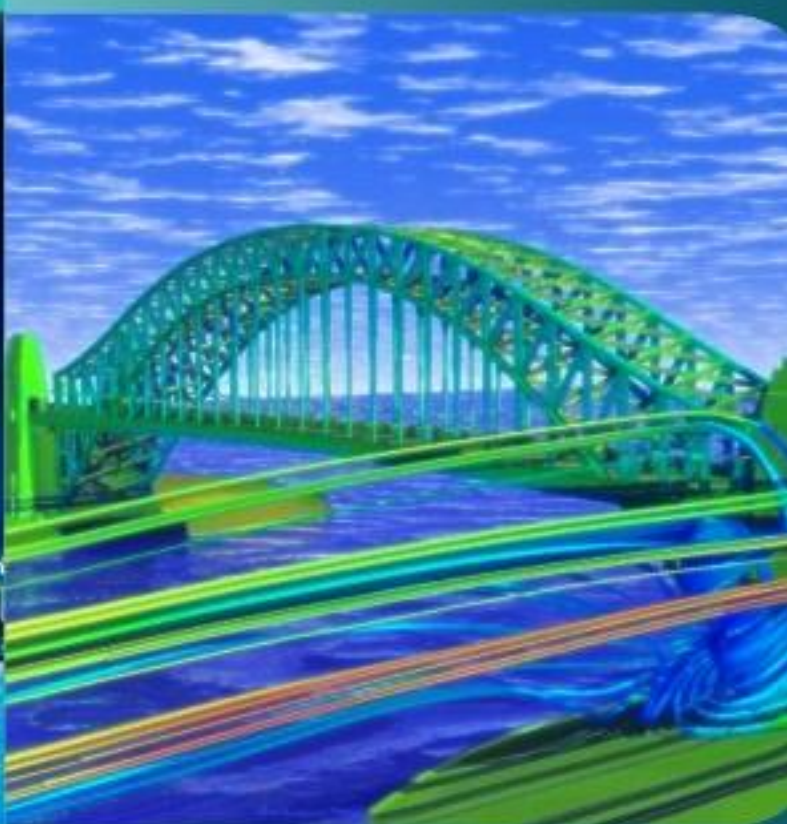




2010

**Método dos
Elementos
Finitos Aplicados à
Engenharia de
Estruturas**



Prof^a. Mildred B. Hecke
Universidade Federal do Paraná
Versão 1.0.0.0



**LAJES COM GEOMETRIAS
ESPECIAIS**

LAJES COM GEOMETRIAS ESPECIAIS

INTRODUÇÃO

O objetivo deste exemplo é a verificação do comportamento estrutural de lajes com geometrias (formas) especiais. Na literatura técnica são facilmente encontradas tabelas para a determinação dos esforços em lajes retangulares. Porém, tabelas para lajes com geometrias especiais, tais como lajes circulares, em L, triangulares e com aberturas, são difíceis de encontrar. Neste exemplo, vamos analisar uma laje em L de concreto armado com 12 cm de espessura, com bordos livres, simplesmente apoiados e engastados, conforme a figura 1. Será considerado como carregamento uma carga uniformemente distribuída sobre a superfície da laje de 2.0 tf/m^2 . Este exemplo foi apresentado pelo Prof^o Antônio Stramandinolli em seu material didático para a disciplina de Tópicos em Estruturas de Edifícios. Para o cálculo prático, as lajes L e T podem ser subdivididas em lajes retangulares, devidamente apoiadas umas sobre as outras, e calculadas pelas tabelas de esforços como indica Anderson Moreira da Rocha no livro Concreto Armado, Volume I.

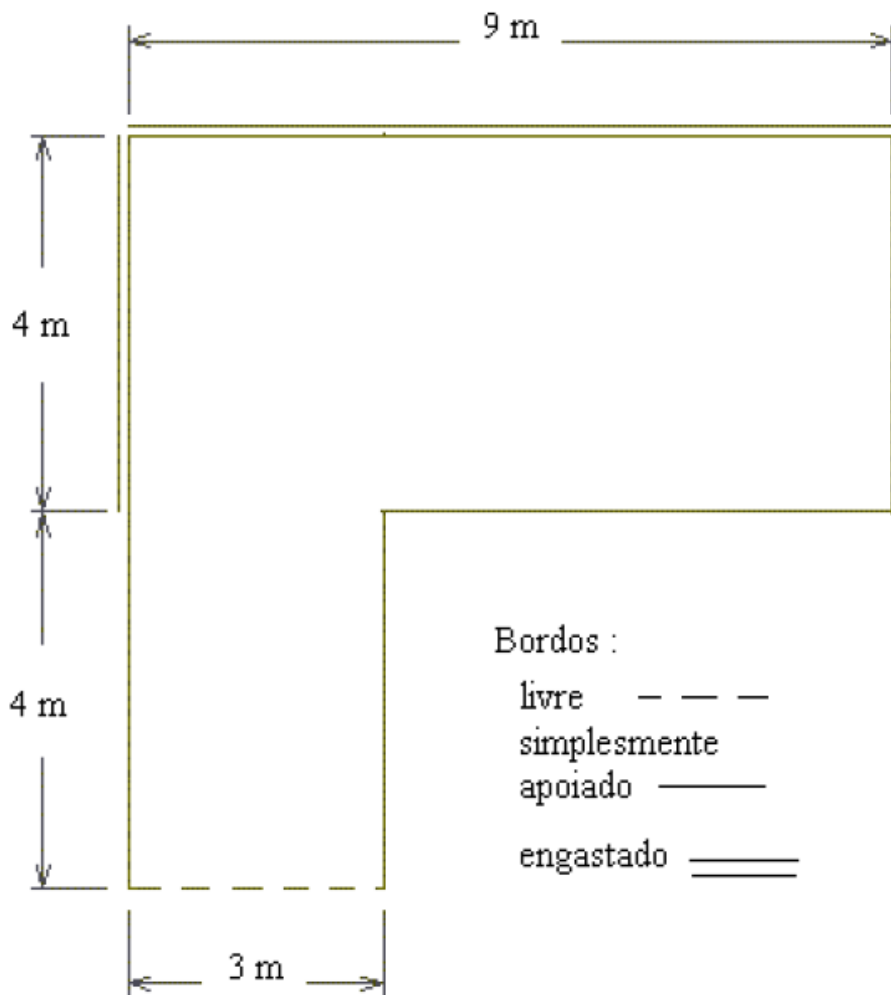


Figura 1 – Esquema da laje.

Trata-se de uma estrutura tridimensional, porém, adotando-se algumas aproximações aplicáveis a este problema, esta laje pode ser analisada através de um modelo bidimensional como a placa em flexão. Neste problema utilizaremos o elemento SHELL63 do Ansys e os resultados encontrados serão comparados aos obtidos pelas tabelas de Czerny subdividindo-a em lajes retangulares.

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

Concreto armado:

- $E_X = 1.5E6 \text{ tf/m}^2$;
- $\nu_{XY} = 0.2$.

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

- Altura da laje: 12 cm;

CARGA

- Carga uniformemente distribuída em toda a área: $P_1 = 2 \text{ tf/m}^2$;

A

1. INÍCIO DA ANÁLISE

1.1. *Introduz o título do problema a ser resolvido:*

- ✓ No ANSYS Utility Menu clicar em “File” e acessar a opção “Change Title...”;
- ✓ Na nova janela que aparecer, digitar novo título: “**Laje com geometria especial**”;
- ✓ Clicar em OK.

1.2. *Altera o nome dos arquivos:*

- ✓ No ANSYS Utility Menu clicar em file e acessar a opção “Change Jobname...”;
- Na nova janela que aparecer, digitar novo nome do arquivo: “**Laje2**”;
- ✓ Clicar em OK.

1.3. *Escolhe o tipo de análise que se pretende executar, visando filtrar comandos a serem apresentados na telas de entrada:*

- ✓ No ANSYS Main Menu clicar em “Preferences”;
- ✓ Na nova janela que aparecer, em “Discipline for filtering GUI Topics”, selecionar a opção “Structural”;
- ✓ Clicar em OK.

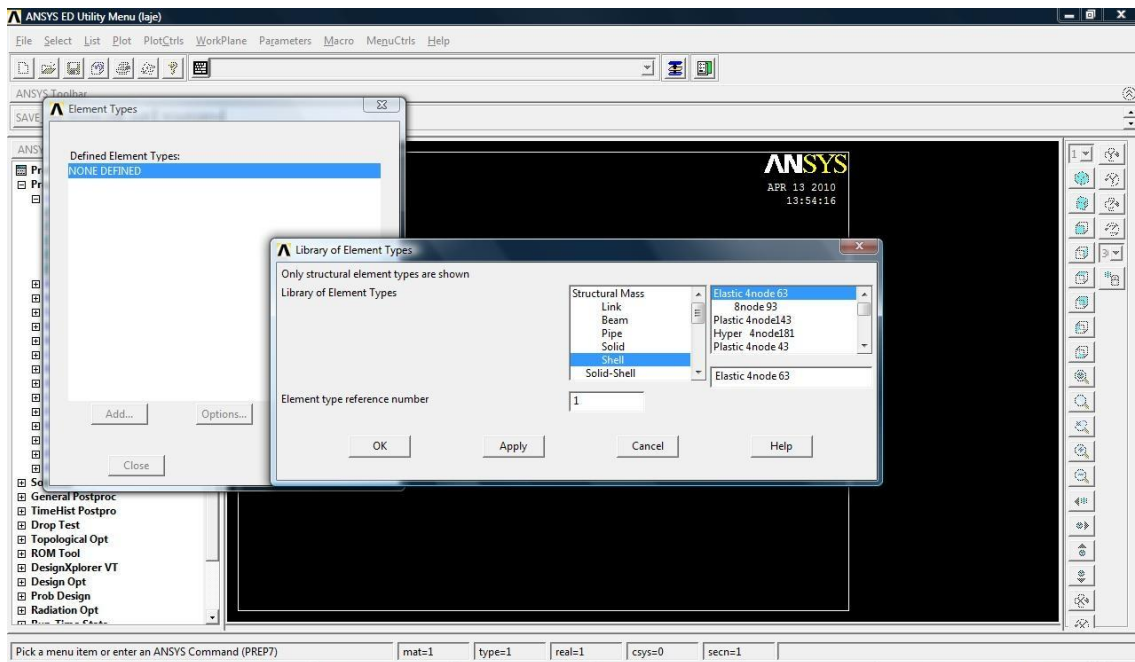
2. ENTRA NA FASE DE PRÉ-PROCESSAMENTO

- ✓ No ANSYS Main Menu, clicar em “Preprocessor”.

B

2.1. *Escolhe o tipo de elemento finito que será usado:*

- ✓ Dentro do “Preprocessor”, selecionar “Element Type”;
- ✓ Dentro do “Element Type”, selecionar “Add/Edit/Delete”;
- ✓ Na nova janela que abrir, clicar em “Add...” para selecionar um novo elemento.
- ✓ Outra janela se abrirá, então no “Library of Element Types” selecionar o elemento “**Structural Shell**”, “**Elastic 4node63**” e clicar em “OK”;

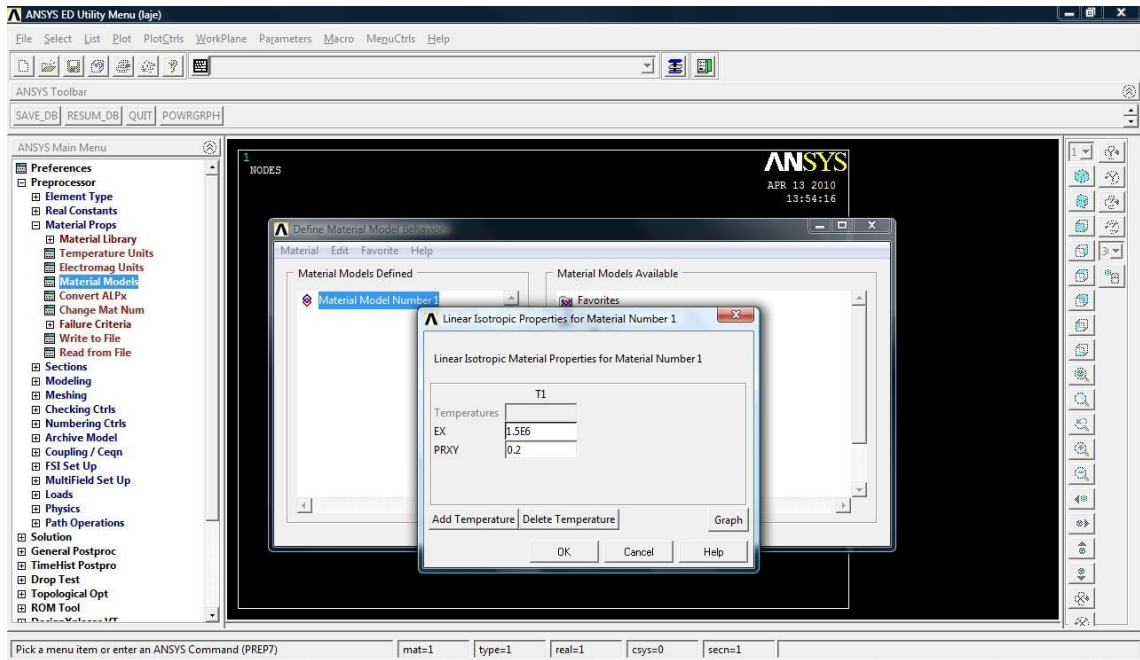


- ✓ Fechar a janela do “Element Types”;

C

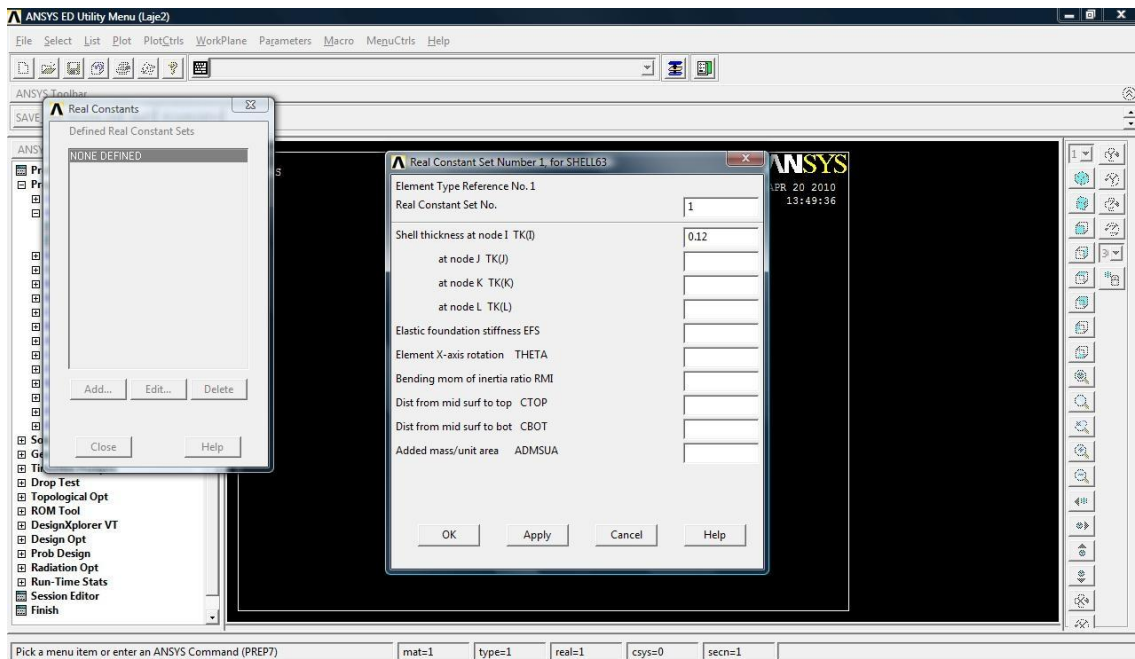
2.2. **Define as propriedades do material:**

- ✓ Dentro do “Preprocessor”, selecionar “Material Props”, “Material Models”;
- ✓ Na nova janela que abrir, para o “Material Model Number 1”, no quadro “Material Models Available” selecionar: “Structural>Linear>Elastic>Isotropic”;
- ✓ Dar um duplo clique em “Isotropic”;
- ✓ A janela “Linear Isotropic Material Properties for Material Number 1 irá abrir. Inserir na lacuna “EX” o valor referente ao Módulo de Elasticidade do material e na lacuna PRXY o valor do Coeficiente de Poisson e clicar em “OK”:
 - EX = **1.5E6**;
 - PRXY = **0.2**;
- ✓ Fechar a janela “Define Material Model Behavior”.



2.3. *Define Constantes Geométricas:*

- ✓ Dentro do “Preprocessor”, selecionar “Real Constants”;
- ✓ Dentro do “Real Constants”, selecionar “Add/Edit/Delete”;
- ✓ Na nova janela que abrir, clicar em “Add...” para adicionar novas constantes geométricas;
- ✓ Uma nova janela se abrirá então selecionar o tipo de elemento em “Choose element type” e clicar em OK;
- ✓ A janela “Real Constants Set Number 1, for “SHELL 63” irá aparecer. Deve-se inserir:
 - Real Constant Set No. = 1
 - Shell Thickness TK(I) = 0.12
- ✓ Clicar em “OK”.



D

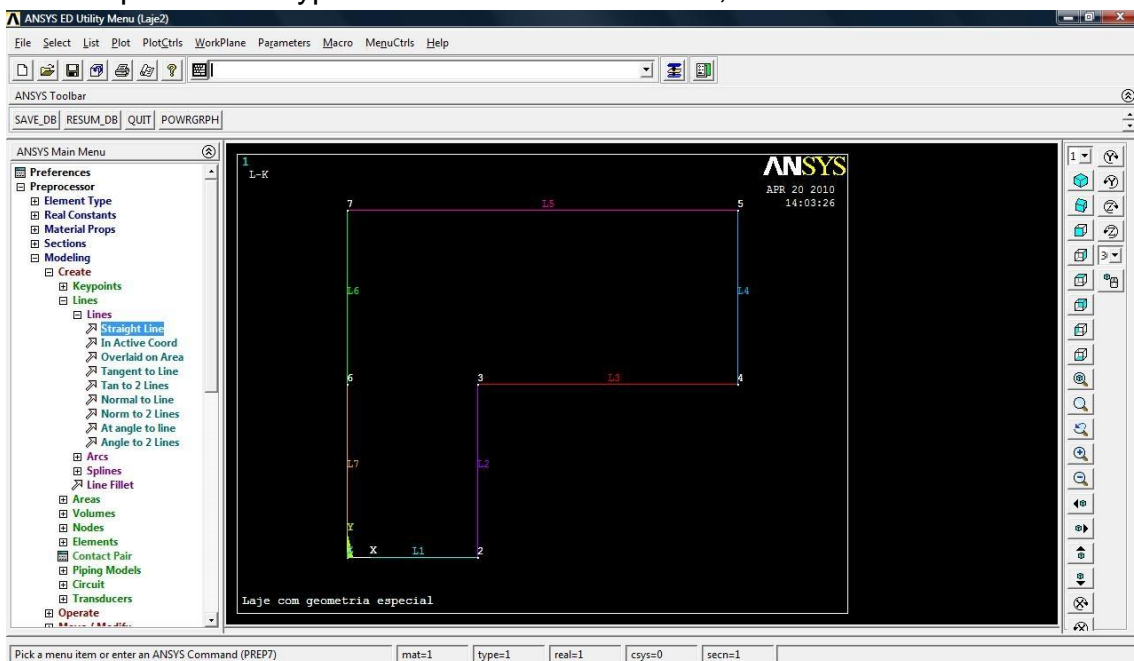
2.4. Cria o modelo geométrico:

2.4.1. Cria o modelo geométrico:

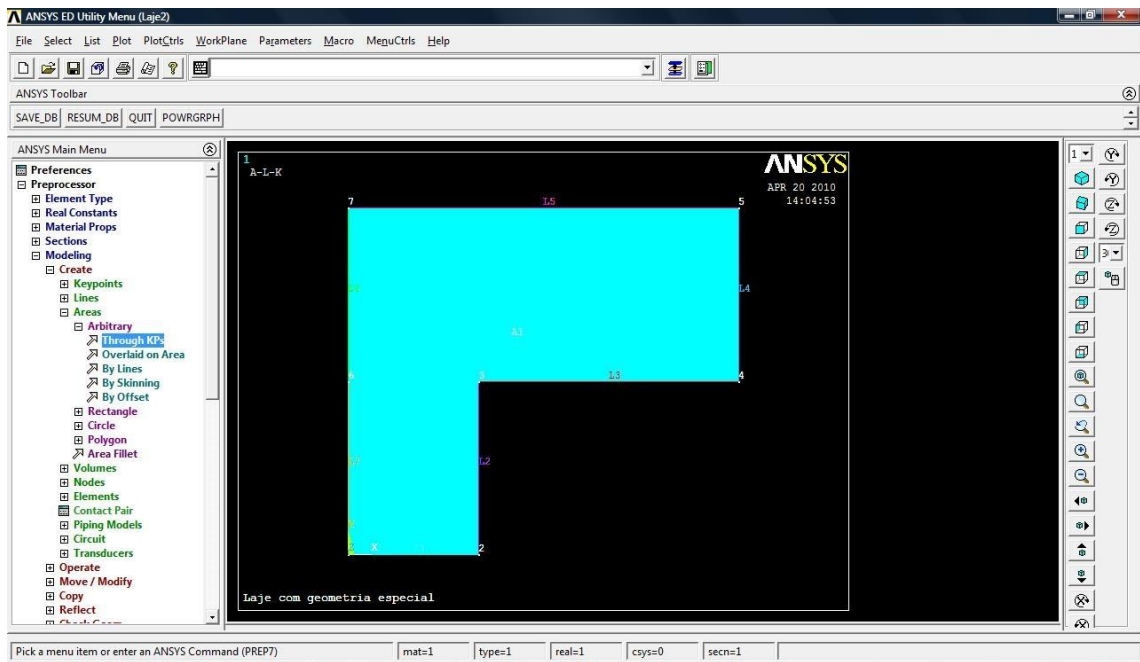
- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Modeling”, “Create”, “Keypoints”, “In Active CS”;
- ✓ Na nova janela que abrir, inserir um número para o keypoint que será criado em “NPT” e as coordenadas X e Y;
- ✓ Para criar o primeiro keypoint:
 - NPT Keypoint Number: **1**;
 - X,Y,Z Location in active CS : **X = 0** **Y = 0** **Z = 0**;
- ✓ Clicar em “APPLY”;
- ✓ Para criar o próximo keypoint:
 - NPT Keypoint Number: **2**;
 - X,Y,Z Location in active CS : **X = 3** **Y = 0** **Z = 0**;
- ✓ Clicar em “APPLY”;
- ✓ Para criar o próximo keypoint:
 - NPT Keypoint Number: **3**;
 - X,Y,Z Location in active CS : **X = 3** **Y = 4** **Z = 0**;
- ✓ Clicar em “APPLY”;
- ✓ Para criar o próximo keypoint:
 - NPT Keypoint Number: **4**;
 - X,Y,Z Location in active CS : **X = 9** **Y = 4** **Z = 0**
- ✓ Clicar em “APPLY”;
- ✓ Para criar o próximo keypoint:
 - NPT Keypoint Number: **5**;
 - X,Y,Z Location in active CS : **X = 9** **Y = 8** **Z = 0**;
- ✓ Clicar em “APPLY”;

- ✓ Para criar o próximo keypoint:
 - NPT Keypoint Number: **6**;
 - X,Y,Z Location in active CS : **X = 0 Y = 4 Z = 0**;
- ✓ Clicar em “APPLY”;
- ✓ Para criar o próximo keypoint:
 - NPT Keypoint Number: **7**;
 - X,Y,Z Location in active CS : **X = 0 Y = 8 Z = 0**;
- ✓ Clicar em “OK”;

- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Modeling”, “Create”, “Lines”, “Straight Line”;
- ✓ Na nova janela que abrir, para criar as linhas:
- ✓ Apontar os keypoints **1 e 2** e clicar em “APPLY”;
- ✓ Apontar os keypoints **2 e 3** e clicar em “APPLY”;
- ✓ Apontar os keypoints **3 e 4** e clicar em “APPLY”;
- ✓ Apontar os keypoints **4 e 5** e clicar em “APPLY”;
- ✓ Apontar os keypoints **5 e 7** e clicar em “APPLY”;
- ✓ Apontar os keypoints **7 e 6** e clicar em “APPLY”;
- ✓ Apontar os keypoints **6 e 1** e clicar em “OK”;

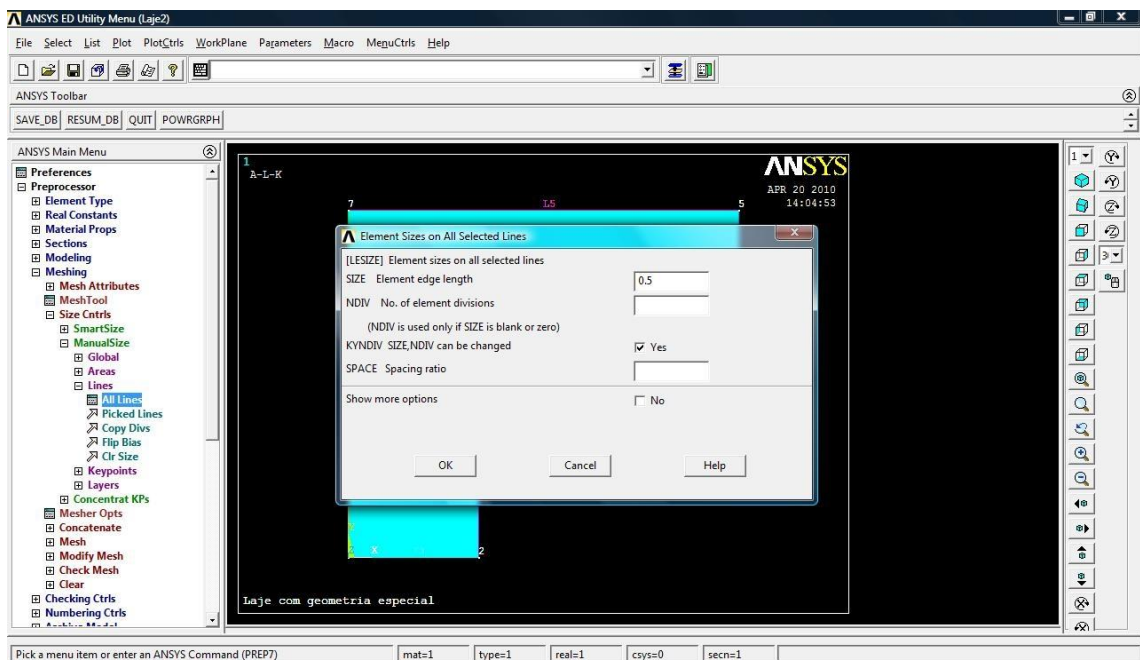


- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Modeling”, “Create”, “Area”, “Arbitrary”, “Through KPs”;
- ✓ Na nova janela que abrir, apontar os keypoints **1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7**;
- ✓ Clicar em “OK”.



2.4.2. Define tamanho dos elementos da malha:

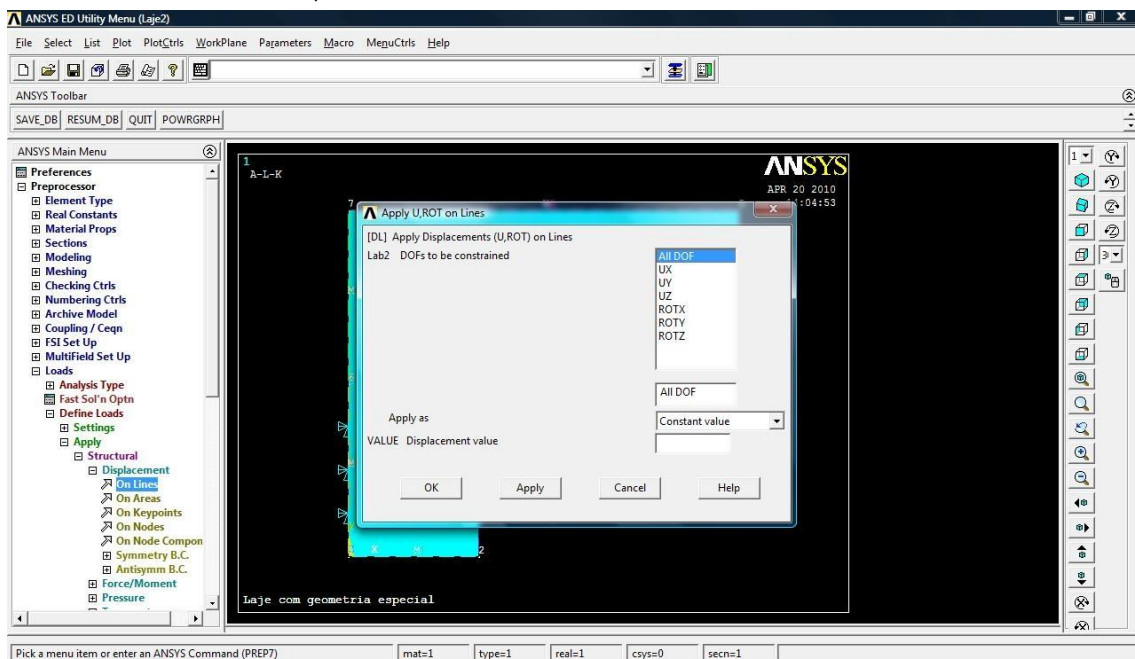
- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Meshing”, “Size Ctrl”, “Manual Size”, “Lines”, “All Lines”;
- ✓ Na nova janela inserir:
 - SIZE Element edge length **0.50**
- ✓ Clicar em “OK”.



2.5. Aplicar as condições de contorno na modelagem sólida:

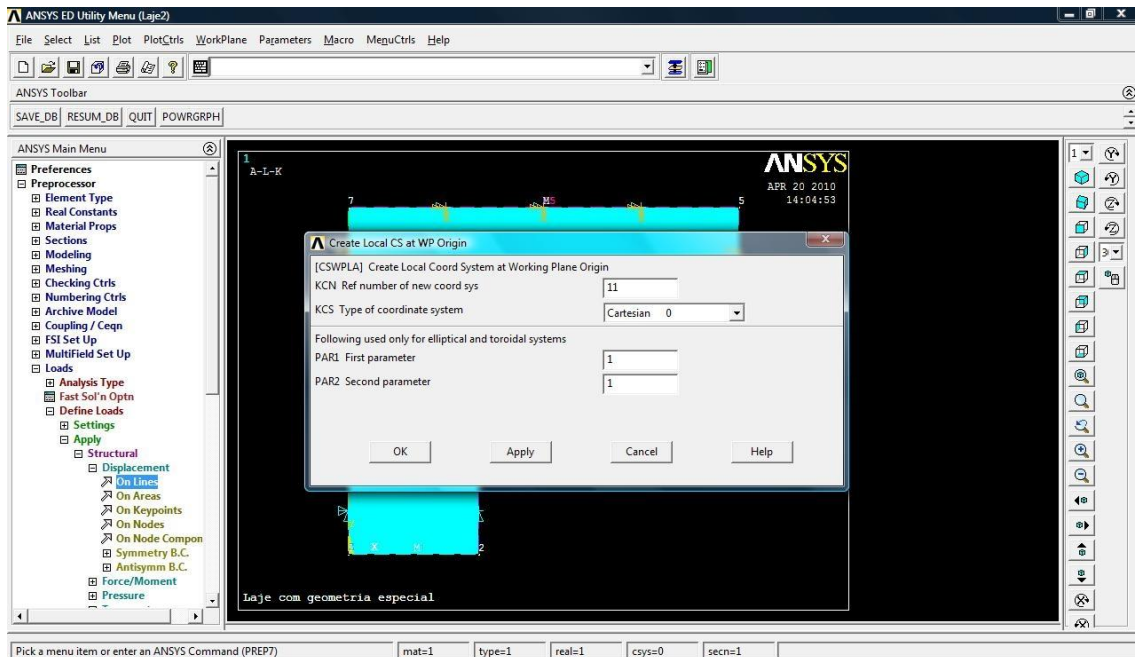
2.5.1. Fornece condição de contorno:

- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Loads”, “Define Loads”, “Apply”, “Structural”, “Displacement”, “On Lines”;
 - ✓ Apontar as lines **2, 3 e 7** e clicar em “OK”;
 - ✓ Outra janela irá aparecer então selecionar no campo “DOFs to be constrained” a opção “**UX**”;
 - ✓ Clicar em “APPLY”;
 - ✓ Apontar as lines **2, 3 e 7** e clicar em “OK”;
 - ✓ Outra janela irá aparecer então selecionar no campo “DOFs to be constrained” a opção “**UY**”;
 - ✓ Clicar em “APPLY”;
 - ✓ Apontar as lines **2, 3 e 7** e clicar em “OK”;
 - ✓ Outra janela irá aparecer então selecionar no campo “DOFs to be constrained” a opção “**UZ**”;
 - ✓ Clicar em “OK”;
-
- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Loads”, “Define Loads”, “Apply”, “Structural”, “Displacement”, “On Lines”;
 - ✓ Apontar as lines **4, 5 e 6** e clicar em “OK”;
 - ✓ Outra janela irá aparecer então selecionar no campo “DOFs to be constrained” a opção “**ALLDOF**”;
 - ✓ Clicar em “OK”;

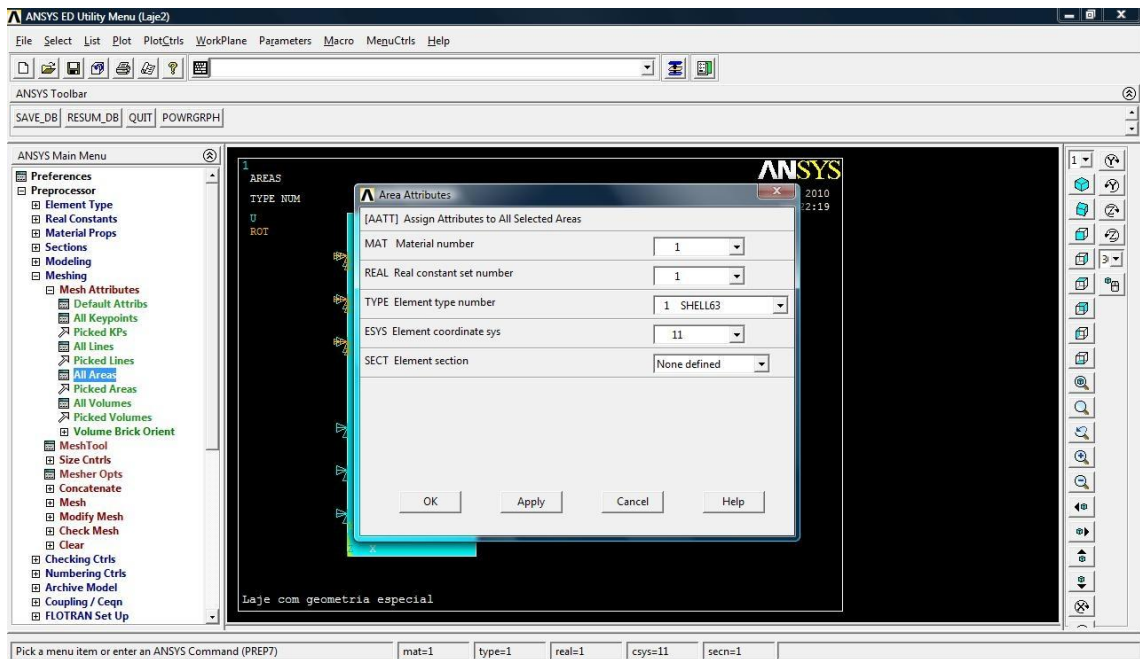


2.5.2. Cria um novo sistema de coordenadas:

- ✓ No “Utility Menu”, ir em “Work Plane”, “Local Coordinate System”, “Create Local CS”, “at WP Origin” para criar um sistema de coordenadas;
- ✓ Na nova janela, inserir:
 - KCN Ref Number of new coord sys **11**
 - KCS Type of coordinate system **Cartesian 0**
- ✓ Clicar em “OK”



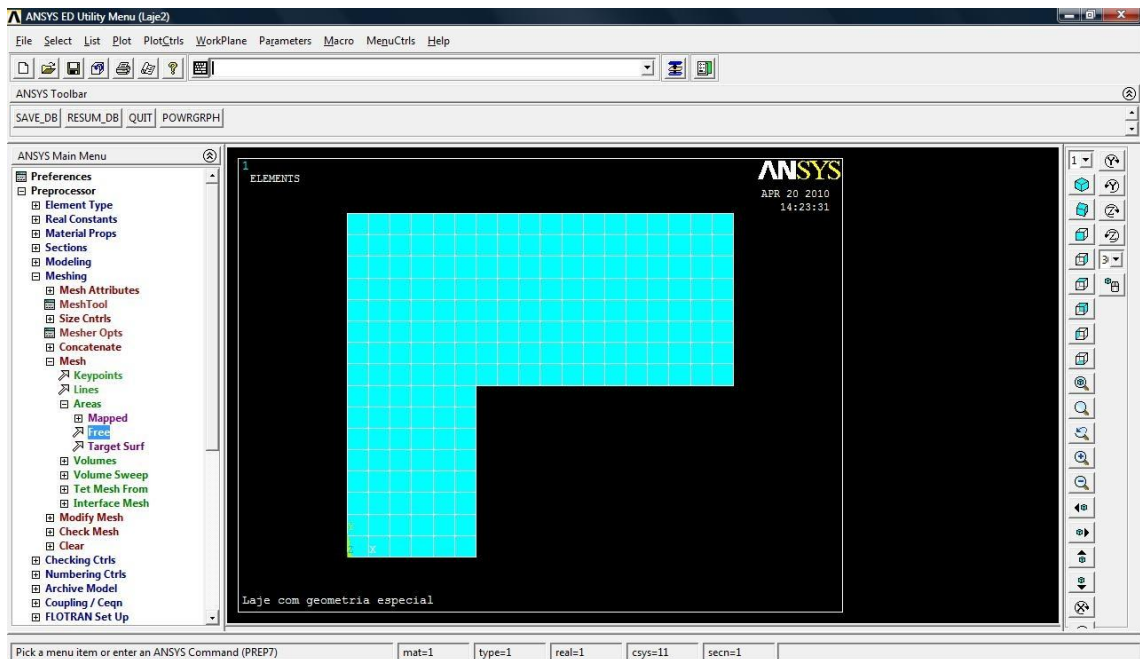
- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Meshing”, “Mesh Attributes”, “All Areas”;
- ✓ Selecionar:
 - ESYS Element coordinate sys **11**
- ✓ Clicar em “OK”



F

2.6. Gera a malha de elementos finitos:

- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Meshing”, “Mesh”, “Areas”, “Free +”;
- ✓ Selecionar “PICK ALL”;



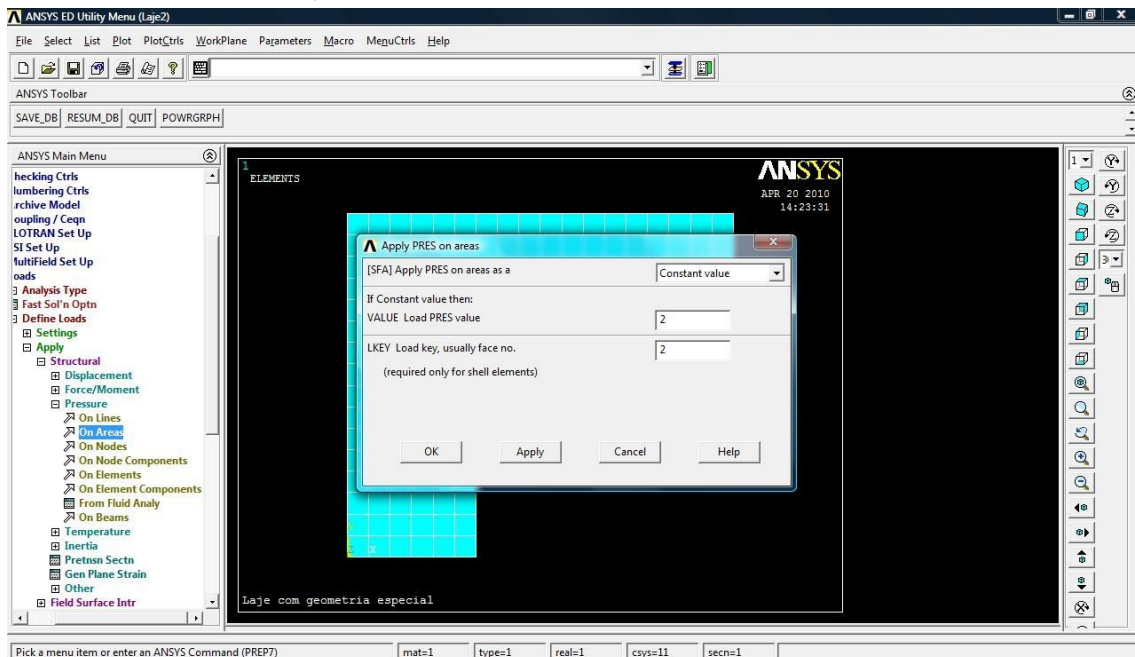
2.6.1. Salvando dados no arquivo Laje2.db

- ✓ No ANSYS Toolbar clicar em “SAVE_DB”.

G

2.7. **Inserir carga distribuída:**

- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Loads”, “Define Loads”, “Apply”, “Structural”, “Pressure”, “On Areas”;
- ✓ Apontar a área 1 e clicar em “OK”;
- ✓ Na nova janela selecionar:
 - VALUE **2**
 - LKEY **2**
- ✓ Clicar em “OK”;



H

3. SOLUÇÃO

- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “Solution” clicar em “Solve”, “Current LS”;
- ✓ Clicar em “OK”.
- ✓ Na janela “Information: Solution is done” clicar em “CLOSE”.

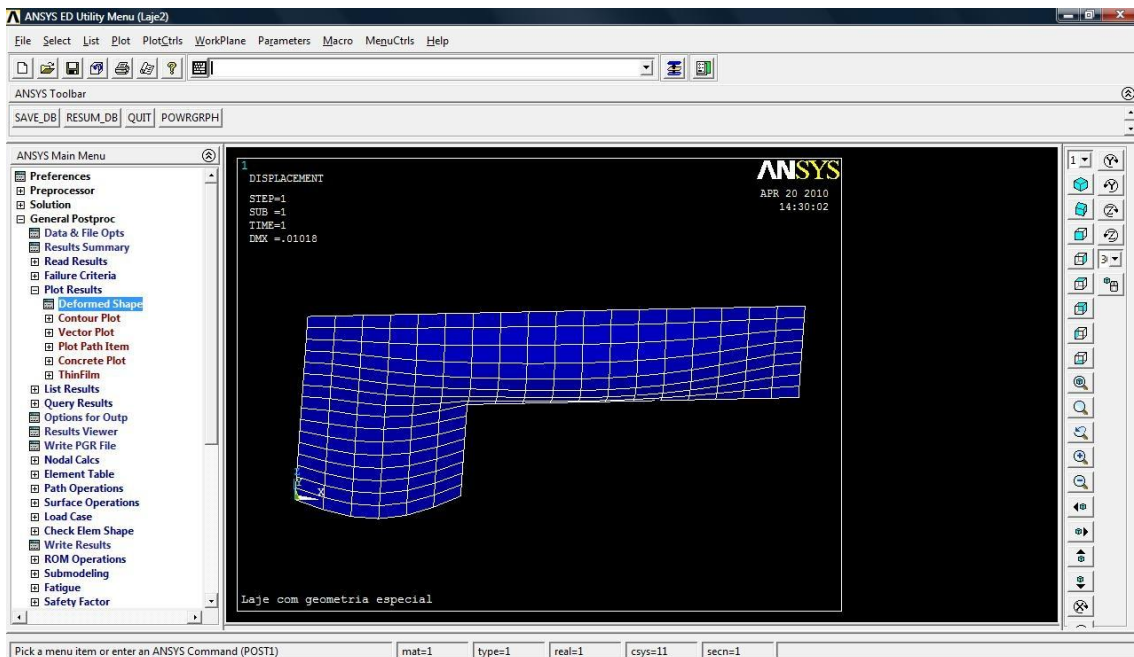
I

4. PÓS PROCESSAMENTO

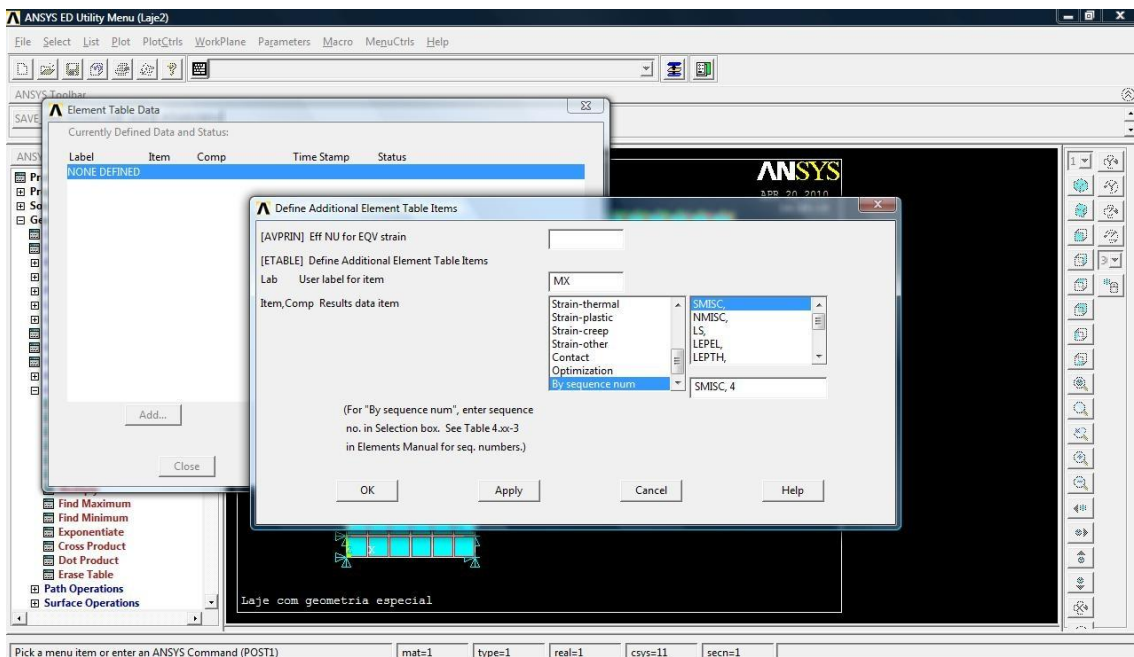
4.1. **Gera, lista e plota os resultados:**

- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Deformed Shape” para visualizar a configuração deformada da estrutura;

- ✓ Na janela “Plot Deformed Shape” clicar em “OK”;

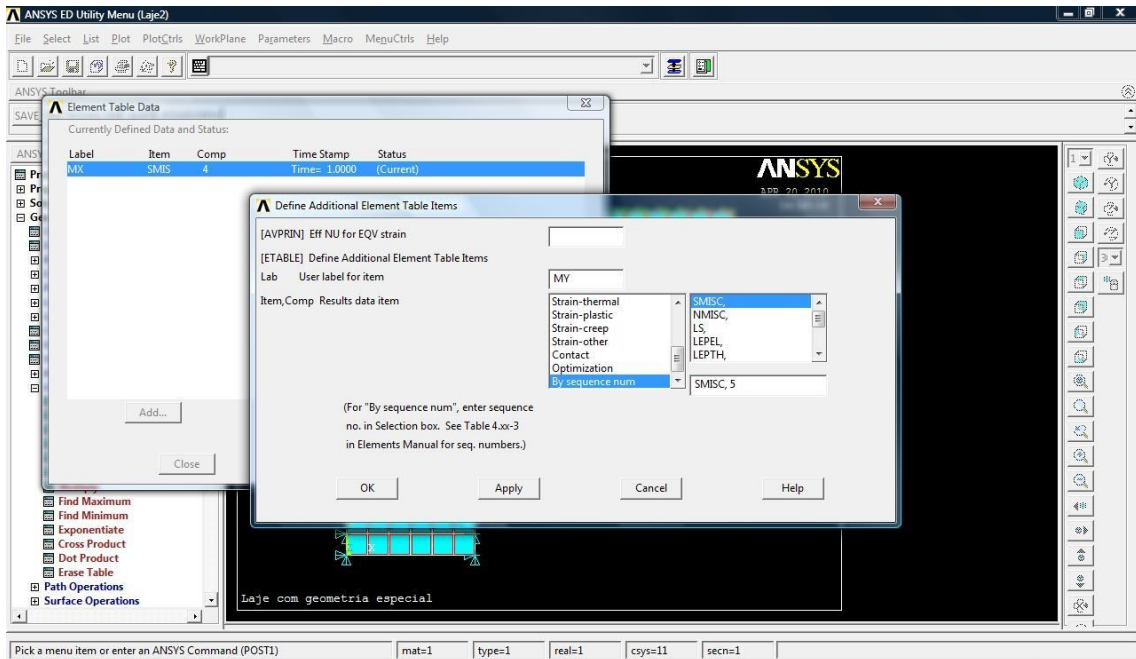


- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Element Table”, “Define Table”, “Add”;
- ✓ Na nova janela, definir (momentos em X):
 - LAB **MX**
 - Item, comp By sequence number **SMISC**
SMISC,4
- ✓ Clicar em “APPLY”.

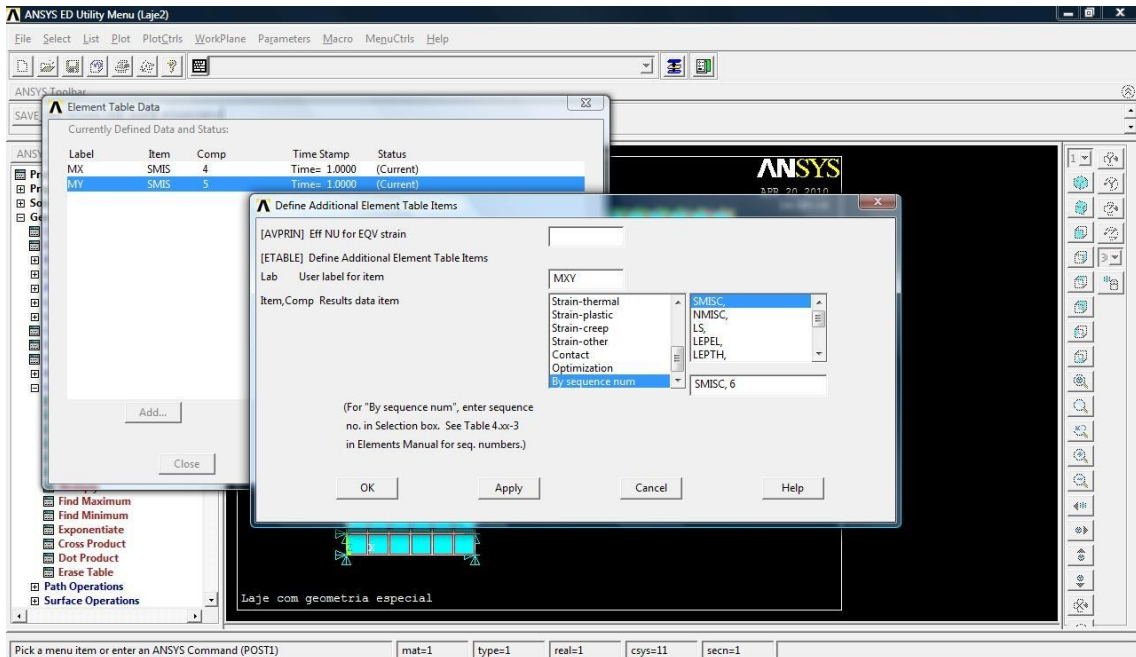


- ✓ Na nova janela, definir (momentos em Y):
 - LAB **MY**

- Item, comp By sequence number **SMISC**
SMISC,5
- ✓ Clicar em “APPLY”.

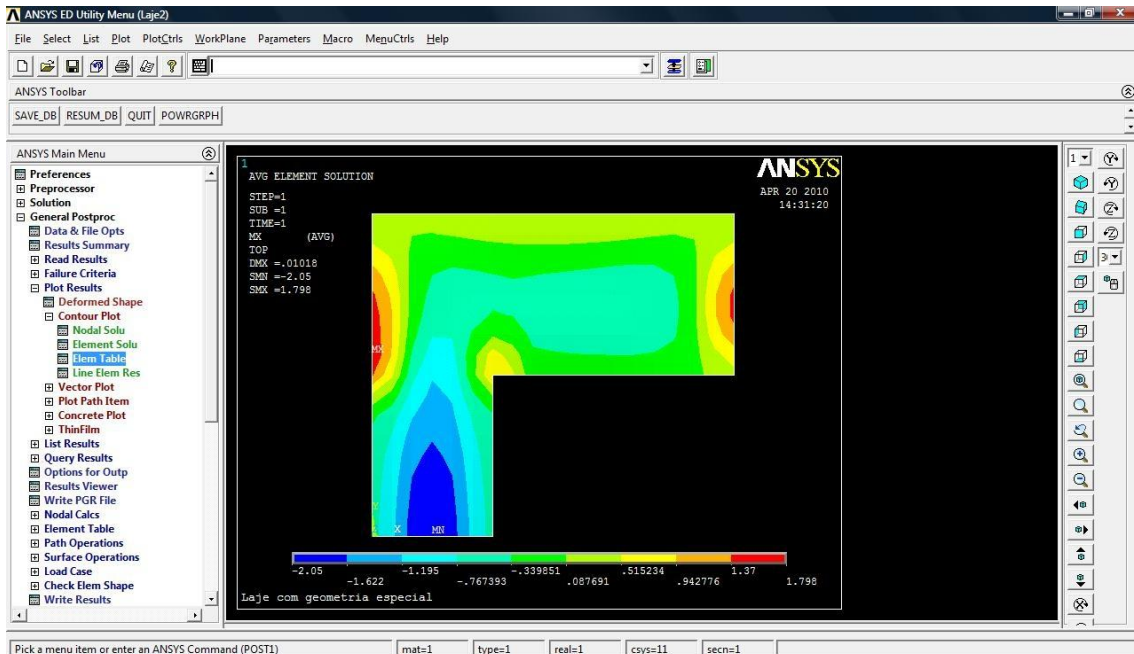


- ✓ Na nova janela, definir:
 - LAB **MY**
 - Item, comp By sequence number **SMISC**
SMISC,6
- ✓ Clicar em “OK”.

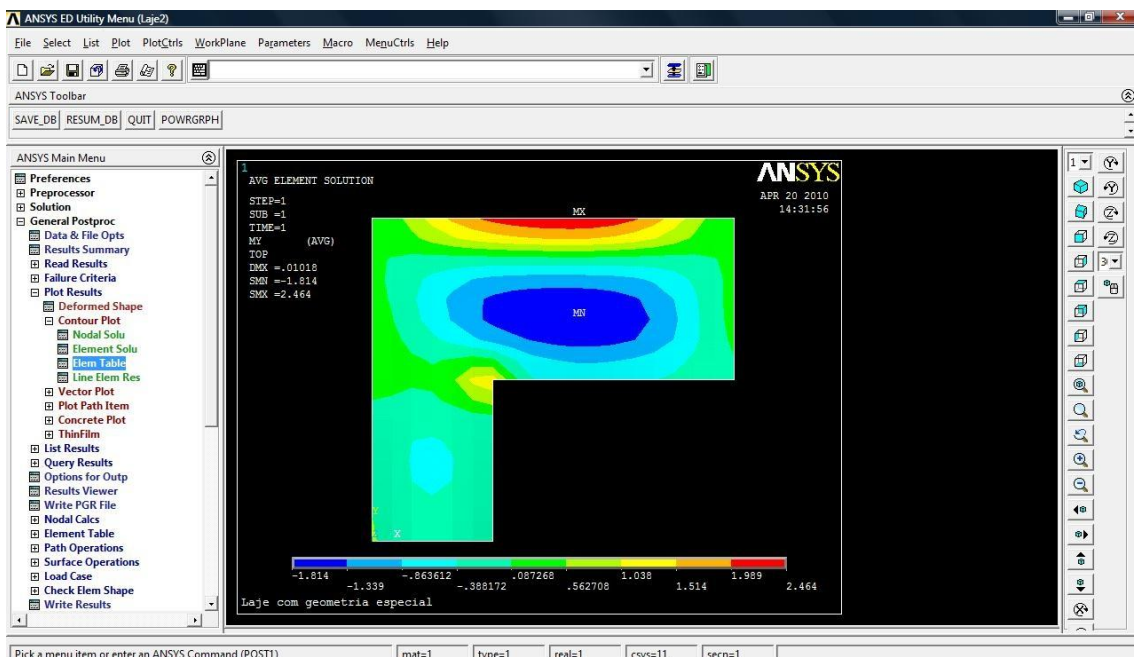


- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Contour Plot”, “Element Table”;

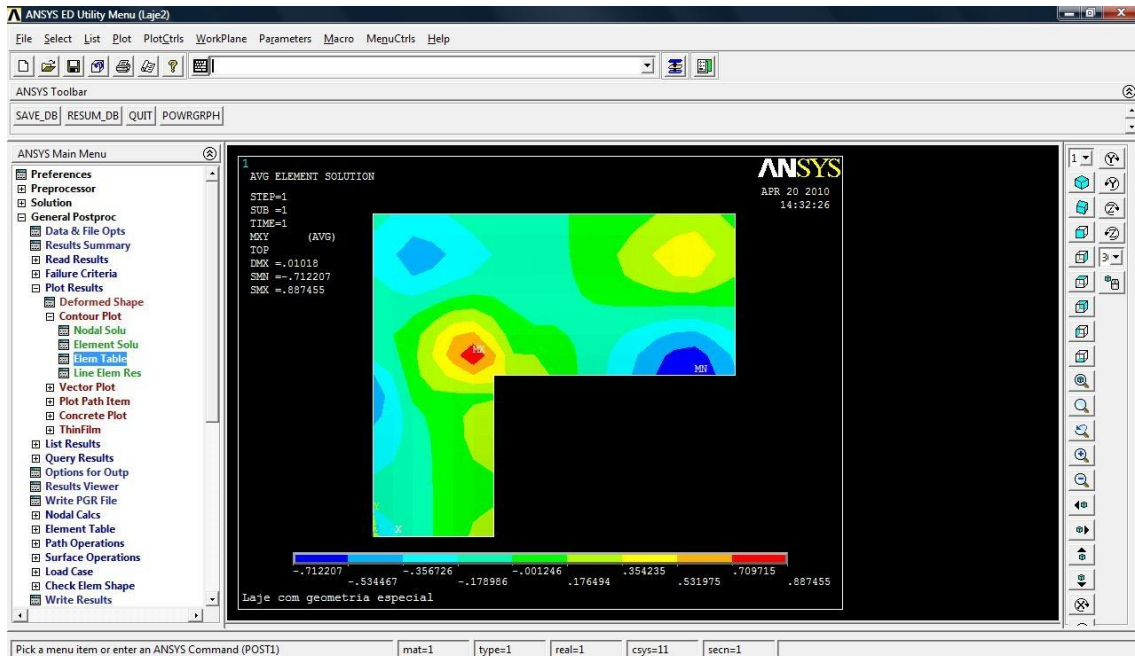
- ✓ Na nova janela selecionar:
 - Itable **MX**
 - Avglab **Yes - average**
- ✓ Clicar em “OK”;



- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Contour Plot”, “Element Table”;
- ✓ Na nova janela selecionar:
 - Itable **MY**
 - Avglab **Yes - average**
- ✓ Clicar em “OK”;



- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Contour Plot”, “Element Table”;
- ✓ Na nova janela selecionar:
 - Itable **MXY**
 - Avglab **Yes - average**
- ✓ Clicar em “OK”;



5. SALVANDO ARQUIVOS E SAINDO DO PROGRAMA:

- ✓ No ANSYS Tollbar, clicar em “SAVE_DB” para salvar no Data Base;
- ✓ Ainda no ANSYS Toolbar, clicar em “QUIT”;
- ✓ Na nova janela, selecionar a opção “Save everything” e clicar em “OK”.

RESULTADOS

Apresentamos a seguir os resultados obtidos para o problema proposto. O momento m_x é o momento que flexiona as fibras paralelas ao eixo local x_l , que neste caso corresponde ao eixo local x_g . O momento m_y , por sua vez, é o momento que flexiona as fibras paralelas ao eixo local y_l , que neste caso corresponde ao eixo local y_g . Salientamos que o programa ANSYS, ao plotar os esforços, considera a notação americana, onde os esforços são plotados conforme o sentido do eixo. Esta não é a notação usual para os padrões da engenharia civil brasileira, portanto, os momentos fletores obtidos pelo ANSYS apresentam sinais contrários aos por nós considerados.

Nesta análise foi utilizado um modelo com 192 elementos finitos. Com o aumento do número de elementos, ou seja, refinamento da malha é possível melhorar ainda mais os resultados.

A tabela a seguir apresenta a comparação entre os resultados apresentados pelo Prof^o Antônio Stramandinolli utilizando as tabelas de Czerny e os resultados obtidos para a nossa análise.

PAINEL INFERIOR				
	Momento no centro (tf.m/m)			No bordo livre (tf.m/m)
	M_X	M_Y	M_{XY}	M_{XR}
Tab. Czerny*	1,66	0,44	1,24	2,12
ANSYS	1,788	0,461	0,530	2,05

PAINEL SUPERIOR ESQUERDO					
	Momento no centro (tf.m/m)		Momento nos bordos engastados (tf.m/m)		
	M_X	M_Y	M_{ex}	M_{ey}	M_{er}
Tab. Czerny*	1,09	0,32	-2,00	-1,48	-4,21
ANSYS	0,649	0,845	-1,582	-1,450	-1,862

PAINEL SUPERIOR DIREITO					
	Momento no centro (tf.m/m)		Momento nos bordos engastados (tf.m/m)		
	M_X	M_Y	M_{ex}	M_{ey}	M_{er}
Tab. Czerny*	0,62	2,09	-2,55	-3,68	-8,90
ANSYS	0,703	1,781	-1,581	-2,456	-2,052

* Extraído do material do Prof^o Antônio Stramandinolli.