



**2010**

**Método dos  
Elementos  
Finitos Aplicados à  
Engenharia de  
Estruturas**



**Prof<sup>a</sup>. Mildred B. Hecke  
Universidade Federal do Paraná  
Versão 1.0.0.0**



**VIGAS COM CARGA DISTRIBUÍDA  
E PESO PRÓPRIO**

## VIGAS COM CARGA DISTRIBUÍDA E PESO PRÓPRIO

### INTRODUÇÃO

Nesta aula, trabalharemos com elementos de barras bidimensionais, procurando-se apresentar o uso de alguns elementos disponíveis no programa ANSYS através de exemplos práticos.

Através do seguinte exemplo didático, apresentado por R. J. ROARK na referência Formulas for Stress and Strain, 4th Edition, Mc Graw-Hill Book Co, página 109, pretendemos demonstrar como determinar os esforços a que está submetida uma viga esquematizada na figura abaixo, quando submetida inicialmente apenas a ação do peso próprio, e em seguida limparemos a memória, para após a recuperação dos dados gravados anteriormente aplicar uma carga distribuída ao longo da viga.

### PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS

- Vão =  $L = 100$  in;
- Seção transversal retangular:
  - $b = 2$  in;
  - $h = 2$  in;
- Área da seção transversal =  $4$  in<sup>2</sup>;
- $I_Z =$  Inércia =  $1.3333$  in<sup>4</sup>;
- Aceleração da gravidade =  $g: 386.4$  in/sec<sup>2</sup>.

### PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

- Módulo de elasticidade do material =  $E: 30E6$  psi;
- Massa específica =  $\rho: 0.00073$  lb-sec<sup>2</sup>/in<sup>4</sup>;

OBS: No comando DENS deve ser fornecida a massa específica.

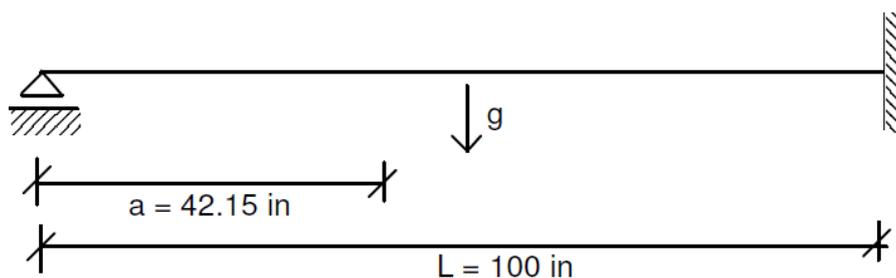


Figura 1 – Esquema da viga a ser analisada.

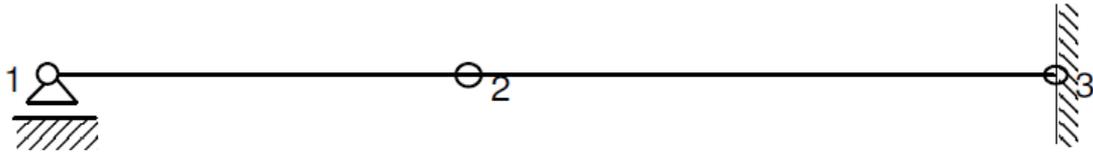


Figura 2 – Malha de elementos finitos – Numeração dos nós.

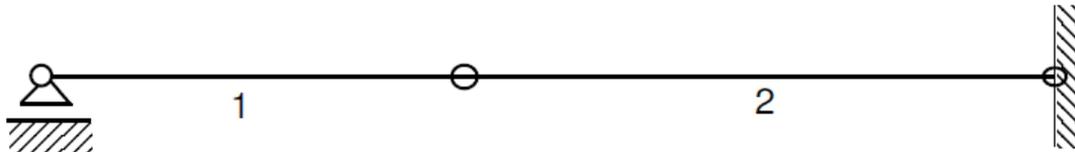


Figura 3 – Malha de elementos finitos – Numeração dos elementos.

## ANEXO

### A) BEAM 3 – Elemento de viga bidimensional elástica.

#### i. Descrição do elemento BEAM 3:

BEAM3 é um elemento uniaxial, bidimensional, linear com capacidades de atuar na tração, compressão e flexão. O elemento tem 3 graus de liberdade por nó, sendo elas, 2 translações segundo os eixos x e y, e 1 rotação em torno do eixo z.

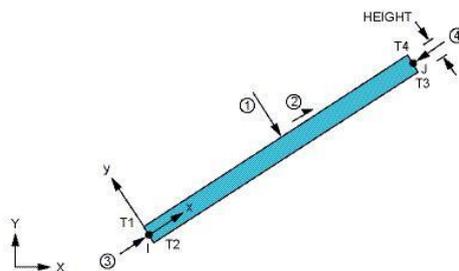


Figura 4 – Elemento BEAM 3.

#### ii. Características do elemento BEAM 3:

- a. Nome na biblioteca do ANSYS ED 9.0: BEAM 3;
- b. Nós: 2 (i – j);
- c. Graus de liberdade: 3 DOF - UX, UY e ROTZ, duas translações segundo os eixos x e y e uma rotação ao redor do eixo z;

- KEYOPT (6) = 0 No printout of member forces and moments;

- 1 Print out member forces and moments in the element coordinate system;
- KEYOPT (9) = N usado para informar o número N de pontos intermediários entre os nós i e j que se solicitam os resultados (cabo);
- Propriedades dos Materiais: Comando MP, label, NSET, valor onde label é:
  - EX = Módulo de Elasticidade Longitudinal ou de Young:  $E_{xx}$ ;
  - G = Módulo de Elasticidade Transversal;
  - ALPX = Coeficiente de dilatação térmica;
  - DENS = Densidade;
- Constantes Geométricas;
  - $R_1$  = Área da seção transversal A;
  - $R_2$  = Momento de inércia  $I_z$ ;
  - $R_3$  = Espessura na direção y.
- Cargas:
  - Admite prescrição nos deslocamentos: comandos D, DSYM e DK;
  - Admite cargas concentradas nos nós: comandos F, FK;
  - Admite cargas distribuídas no elemento: comandos SFBEAM, label PRESS;
  - Para a inserção de cargas de inércia (por exemplo, o peso próprio), utilizar ACEL.
    - LOADKEY: 1 – sentido ij; direção – y normal;
    - LOADKEY: 2 – sentido ij; direção + x tangente;
    - LOADKEY: 3 – sentido i; direção + x axial;
    - LOADKEY: 4 – sentido j; direção – x axial.
- Resultados: (os mais importantes fornecidos pelo programa)
  - Deslocamentos e deformações;

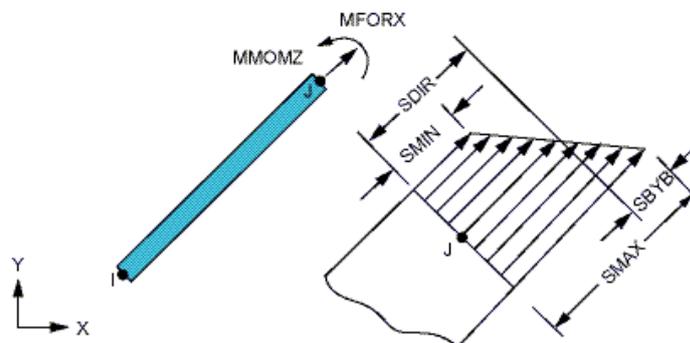


Figura 5 – Resultados fornecidos.

- i. Deslocamentos e deformações: Para o KEYOPT(9)=0
  1. Esforço normal nas barras;
    - a. Nó inicial NXI=SMISC(1)
    - b. Nó final NXJ=SMISC(7)
  2. Esforço cortante;

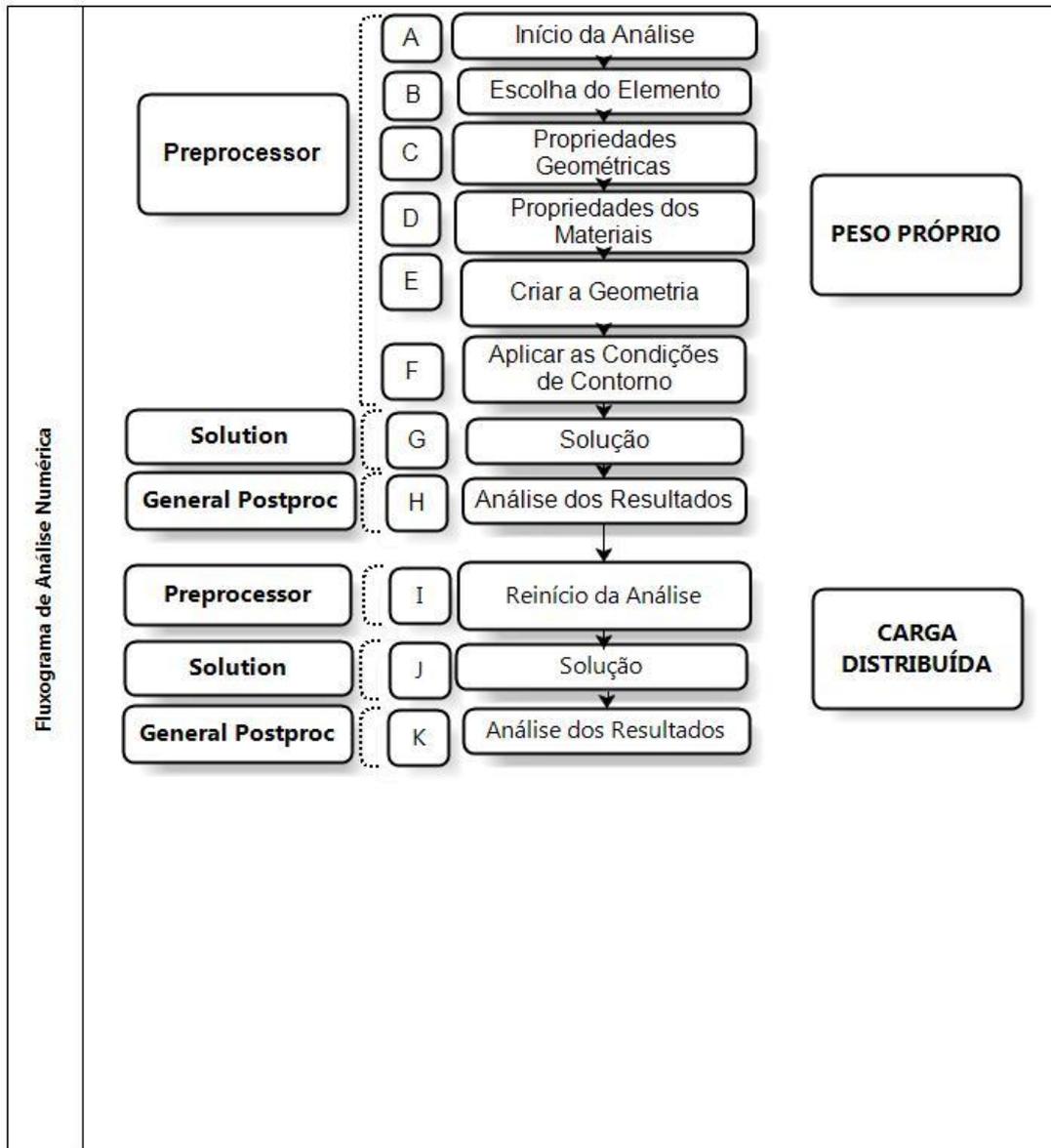
- a. Nó inicial QYI=SMISC(2)
    - b. Nó final QYJ=SMISC(8)
  - 3. Momentos Fletores;
    - a. Nó inicial MZI=SMISC(6)
    - b. Nó final MZJ=SMISC(12)
- ii. Deslocamentos e deformações: Para o KEYOPT(9)=1
  - 1. Esforço normal nas barras;
    - a. Nó inicial NXI=SMISC(1)
    - b. Nó IL intermediário: NX1=SMISC(7)
    - c. Nó final NXJ=SMISC(13)
  - 2. Esforço cortante direção  $y_i$ ;
    - a. Nó inicial QYI=SMISC(2)
    - b. Nó IL intermediário: QY1=SMISC(8)
    - c. Nó final QYJ=SMISC(14)
  - 3. Momentos Fletores em torno do eixo  $z_i$ ;
    - a. Nó inicial MZI=SMISC(6)
    - b. Nó IL intermediário: MZ1=SMISC(12)
    - c. Nó final MYJ=SMISC(17)
- iii. E assim por diante para o KEYOPT(9) = 3, 5, 7 e 9
  - o Tensões:

Nomes da tensões	<u>ETABLE</u> e <u>ESOL</u>			
	Item	E	I	J
SDIR	LS	-	1	4
SBYT	LS	-	2	5
SBYB	LS	-	3	6
SMAX	NMISC	-	1	3
SMIN	NMISC	-	2	4

- Restrições:
  - o Comprimento do elemento deve ser positivo;
  - o Área da seção transversal não deve ser negativa;

## RESOLUÇÃO

O procedimento de resolução pode ser demonstrado no seguinte fluxograma:



## A) VIGA COM PESO PRÓPRIO

A

### 1. INÍCIO DA ANÁLISE

#### 1.1. *Introduz o título do problema a ser resolvido:*

- ✓ No ANSYS Utility Menu clicar em file e acessar a opção “Change Title...”;
- ✓ Na nova janela que aparecer, digitar novo título: “**Exemplo – Viga sob ação do peso próprio**”;
- ✓ Clicar em OK.

#### 1.2. *Altera o nome dos arquivos:*

- ✓ No ANSYS Utility Menu clicar em file e acessar a opção “Change Jobname...”;
  - Na nova janela que aparecer, digitar novo nome do arquivo: “**Viga 2D**”;
- ✓ Clicar em OK.

#### 1.3. *Escolhe o tipo de análise que se pretende executar, visando filtrar comandos a serem apresentados na telas de entrada:*

- ✓ No ANSYS Main Menu clicar em “Preferences”;
- ✓ Na nova janela que aparecer, em “Discipline for filtering GUI Topics”, selecionar a opção “Structural”;
- ✓ Clicar em OK.

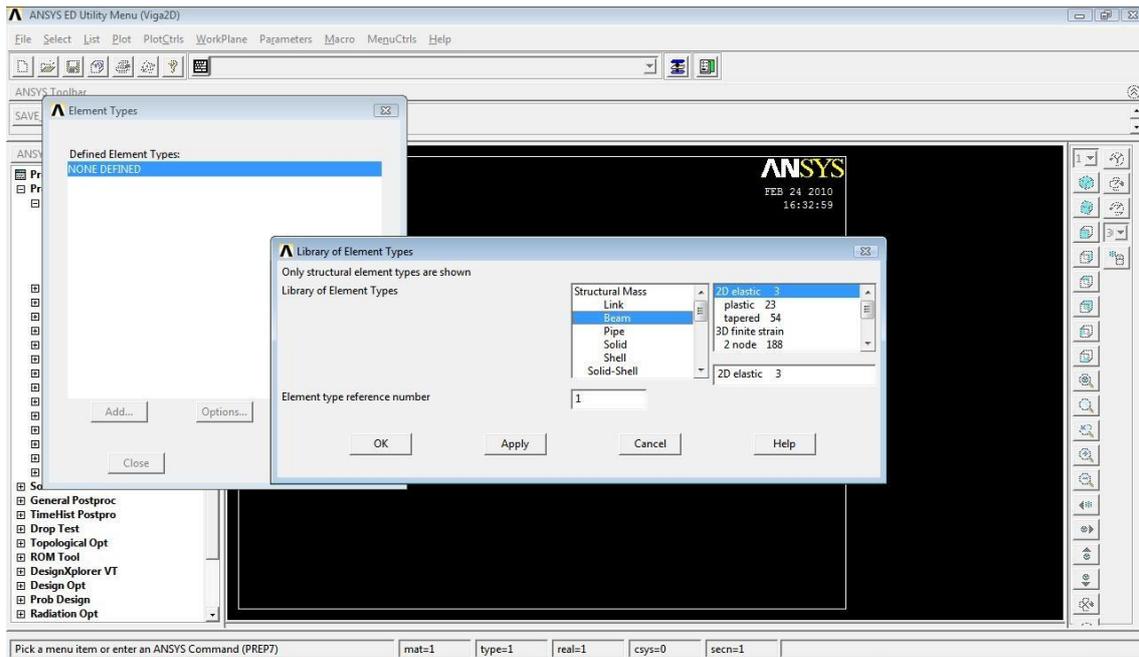
### 2. ENTRA NA FASE DE PRÉ-PROCESSAMENTO

- ✓ No ANSYS Main Menu, clicar em “Preprocessor”.

B

#### 2.1. *Escolhe o tipo de elemento finito que será usado:*

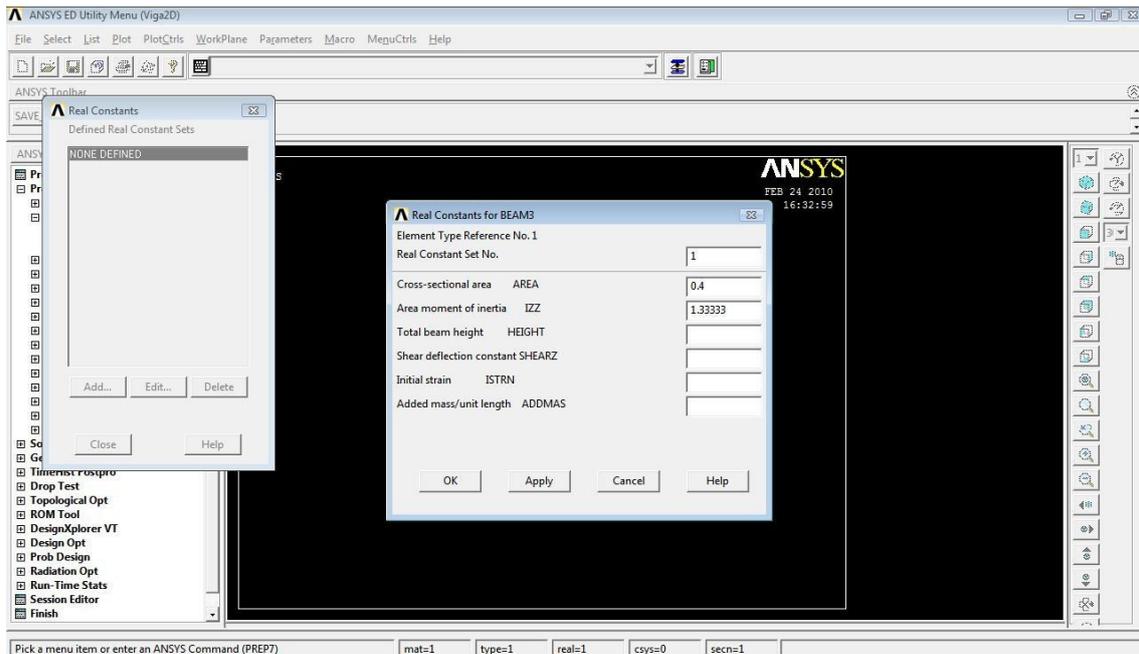
- ✓ Dentro do “Preprocessor”, selecionar “Element Type”;
- ✓ Dentro do “Element Type”, selecionar “ Add/Edit/Delete”;
- ✓ Na nova janela que abrir, clicar em “Add...” para selecionar um novo elemento.
- ✓ Outra janela se abrirá, então no “Library of Element Types” selecionar o elemento “**Structural Beam**”, “**2D Elastic 3**” e clicar em “OK”.



C

## 2.2. **Defina as constantes geométricas:**

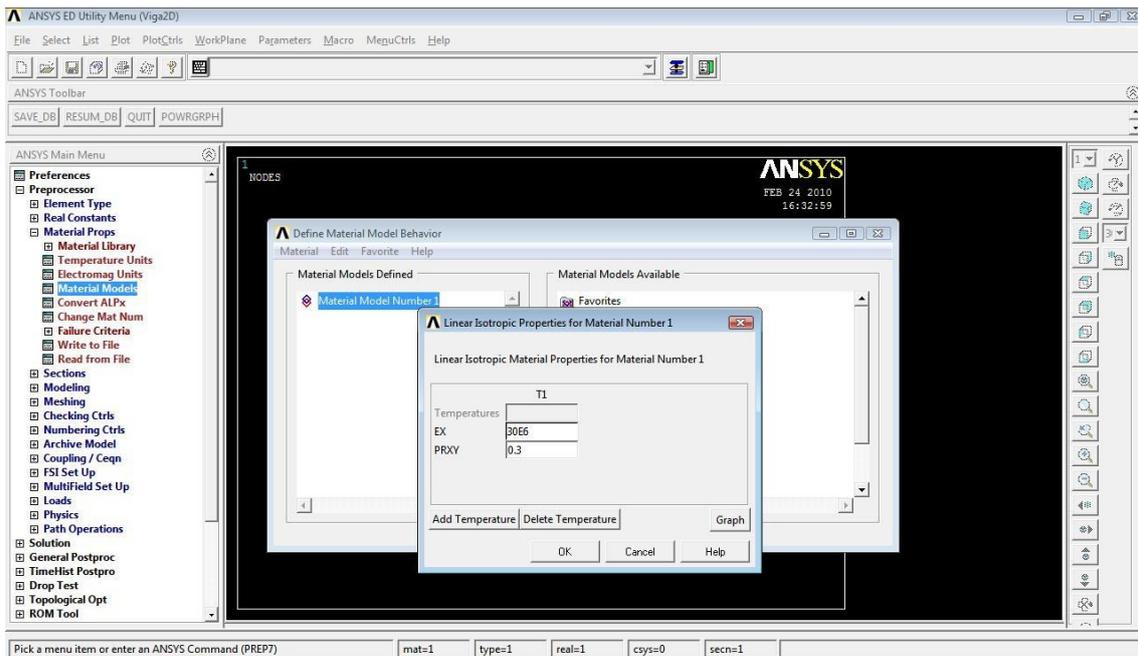
- ✓ Dentro do “Preprocessor”, selecionar “Real Constants”;
- ✓ Dentro do “Real Constants”, selecionar “Add/Edit/Delete”;
- ✓ Na nova janela que abrir, clicar em “Add...”;
- ✓ Uma nova janela se abrirá então selecionar o tipo de elemento em “Choose element type” e clicar em OK;
- ✓ A janela “Real Constants for BEAM 3” irá aparecer. Deve-se inserir:
  - Real Constant Set No. = 1
  - Cross-sectional Area AREA = **0.4**
  - Area moment of inertia IZZ = **1.33333**
- ✓ Clicar em “OK”.
- ✓ Clicar em “CLOSE”.



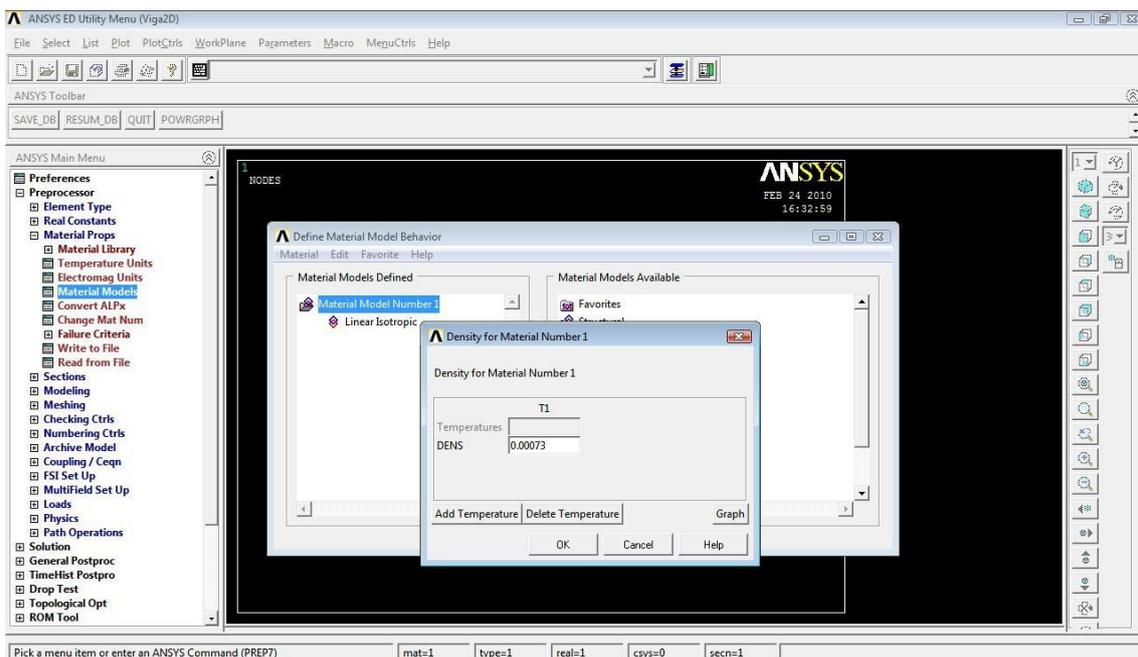
D

### 2.3. **Define as propriedades do material:**

- ✓ Dentro do “Preprocessor”, selecionar “Material Props”;
- ✓ Dentro do “Material Props”, selecionar “Material Models”;
- ✓ Na nova janela que abrir, para o “Material Model Number 1”, no quadro “Material Models Available” selecionar:
  - “Structural>Linear>Elastic>Isotropic”;
- ✓ Dar um duplo clique em “Isotropic”;
- ✓ A janela “Linear Isotropic Material Properties for Material Number 1” ira abrir. Inserir o valor na lacuna “EX” e “PRXY” e clicar em “OK”:
  - EX = **2.07E11**;
  - PRXY = **0.3**;
- ✓ Fechar a janela “Define Material Model Behavior”.



- ✓ Ainda dentro do “Material Props”, na janela “Define Material Props Behavior” selecionar “Structural>Density” e inserir;
  - DENS = 0.00073;



E

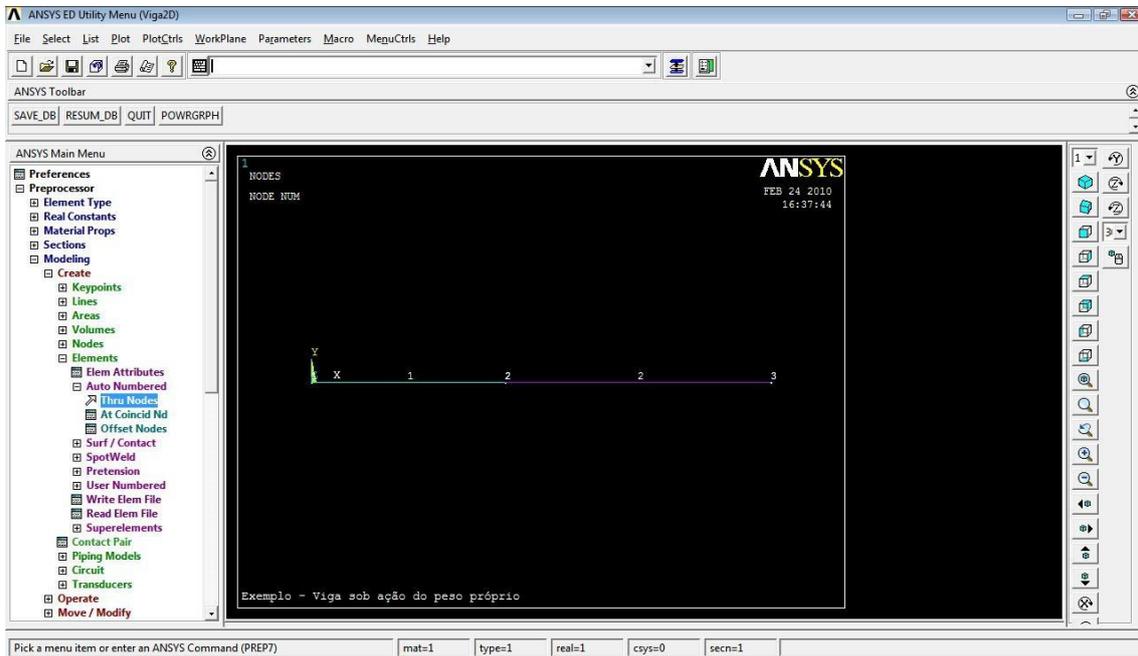
## 2.4. Cria o modelo geométrico:

### 2.4.1. Numera nós e elementos:

- ✓ No ANSYS Utility Menu clicar em “PlotCtrls” e acessar a opção “Numbering”;
- ✓ Na nova janela que aparecer, selecionar:



- ✓ Apontar os nós **1 e 2** e clicar em “APPLY”;
- ✓ Apontar os nós **2 e 3** e clicar em “OK”;



F

## 2.5. Aplicar as condições de contorno:

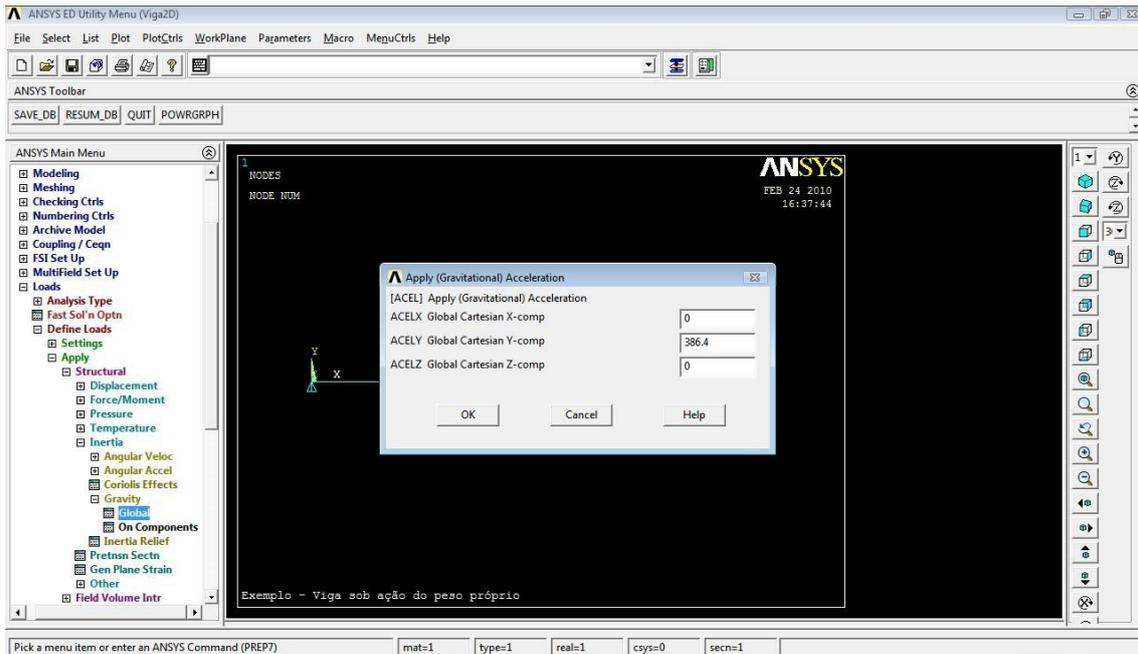
### 2.5.1. Aplicar apoios:

- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Loads”, “Define Loads”, “Apply”, “Structural”, “Displacement”, “On Nodes”;
- ✓ Na nova janela que abrir apontar o nó **3** e clicar em “APPLY”;
- ✓ Outra janela irá aparecer então selecionar no campo “DOFs to be constrained” a opção “**ALLDOF**” e clicar em “APPLY”;
- ✓ Na nova janela que abrir apontar o nó **1** e clicar em “OK”;
- ✓ Outra janela irá aparecer então selecionar no campo “DOFs to be constrained” a opção “**UY**” e clicar em “OK”;

### 2.5.2. Aplicar as cargas:

- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Loads”, “Define Loads”, “Apply”, “Structural”, “Inertia”, “Gravity”, “Global”;
- ✓ Na nova janela [ACEL] inserir:
  - ACELY                      **386.4**
- ✓ Clicar em “OK”.

OBS: para aplicar o peso próprio agindo no sentido contrário ao eixo y, usa-se sinal positivo.



### 2.5.3. Salvando dados no arquivo Viga2D.db

- ✓ No ANSYS Toolbar clicar em “SAVE\_DB”.

G

## 3. SOLUÇÃO

- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “Solution” clicar em “Solve”, “Current LS”;
- ✓ Clicar em “OK”.
- ✓ Na janela “Information: Solution is done” clicar em “CLOSE”.
- ✓ No ANSYS Toolbar clicar em “SAVE\_DB” para salvar os dados mais a solução no arquivo.

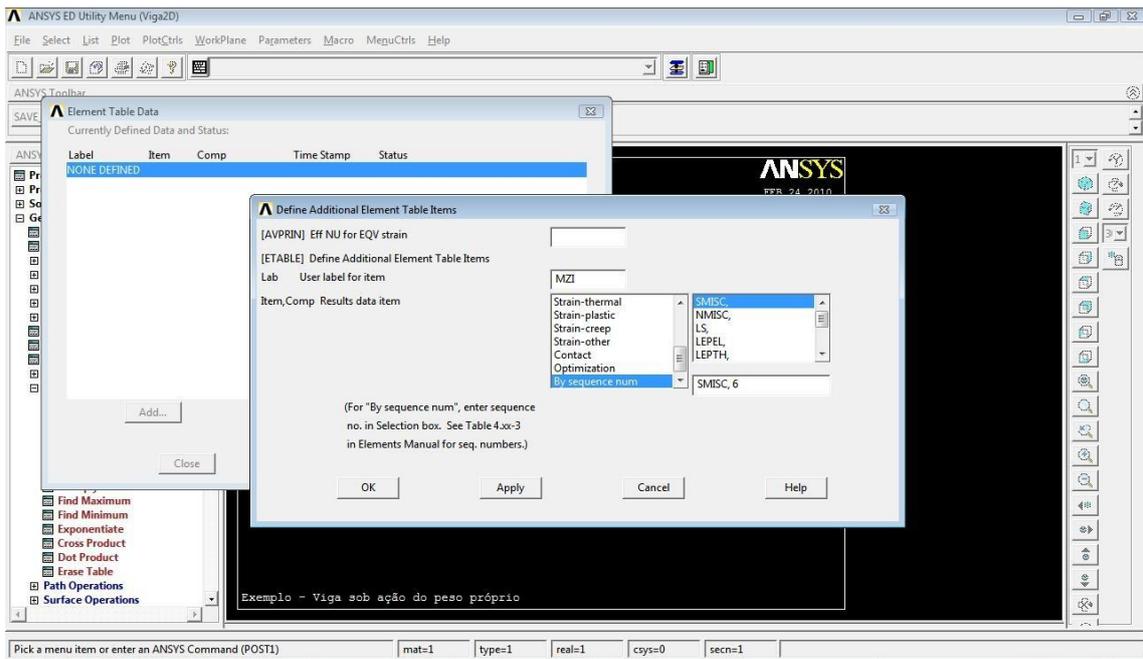
H

## 4. PÓS PROCESSAMENTO

### 4.1. Gera, lista e plota os resultados:

- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Element Table”, “Define Table”, “Add”;
- ✓ Na nova janela, definir:
 

○ LAB	<b>MZI</b>	
○ Item, comp	By sequence number	<b>SMISC</b>
		<b>SMISC, 6</b>
- ✓ Clicar em “APPLY”.



✓ Na nova janela, definir:

○ LAB

**MZJ**

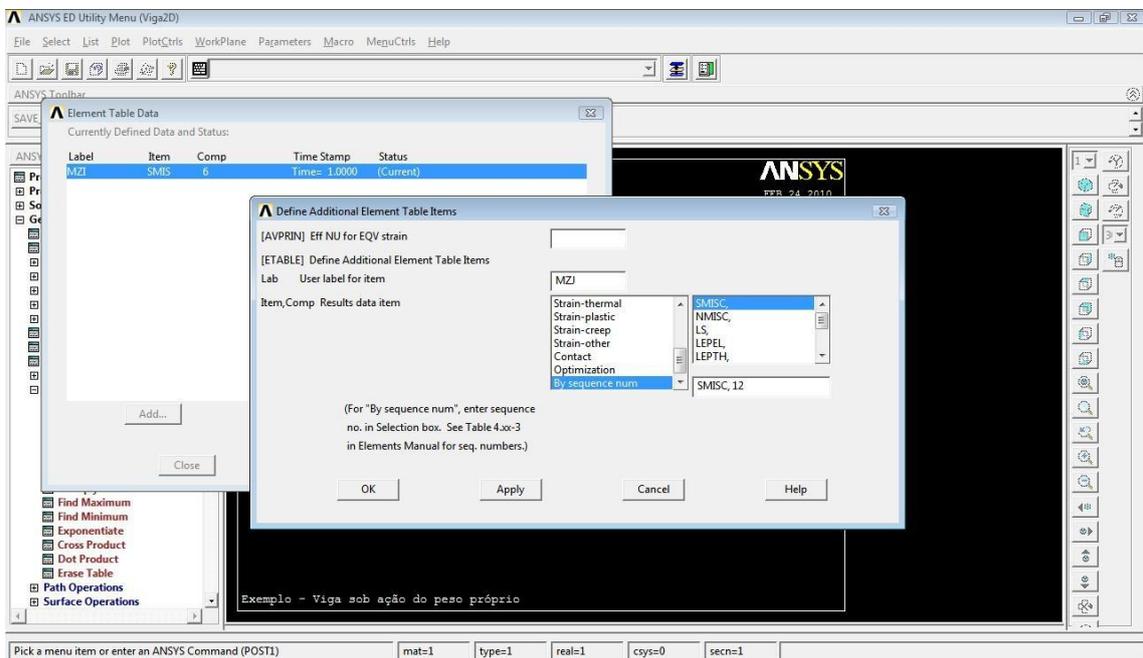
○ Item, comp

By sequence number

**SMISC**

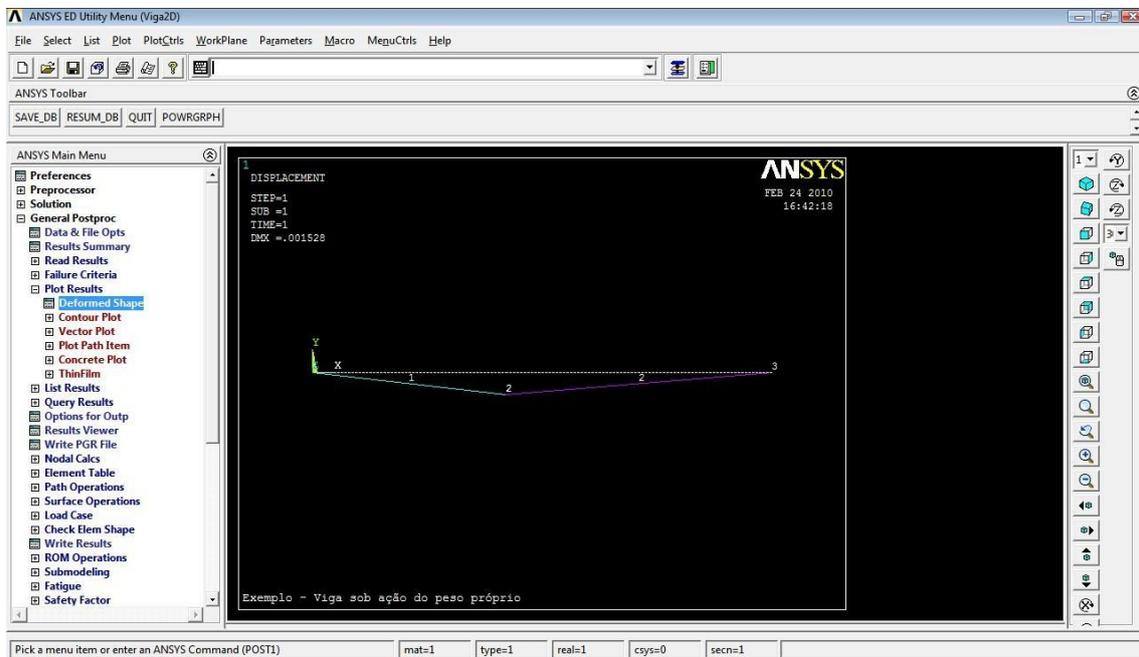
**SMISC, 12**

✓ Clicar em “OK”.

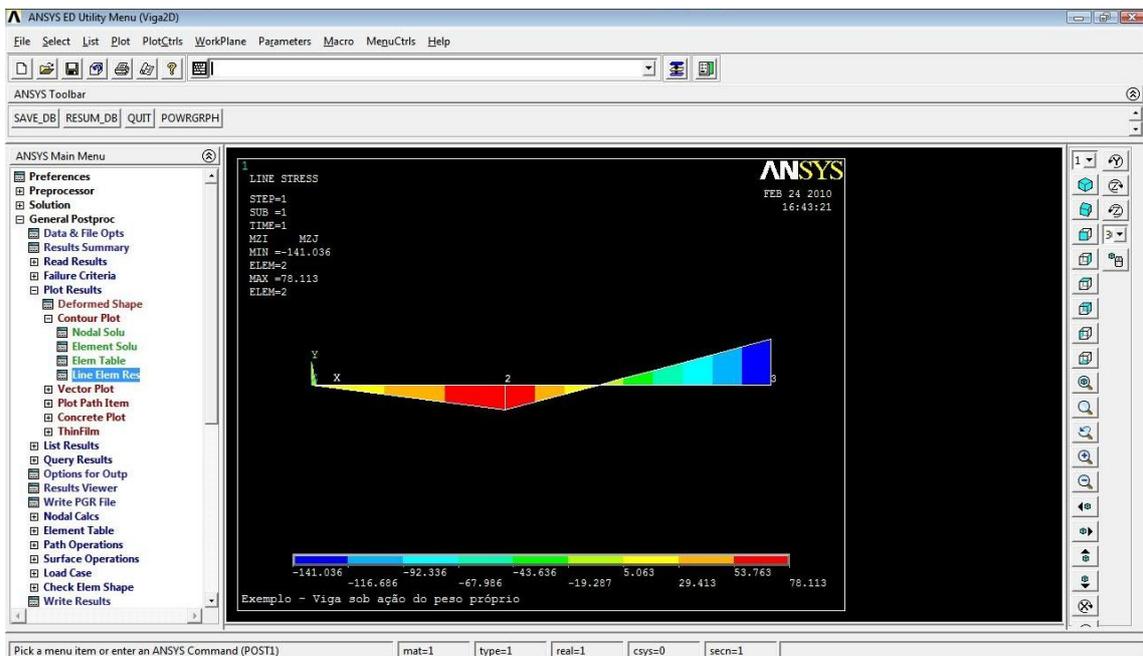
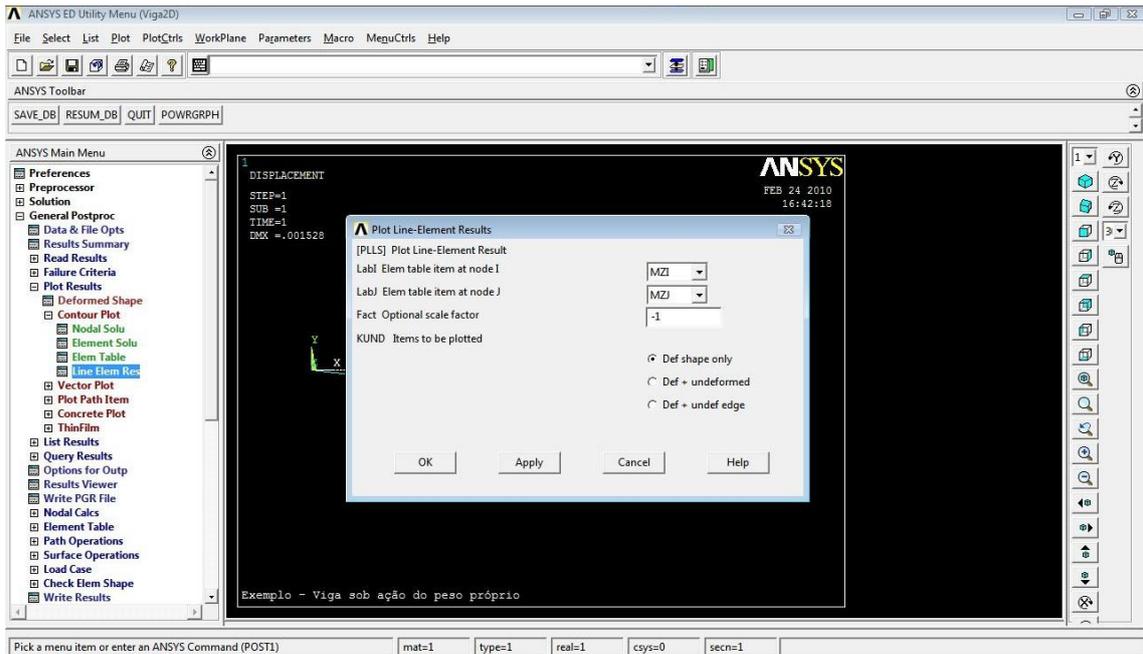


✓ Após, verificar a listagem da tabela e clicar em “CLOSE”.

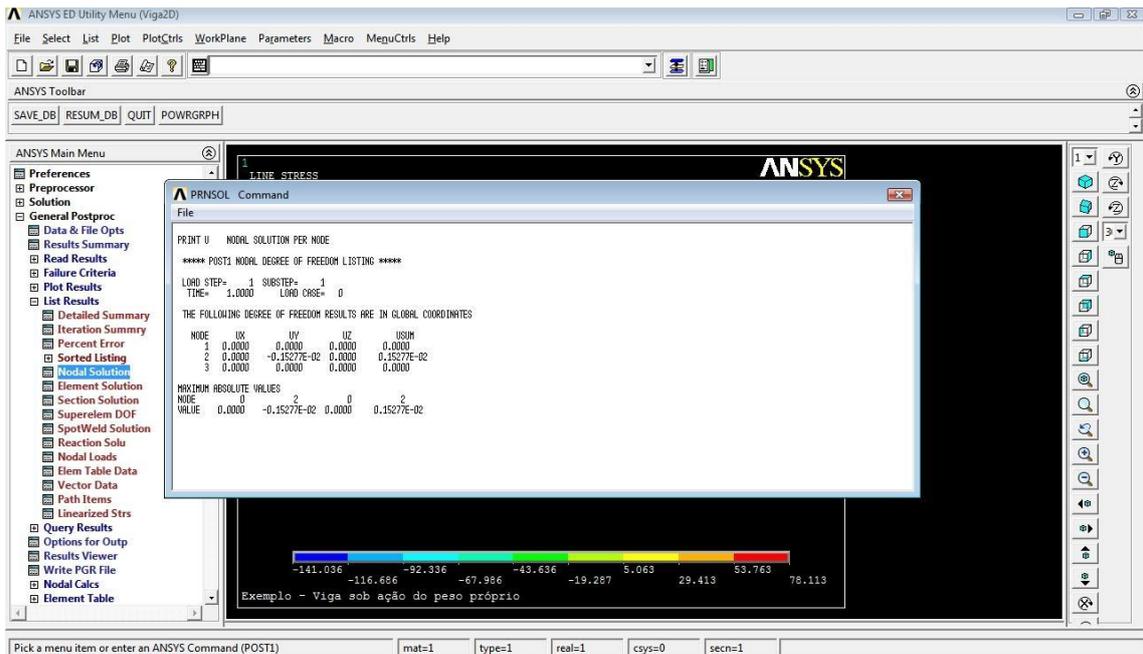
- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Deformed Shape” para visualizar a configuração deformada da estrutura;
- ✓ Na janela “Plot Deformed Shape”, seleccionar a opção “Def+undeformed” e clicar em “OK”;



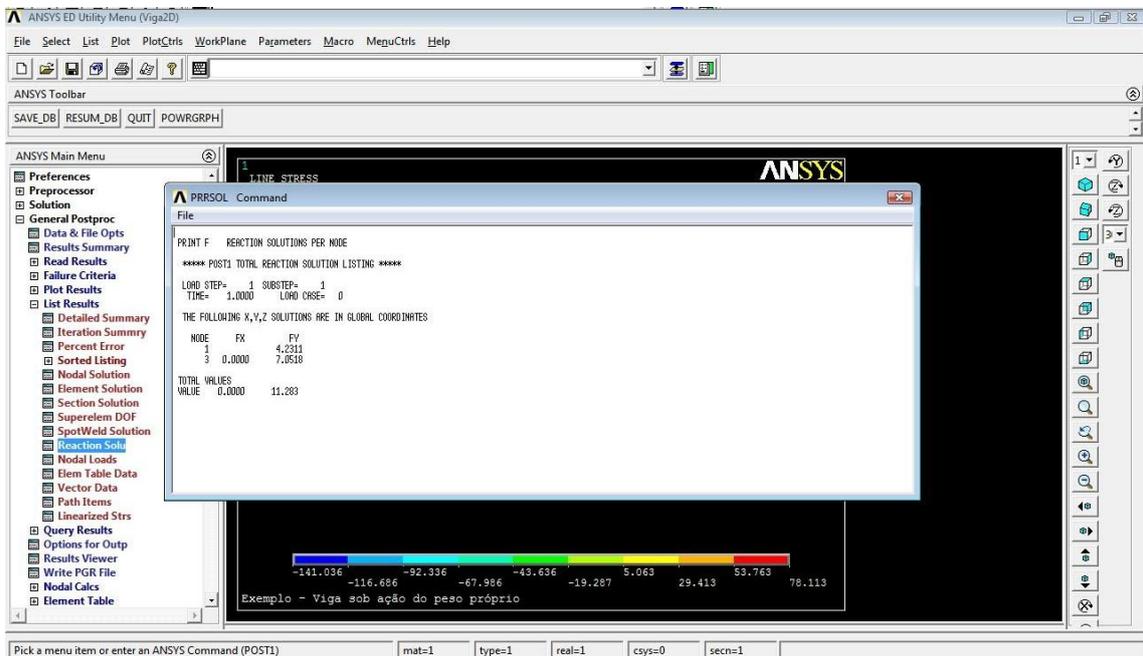
- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Contour Plot”, “Line Elem Res” para plotar os resultados do elemento;
- ✓ Na janela “Plot Line-Element Results”, seleccionar:
  - LABI                    **MZI**
  - LABJ                    **MZJ**
  - Fact                    **-1**
- ✓ Clicar em “OK”;



- ✓ Os resultados aparecerão em uma escala de cores;
- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “List Results”, “Nodal Solution” para listar os deslocamentos dos nós;
- ✓ Inserir na janela que abrir:
  - Item, comp                      DOF solution                      **All U's UCOMP**
- ✓ Clicar em “OK”;

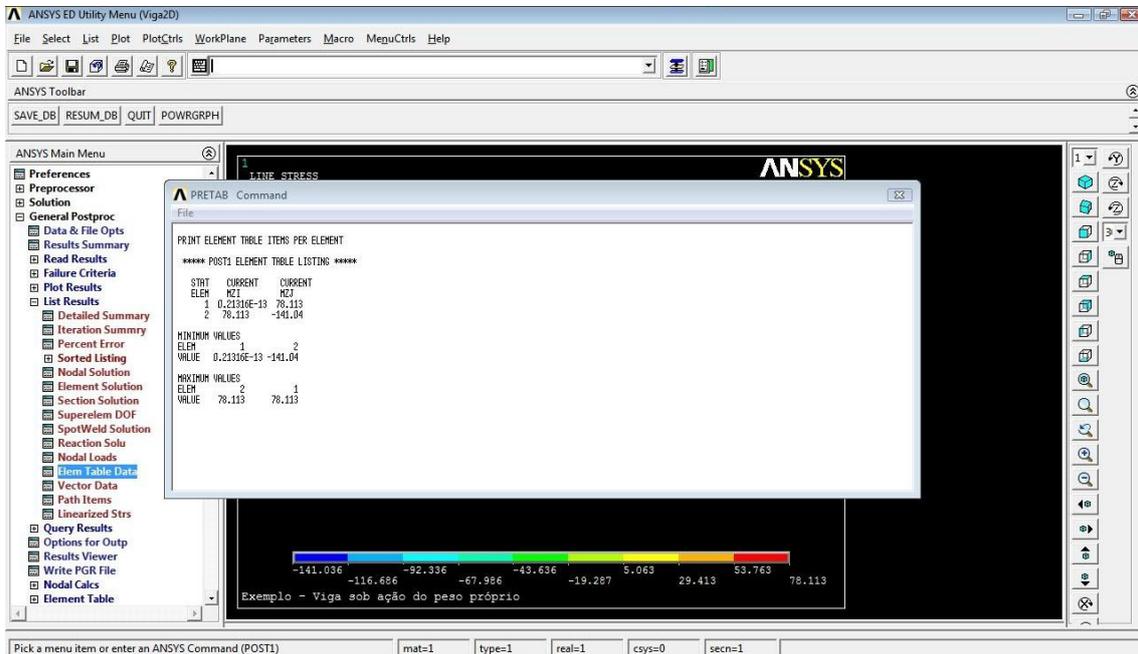


- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “List Results”, “Reaction Solution” para listar as reações nodais;
- ✓ Inserir na janela que abrir:
  - Lab **All Struc Forc F**
- ✓ Clicar em “OK”;



- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “List Results”, “Element Table Data” para listar o conteúdo da tabela obtida como comando “ETABLE” (“Element Table”, definido no início do pós processamento);
- ✓ Na janela “List Element Table Data”, seleccionar:

- Lab 1-9
  - MZI
  - MZJ
- ✓ Clicar em “OK”.



## B) VIGA COM CARGA DISTRIBUIDA

I

### 5. REINÍCIO DA ANÁLISE

#### 5.1. *Limpa memória:*

- ✓ No “ANSYS Utility Menu”, clicar em “File”, “Clear and Start New”;
- ✓ Na nova janela, selecionar “Do Not Read File” e clicar em “OK”;
- ✓ Uma nova janela aparecerá, então confirmar clicando em “Yes”

#### 5.2. *Carrega arquivo previamente salvo:*

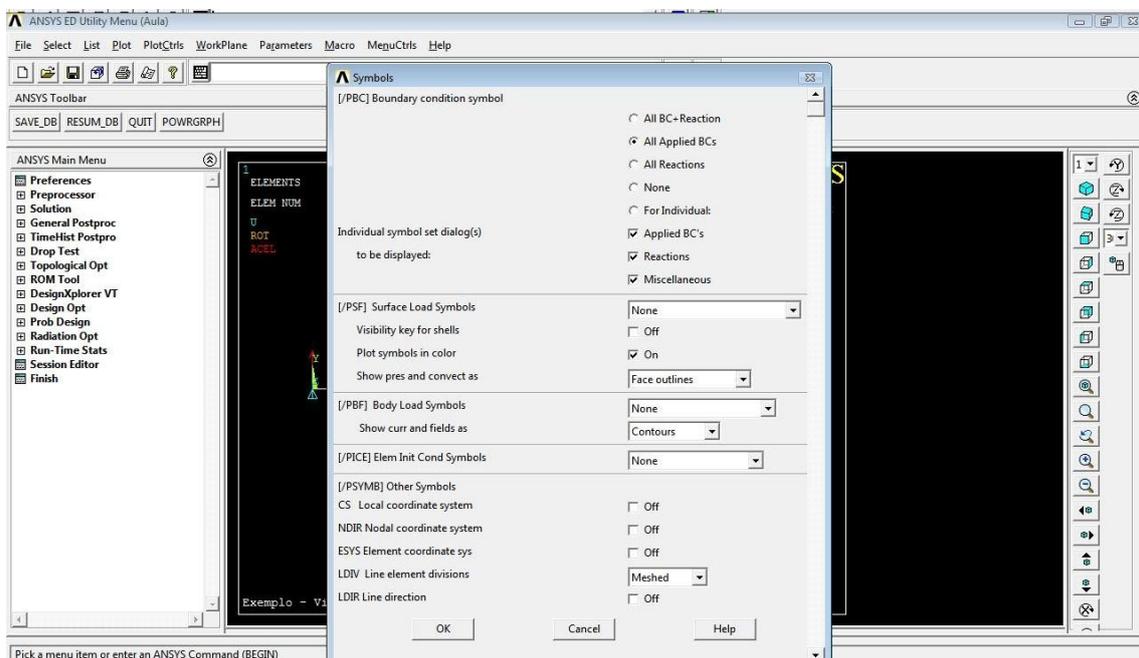
- ✓ No “ANSYS Utility Menu”, clicar em “File”, “Resume from...”;
- ✓ Abrir o arquivo “Viga2D.db”.

#### 5.3. *Introduz o título do problema a ser resolvido:*

- ✓ No ANSYS Utility Menu clicar em file e acessar a opção “Change Title...”;
- ✓ Na nova janela que aparecer, digitar novo título: “**Exemplo – Viga sob ação de carga distribuída**”;
- ✓ Clicar em OK.

#### 5.4. **Numera nós e elementos:**

- ✓ No ANSYS Utility Menu clicar em “PlotCtrls” e acessar a opção “Numbering”;
- ✓ Na nova janela que aparecer, selecionar:
  - NODE Node Numbers **ON**
  - Elem-Attrib numbering **Element Numbers**
- ✓ Clicar em “OK”.
- ✓ No ANSYS Utility Menu clicar em “PlotCtrls” e acessar a opção “Symbol”;
- ✓ Selecionar para “Boundary Condition Symbol” [/PBC]:
  - **All Applied BCs**
- ✓ Clicar em “OK”.



J

## 6. SOLUÇÃO

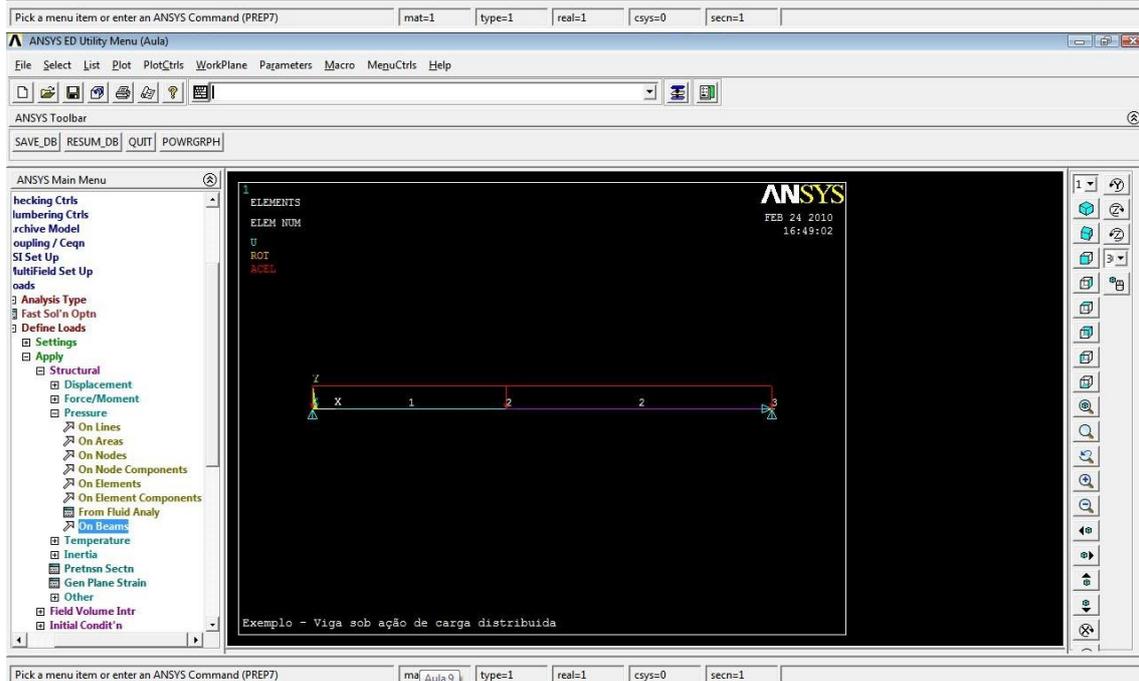
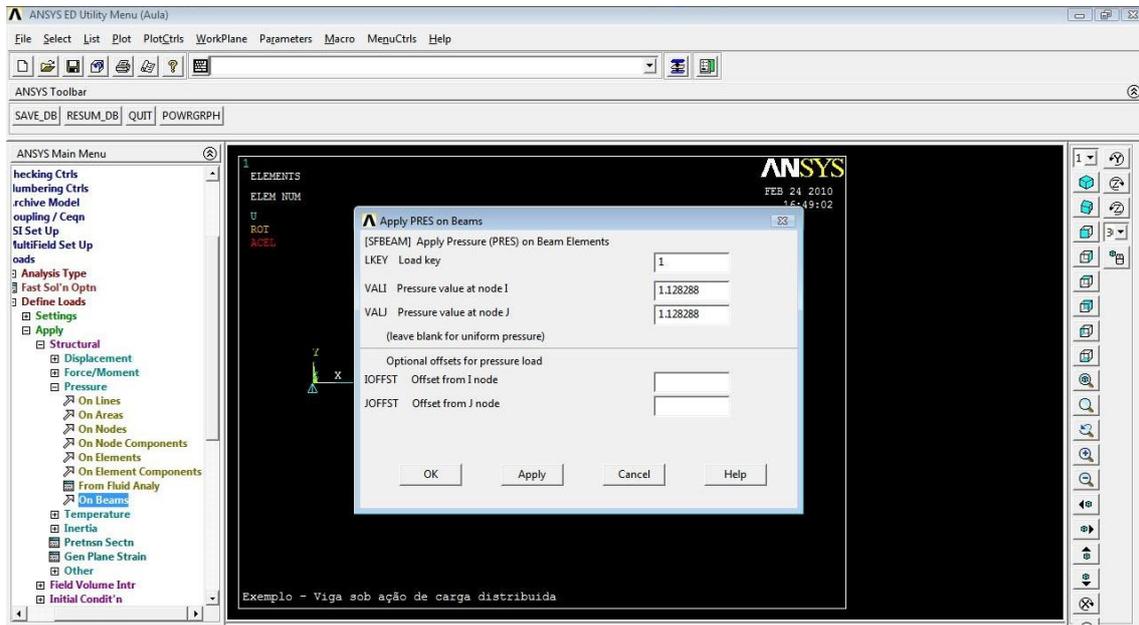
### 6.1. **Modifica carregamento:**

- ✓ No “ANSYS Main Menu” dentro do “Solution” clicar em “Define Loads”, “Delete”, “Structural”, “Inertia”, “Gravity”;
- ✓ Clicar em “OK”, o que tornará zero todos os dados referentes a aceleração.

### 6.2. **Aplica novo carregamento:**

- ✓ No “ANSYS Main Menu” dentro do “Solution” clicar em “Define Loads”, “Apply”, “Structural”, “Pressure”, “On Beams” e inserir:
  - LKEY = 1;
  - VALI = 1.128288;

- VALJ = 1.128288;
- ✓ Clicar em “OK”

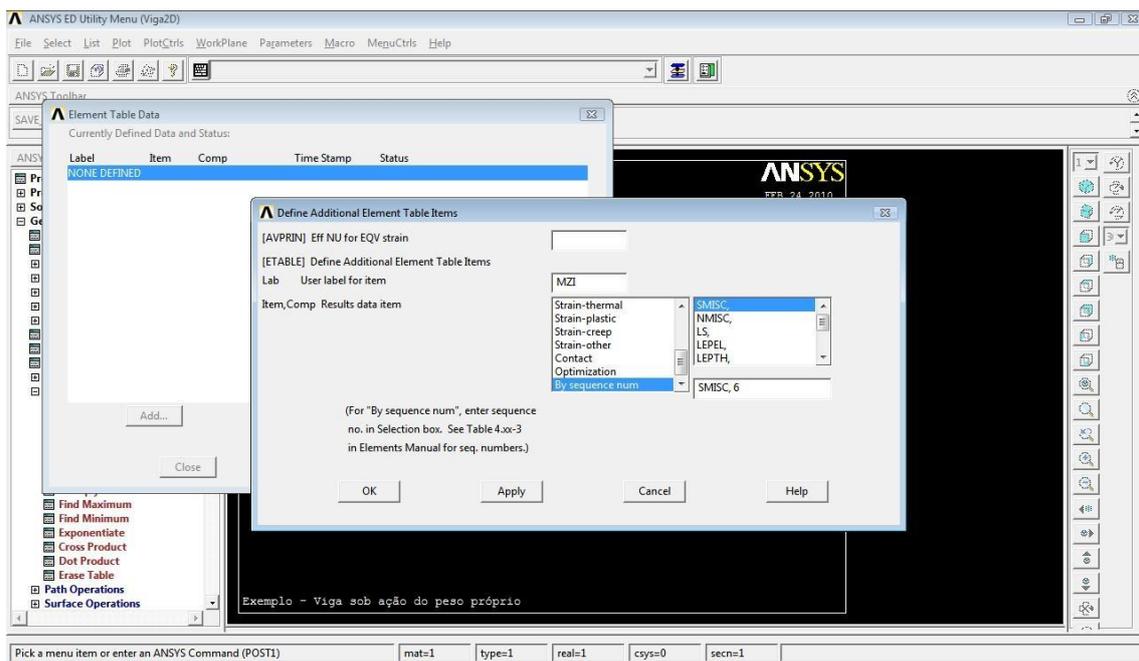


### 6.3. Resolve

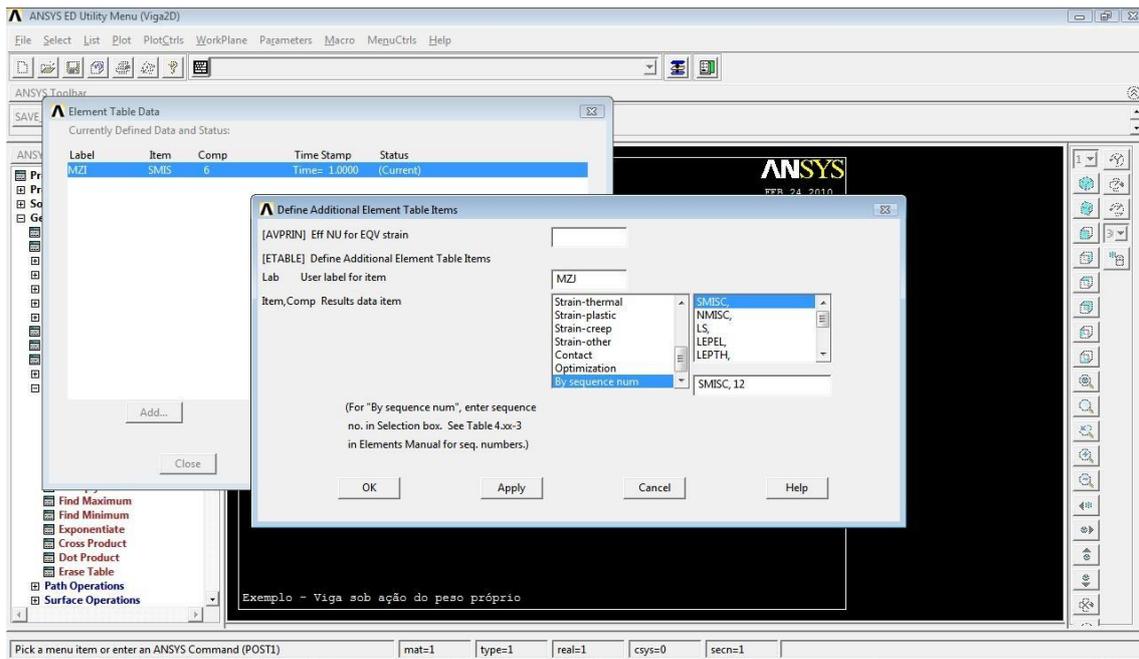
- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “Solution” clicar em “Solve”, “Current LS”;
- ✓ Clicar em “OK”.
- ✓ Na janela “Information: Solution is done” clicar em “CLOSE”.
- ✓ No ANSYS Toolbar clicar em “SAVE\_DB” para salvar os dados mais a solução no arquivo.

## 7. PÓS PROCESSAMENTO

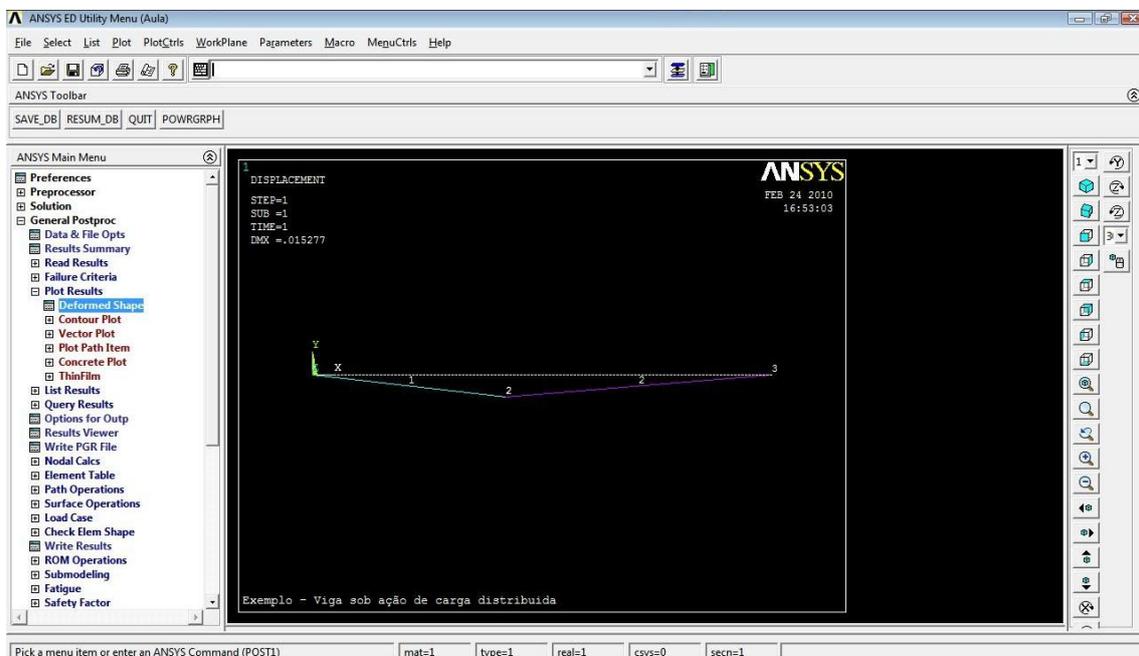
- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Element Table”, “Define Table”, “Add”;
- ✓ Na nova janela, definir:
  - LAB **MZI**
  - Item, comp By sequence number **SMISC**  
**SMISC, 6**
- ✓ Clicar em “APPLY”.



- ✓ Na nova janela, definir:
  - LAB **MZJ**
  - Item, comp By sequence number **SMISC**  
**SMISC, 12**
- ✓ Clicar em “OK”.

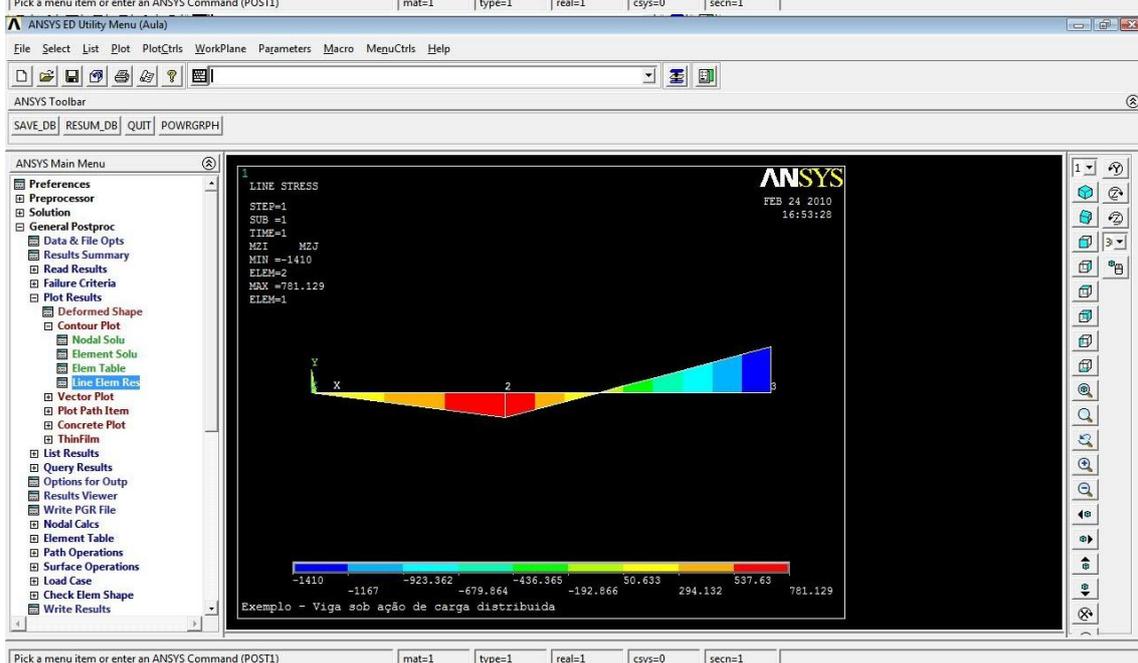
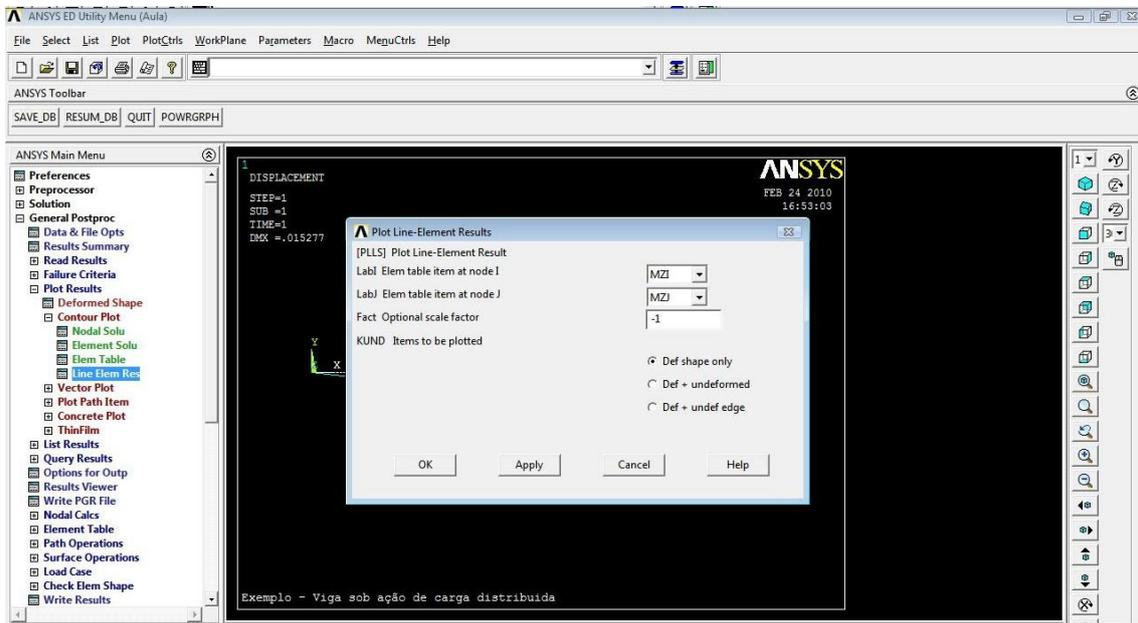


- ✓ Após, verificar a listagem da tabela e clicar em “CLOSE”.
- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Deformed Shape” para visualizar a configuração deformada da estrutura;
- ✓ Na janela “Plot Deformed Shape”, selecionar a opção “Def+undeformed” e clicar em “OK”;

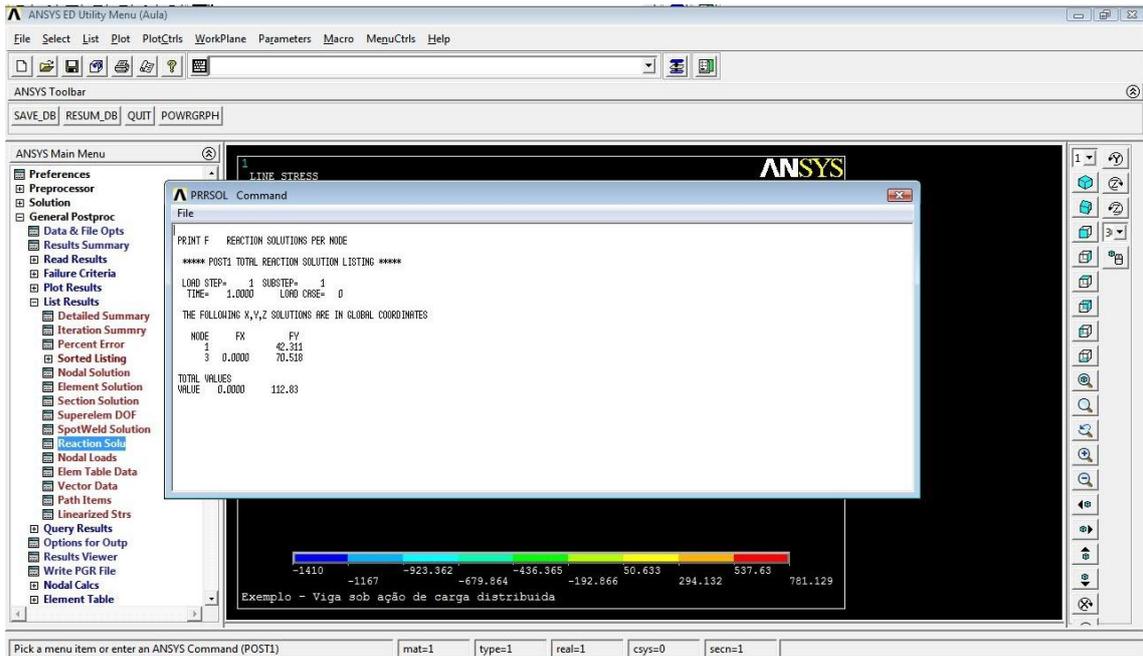


- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Contour Plot”, “Line Elem Res” para plotar os resultados do elemento;
- ✓ Na janela “Plot Line-Element Results, selecionar:

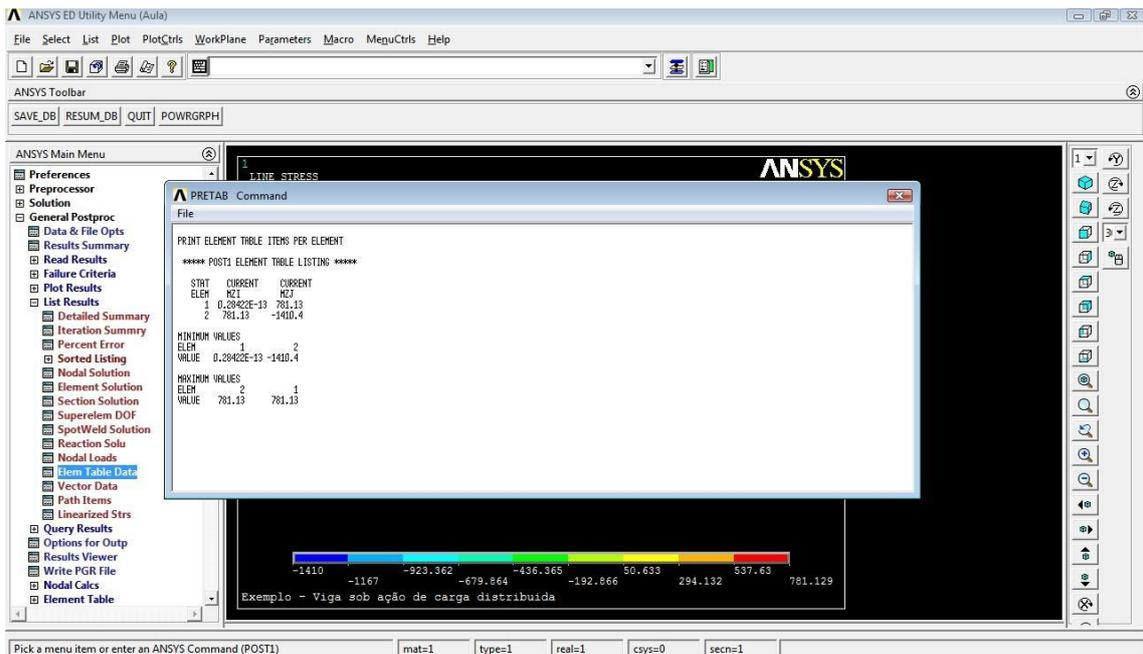
- LABI
  - LABJ
  - Fact
  - ✓ Clicar em “OK”;
- MZI**  
**MZJ**  
**-1**



- ✓ Os resultados aparecerão em uma escala de cores;
- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “List Results”, “Reaction Solution” para listar as reações nodais;
- ✓ Inserir na janela que abrir:
  - Lab **All Struc Forc F**
- ✓ Clicar em “OK”;



- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “List Results”, “Element Table Data” para listar o conteúdo da tabela obtida como comando “ETABLE” (“Element Table”, definido no início do pós processamento);
- ✓ Na janela “List Element Table Data”, selecionar:
  - Lab 1-9
    - MZI
    - MZJ
- ✓ Clicar em “OK”.



#### **8. SALVANDO ARQUIVOS E SAINDO DO PROGRAMA:**

- ✓ No ANSYS Tollbar, clicar em “SAVE\_DB” para salvar no Data Base;
- ✓ Ainda no ANSYS Toolbar, clicar em “QUIT”;
- ✓ Na nova janela, selecionar a opção “Save everything” e clicar em “OK”.

## RESULTADOS

### A) VIGA COM PESO PRÓPRIO:

```
PRRSOL Command
File
PRINT F REACTION SOLUTIONS PER NODE
***** POST1 TOTAL REACTION SOLUTION LISTING *****
LOAD STEP= 1 SUBSTEP= 1
TIME= 1.0000 LOAD CASE= 0
THE FOLLOWING X,Y,Z SOLUTIONS ARE IN GLOBAL COORDINATES
  NODE    FX      FY
    1      0.0000  4.2311
    3      0.0000  7.0518
TOTAL VALUES
VALUE    0.0000  11.283
```

Figura 1 – Reações de apoio.

```
PRETAB Command
File
PRINT ELEMENT TABLE ITEMS PER ELEMENT
***** POST1 ELEMENT TABLE LISTING *****
  STAT  CURRENT  CURRENT
  ELEM  MZI      MZJ
    1  0.21316E-13  78.113
    2  78.113      -141.04
MINIMUM VALUES
ELEM    1          2
VALUE  0.21316E-13 -141.04
MAXIMUM VALUES
ELEM    2          1
VALUE   78.113    78.113
```

Figura 2 – Element Table Data (MZI e MZJ).

## B) VIGA COM CARREGAMENTO DISTRIBUIDO

```
PRRSOL Command
File
PRINT F REACTION SOLUTIONS PER NODE
***** POST1 TOTAL REACTION SOLUTION LISTING *****
LOAD STEP= 1 SUBSTEP= 1
TIME= 1.0000 LOAD CASE= 0
THE FOLLOWING X,Y,Z SOLUTIONS ARE IN GLOBAL COORDINATES
NODE FX FY
1 42.311
3 0.0000 70.518
TOTAL VALUES
VALUE 0.0000 112.83
```

Figura 3 – Reações de apoio.

```
PRETAB Command
File
PRINT ELEMENT TABLE ITEMS PER ELEMENT
***** POST1 ELEMENT TABLE LISTING *****
STAT CURRENT CURRENT
ELEM MZI MZJ
1 0.28422E-13 781.13
2 781.13 -1410.4
MINIMUM VALUES
ELEM 1 2
VALUE 0.28422E-13 -1410.4
MAXIMUM VALUES
ELEM 2 1
VALUE 781.13 781.13
```

Figura 4 – Element Table Data (MZI e MZJ).