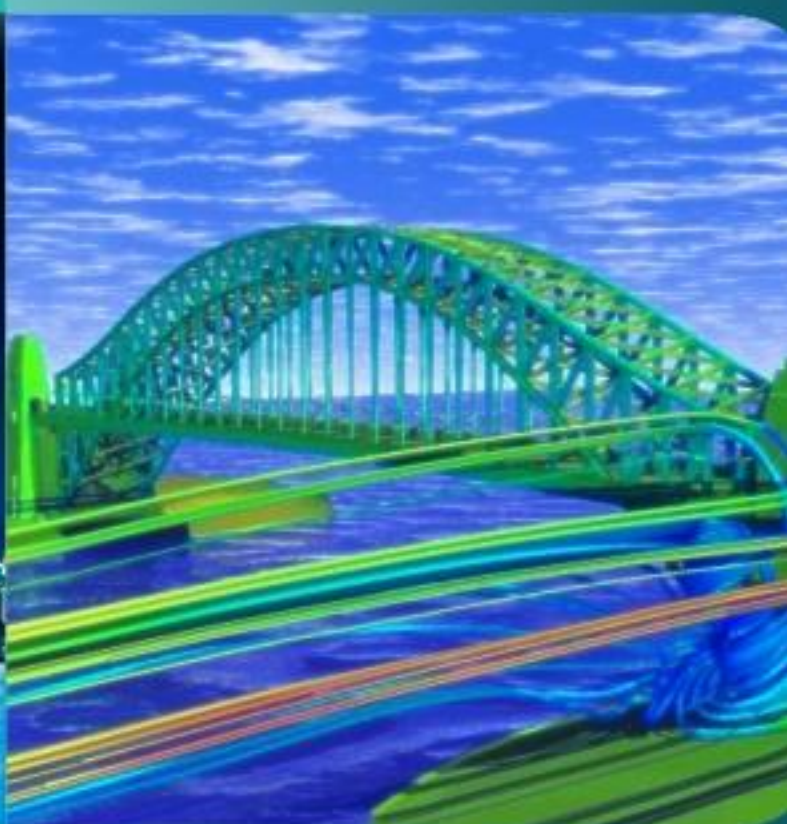




**2010**

**Método dos  
Elementos  
Finitos Aplicados à  
Engenharia de  
Estruturas**



**Prof<sup>a</sup>. Mildred B. Hecke**  
**Universidade Federal do Paraná**  
**Versão 1.0.0.0**



**ESTADO PLANO DE TENSÃO -  
CONCENTRAÇÃO DE  
TENSÕES AO REDOR DE  
ORIFÍCIOS**

# ESTADO PLANO DE TENSÃO – CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES AO REDOR DE ORIFÍCIOS – PARTE 1

## INTRODUÇÃO

Quanto um corpo elástico que está submetido a um regime de tensões possuir em sua geometria um ponto de irregularidade ou uma mudança brusca, como, por exemplo, um orifício ou um entalhe, aparecerá em sua vizinhança uma variação localizada do regime de tensões. Os níveis das tensões de pico podem ser diversas vezes maior do que a tensão nominal que ocorreria no corpo caso não houvesse esta irregularidade. A este aumento das tensões causado pela irregularidade da geometria denomina-se concentração de tensões. Podem-se citar algumas referências clássicas de tal assunto é discutido:

- Peterson, R. E. Stress Concentration Factors in Design, John Wiley & Sons, Inc. New York, 1953;
- Savin, G. N. Stress Concentration Around Holes, Pergamon Press, New York, 1961;

Conta-se hoje com uma ferramenta da otimização da forma para minimizar estes picos de tensões. O uso desta ferramenta não é o objetivo deste curso introdutório.

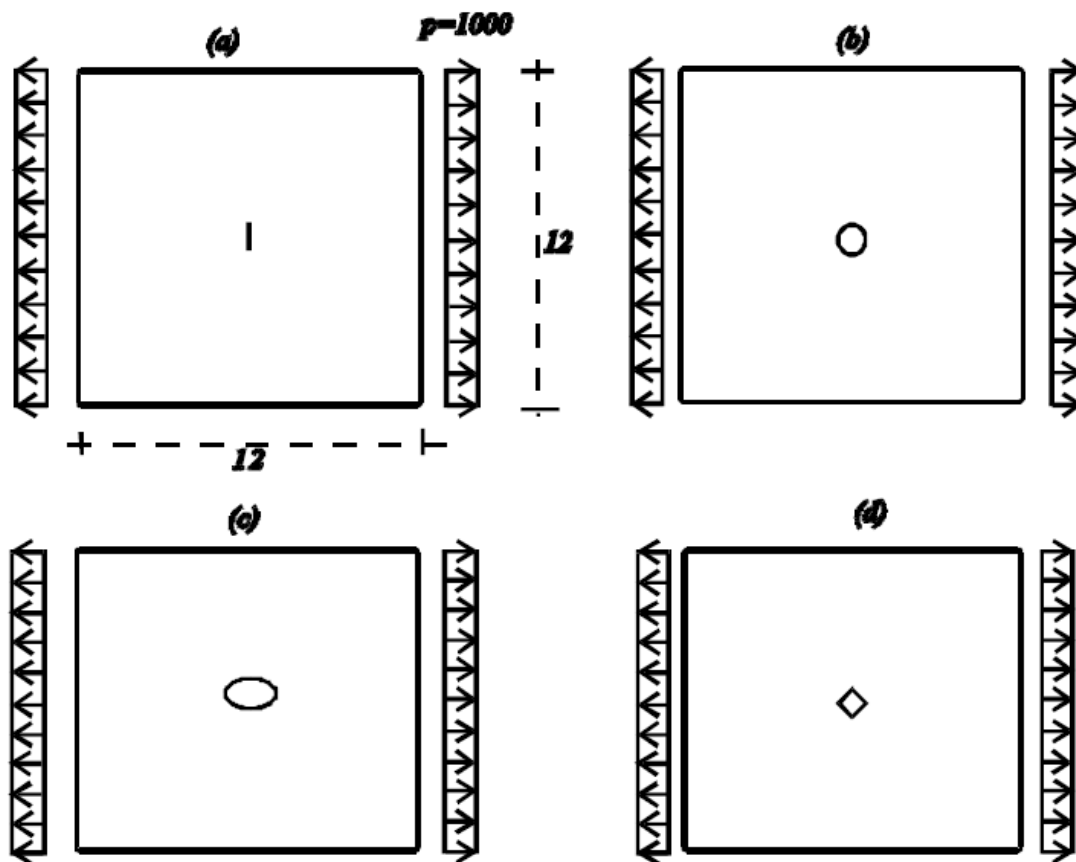


Figura 1 – Esquema das placas a ser analisado.

É importante se discutir também, a estimativa da precisão das soluções aproximadas obtidas numericamente via MEF. Na utilização de cada elemento na Biblioteca de Elementos resulta extremamente importante conhecer o grau de precisão alcançada pela solução, em problemas com resultado conhecido, realizando-se também um estudo da convergência, utilizando-se diversas malhas e subdivisões. Visando a discussão destes dois assuntos propostos, inicia-se o estudo pela análise de uma placa esbelta, quadrada, submetida a um regime de tensões uniformes em uma das direções. A seguir, simular-se-á uma pequena fissura central perpendicular a direção das tensões uniformes, percebendo-se assim a perturbação que ocorre. O estudo da evolução das fissuras pode ser realizado com o auxílio da Mecânica da Fratura, não sendo o seu uso, objetivo de um curso introdutório. Na sequência estudam-se diversas formas de orifícios, analisando-se em especial a perturbação introduzida no regime de tensões da placa, ou seja, a concentração de tensões em torno dos diversos orifícios. Por se conhecer a solução exata de algumas destas soluções, pode-se discutir a convergência das soluções para o estudo de diversas malhas e elementos. A figura 1 mostra um esquema de diversas placas a serem analisadas.

**A) Placa submetida a um regime uniforme de tensões:**

Se a solução exata é um campo de tensões uniforme, a solução obtida por Elementos Finitos coincidirá com a solução exata, qualquer que seja a malha. No caso da placa esquematizada na figura 1 (a), ou seja, uma placa fina quadrada e de espessura constante, composta por um material cujo Módulo de Elasticidade  $E = 3E10$  Pa, Coeficiente de Poisson  $\nu = 0.3$ , submetida a um carregamento uniforme em um dos bordos, porém sem considerar a fissura na região central, a solução é um regime uniforme de tensões.

$$\sigma_x = 1000 \text{ Pa};$$

$$\sigma_y = 0;$$

$$\tau_{xy} = 0.$$

**B) Placa submetida a uma pequena fissura central:**

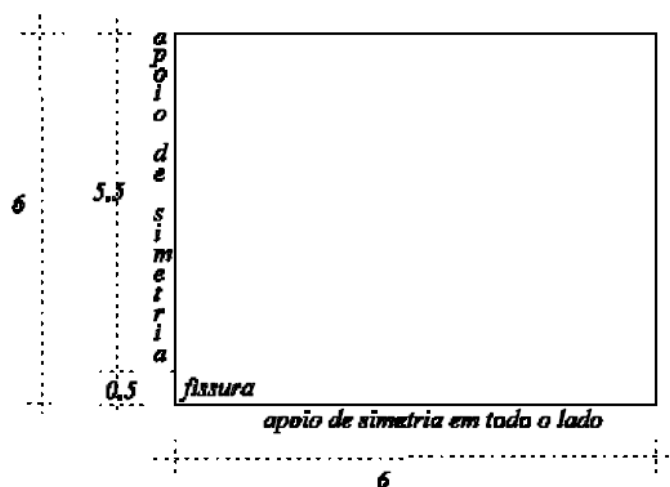


Figura 2 – Esquema de ¼ da placa com a fissura.

Ao se introduzir uma pequena fissura central na placa descrita no item anterior, uma grande perturbação aparecerá no campo de tensões e na região próxima a fissura aparecerá uma concentração de tensões. Visando avaliá-la, gera-se um modelo de elementos finitos, que devido a consideração de simetria, poderá conter apenas um quarto da placa, conforme o esquema apresentado na figura 2, desde que aplique-se as condições cinemáticas de contorno apropriadas nesta simulação.

### **PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS**

- Modelo bidimensional utilizando-se estado plano de tensões;
  - Pode-se considerar a espessura unitária, obtendo-se para resultados tensões por unidade de espessura;

### **PROPRIEDADES DOS MATERIAIS**

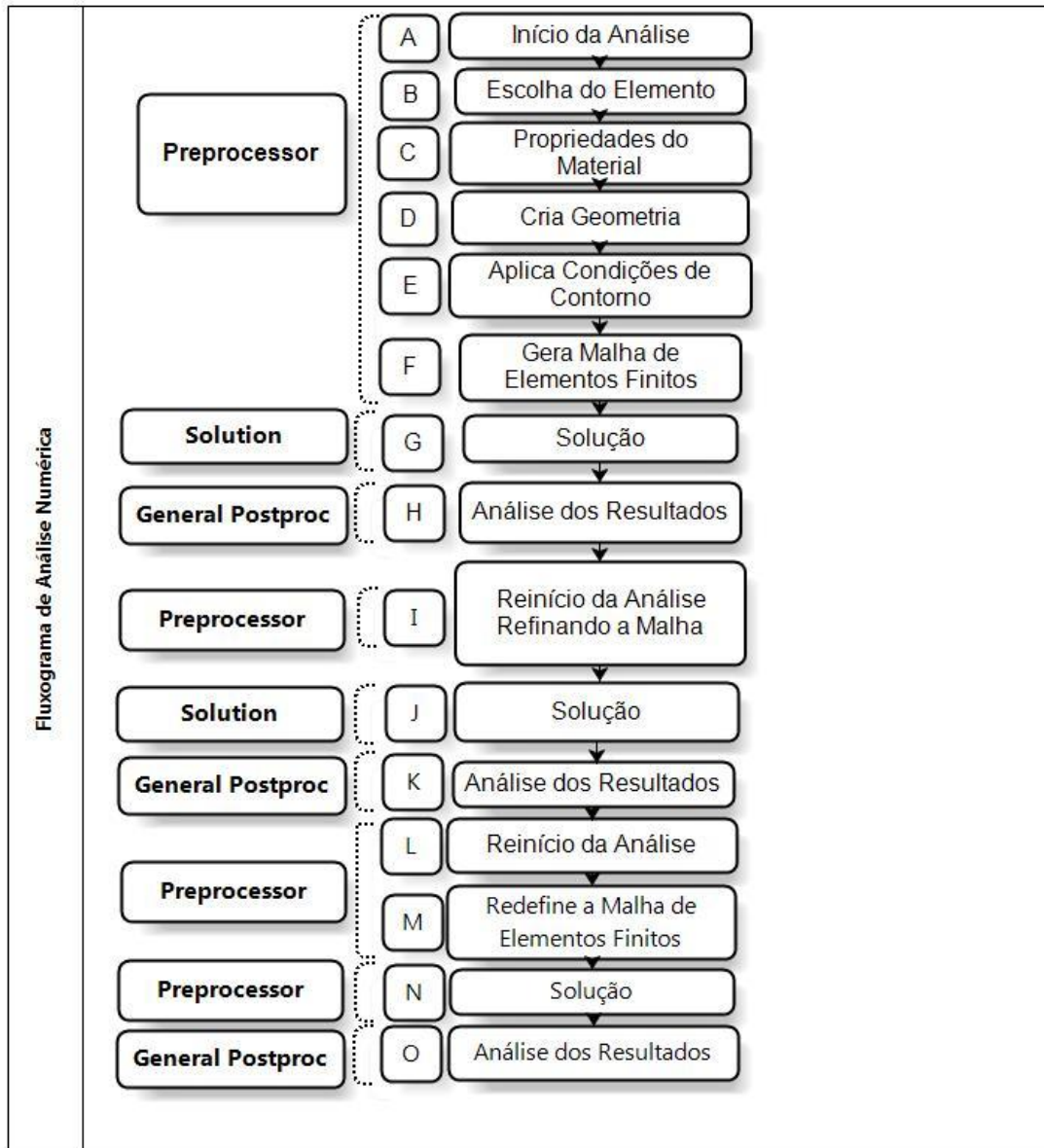
- EX = Módulo de Elasticidade Longitudinal ou de Young:  $E_{xx} = 3E10$  Pa;
- NUXY = Coeficiente de Poisson:  $NUXY = 0.3$

### **CARGA**

- Pressão  $p = -1000$  N/m (além disso, considerando-se medido por unidade de espessura).

## RESOLUÇÃO

O procedimento de resolução pode ser demonstrado no seguinte fluxograma:





A) PRIMEIRO ESTUDO:

A

1. INÍCIO DA ANÁLISE

1.1. *Introduz o título do problema a ser resolvido:*

- ✓ No ANSYS Utility Menu clicar em “File” e acessar a opção “Change Title...”;
- ✓ Na nova janela que aparecer, digitar novo título: “**Concentracao de Tensoes – Exemplo 1 – Placa com fissura central**”;
- ✓ Clicar em OK.

1.2. *Altera o nome dos arquivos:*

- ✓ No ANSYS Utility Menu clicar em file e acessar a opção “Change Jobname...”;
  - Na nova janela que aparecer, digitar novo nome do arquivo: “**fissura**”;
- ✓ Clicar em OK.

1.3. *Escolhe o tipo de análise que se pretende executar, visando filtrar comandos a serem apresentados na telas de entrada:*

- ✓ No ANSYS Main Menu clicar em “Preferences”;
- ✓ Na nova janela que aparecer, em “Discipline for filtering GUI Topics”, selecionar a opção “Structural”;
- ✓ Clicar em OK.

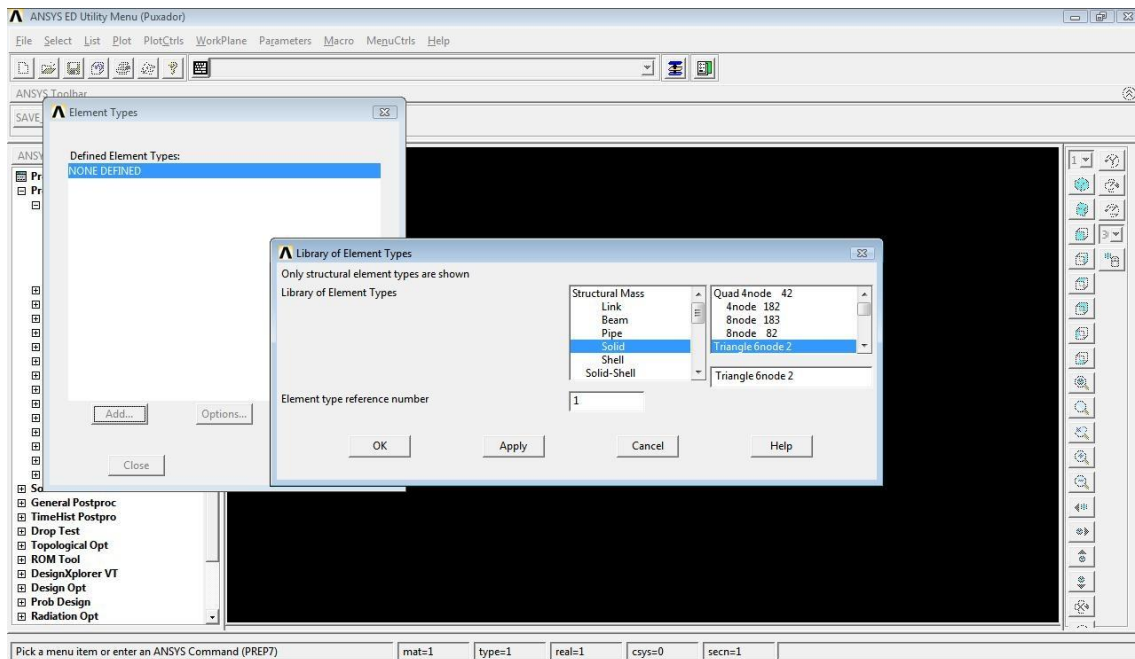
2. ENTRA NA FASE DE PRÉ-PROCESSAMENTO

- ✓ No ANSYS Main Menu, clicar em “Preprocessor”.

B

2.1. *Escolhe o tipo de elemento finito que será usado:*

- ✓ Dentro do “Preprocessor”, selecionar “Element Type”;
- ✓ Dentro do “Element Type”, selecionar “Add/Edit/Delete”;
- ✓ Na nova janela que abrir, clicar em “Add...” para selecionar um novo elemento.
- ✓ Outra janela se abrirá, então no “Library of Element Types” selecionar o elemento “**Structural SOLID**”, “**Triangle 6node 2**” e clicar em “OK”;
- ✓ Fechar a janela “Element Types”.



C

## 2.2. **Define as propriedades do material:**

- ✓ Dentro do “Preprocessor”, selecionar “Material Props”, “Material Models”;
- ✓ Na nova janela que abrir, para o “Material Model Number 1”, no quadro “Material Models Available” selecionar: “Structural>Linear>Elastic>Isotropic”;
- ✓ Dar um duplo clique em “Isotropic”;
- ✓ A janela “Linear Isotropic Material Properties for Material Number 1” irá abrir. Inserir na lacuna “EX” o valor referente ao Módulo de Elasticidade do material e na lacuna PRXY o valor do Coeficiente de Poisson e clicar em “OK”:

  - EX = **3E10**;
  - PRXY = **0.3**;

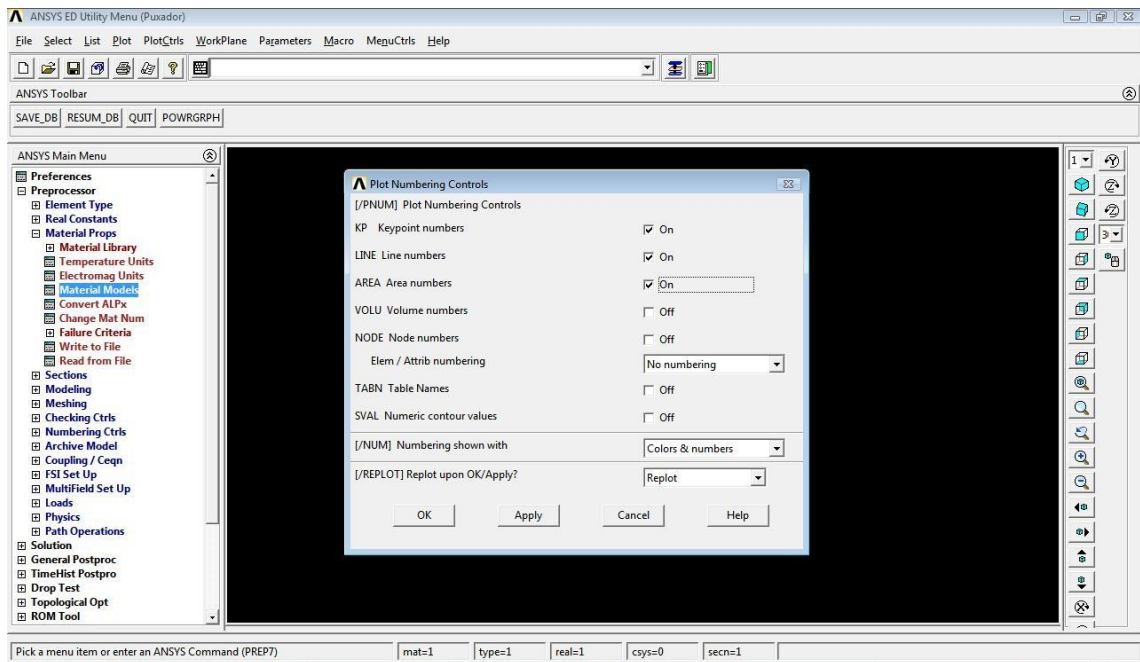
- ✓ Fechar a janela “Define Material Model Behavior”.

D

## 2.3. **Cria o modelo geométrico:**

### 2.3.1. **Numera área, lines e keypoints:**

- ✓ No ANSYS Utility Menu clicar em “PlotCtrls” e acessar a opção “Numbering”;
- ✓ Na nova janela que aparecer, selecionar:
  - Keypoints **ON**
  - Lines **ON**
  - AREA **ON**
- ✓ Clicar em “OK”.

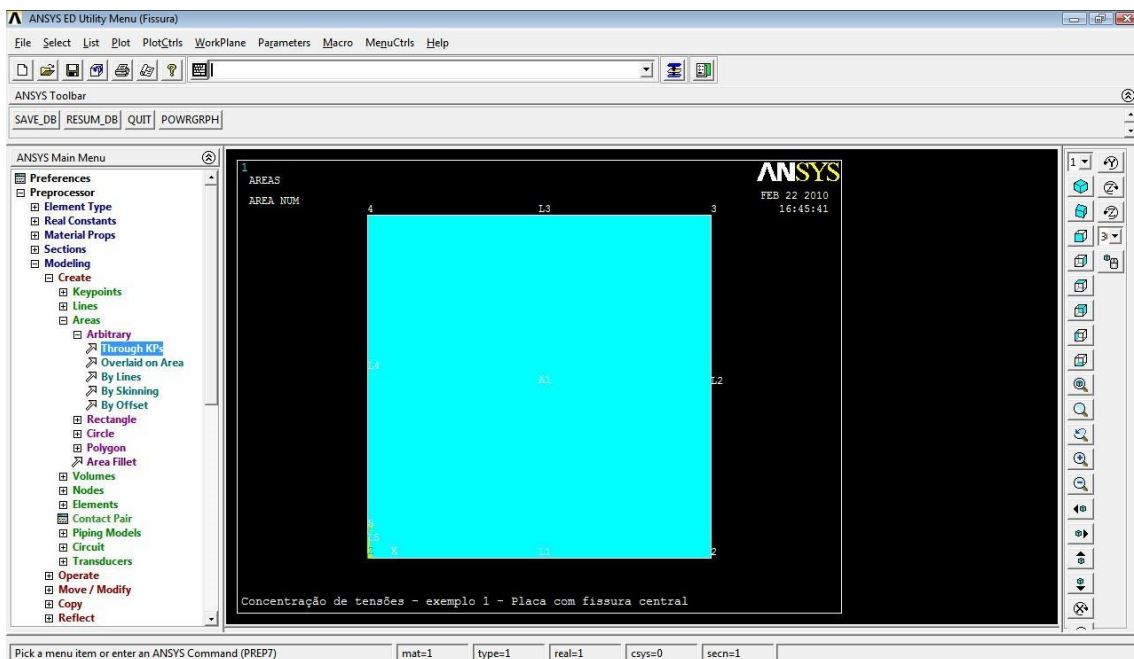


### 2.3.2. Cria o modelo geométrico:

- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Modeling”, “Create”, “Keypoints”, “In Active CS”;
- ✓ Na nova janela que abrir, inserir um número para o keypoint que será criado em “NPT” e as coordenadas X e Y;
- ✓ Para criar o primeiro keypoint:
  - NPT Keypoint Number: **1;**
  - X,Y,Z Location in active CS : **X = 0            Y = 0;**
- ✓ Clicar em “APPLY”;
- ✓ Para criar o próximo keypoint:
  - NPT Keypoint Number: **2;**
  - X,Y,Z Location in active CS : **X = 6            Y = 0;**
- ✓ Clicar em “APPLY”;
- ✓ Para criar o próximo keypoint:
  - NPT Keypoint Number: **3;**
  - X,Y,Z Location in active CS : **X = 6            Y = 6;**
- ✓ Clicar em “APPLY”;
- ✓ Para criar o próximo keypoint:
  - NPT Keypoint Number: **4;**
  - X,Y,Z Location in active CS : **X = 0            Y = 6;**
- ✓ Clicar em “APPLY”;
- ✓ Para criar o próximo keypoint:
  - NPT Keypoint Number: **5;**
  - X,Y,Z Location in active CS : **X = 0            Y = 0.5;**
- ✓ Clicar em “OK”;



- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Modeling”, “Create”, “Lines”, “Straight Line”;
- ✓ Na nova janela que abrir, para criar as linhas:
- ✓ Apontar os keypoints **1 e 2** e clicar em “APPLY”;
- ✓ Apontar os keypoints **2 e 3** e clicar em “APPLY”;
- ✓ Apontar os keypoints **3 e 4** e clicar em “APPLY”;
- ✓ Apontar os keypoints **4 e 5** e clicar em “APPLY”;
- ✓ Apontar os keypoints **5 e 1** e clicar em “OK”;
  
- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Modeling”, “Create”, “Area”, “Arbitrary”, “Through KPs”;
- ✓ Na nova janela que abrir, apontar os keypoints **1, 2, 3, 4, 5 e 1**;
- ✓ Clicar em “OK”.



E

## 2.4. Aplicar as condições de contorno na modelagem sólida:

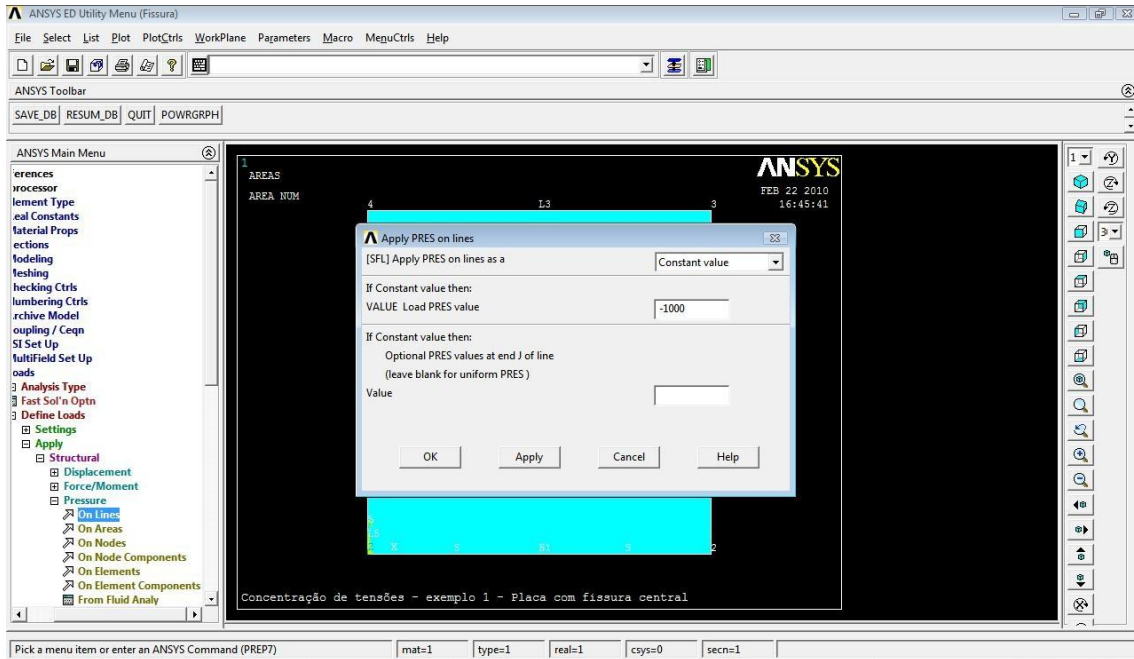
### 2.4.1. Fornece condição de contorno:

- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Loads”, “Define Loads”, “Apply”, “Structural”, “Displacement”, “Symmetry B.C.”, “On Lines”;
- ✓ Na nova janela que abrir apontar as linhas **1 e 4** e clicar em “OK”;

### 2.4.2. Aplicar as cargas:

- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Loads”, “Define Loads”, “Apply”, “Structural”, “Pressure”, “On Lines.”;
- ✓ Apontar a linha **2** e clicar em “OK”;
- ✓ Na nova janela inserir o valor da carga a ser distribuída na linha:
  - VALUE       **-1000**; (sinal negativo = pressão “saindo” do corpo)

✓ Clicar em “OK”;



### 2.4.3. Salvando dados no arquivo fissura.db

✓ No ANSYS Toolbar clicar em “SAVE\_DB”.

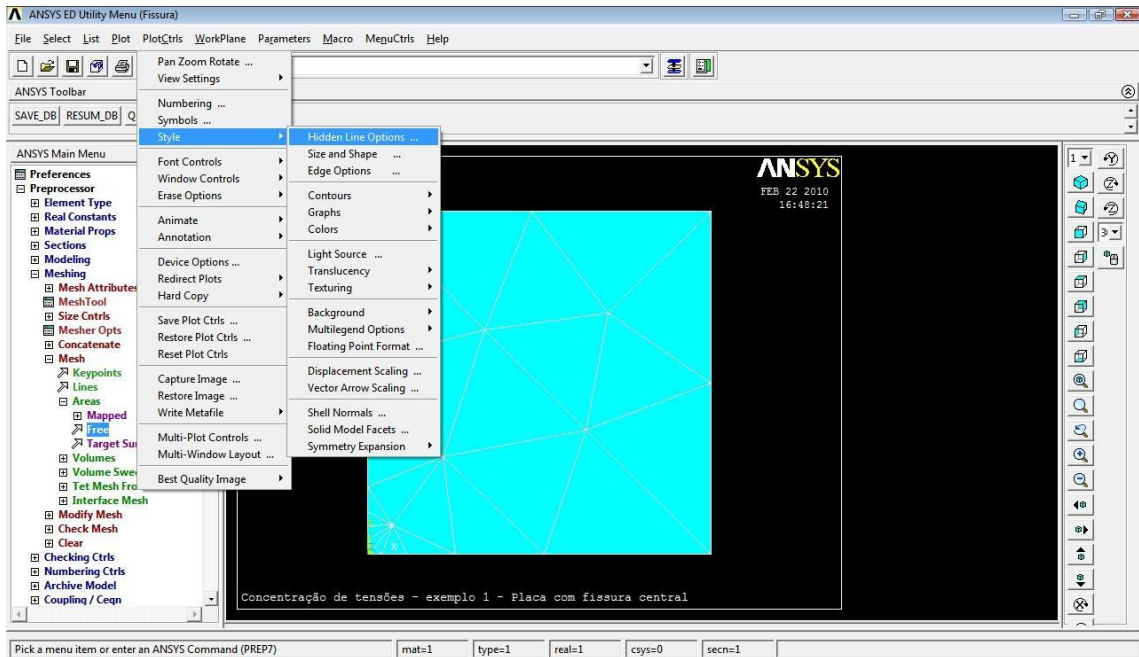
F

## 2.5. Gera a malha de elementos finitos:

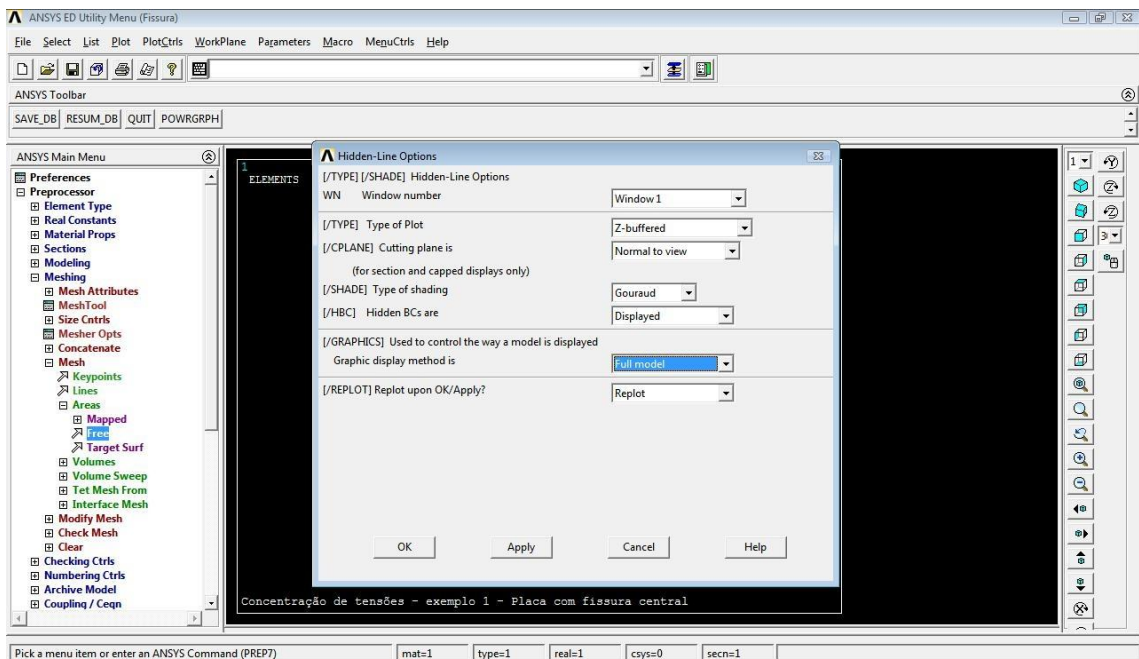
- ✓ Dentro do “Preprocessor” selecionar “Meshing”, “Mesh”, “Areas”, “Free +”;
- ✓ Na nova janela apontar a área 1”;
- ✓ Clicar em “OK”
- ✓ O programa criará uma malha com 26 elementos e 69 nós.

### 2.5.1. Altera o modo de plotagem para calcular o erro na norma da energia:

- ✓ No “Ansys Utility Menu”, selecionar “PlotCtrls”, “Style”, “Hidden Line Options...”;



- ✓ Na nova janela, em [/GRAPHICS], selecionar “**Full Model**” e clicar em “OK”;



G

### 3. SOLUÇÃO

- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “Solution” clicar em “Solve”, “Current LS”;
- ✓ Clicar em “OK”.
- ✓ Na janela “Information: Solution is done” clicar em “CLOSE”.

## 4. PÓS PROCESSAMENTO

### 4.1. Gera, lista e plota os resultados:

- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Contour Plot”, “Nodal Solu”;
- ✓ Na nova janela selecionar:
  - Stress;
    - **X – Component of Stress**
- ✓ Clicar em “OK”;

The top screenshot shows the ANSYS Utility Menu with the 'Contour Nodal Solution Data' dialog box open. The 'Item to be contoured' list includes 'Stress' and 'X-Component of stress' (highlighted). The 'Scale Factor' is set to 'Auto Calculated' with a value of 1441631.00823. The bottom screenshot shows the resulting stress contour plot on a plate with a central crack, with a color scale ranging from -173.688 to 2257 Pa.

ANSYS Utility Menu (Fissura)

File Select List Plot PlotCtrls WorkPlane Parameters Macro MequCtrls Help

ANSYS Toolbar

SAVE\_DB RESUM\_DB QUIT POWRGRPH

ANSYS Main Menu

Preferences

Preprocessor

Solution

General Postproc

Data & File Opts

Results Summary

Read Results

Failure Criteria

Plot Results

Deformed Shape

Contour Plot

Nodal Solu

Element Solu

Elem Table

Line Elem Res

Vector Plot

Plot Path Item

Concrete Plot

ThinFilm

List Results

Query Results

Options for Outp

Results Viewer

Write PGR File

Nodal Calcs

Element Table

Path Operations

Surface Operations

Load Case

Check Elem Shape

Write Results

1 NODAL SOLUTION

STEP=1

SUB =1

TIME=1

SX (AVG)

RSYS=0

IMX =,208E-06

SMN =-173.688

SMNB=-776.015

SMX =2257

SMXB=3158

Item to be contoured

Favorites

Nodal Solution

DOF Solution

Stress

X-Component of stress

Y-Component of stress

Z-Component of stress

XY Shear stress

YZ Shear stress

XZ Shear stress

1st Principal stress

2nd Principal stress

3rd Principal stress

Stress intensity

Undisplaced shape key

Undisplaced shape key Deformed shape only

Scale Factor Auto Calculated 1441631.00823

Additional Options

OK Apply Cancel Help

-173.688 96.416 366.52 636.624 906.728 1177 1447 1717 1987 2257

Concentração de tensões - exemplo 1 - Placa com fissura central

Pick a menu item or enter an ANSYS Command (POST1) mat=1 type=1 real=1 csys=0 secn=1

ANSYS Utility Menu (Fissura)

File Select List Plot PlotCtrls WorkPlane Parameters Macro MequCtrls Help

ANSYS Toolbar

SAVE\_DB RESUM\_DB QUIT POWRGRPH

ANSYS Main Menu

Preferences

Preprocessor

Solution

General Postproc

Data & File Opts

Results Summary

Read Results

Failure Criteria

Plot Results

Deformed Shape

Contour Plot

Nodal Solu

Element Solu

Elem Table

Line Elem Res

Vector Plot

Plot Path Item

Concrete Plot

ThinFilm

List Results

Query Results

Options for Outp

Results Viewer

Write PGR File

Nodal Calcs

Element Table

Path Operations

Surface Operations

Load Case

Check Elem Shape

Write Results

1 NODAL SOLUTION

STEP=1

SUB =1

TIME=1

SX (AVG)

RSYS=0

IMX =,208E-06

SMN =-173.688

SMNB=-776.015

SMX =2257

SMXB=3158

ANSYS

FEB 22 2010

16:51:18

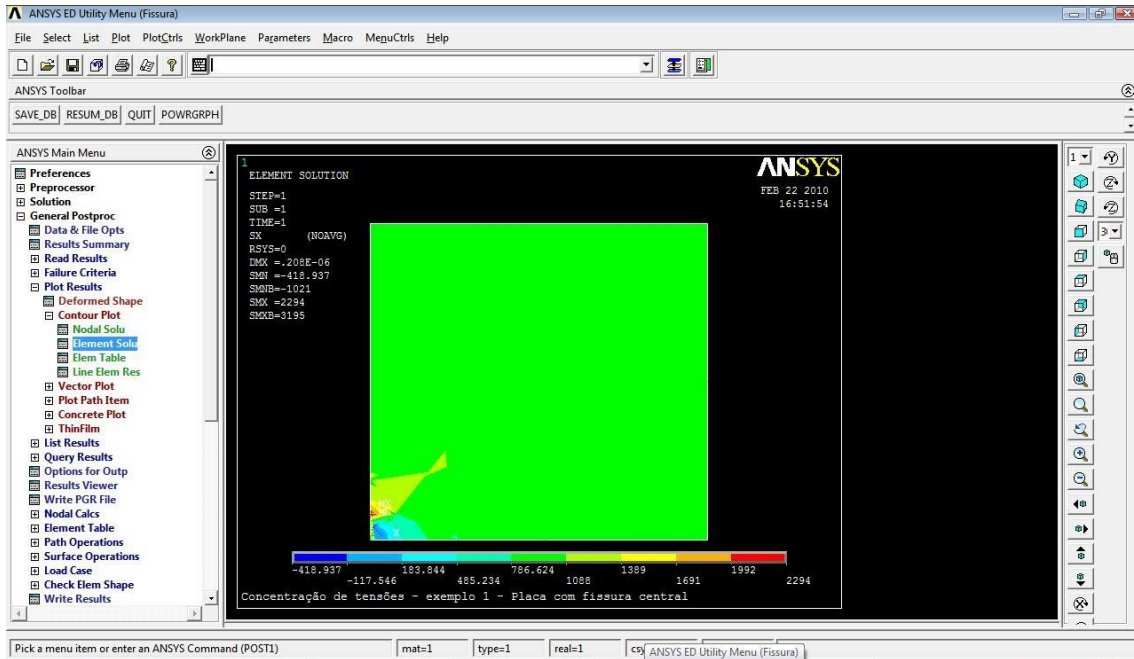
-173.688 96.416 366.52 636.624 906.728 1177 1447 1717 1987 2257

Concentração de tensões - exemplo 1 - Placa com fissura central

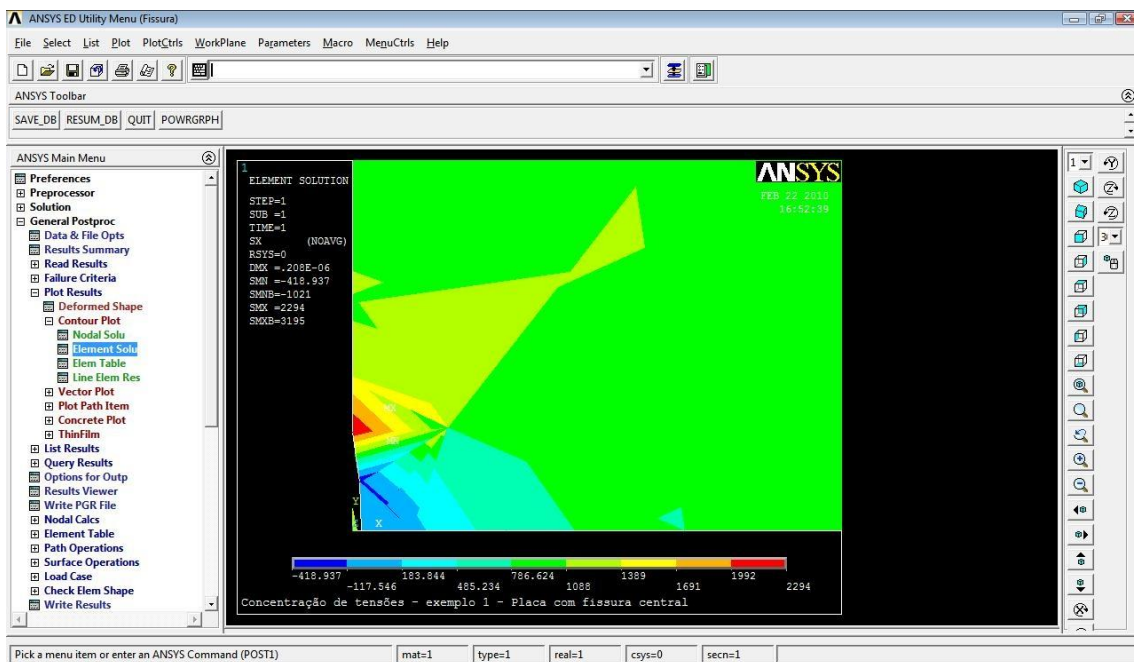
Pick a menu item or enter an ANSYS Command (POST1) mat=1 type=1 real=1 csys=0 secn=1

- ✓ Tensão máxima = 2257Pa;

- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Contour Plot”, “Element Solu”;
- ✓ Na nova janela selecionar:
  - Stress;
    - **X – Component of Stress**
- ✓ Clicar em “OK”;

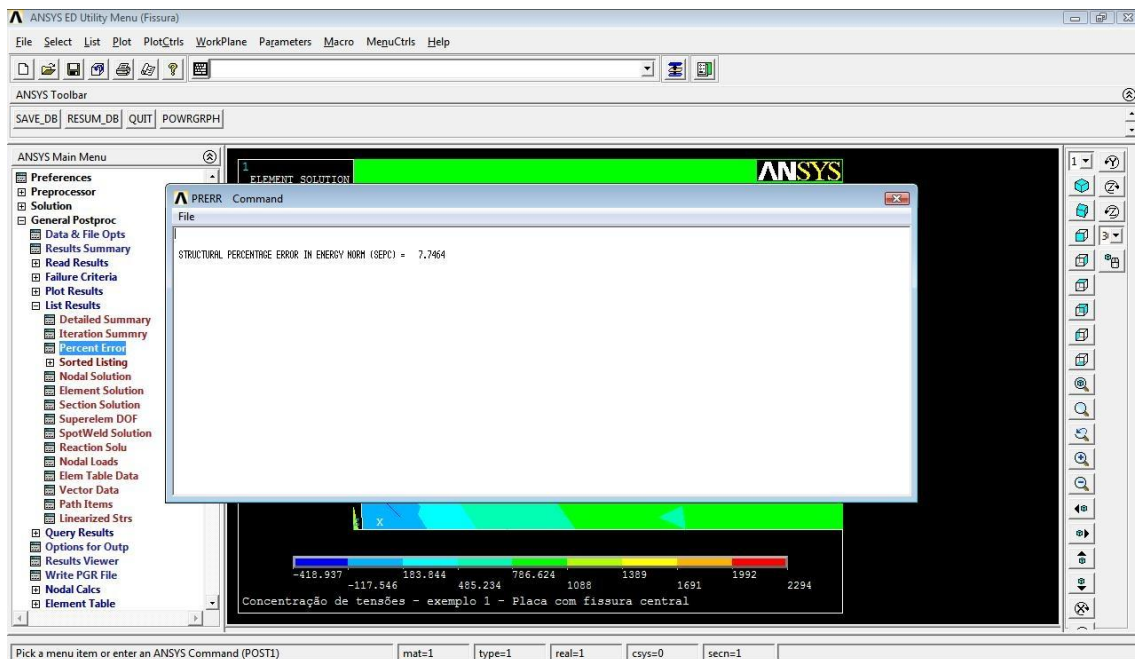


- ✓ Tensão máxima = 2294 Pa
- ✓ Dar um zoom na região da fissura para verificar a distribuição das tensões;





- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “List Results”, “Percent Error” para listar a porcentagem de erro;



- ✓ Erro = 7.7464

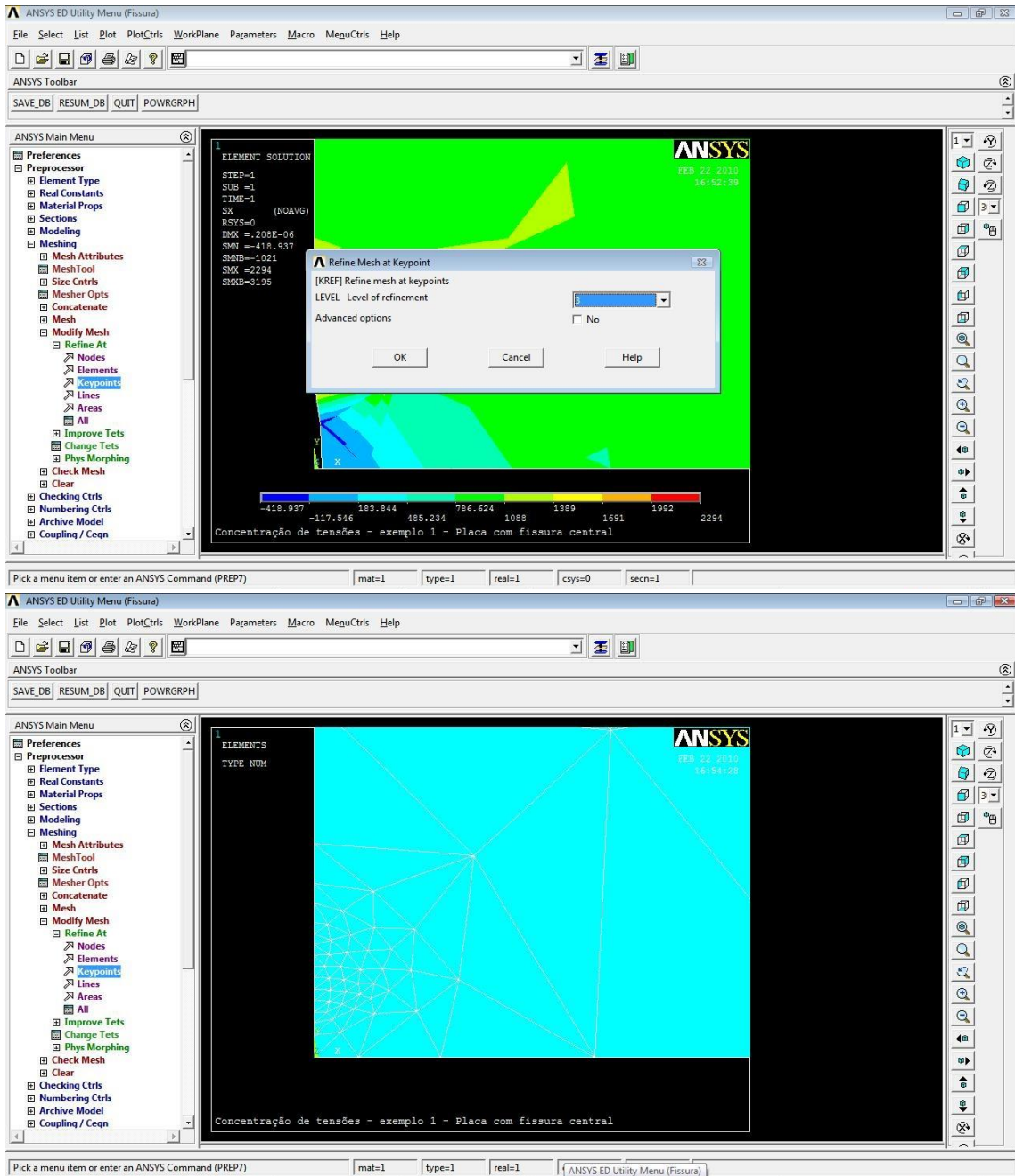
## B) SEGUNDO ESTUDO – REFINANDO A MALHA

1

### 5. Entra no Pré - Processamento

#### 5.1. Refinando a malha na região da fissura:

- ✓ No “Preprocessor”, “Meshing”, “Modify Mesh”, “Refine Mesh”, “at Keypoints”;
- ✓ Apontar o Keypoint 5;
- ✓ Na nova janela selecionar “LEVEL of refinement” = 3 e clicar em “OK”.



✓ A nova malha terá 102 elementos e 231 nós.

J

## 6. SOLUÇÃO

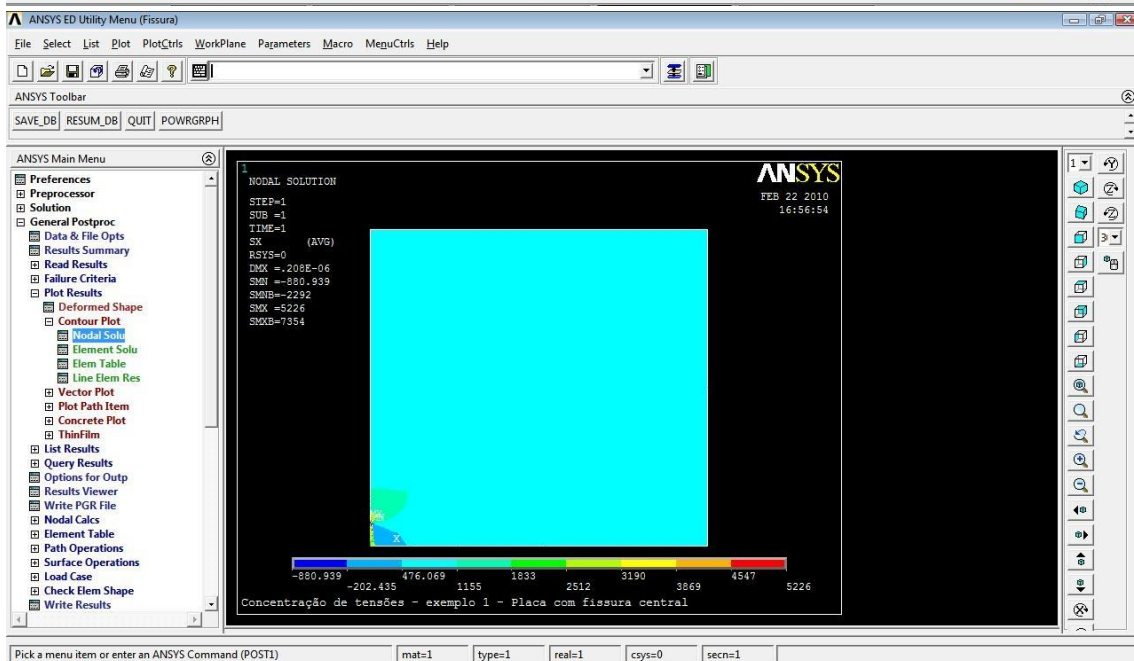
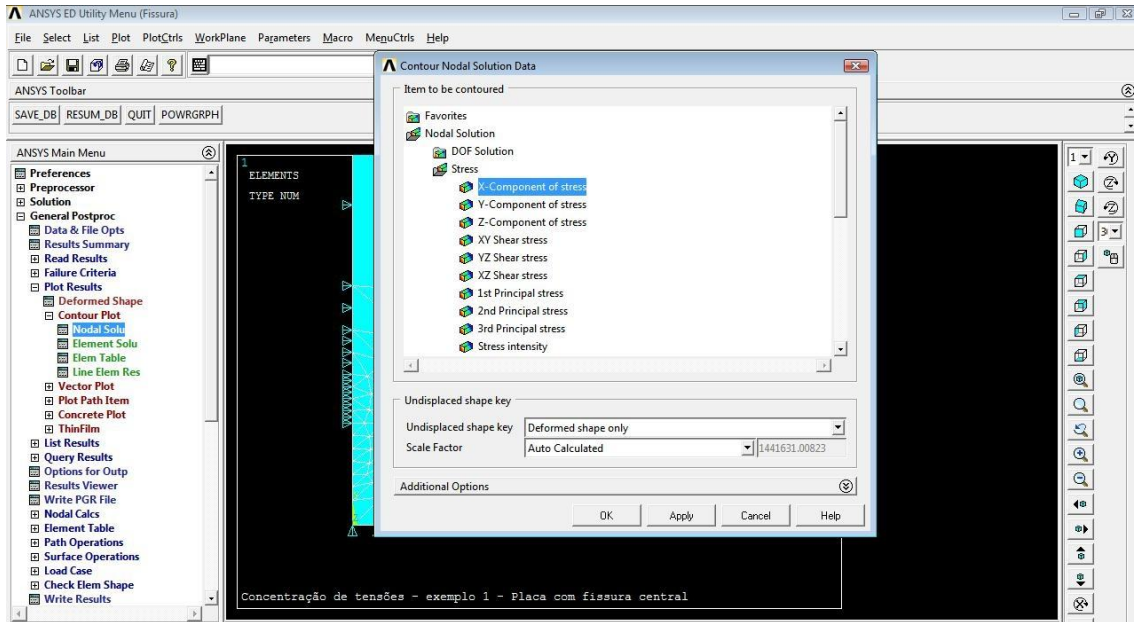
- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “Solution” clicar em “Solve”, “Current LS”;
- ✓ Clicar em “OK”.
- ✓ Na janela “Information: Solution is done” clicar em “CLOSE”.

K

## 7. PÓS PROCESSAMENTO

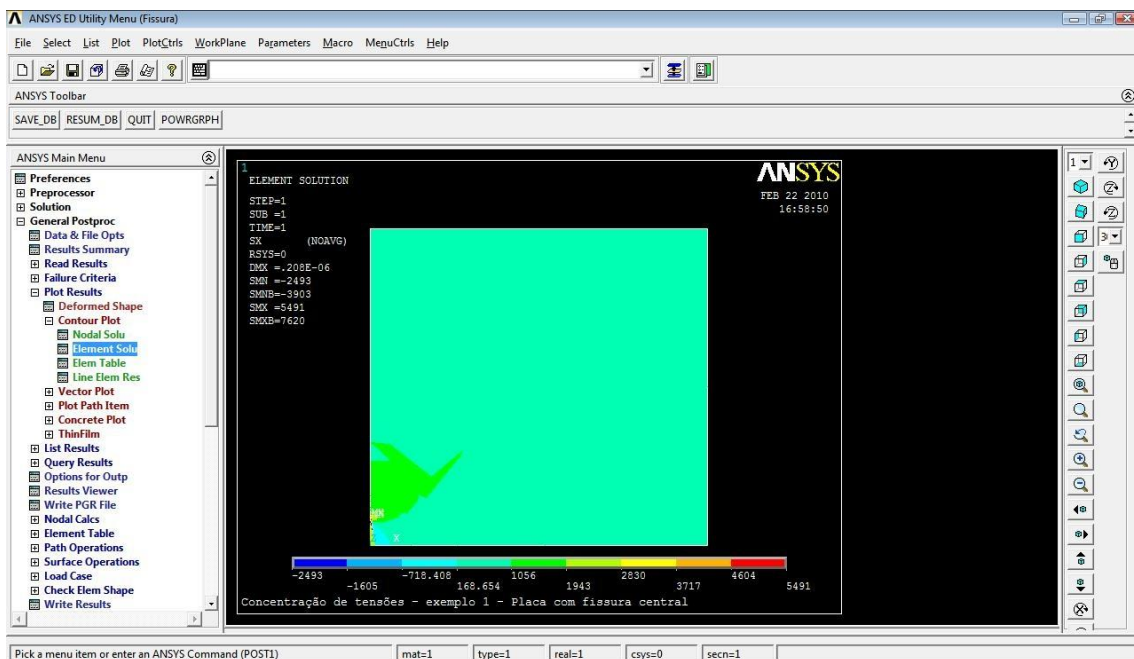
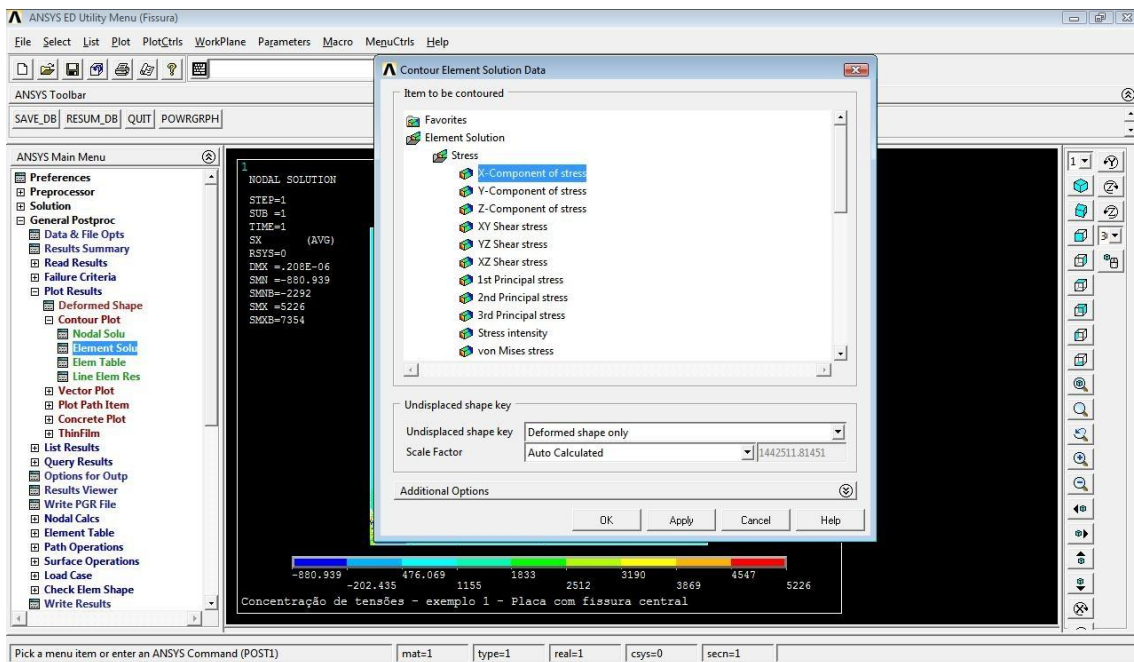
### 7.1. Gera, lista e plota os resultados:

- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Contour Plot”, “Nodal Solu”;
- ✓ Na nova janela selecionar:
  - Stress;
    - **X – Component of Stress**
- ✓ Clicar em “OK”;

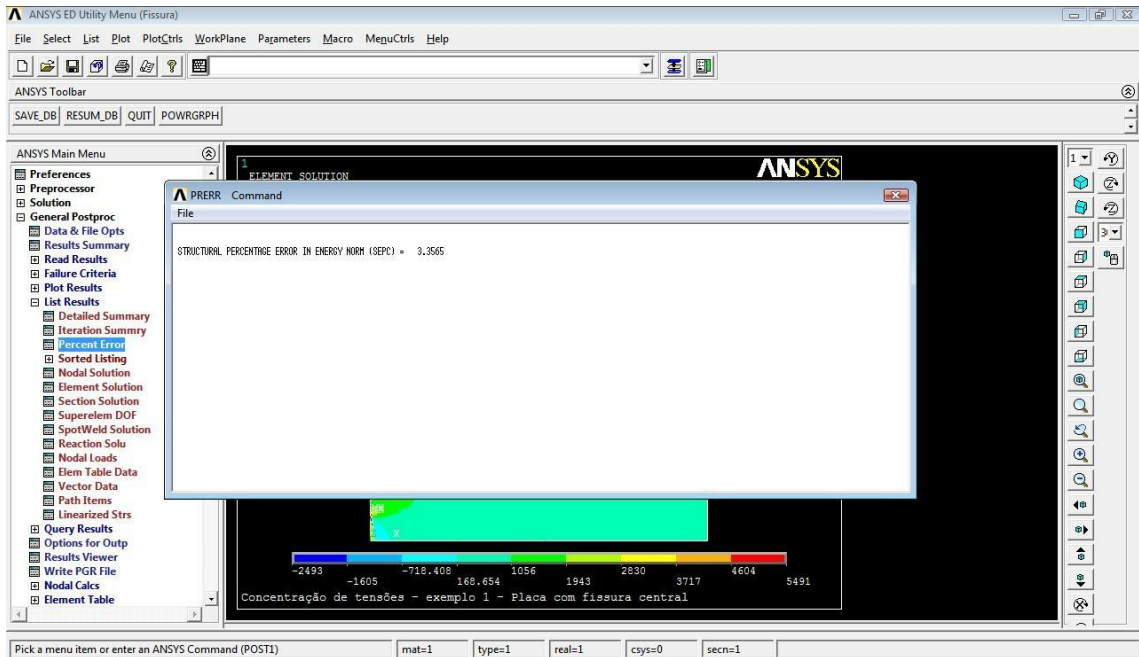


- ✓ Tensão máxima = 5226Pa;
- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Contour Plot”, “Element Solu”;
- ✓ Na nova janela selecionar:

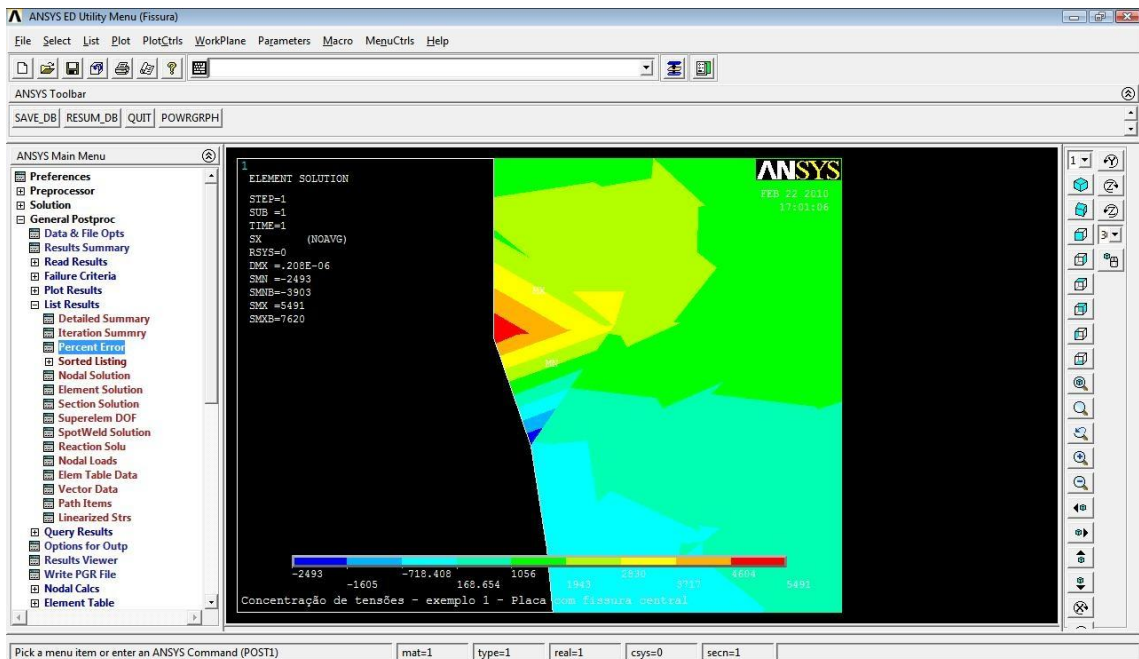
- Stress;
  - X – Component of Stress
- ✓ Clicar em “OK”;



- ✓ Tensão máxima = 5491 Pa
- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “List Results”, “Percent Error” para listar a porcentagem de erro;



- ✓ Erro = 3.3565
- ✓ Dar um zoom na região da fissura para verificar a distribuição das tensões;



### C) TERCEIRO ESTUDO – SUGESTÃO PARA MALHA

L

#### 8. REINÍCIO DA ANÁLISE

##### 8.1. *Limpa memória:*

- ✓ No “ANSYS Utility Menu”, clicar em “File”, “Clear and Start New”;



- ✓ Na nova janela, selecionar “Do Not Read File” e clicar em “OK”;
- ✓ Uma nova janela aparecerá, então confirmar clicando em “Yes”

## 8.2. Carrega arquivo previamente salvo:

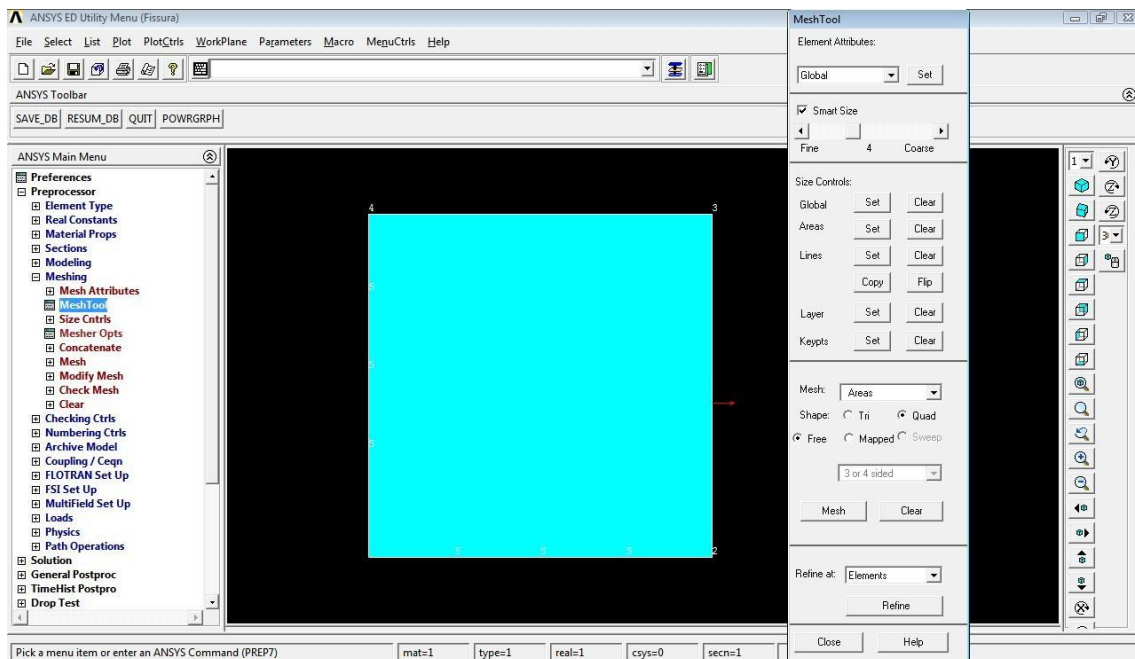
- ✓ No “ANSYS Utility Menu”, clicar em “File”, “Resume from...”;
- ✓ Abrir o arquivo “fissura.db” para recuperar os dados até o item 2.4.

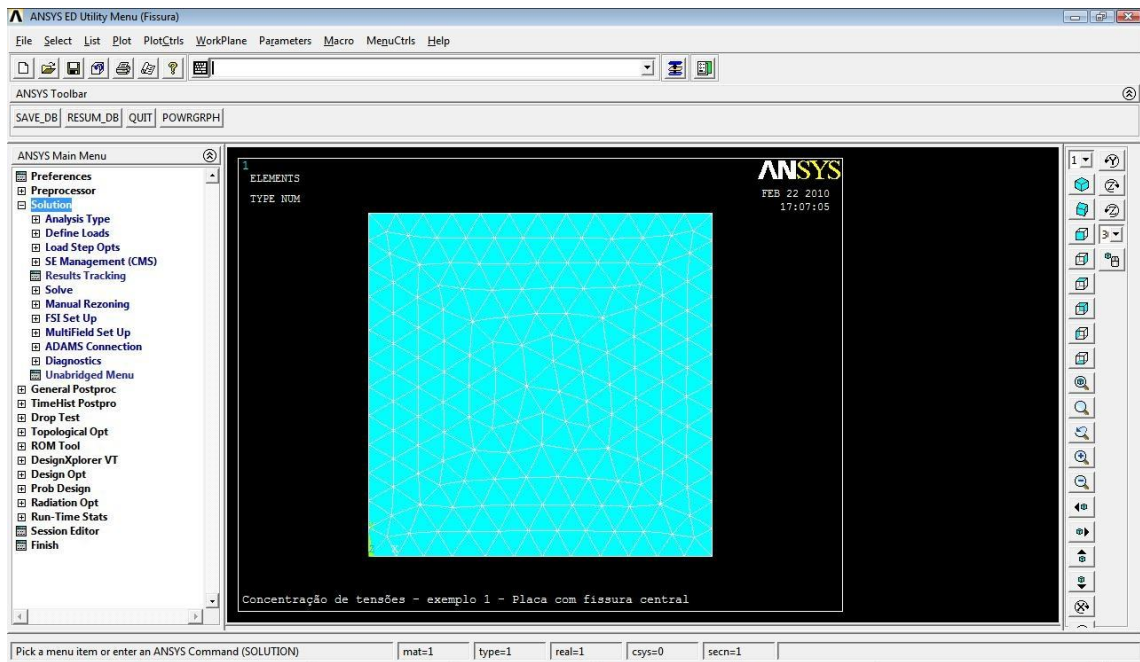
M

## 9. ENTRA NO PRÉ-PROCESSAMENTO

### 9.1. Definindo uma nova densidade para a malha de elementos finitos:

- ✓ No “ANSYS Main Menu” clicar em “Preprocessor”, “Meshing”, “Mesh Tool”;
- ✓ Na nova janela, selecionar a opção “Smart Size” e deslocar a barra até o **Nível 4**;
- ✓ Clicar em “MESH” e a malha de elementos finitos será criada;





- ✓ A nova malha terá 318 elementos e 685 nós.

N

## 10. SOLUÇÃO

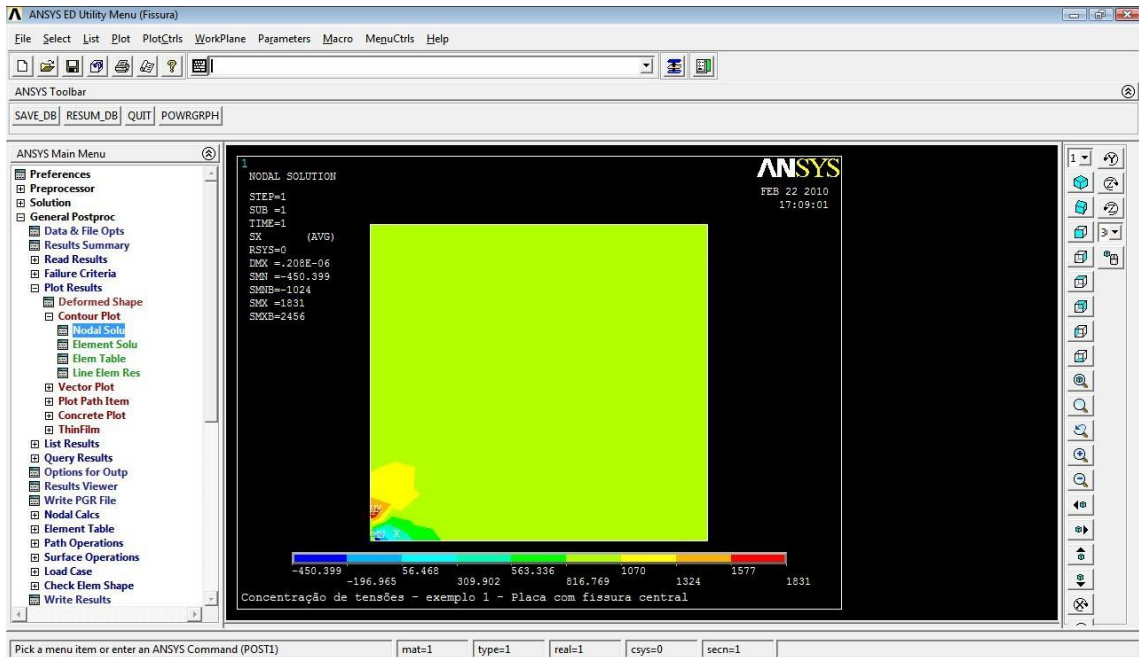
- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “Solution” clicar em “Solve”, “Current LS”;
- ✓ Clicar em “OK”.
- ✓ Na janela “Information: Solution is done” clicar em “CLOSE”.

O

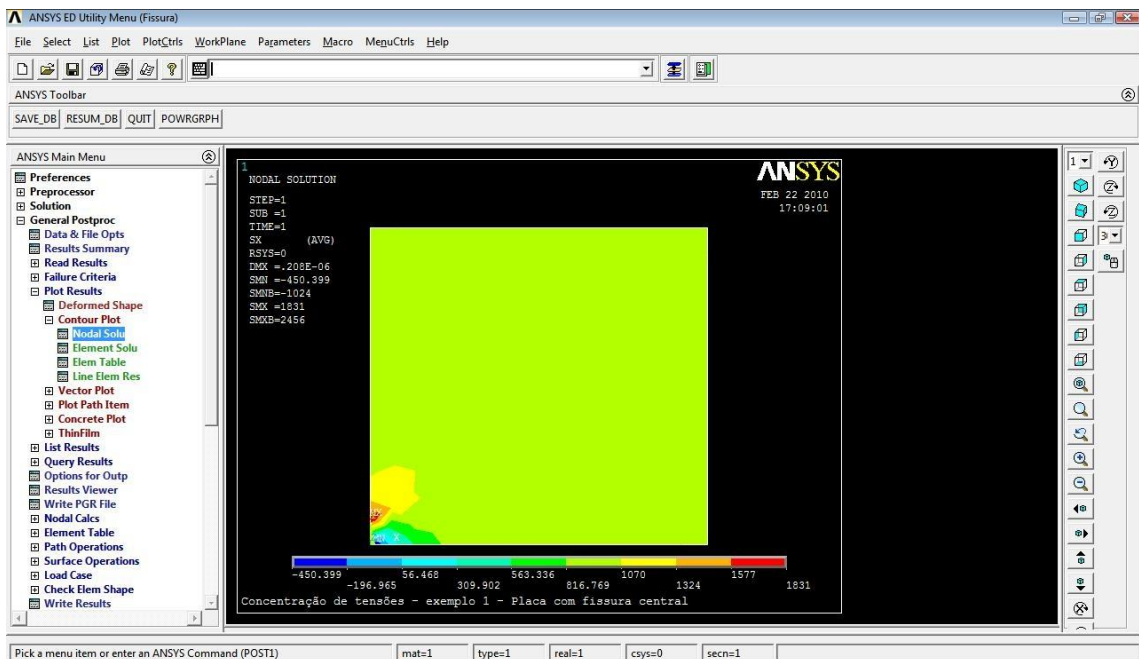
## 11. PÓS PROCESSAMENTO

### 11.1. *Gera, lista e plota os resultados:*

- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Contour Plot”, “Nodal Solu”;
- ✓ Na nova janela selecionar:
  - Stress;
    - **X – Component of Stress**
- ✓ Clicar em “OK”;

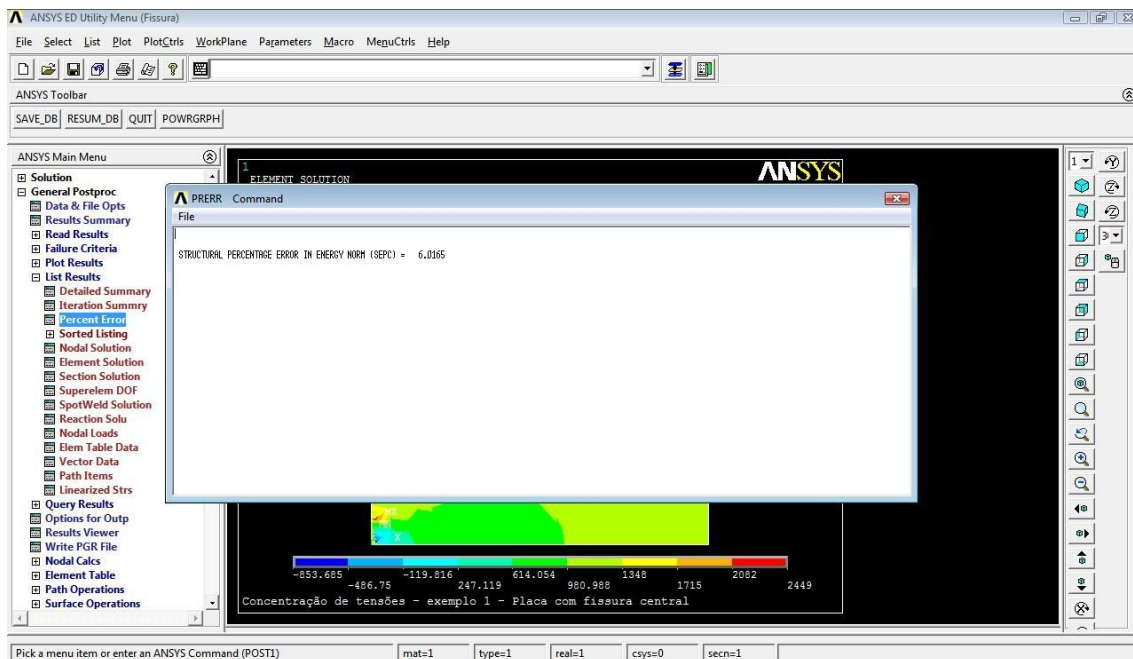


- ✓ Tensão máxima = 1831 Pa;
- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “Plot Results”, “Contour Plot”, “Element Solu”;
- ✓ Na nova janela selecionar:
  - Stress;
    - **X – Component of Stress**
- ✓ Clicar em “OK”;



- ✓ Tensão máxima = 2449 Pa.

- ✓ No ANSYS Main Menu dentro do “General Postproc” clicar em “List Results”, “Percent Error” para listar a porcentagem de erro;



- ✓ Erro = 6.0165.

## 12. SALVANDO ARQUIVOS E SAINDO DO PROGRAMA:

- ✓ No ANSYS Tollbar, clicar em “SAVE\_DB” para salvar no Data Base;
- ✓ Ainda no ANSYS Toolbar, clicar em “QUIT”;
- ✓ Na nova janela, selecionar a opção “Save everything” e clicar em “OK”.