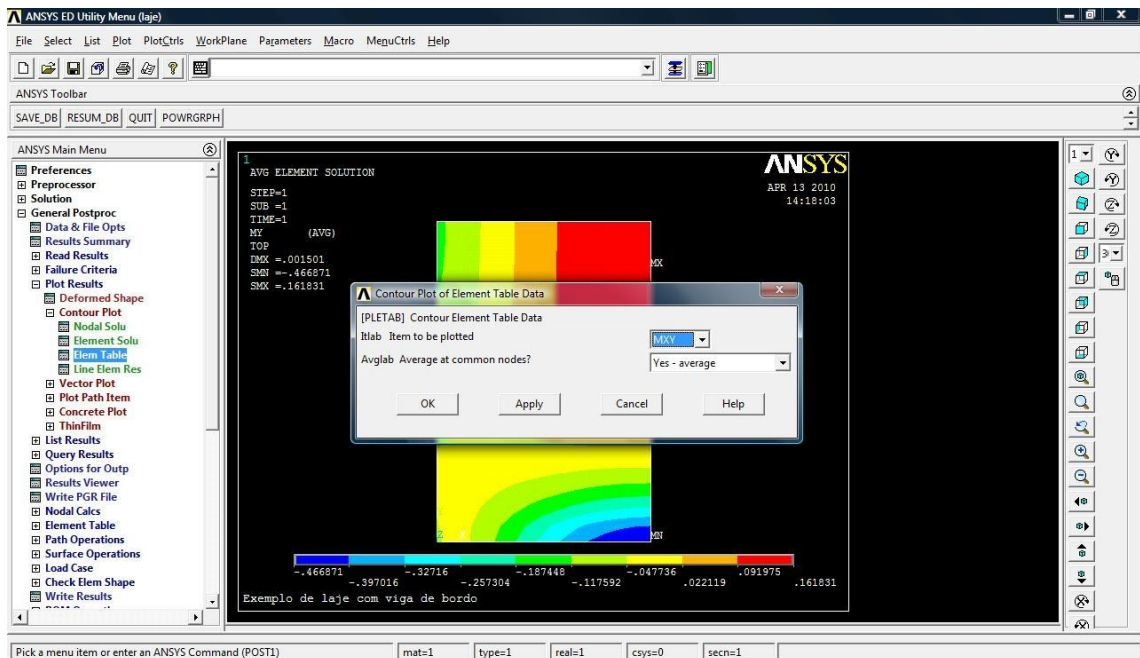


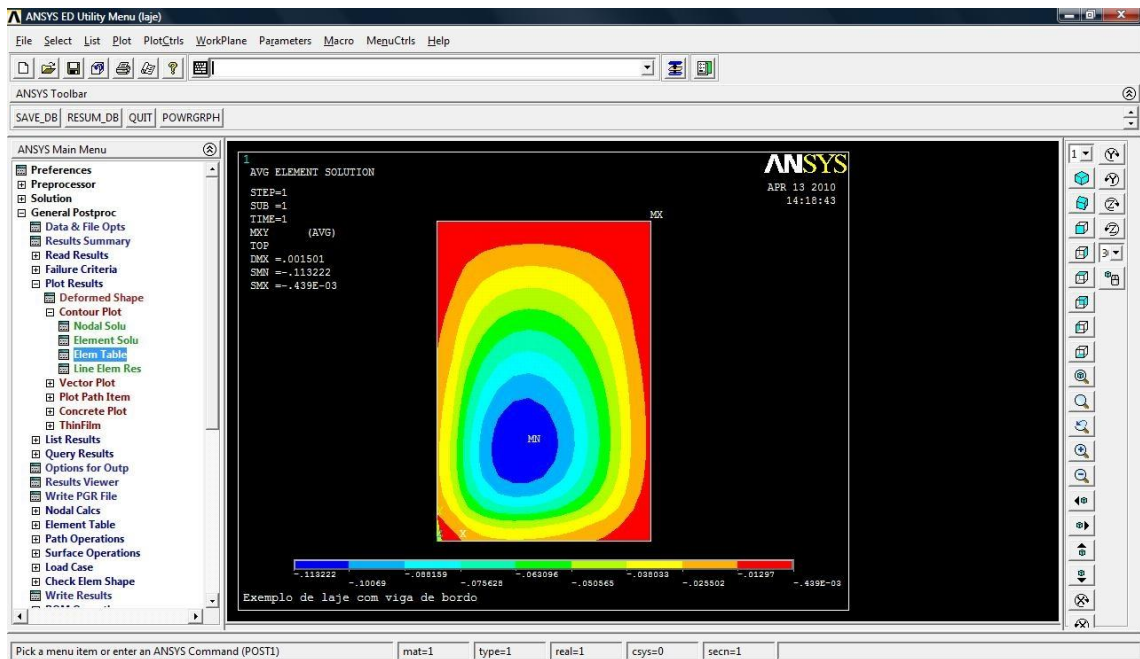
- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Contour Plot”, “Element Table”;
- ✓ Na nova janela selecionar:
 - Itable **MY**
 - Avglab **Yes - average**
- ✓ Clicar em “OK”;





- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Contour Plot”, “Element Table”;
- ✓ Na nova janela selecionar:
 - Itable **MXY**
 - Avglab **Yes - average**
- ✓ Clicar em “OK”;





MODELO 2: COM A LAJE SIMPLISMENTE APOIADA

J

4.2. DEVE-SE REPETIR O EXEMPLO DO INÍCIO ATÉ O ITEM “F”:

4.3. *Insera condição de contorno para simular laje simplesmente apoiada:*

- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Loads”, “Define Loads”, “Apply”, “Structural”, “Displacement”, “On Lines”;
- ✓ Apontar as lines **1 e 4** e clicar em “OK”;
- ✓ Na nova janela selecionar:
 - LAB **UZ**
- ✓ Clicar em “OK”;

K

5. SOLUÇÃO

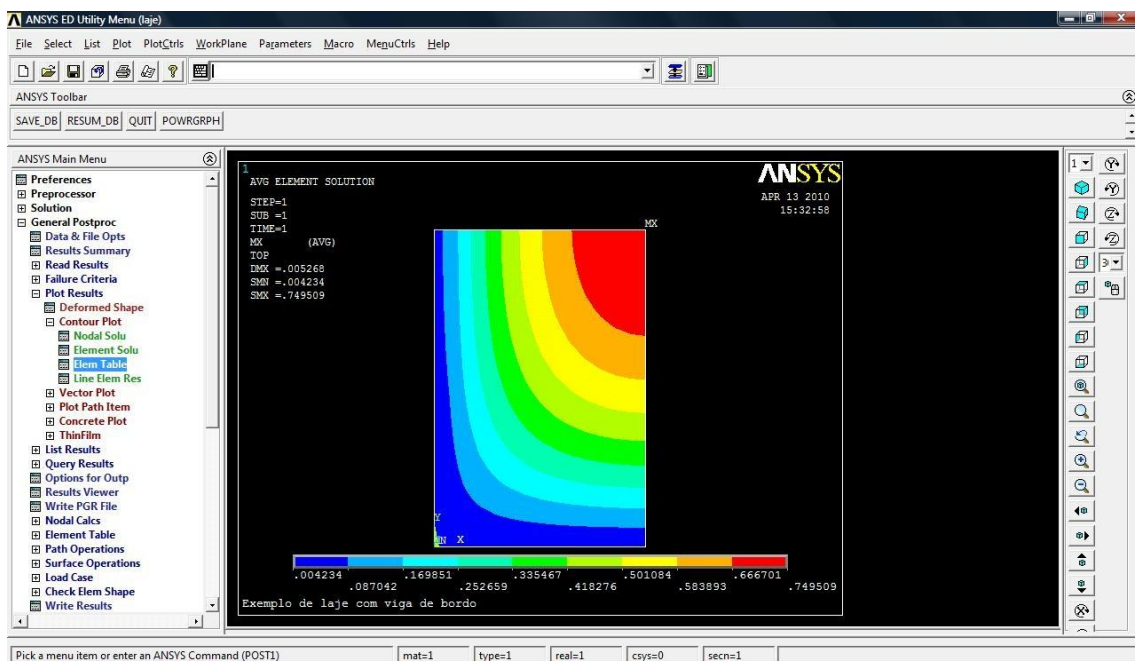
- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “Solution” clicar em “Solve”, “Current LS”;
- ✓ Clicar em “OK”.
- ✓ Na janela “Information: Solution is done” clicar em “CLOSE”.

L

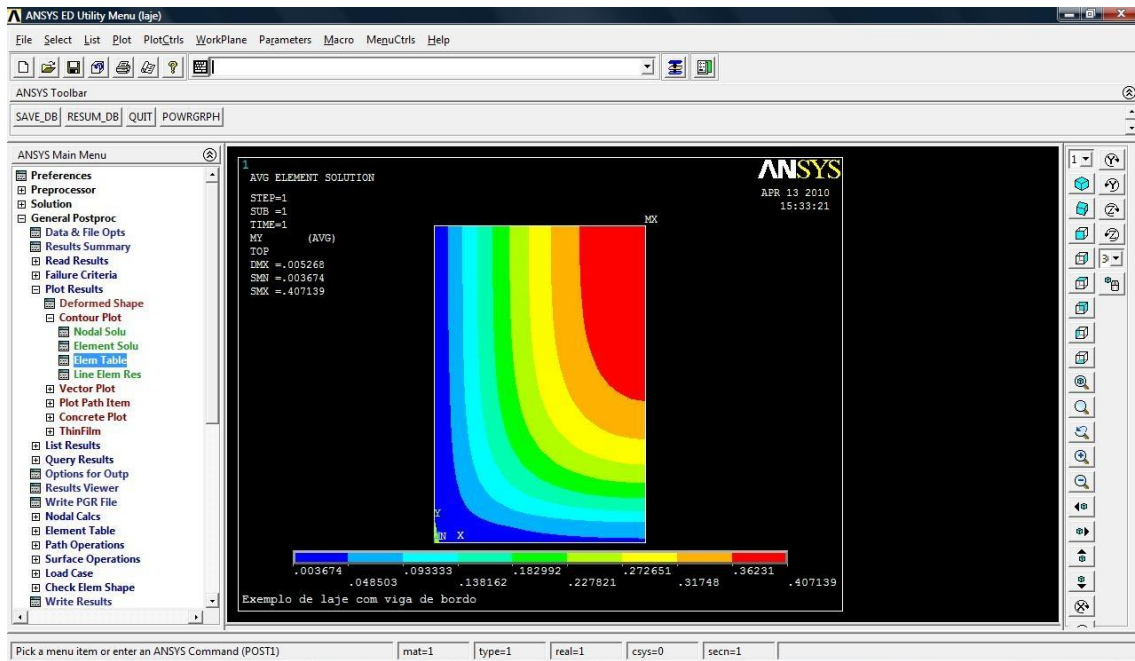
6. PÓS PROCESSAMENTO

6.1. Gera, lista e plota os resultados:

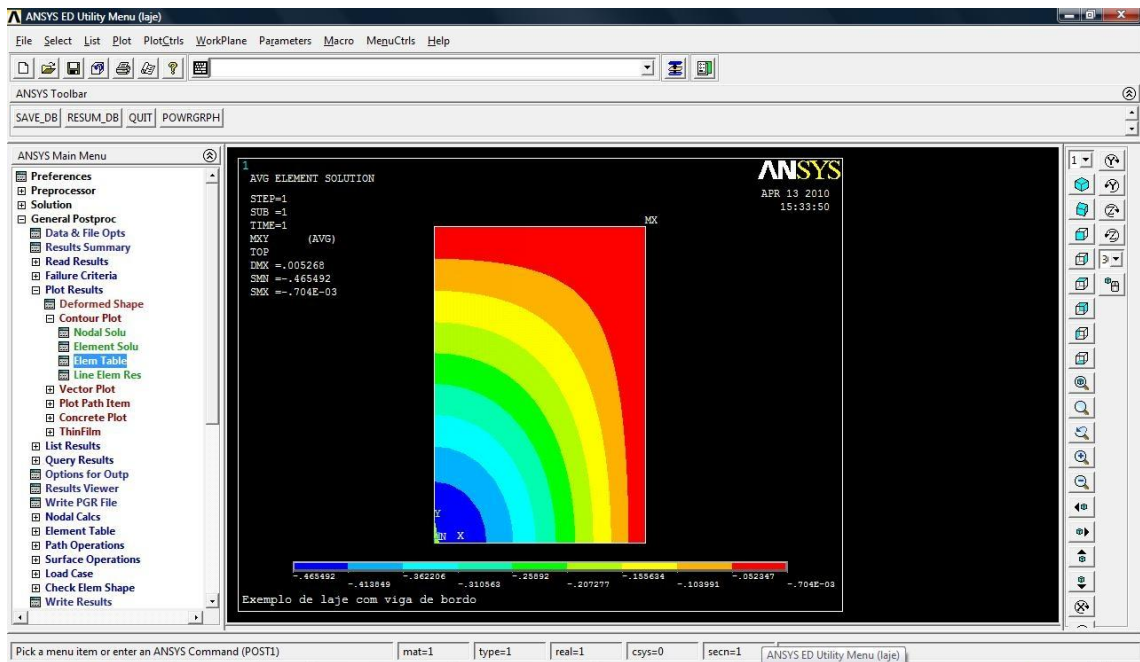
- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Element Table”, “Define Table”, “Add”;
- ✓ Na nova janela, definir (momentos em X):
 - LAB **MX**
 - Item, comp By sequence number **SMISC SMISC,4**
- ✓ Clicar em “APPLY”.
- ✓ Na nova janela, definir (momentos em Y):
 - LAB **MY**
 - Item, comp By sequence number **SMISC SMISC,5**
- ✓ Clicar em “APPLY”.
- ✓ Na nova janela, definir:
 - LAB **MX**
 - Item, comp By sequence number **SMISC SMISC,6**
- ✓ Clicar em “OK”.
- ✓
- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Contour Plot”, “Element Table”;
- ✓ Na nova janela selecionar:
 - Itable **MX**
 - Avglab **Yes - average**
- ✓ Clicar em “OK”;



- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Contour Plot”, “Element Table”;
- ✓ Na nova janela selecionar:
 - Itable **MY**
 - Avglab **Yes - average**
- ✓ Clicar em “OK”;



- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Contour Plot”, “Element Table”;
- ✓ Na nova janela selecionar:
 - Itable **MYX**
 - Avglab **Yes - average**
- ✓ Clicar em “OK”;



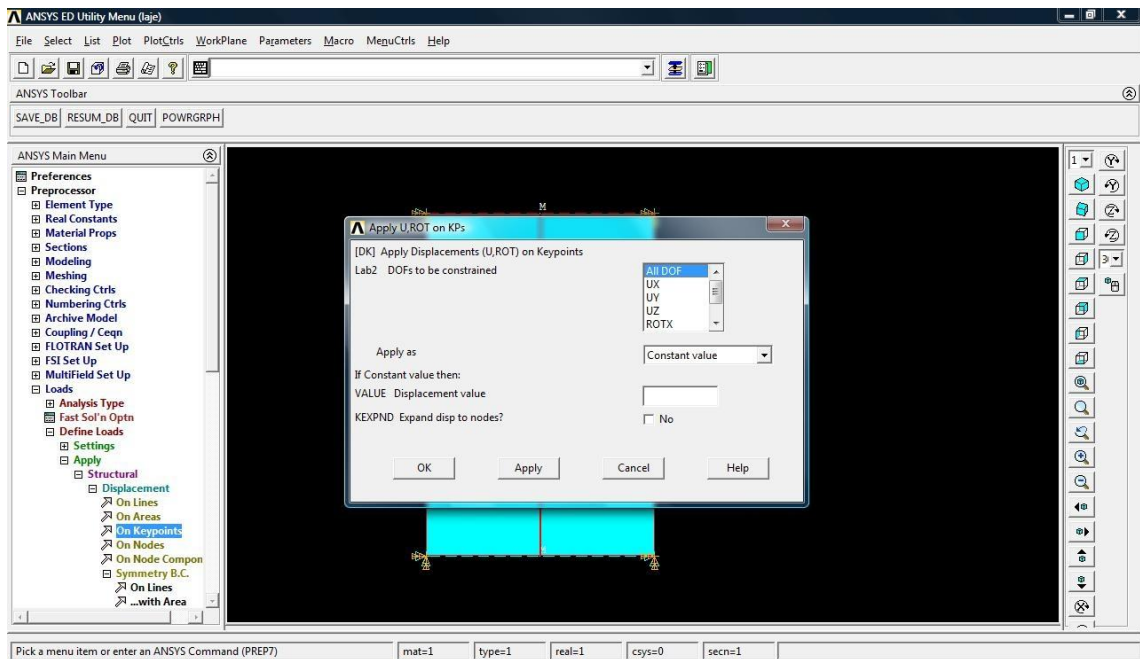
MODELO 3: LAJE COM VIGA DE BORDO



6.2. DEVE-SE REPETIR O EXEMPLO DO INÍCIO ATÉ O ITEM “F”:

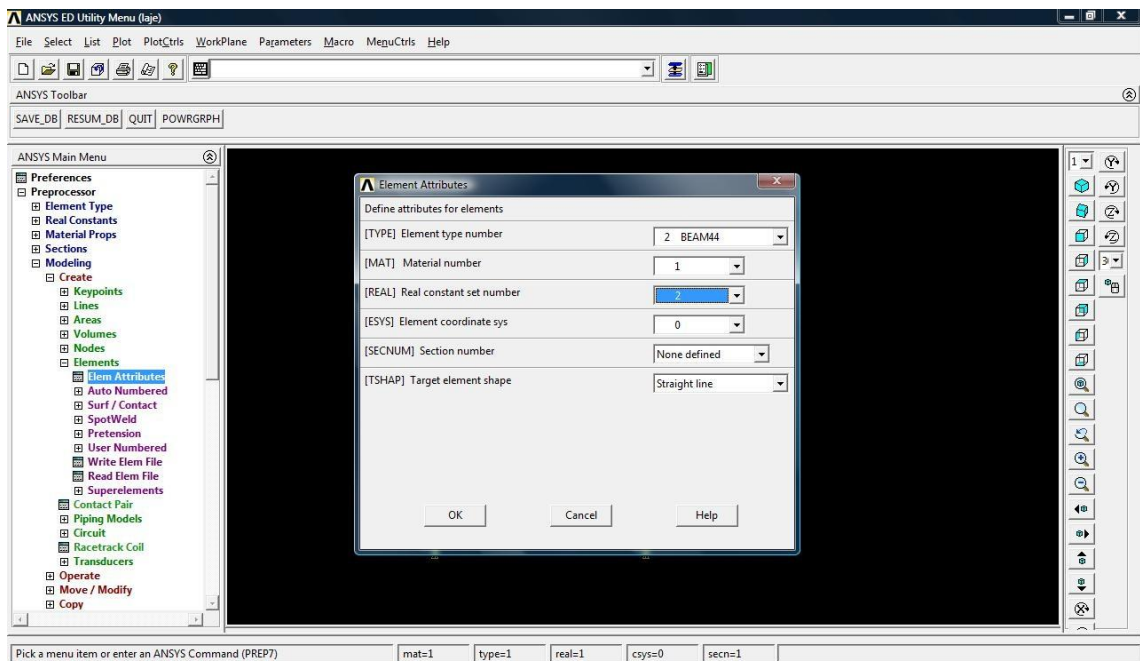
6.3. *Insera condição de contorno para simular laje com viga de bordo:*

- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Loads”, “Define Loads”, “Apply”, “Structural”, “Displacement”, “On Keypoints”;
- ✓ Apontar as lines **1, 2, 3 e 4** e clicar em “OK”;
- ✓ Na nova janela selecionar:
 - LAB ALLDOF
- ✓ Clicar em “OK”;



6.4. Adotar propriedades para criar os elementos da viga de bordo:

- ✓ No “ANSYS Main Menu” dentro do “Preprocessor” clicar em “Modeling”, “Create”, “Element”, “Elem Attributes”;
- ✓ Na nova janela, selecionar:
 - TYPE **2 BEAM44**
 - REAL **2**
- ✓ Clicar em “OK”;



6.5. Geração da Malha de Elementos Finitos:

- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Meshing”, “Mesh”, “Lines”;
- ✓ Selecionar as lines “1 e 4” e clicar em “OK”;

N

7. SOLUÇÃO

- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “Solution” clicar em “Solve”, “Current LS”;
- ✓ Clicar em “OK”.
- ✓ Na janela “Information: Solution is done” clicar em “CLOSE”.

O

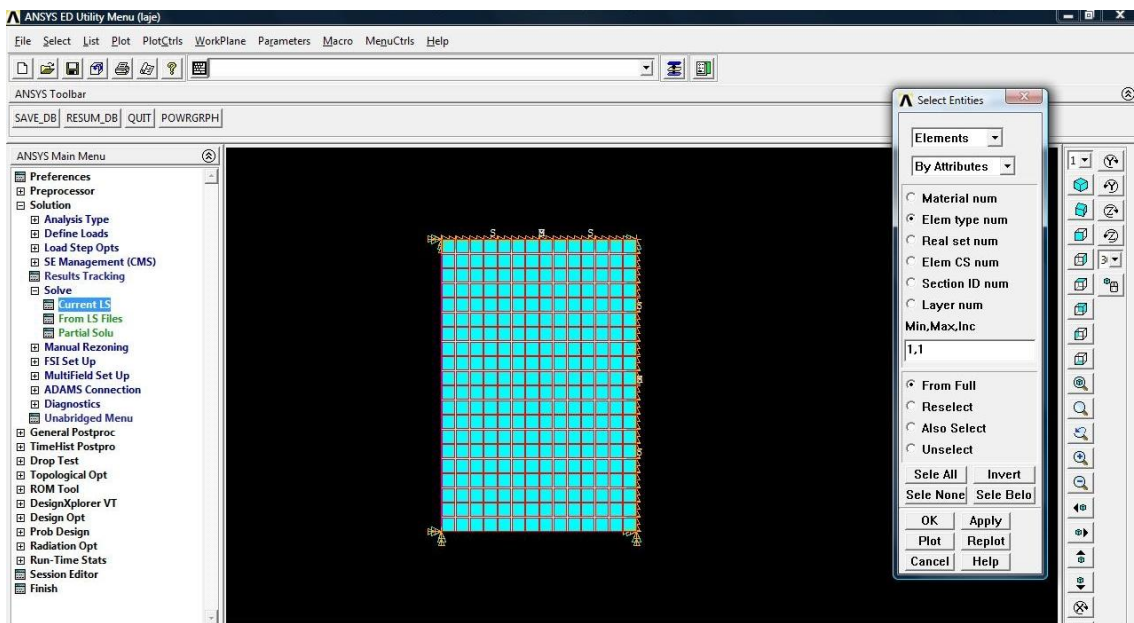
8. PÓS PROCESSAMENTO

8.1. Gera, lista e plota os resultados:

8.1.1. Seleciona elementos da laje:

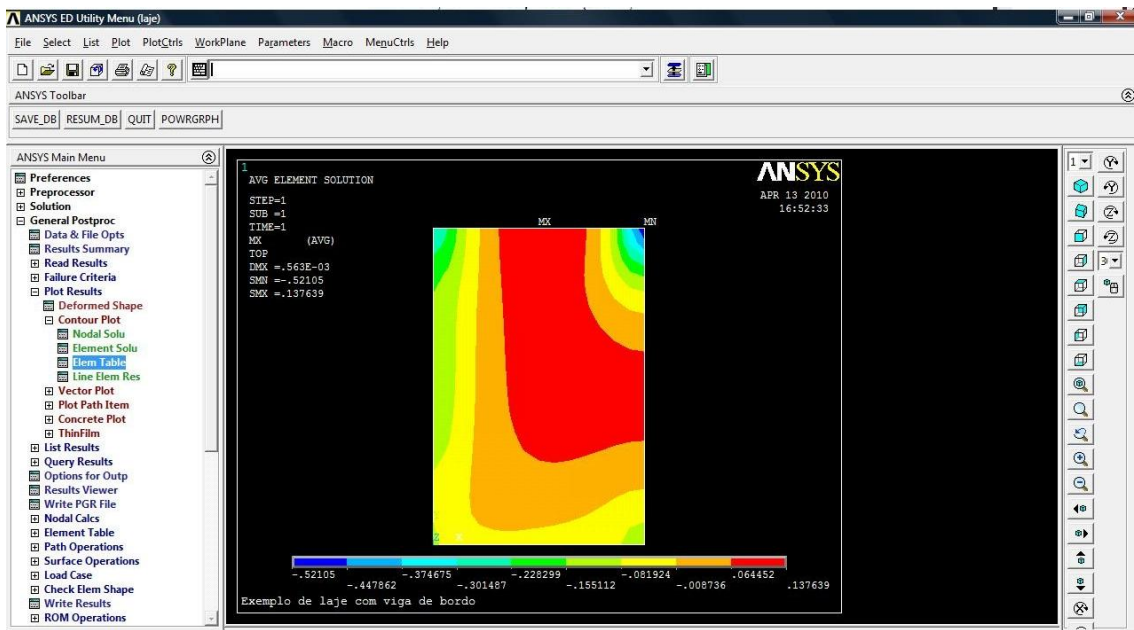
- ✓ No “Ansys Utility Menu”, clicar em “Select”, “Entities”;
- ✓ Na nova janela selecionar:
 - Elements
 - By Attributes
 - Elem Type Num
 - Min, Max
- ✓ Clicar em “OK”

1,1



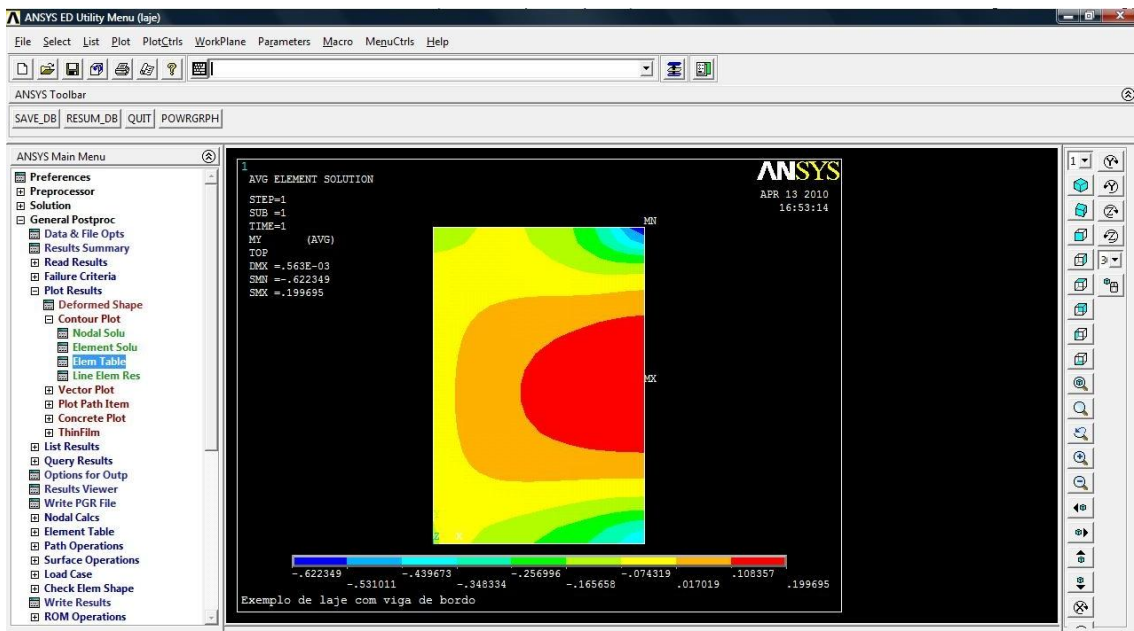
- ✓ No “ANSYS Main Menu” dentro do “General Postproc” clicar em “Element Table”, “Define Table”, “Add”;
- ✓ Na nova janela, definir (momentos em X):

- LAB **MX**
- Item, comp By sequence number **SMISC SMISC,4**
- ✓ Clicar em “APPLY”.
- ✓ Na nova janela, definir (momentos em Y):
 - LAB **MY**
 - Item, comp By sequence number **SMISC SMISC,5**
- ✓ Clicar em “APPLY”.
- ✓ Na nova janela, definir:
 - LAB **MX**
 - Item, comp By sequence number **SMISC SMISC,6**
- ✓ Clicar em “OK”.
- ✓
- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Contour Plot”, “Element Table”;
- ✓ Na nova janela selecionar:
 - Itable **MX**
 - Avglab **Yes - average**
- ✓ Clicar em “OK”;



- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Contour Plot”, “Element Table”;
- ✓ Na nova janela selecionar:
 - Itable **MY**
 - Avglab **Yes - average**

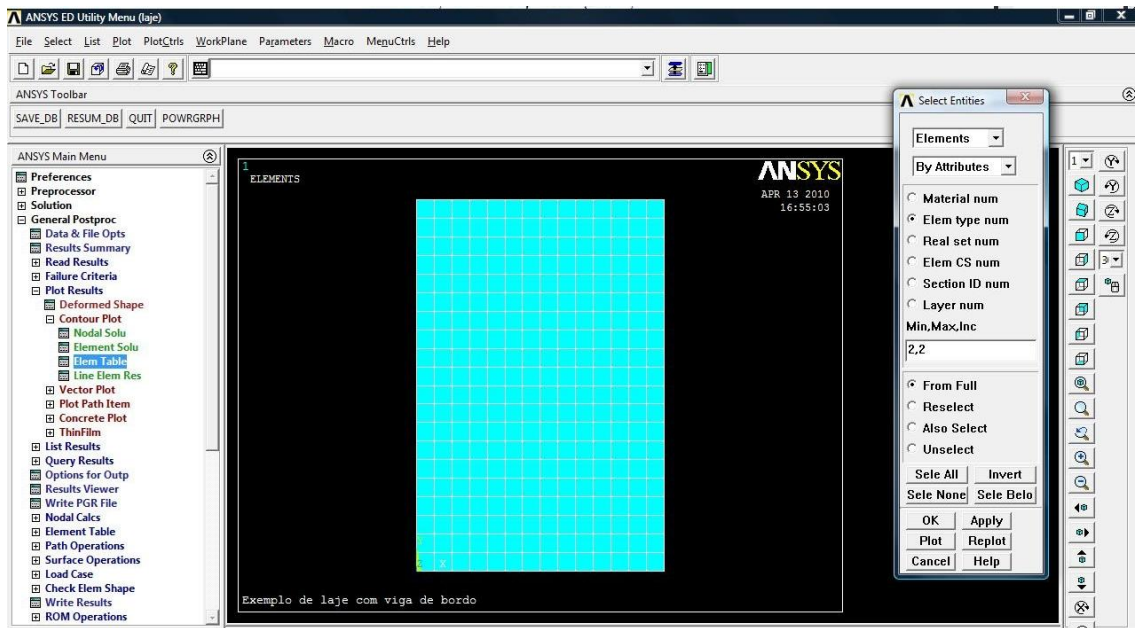
- ✓ Clicar em “OK”;



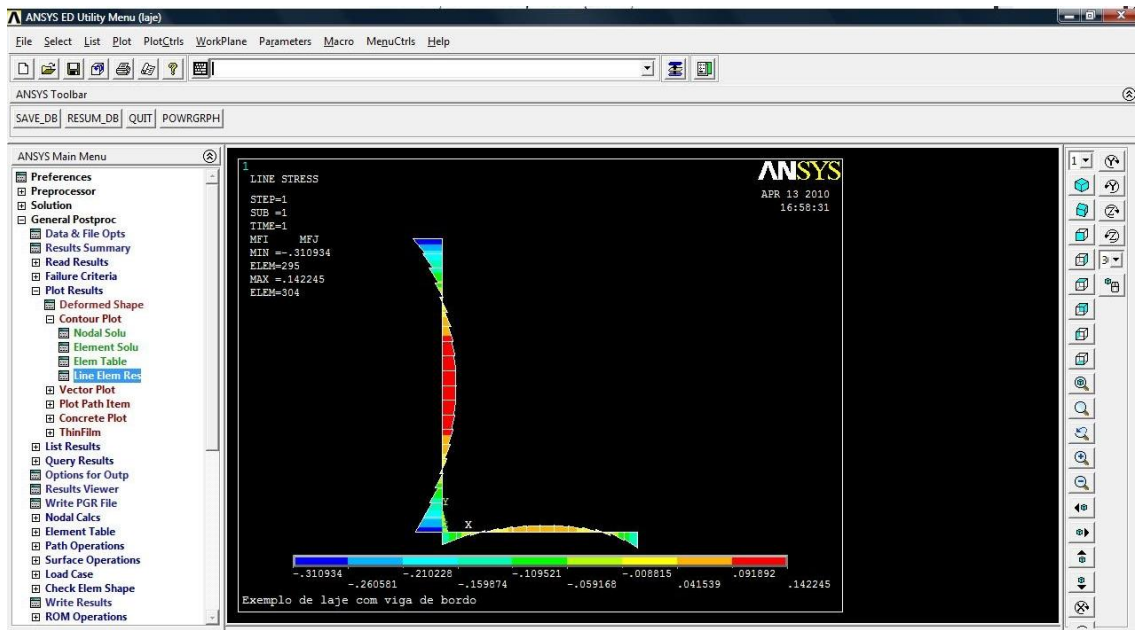
- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Contour Plot”, “Element Table”;
- ✓ Na nova janela selecionar:
 - Itable **MX Y**
 - Avglab **Yes - average**
- ✓ Clicar em “OK”;

8.1.2. *Seleciona elementos do bordo:*

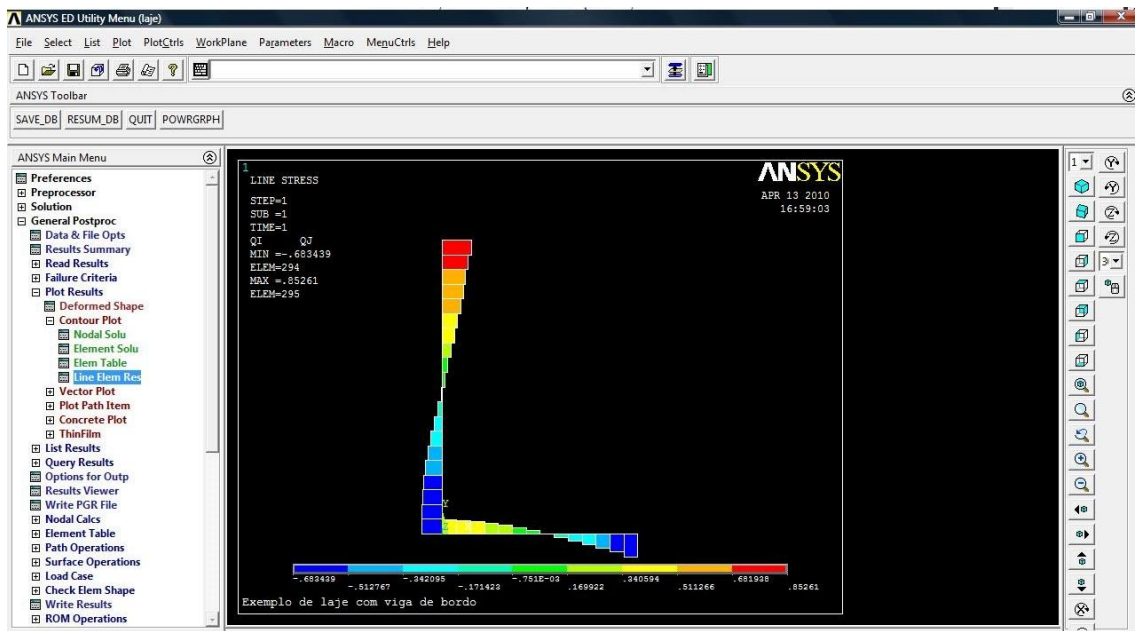
- ✓ No “Ansys Utility Menu”, clicar em “Select”, “Entities”;
- ✓ Na nova janela selecionar:
 - **Elements**
 - **By Attributes**
 - **Elem Type Num**
 - Min, Max **2,2**
- ✓ Clicar em “OK”



- ✓ No “ANSYS Main Menu” dentro do “General Postproc” clicar em “Element Table”, “Define Table”, “Add”;
- ✓ Na nova janela, definir (momento fletor no nó inicial I):
 - LAB **MFI**
 - Item, comp By sequence number **SMISC**
SMISC,5
- ✓ Clicar em “APPLY”.
- ✓ Na nova janela, definir (momentos fletor no nó final J):
 - LAB **MFJ**
 - Item, comp By sequence number **SMISC**
SMISC,11
- ✓ Clicar em “APPLY”.
- ✓ Na nova janela, definir (esforço cortante no nó inicial I):
 - LAB **QI**
 - Item, comp By sequence number **SMISC**
SMISC,3
- ✓ Clicar em “APPLY”.
- ✓ Na nova janela, definir (esforço cortante no nó final J):
 - LAB **QJ**
 - Item, comp By sequence number **SMISC**
SMISC,9
- ✓ Clicar em “APPLY”.
- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Contour Plot”, “Line Elem Res ”;
- ✓ Na nova janela selecionar:
 - LABI **MFI**
 - LABJ **MFJ**
- ✓ Clicar em “OK”;



- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Contour Plot”, “Line Elem Res”;
- ✓ Na nova janela selecionar:
 - LABI QI
 - LABJ QJ
- ✓ Clicar em “OK”;



9. SALVANDO ARQUIVOS E SAINDO DO PROGRAMA:

- ✓ No ANSYS Tollbar, clicar em “SAVE_DB” para salvar no Data Base;
- ✓ Ainda no ANSYS Toolbar, clicar em “QUIT”;
- ✓ Na nova janela, selecionar a opção “Save everything” e clicar em “OK”.