

1 INTRODUÇÃO A RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

1.1 INTRODUÇÃO

A resistência dos materiais é o ramo da mecânica que estuda as relações entre cargas externas aplicadas a um corpo deformável e a intensidade das forças internas que atuam dentro do corpo, abrangendo também o cálculo das deformações do corpo e o estudo da sua estabilidade, quando submetido a solicitações externas (HIBBELER, 2004).

Em resumo, é o capítulo da Mecânica dos Corpos Sólidos no qual se estuda o equilíbrio dos referidos corpos, considerando os efeitos internos, produzidos pela ação das forças externas.

A origem da resistência dos materiais remonta ao início do século XVII, época em que Galileu realizou experiências para estudar os efeitos de cargas em hastes e vigas feitas de vários materiais. No entanto, para a compreensão adequada dos fenômenos envolvidos, foi necessário estabelecer descrições experimentais precisas das propriedades mecânicas de materiais. Os métodos para tais descrições foram consideravelmente melhorados no início do século XVIII. Na época, estudos foram realizados, principalmente na França, baseados em aplicações da mecânica a corpos materiais, denominando-se o estudo de Resistência dos Materiais. Atualmente, no entanto, refere-se a esses estudos como mecânica dos corpos deformáveis ou simplesmente mecânica dos materiais (HIBBELER, 2004).

Entre os diversos estudiosos e pesquisadores que colaboraram com a formação da Resistência dos Materiais, destacam-se: Galileo, Saint Venant, Bernouilli, Navier, Hooke, Poisson, Cauchy, Euler, Castigliano, Tresca, Von Mises, Lamé, entre outros.

1.2 OBJETIVOS

Os objetivos da Resistência dos Materiais são:

- Determinação dos esforços;
- Determinação das tensões e das deformações a que estão sujeitos os corpos sólidos devido à ação dos esforços atuantes;
- Equilíbrio de um corpo deformável;
- Verificação da segurança;
- Dimensionamento.

1.3 PEÇA OU ELEMENTO RESISTENTE

Peça ou elemento resistente é todo corpo capaz de receber e transmitir forças. O conjunto de elementos resistentes de uma construção ou máquina denomina-se estrutura.

Para efeito de estudo, podemos classificar os elementos resistentes em:

- a) Barras: aqueles que têm uma das dimensões bem superior às demais. Ex. tirantes, escoras, pilares e vigas;
- b) Placas e chapas: aqueles que possuem uma dimensão muito pequena em relação às outras duas. Caso as cargas atuantes sejam aplicadas perpendicularmente ao seu plano, denomina-se placa. Se as cargas atuarem em seu próprio plano médio, denomina-se chapa. Ex. laje, viga parede;
- c) Cascas: são elementos que possuem pequena espessura em relação à área da superfície média, que é curva. Ex. cúpula;
- d) Blocos: são elementos em que não há uma dimensão predominante em relação às outras.

1.4 HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS

As hipóteses simplificadoras são adotadas, em um nível inicial, para o fácil entendimento e simples implementação da teoria referente aos tipos de materiais a elas associados.

1.4.1 HIPÓTESES RELATIVAS AO MATERIAL

Apenas materiais com certas características são estudados nessa fase introdutória da resistência dos materiais. Esses materiais devem satisfazer os seguintes requisitos:

- Isotrópicos: possuem as mesmas respostas mecânicas quando solicitados em qualquer direção;
- Homogêneos: em uma direção, possuem as mesmas propriedades em qualquer ponto;
- Contínuos: a matéria é distribuída continuamente no volume do corpo;
- Coesos: significa que todas as suas partes estão muito bem unidas, sem a presença de trincas, separações ou falhas;
- Linearidade: possuem solicitações que apenas façam com que o material trabalhe no regime elástico linear.

De fato são poucos os materiais que apresentam todos os requisitos acima (um exemplo é o aço). No entanto, as hipóteses simplificadoras podem ser utilizadas em materiais que não se incluem nesses requisitos, utilizando os conceitos definidos na sequência como aproximações de cálculo (um exemplo é o concreto).

1.4.2 HIPÓTESES RELATIVAS AOS DESLOCAMENTOS

As equações desenvolvidas são válidas para corpos que sofrem pequenos deslocamentos, se comparadas com suas dimensões.

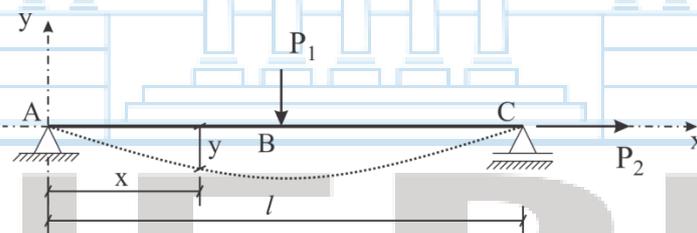


Figura 1.1: Deslocamentos verticais em uma viga simplesmente apoiada.

No caso da peça mostrada na Figura 1.1, caso os deslocamentos y dos pontos de seu eixo longitudinal forem grandes, os momentos P_2 poderão ser grandes, se comparados com os momentos da carga transversal P_1 . Sendo assim, hipótese de pequenos deslocamentos não é válida.

Considerando a hipótese dos pequenos deslocamentos as equações da Resistência dos Materiais, poderão ser deduzidas a partir do equilíbrio dos corpos indeformados, ou seja, em suas dimensões e posição anterior à aplicação das cargas.

1.5 PRINCÍPIO FUNDAMENTAL

“Toda parte de um sólido em equilíbrio, também está em equilíbrio e à qual se aplicam as equações da estática.”

O método das seções é uma consequência desse princípio. Esse método é utilizado para a determinação dos esforços internos resultantes que atuam sobre a superfície seccionada do corpo.

Através das equações de equilíbrio $\sum F = 0$ e $\sum M = 0$, calculam-se as resultantes dos esforços internos. A variação dessas ações nessa seção é indeterminada e para se ter uma noção mais precisa, é necessário estudar as peças deformadas. As equações de equilíbrio devem ser satisfeitas a fim de impedir que o corpo se translate com movimento acelerado e que tenha rotação, em outras palavras, para que sofra um movimento de corpo rígido.

O impedimento desse movimento acelerado é feito através de apoios inseridos em certas posições, conectando o corpo a um elemento externo. Os tipos mais comuns de apoio no plano, ilustrados na Figura 1.2, são apoios simples, apenas uma incógnita, apoios rotulados, duas incógnitas e o engastamento, três incógnitas. Em um sistema tridimensional, os mesmos tipos de apoio ocorrem, no entanto, em alguns deles existe o acréscimo de algumas incógnitas. Por exemplo, o engastamento tridimensional possui seis incógnitas, três forças em x, y e z, e três momentos, em torno de x, y e z.

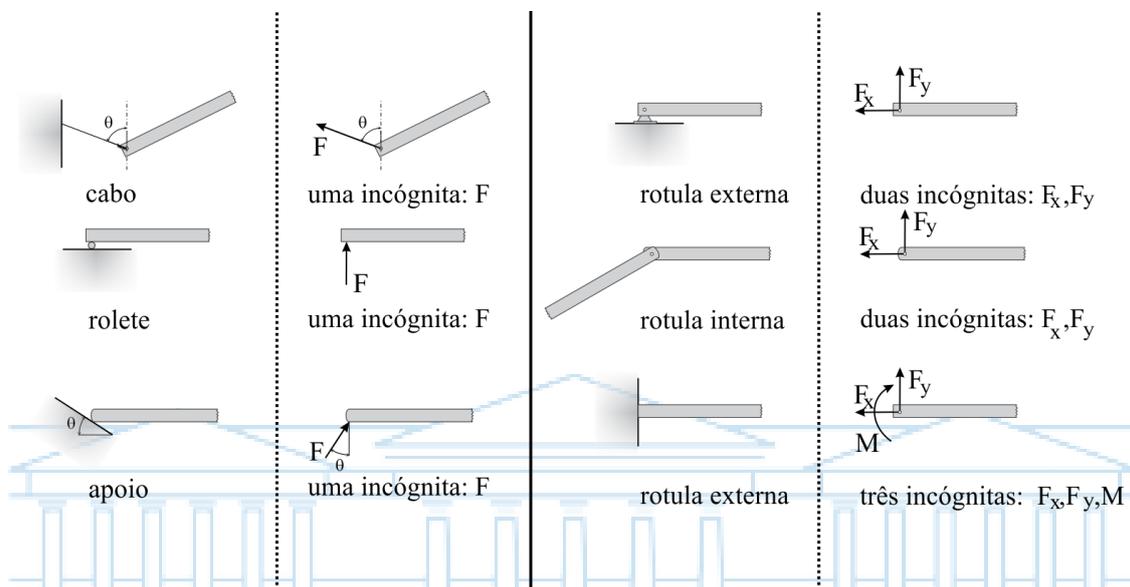


Figura 1.2: Apoios no plano.

A maneira mais fácil e usual de se observar os esforços externos aplicados a um corpo e os seus esforços internos resultantes é através do diagrama de corpo livre.

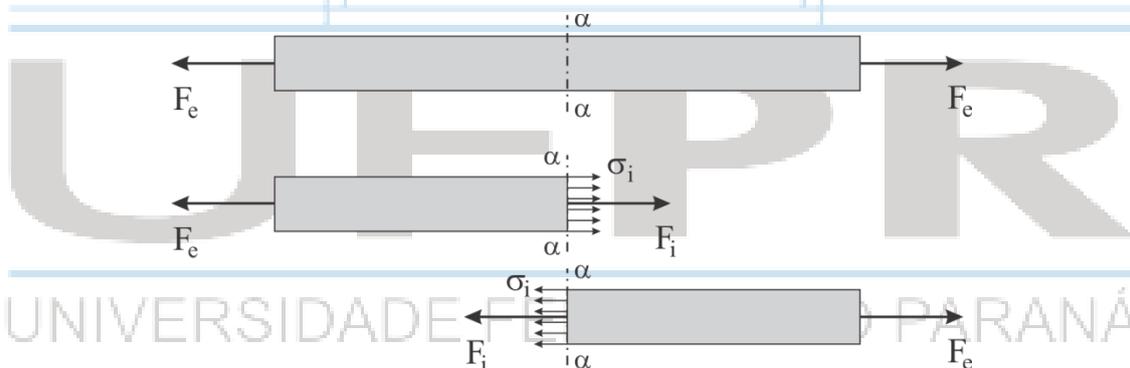
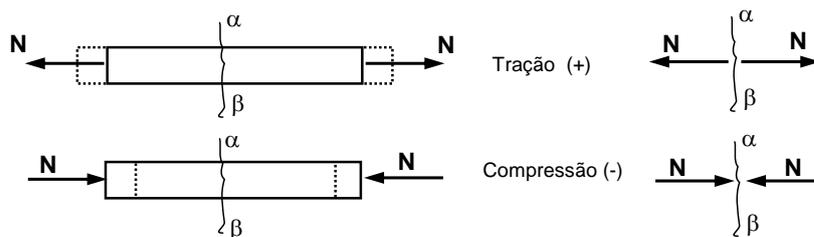


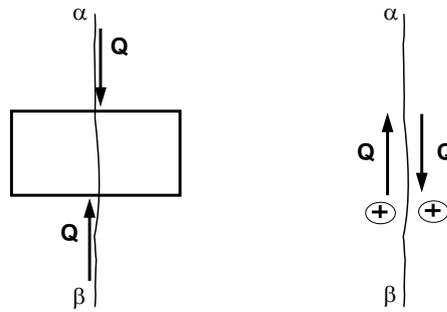
Figura 1.3: Método das Seções (diagrama de corpo livre ilustrando as tensões internas σ_i os esforços internos normais F_i).

Em um corpo sólido são definidos quatro tipos de diferentes de esforços internos:

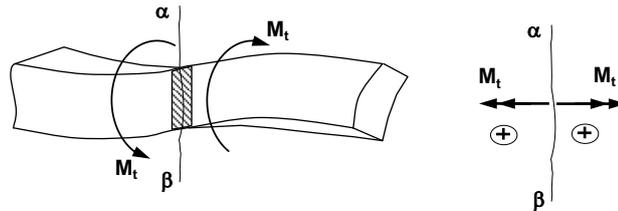
- Força Normal – N: força que atua perpendicularmente à área. Sempre aparece quando existam esforços externos que tendem a empurrar ou puxar o corpo;



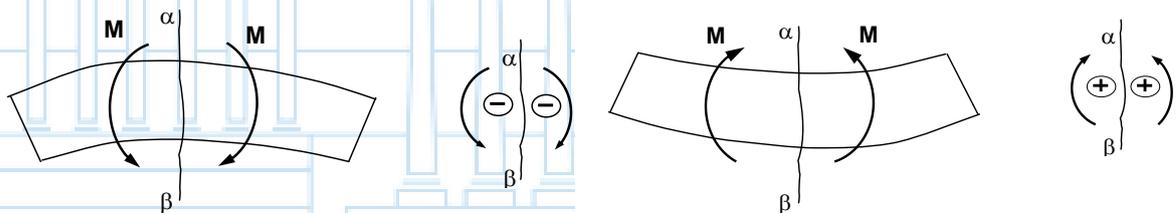
- Força de Cisalhamento – V: localiza-se no plano da área e é criada quando esforços externos tendem a provocar o deslizamento das duas partes do corpo, uma sobre a outra;



- Momento Torçor ou Torque – T: esse efeito é criado quando os esforços externos tendem a torcer uma parte do corpo em relação à outra;



- Momento Fletor – M: é provocado pelos esforços externos que tendem a fletir o corpo em relação ao eixo localizado no plano da área.



Cada um dos esforços internos segue uma convenção de sinais para cada lado da seção.

1.6 CLASSIFICAÇÃO DOS ESFORÇOS

Os esforços são classificados basicamente de acordo com a sua localização no corpo analisado, podendo ser externos ou internos. Os esforços externos podem ser de dois tipos distintos, ativo que se refere às cargas aplicadas, e reativo as reações nos apoios. Os internos se subdividem em resultantes e tensões. As tensões são as forças internas no corpo subdivididas por todo o seu volume e existem apenas quando o corpo está sendo sollicitado por algum esforço externo, seja uma carga ou uma reação.

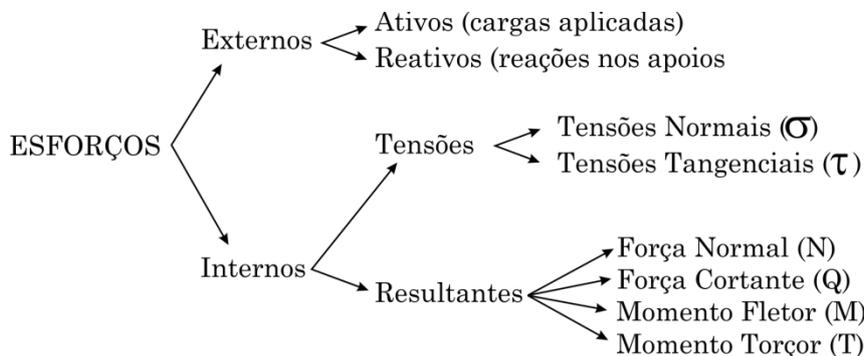


Figura 1.4: Classificação dos esforços.

As resultantes, como o próprio nome sugere, são representações das tensões internas aplicadas no centro de gravidade da respectiva área do diagrama de tensões. De uma forma geral, os esforços são classificados de acordo com a Figura 1.4.

1.6.1 ESFORÇOS EXTERNOS

Os esforços externos reativos são classificados em função do tipo de apoio utilizado para restringir o movimento de corpo rígido, sua classificação pode ser feita, de uma forma básica, de acordo com a Figura 1.2.

Os esforços ativos podem ser classificados de acordo com a área onde atuam, podendo ser concentrados ou distribuídos, o modo como atuam, podendo ser relativos ao tempo ou relativos ao tempo e ao espaço e ainda quanto a sua origem, podendo ser estáticos, dinâmicos, repetidos ou do material. A Figura 1.5 ilustra uma classificação dos esforços ativos.

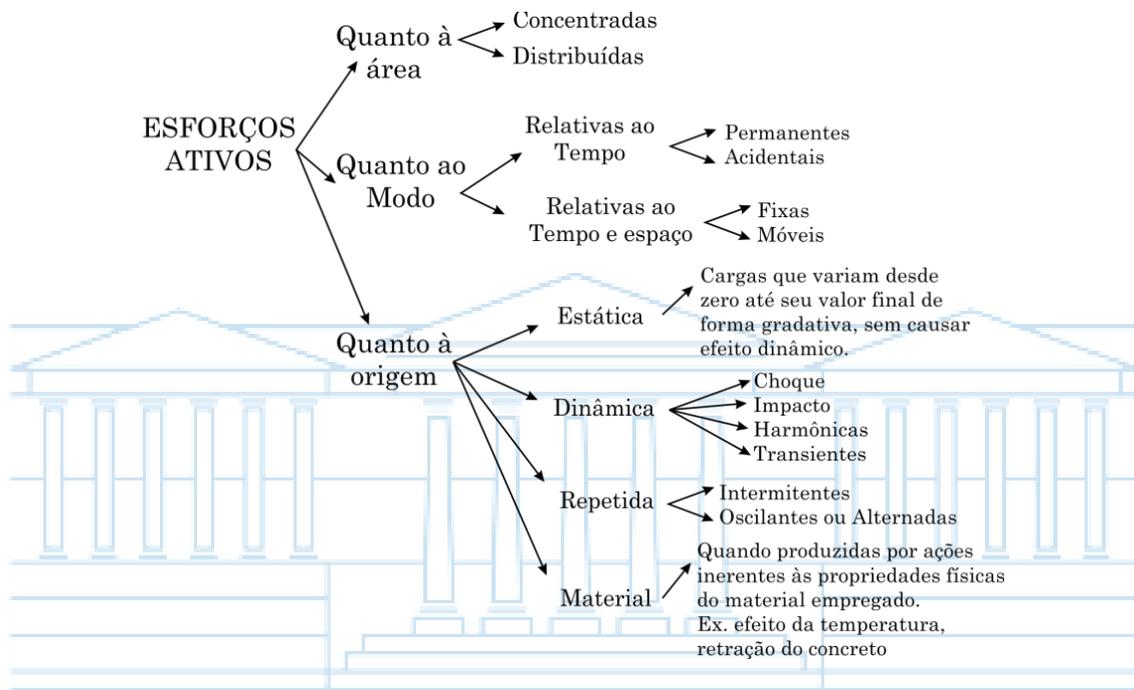


Figura 1.5: Classificação dos esforços ativos.

1.6.2 ESFORÇOS INTERNOS

Os esforços internos desenvolvidos no corpo sólido podem ser simplificados para ações resultantes. Para tal, é importante a definição de um plano que secciona o corpo, um sistema de coordenadas e uma convenção de sinais definida de uma forma coerente para determinar os sentidos dos esforços de uma maneira equivalente nas duas faces da seção do corpo.

Os esforços internos, como já comentado, atuam em determinados pontos da área de seção transversal, representando os efeitos resultantes da distribuição da força que atua na área seccionada. A determinação dessa distribuição de forças é de suma importância na resistência dos materiais e, para tal, é necessário se estabelecer o conceito de tensão.

1.7 TENSÃO

Tensão é uma medida das forças internas de um corpo deformável. Quantitativamente, é a medida da força por unidade de área em uma superfície do corpo onde existam forças internas.

Considere que a área seccionada seja subdividida em áreas muito pequenas, como por exemplo, a área ΔA mostrada em escuro na Figura 1.6.

Uma força típica finita muito pequena ΔF atua sobre essa área ΔA . Essa força, como todas as demais, pode ser decomposta em componentes de acordo com o sistema de referência adotado. No caso, são três componentes nas direções dos eixos x , y e z , sendo respectivamente ΔF_x , ΔF_y e ΔF_z . As componentes ΔF_x e ΔF_y são tangenciais à área e a componente ΔF_z é normal. Fazendo-se com que a área ΔA tenda a zero, a força ΔF e suas componentes também

tenderão a zero. Entretanto, a relação entre a força e a área tende para um limite finito. Essa relação é chamada de tensão.

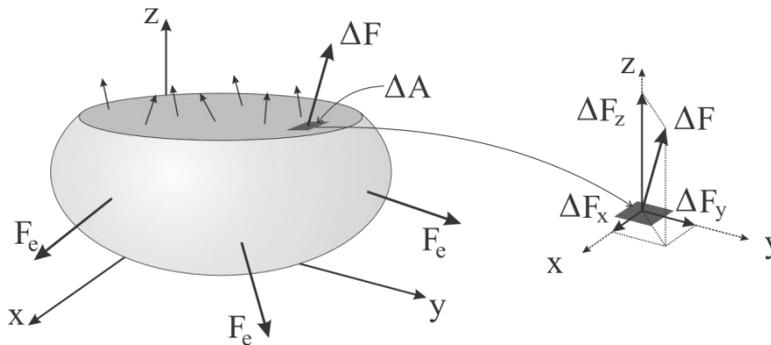


Figura 1.6: Forças internas em uma seção qualquer do corpo.

A intensidade da força, ou força por unidade de área, que atua no sentido perpendicular a área ΔA , é definida como tensão normal, σ . Como a componente ΔF_z é normal à área:

$$\sigma_z = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_z}{\Delta A} = \frac{dF_z}{dA} \tag{Equação 1.1}$$

Se a força normal puxa o elemento de área, conforme ilustrado na Figura 1.6, ela é denominada tensão de tração. Se ela empurra o elemento, é denominada tensão de compressão.

As forças por unidade de área que atuam no sentido tangencial à área ΔA , são denominadas tensões de cisalhamento, τ . As componentes da tensão de cisalhamento são:

$$\begin{aligned} \tau_{xz} &= \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_x}{\Delta A} = \frac{dF_x}{dA} \\ \tau_{yz} &= \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_y}{\Delta A} = \frac{dF_y}{dA} \end{aligned} \tag{Equação 1.2}$$

Observe que um dos índices é utilizado para indicar a direção normal à área e o outro índice indica a direção da força de cisalhamento. A tensão é sempre uma quantidade vetorial, pois possui intensidade, direção e sentido.

Caso o corpo também seja seccionado por planos paralelos ao plano x-z e y-z, pode-se então extrair um elemento cúbico do corpo, conforme a Figura 1.7, o qual terá o volume tendendo à zero.

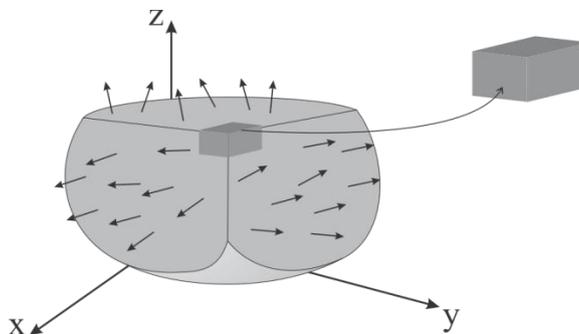


Figura 1.7: Extração do elemento cúbico do corpo.

Esse elemento representa o estado de tensões que atua em torno do ponto de intersecção dos planos cortantes.

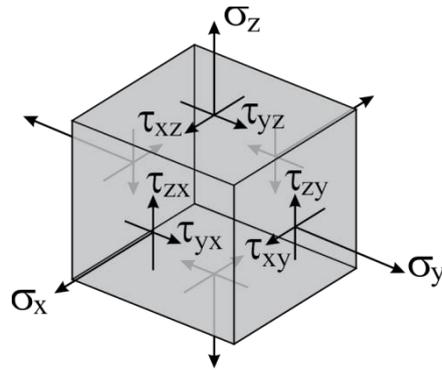


Figura 1.8: Estado de tensões tridimensionais para o elemento cúbico infinitesimal.

Esse estado de tensões, ilustrado pela Figura 1.8, é caracterizado pelas três componentes normais e as seis componentes de cisalhamento, duas em cada seção, que atuam em cada face do elemento cúbico. Essas componentes definem o estado de tensões apenas para o elemento cúbico orientado ao longo dos eixos x, y e z. Caso tivesse sido extraído por planos não paralelos aos planos x-z, x-y e y-z, o estado de tensões seria definido por meio de um conjunto diferente de componentes.

Após conhecido o conceito de tensão, pode-se retomar a discussão anterior e definir os esforços resultantes das tensões internas do corpo. Observe que a força ΔF na Figura 1.6 foi decomposta em três componentes de força nos sentidos dos eixos x, y e z, e essas componentes foram utilizadas para calcularmos as tensões normais e as de cisalhamento para o plano que secciona o corpo sólido em questão. De uma forma inversa, se conhecêssemos o valor das tensões, poderíamos encontrar os esforços resultantes dessas tensões. No entanto, as resultantes tensões internas seriam seis, o esforço normal, dois cortantes, dois momentos fletores e o momento torçor. Essas resultantes são obtidas de acordo com a Equação 1.3.

$$\begin{aligned}
 N_z &= \int_A \sigma_z dA & T_z &= \int_A (\tau_{yz} \cdot x - \tau_{xz} \cdot y) dA \\
 Q_x &= \int_A \tau_{xz} dA & M_x &= \int_A \sigma_z \cdot y dA \\
 Q_y &= \int_A \tau_{yz} dA & M_y &= \int_A \sigma_z \cdot x dA
 \end{aligned}
 \tag{Equação 1.3}$$

O esforço normal e os esforços cortantes relacionam-se diretamente com as tensões normal e cisalhante do plano em questão.

1.8 DEFORMAÇÃO

Quando uma força é aplicada a um corpo, tende a mudar a forma e o tamanho dele. Tais mudanças são denominadas deformações e poder ser perfeitamente visíveis ou praticamente imperceptíveis sem a utilização de equipamentos de medições precisas.

As medições de deformação são feitas, na prática, por meio de experimentos e, uma vez obtidos seus valores, é possível relacioná-los às cargas aplicadas ou às tensões que atuam no interior do corpo. Na teoria, seu conceito será apresentado por meio de mudanças no comprimentos de segmentos de reta do corpo e mudanças dos ângulos entre eles. O alongamento ou a contração de um segmento de reta de um corpo por unidade de comprimento é denominado deformação normal. Considere a reta AB da Figura 1.9, contida no interior do corpo sem deformação.

A reta localiza-se ao longo do eixo n e tem comprimento original de Δs . Após a deformação, os pontos A e B são deslocados para as posições A' e B', respectivamente, e a reta torna-se curva, tendo um comprimento de $\Delta s'$. A mudança de comprimento da reta, portanto, é $\Delta\delta = \Delta s' - \Delta s$.

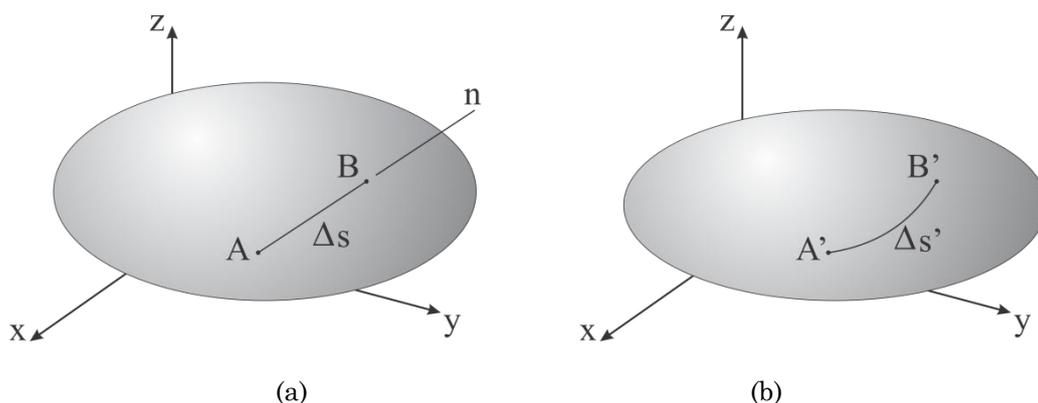


Figura 1.9: Corpo sem deformação (a) e corpo deformado (b), deformação normal.

Como a deformação normal média é definida pelo símbolo ϵ_{med} , então se pode escrever:

$$\epsilon_{med} = \frac{\Delta s' - \Delta s}{\Delta s} = \frac{\Delta\delta}{\Delta s} \quad \text{Equação 1.4}$$

A posição dos pontos B e A é escolhida de modo que o ponto B escolhido esteja muito próximo de A, fazendo com que $\Delta s \rightarrow 0$. A consequência disso é que também o ponto B', após a deformação, esteja muito próximo de A', de modo que $\Delta s' \rightarrow 0$. No limite, a deformação normal na direção n é:

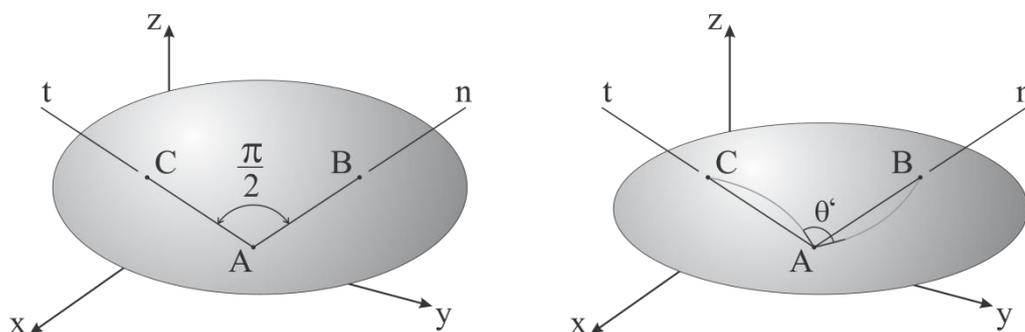
$$\epsilon = \lim_{B \rightarrow A \text{ eixo } n} \frac{\Delta\delta}{\Delta s} = \frac{d\delta}{ds} \quad \text{Equação 1.5}$$

Quando ϵ é positivo, a reta inicial alonga-se, quando é negativo, a reta contrai-se. Se for conhecida a deformação é possível se determinar o comprimento da reta deformada através da Equação 1.6.

$$\Delta s' \approx (1 + \epsilon)\Delta s \quad \text{Equação 1.6}$$

A deformação é uma grandeza adimensional, fato causado por ser a relação entre dois comprimentos. Apesar disso, é fato comum expressá-la em razão de unidades de comprimento, como por exemplo mm/mm (milímetro/milímetro).

Sejam agora, dois segmentos de reta AB e AC, com origem no mesmo ponto A e comprimento tendendo a zero, originalmente perpendiculares entre si, direcionados ao longo dos eixos t e n . A mudança de ângulo ocorrida entre os dois segmentos após a aplicação de um carregamento é chamada de deformação por cisalhamento.



(a)

(b)

Figura 1.10: Corpo sem deformação (a) e corpo deformado (b), deformação por cisalhamento.

Esse ângulo é designado por γ e medido em radianos (rad). Após a deformação, as extremidades das retas são deslocadas e as próprias retas se tornam curvas, de modo que o ângulo entre elas em A é θ' , Figura 1.10. Portanto, define-se a deformação por cisalhamento no ponto A associado aos eixos n e t como:

$$\gamma_{nt} = \frac{\pi}{2} - \lim_{\substack{B \rightarrow A \text{ eixo } n \\ C \rightarrow A \text{ eixo } t}} \theta' \quad \text{Equação 1.7}$$

Observe que, se θ' é menor que $\pi/2$, a deformação por cisalhamento é positiva, se θ' é maior que $\pi/2$, a deformação por cisalhamento é negativa.

Da mesma forma que foi utilizada nas definições de tensão, imagine agora o corpo subdividido em infinitos pequenos pedaços, conforme a Figura 1.11.

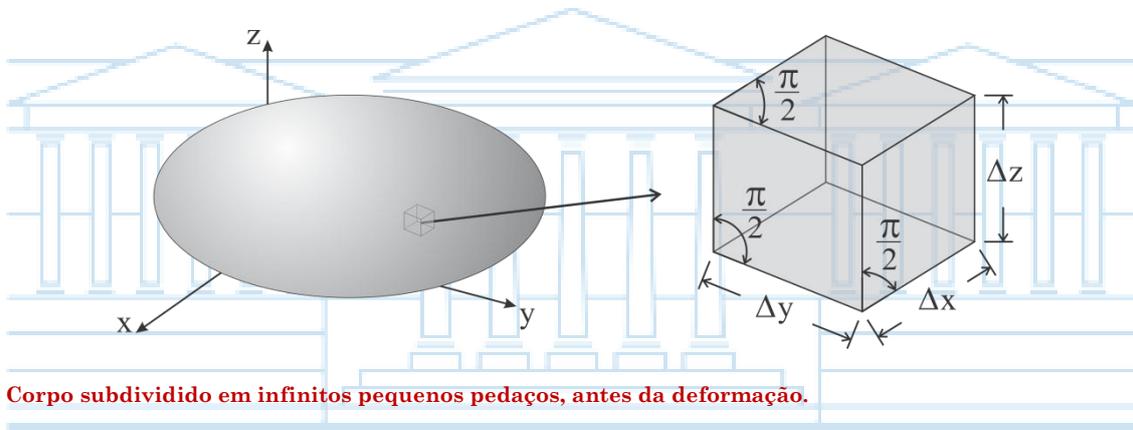


Figura 1.11: Corpo subdividido em infinitos pequenos pedaços, antes da deformação.

Antes da deformação, esse elemento é retangular, possuindo dimensões Δx , Δy e Δz . Como estamos supondo suas dimensões muito pequenas, após a deformação esse elemento assumirá a forma de um paralelepípedo, conforme a Figura 1.12, uma vez que segmentos de reta muito pequenos permanecem aproximadamente retos após a deformação.

O formato deformado é atingido considerando-se primeiro como a deformação normal muda os comprimentos dos lados do elemento retangular e, depois, como a deformação por cisalhamento muda os ângulos de cada lado.

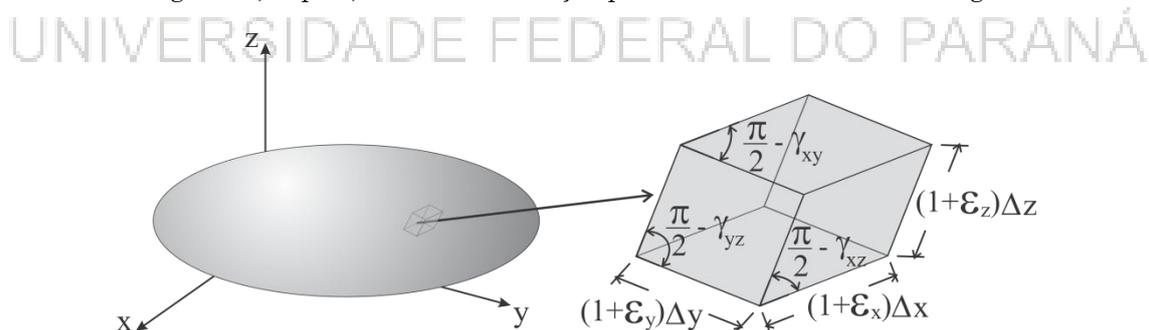


Figura 1.12: Elemento infinitesimal do corpo após a deformação.

Portanto, usando a Equação 1.6, em relação aos eixos x, y e z, tem-se que os comprimentos aproximados dos lados do paralelepípedo após a deformação são:

$$\begin{aligned}\Delta x' &\approx (1 + \varepsilon_x)\Delta x \\ \Delta y' &\approx (1 + \varepsilon_y)\Delta y \\ \Delta z' &\approx (1 + \varepsilon_z)\Delta z\end{aligned}$$

Equação 1.8

Os ângulos resultantes aproximados entre os lados são:

$$\begin{aligned}\theta'_{xy} &\approx \frac{\pi}{2} - \gamma_{xy} \\ \theta'_{yz} &\approx \frac{\pi}{2} - \gamma_{yz} \\ \theta'_{xz} &\approx \frac{\pi}{2} - \gamma_{xz}\end{aligned}$$

Equação 1.9

Observe que, as deformações normais provocam mudança de volume do elemento retangular, enquanto deformações por cisalhamento provocam mudança no seu formato. Naturalmente, ambos os efeitos ocorrem simultaneamente durante a deformação.

1.9 PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAIS

A resistência de um material depende da sua capacidade de suportar carga sem deformações excessivas ou ruptura. Essa propriedade é própria do material e deve ser determinada experimentalmente. O teste mais importante para a obtenção de propriedades mecânicas do material é o teste de tração ou compressão axial.

Esse teste é utilizado principalmente para a obtenção da relação entre a tensão média e a deformação normal média. O teste é realizado através da conformação do material selecionado em corpos de prova de dimensões padronizadas por normas. Uma máquina de teste, especialmente projetada para tal função, é utilizada para aplicar-se uma carga de compressão ou tração no corpo de prova em teste. Essa carga é aplicada a uma taxa muito lenta e constante até que o material atinja o ponto de ruptura. Os dados da carga aplicada são registrados em intervalos frequentes assim como o alongamento ou encurtamento do corpo de prova. O valor desse alongamento é utilizado então para calcular a deformação do corpo de prova e a carga aplicada, juntamente com propriedades da seção transversal do corpo de prova, para calcular a tensão, obtendo-se assim, ao final do teste, o diagrama tensão-deformação para o material ensaiado.

1.9.1 DIAGRAMA TENSÃO-DEFORMAÇÃO

O diagrama tensão-deformação é um gráfico bidimensional no qual se relacionam a tensão σ , ordenada, com a deformação ε , abscissa, obtidos pelo ensaio. Cada ponto do gráfico identifica uma leitura de tensão-deformação feita pela máquina de testes durante o ensaio. O último ponto caracteriza a ruptura do material.

A partir do diagrama tensão-deformação é possível se obter diversas propriedades do material ensaiado. A Figura 1.13 ilustra o diagrama tensão-deformação de alguns materiais.

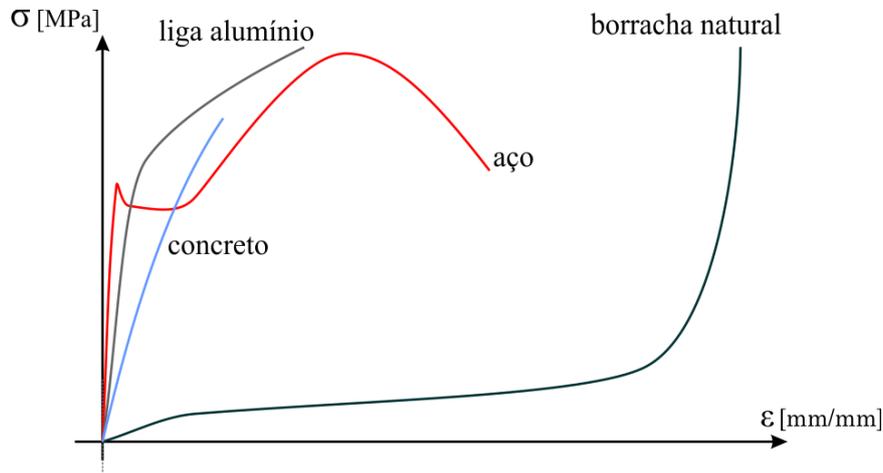


Figura 1.13: Diagrama tensão-deformação.

Os materiais são classificados como dúcteis e frágeis, dependendo das suas características de tensão e deformação.

1.9.2 MATERIAIS DÚCTEIS

Materiais dúcteis são aqueles que apresentam grandes deformações antes de se romperem como, por exemplo, o aço, borracha, alumínio. A madeira pode ser considerada como um material moderadamente dúctil, pois suas características variam muito de uma espécie para outra.

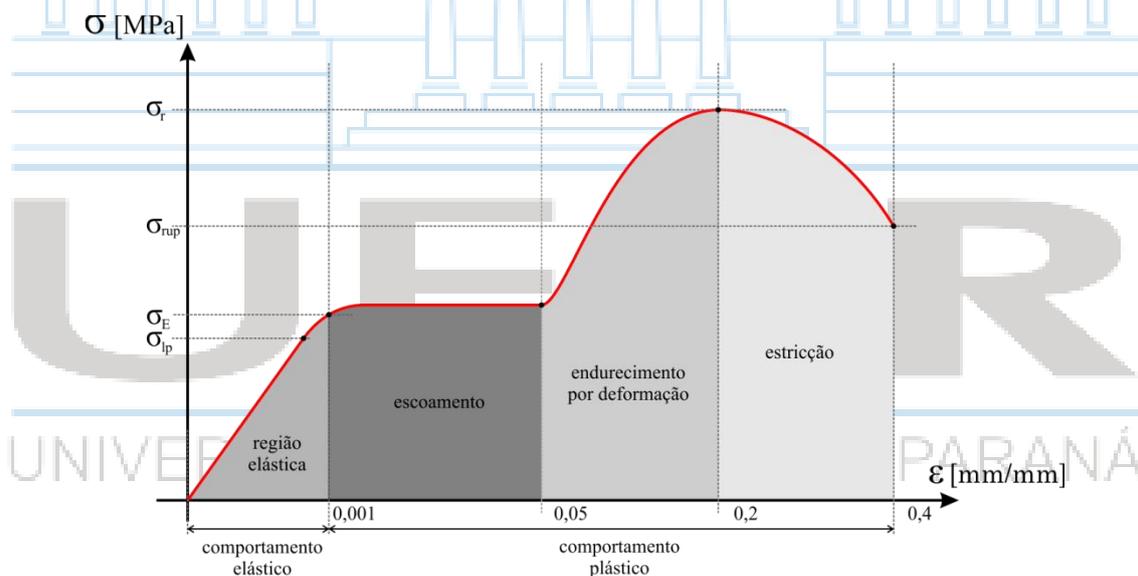


Figura 1.14: Diagrama tensão-deformação do aço, material dúctil com patamar de escoamento.

Sendo que σ_{rup} é a tensão de ruptura do material, σ_r é a tensão de resistência do material, que indica o limite de resistência, σ_E é a tensão de escoamento, que indica o final do regime elástico do material, e σ_{lp} a tensão de proporcionalidade, que indica o fim do regime elástico linear do material. A proporcionalidade entre a tensão σ e a deformação ϵ nesse regime é dada pelo módulo de elasticidade E .

O comportamento elástico é caracterizado pelo fato de que uma carga aplicada ao material que não exceda do valor de σ_E , não provoca deformações irreversíveis no material, ou seja, assim que a carga para de ser aplicada, o material retorna ao seu formato original.

A região de escoamento é caracterizada por uma deformação permanente do material, que se desenvolve sem o acréscimo da tensão. A partir da tensão de escoamento, o material passa a trabalhar no regime plástico.

O endurecimento por deformação pode ser entendido como uma sobra de resistência do material. Ocorre após o término do escoamento e caracteriza-se por um pequeno aumento residual de resistência do material.

A estrição é um fenômeno que causa a redução da seção transversal do corpo de prova. Ao atingir o limite de resistência, a área da seção transversal em uma região localizada do corpo de prova, começa a diminuir. Esse fenômeno é provocado por planos de deslizamento formados no interior do material, e as deformações produzidas são provocadas por tensão de cisalhamento até levar o corpo de prova à ruptura.

Nem todos os materiais dúcteis apresentam o patamar de escoamento. A maioria dos metais não apresentam escoamento constante além da faixa de elasticidade, um exemplo disso é o alumínio. A borracha natural é uma exceção geral a regra, pois nem limite de proporcionalidade tem, uma vez que sua tensão e deformação não se relacionam linearmente em nenhuma parte do diagrama, apresentando assim um comportamento elástico não linear.

1.9.3 MATERIAIS FRÁGEIS

Materiais frágeis são aqueles que se rompem bruscamente apresentando pequenas deformações como, por exemplo, o concreto. Outra característica é que não possuem tensão de ruptura à tração bem definida e sua resistência a esse esforço normalmente é baixa. Essa indefinição é causada pela existência de imperfeições e microtrincas no material. A consequência é que o aparecimento de trincas iniciais seja bem aleatório. Essas imperfeições ou microtrincas são próprias da natureza do material.

As características do diagrama tensão-deformação do concreto, por exemplo, dependem principalmente da mistura água, areia, brita e cimento, da duração e temperatura da cura (endurecimento do concreto). Um exemplo típico de um diagrama tensão-deformação do concreto é mostrado na Figura 1.15.

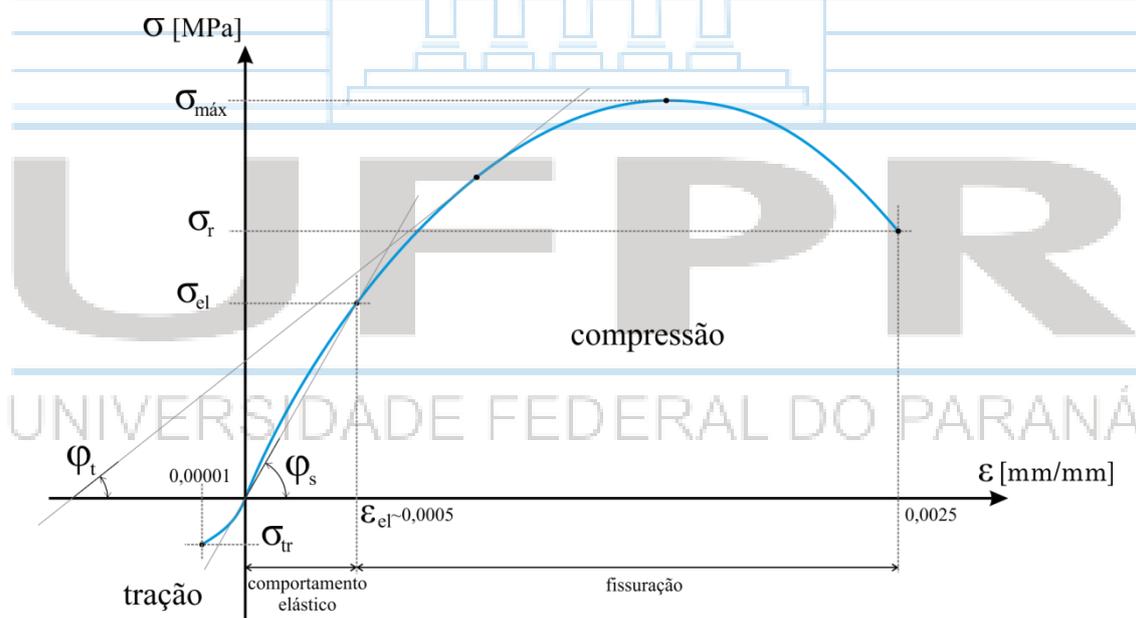


Figura 1.15: Diagrama tensão-deformação do concreto.

Como se observa, a resistência máxima a compressão é muito maior do que a resistência à tração.

Limite elástico do concreto é caracterizado pela tensão σ_{el} , no entanto não possui a propriedade da proporcionalidade, como no caso do aço. No entanto, para se obter uma proporcionalidade aproximada, utiliza-se a inclinação φ_s da reta secante que passa pela origem e pelo ponto final do regime elástico. Em qualquer outro ponto da curva, pode-se estimar a relação da tensão com a deformação através da reta tangente ao ponto analisado da curva, inclusive no ponto inicial.

Alguns autores utilizam aproximações por funções para representar a curva tensão-deformação do concreto, alimentadas por constantes definidas por ensaios experimentais.

Após o limite elástico o concreto começa a sofrer dano, inclusive às vezes visível através de fissuras, sendo que mesmo danificado o material ainda possui uma sobra de resistência até atingir a tensão máxima $\sigma_{\text{máx}}$, e então, após, começa a perder resistência até a total ruptura. Vale ressaltar que a deformação durante todos esses estágios é muito pequena, sendo praticamente imperceptível, característica essa do material frágil.

1.10 LEI DE HOOKE

Como exposto na seção anterior, a maioria dos materiais possuem uma relação linear, ou seja, uma relação proporcional ou aproximadamente proporcional entre a tensão σ e a deformação ε . Esse fato, descoberto por Robert Hooke, em 1676, com o auxílio de molas, é conhecido como lei de Hooke, e é expressa pela seguinte relação:

$$\sigma = E\varepsilon \quad \text{Equação 1.10}$$

Sendo E a constante de proporcionalidade, chamada de módulo de elasticidade ou módulo de Young. A Equação 1.10 na verdade representa a porção inicial reta do diagrama tensão-deformação até o limite de proporcionalidade e o módulo de elasticidade representa a inclinação dessa reta.

Vale ressaltar que até então as propriedades dos materiais aqui discutidas envolvem tensões normais. No entanto, para as tensões tangenciais também existe, para certos materiais, uma proporcionalidade linear no início do diagrama de tensão-deformação. No cisalhamento, essa relação é dada entre a tensão de cisalhamento τ e a distorção angular γ .

$$\tau = G\gamma \quad \text{Equação 1.11}$$

Sendo G conhecido como módulo de elasticidade transversal. Caso o material em estudo siga as hipóteses simplificadoras apresentadas na seção 1.4, ou as siga de maneira aproximada, o módulo de elasticidade transversal pode ser calculado em função do módulo de elasticidade de acordo com a seguinte expressão:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad \text{Equação 1.12}$$

Onde o ν é conhecido como coeficiente de Poisson.

1.11 COEFICIENTE DE POISSON

Um corpo deformável quando submetido a uma força normal de tração, não só se alonga como também se contrai lateralmente. Por exemplo, se uma borracha é esticada, observa-se que tanto a espessura quanto a largura diminuem. Da mesma forma, se o corpo está submetido a uma força normal de compressão, lateralmente ele irá expandir. A Figura 1.16

“As deformações específicas transversais são diretamente proporcionais às deformações específicas longitudinais.” Essa afirmação é válida desde que o limite de proporcionalidade do material não seja ultrapassado.

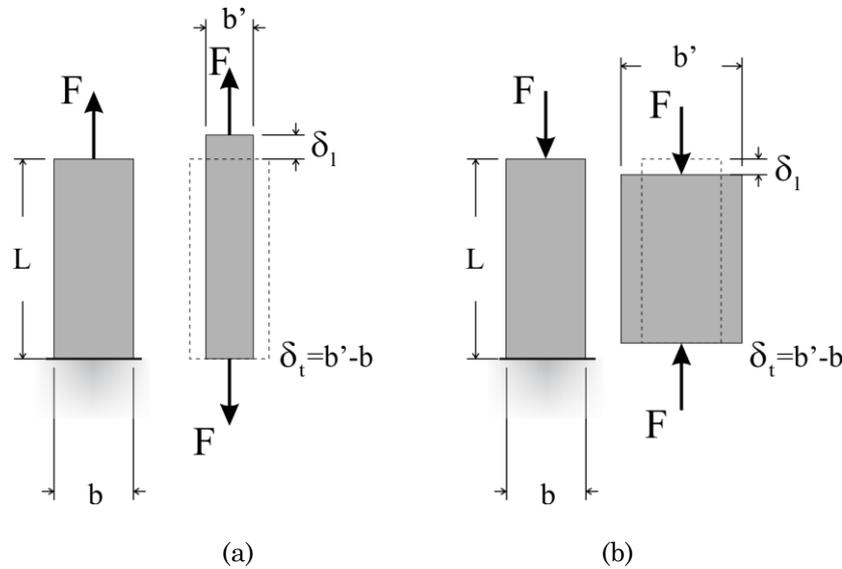


Figura 1.16: Deslocamentos laterais e longitudinais: tração(a) e compressão (b).

Quando uma carga F é aplicada a uma barra engastada, como por exemplo, na Figura 1.16, tanto para a tração Figura 1.16a quanto para a compressão Figura 1.16b é possível calcular a deformação longitudinal ε_l e a deformação transversal ε_t , independente se for tração ou compressão, de acordo com a Equação 1.13, relacionando-se o deslocamento após a aplicação da força com o comprimento total da peça na direção analisada.

$$\varepsilon_l = \frac{\delta_l}{L}$$

$$\varepsilon_t = \frac{\delta_t}{b}$$

Equação 1.13

No início do século XIX, o cientista francês S.D. Poisson percebeu que na faixa de elasticidade do material, a razão entre as deformações longitudinal e transversal era constante. Essa constante é denominada de coeficiente de Poisson ν e possui valor numérico exclusivo para cada material, desde que o material seja homogêneo e isotrópico. Materiais que podem ser simplificados para homogêneos e isotrópicos também possuem um valor de coeficiente de Poisson. Matematicamente, o coeficiente de Poisson é dado por:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_l}$$

Equação 1.14

O sinal negativo é usado pois o alongamento longitudinal, ou encurtamento, provoca uma contração lateral, ou expansão, e vice-versa. Observe que essa deformação lateral é a mesma em todas as direções laterais.

1.12 PRINCÍPIO DA SUPERPOSIÇÃO DOS EFEITOS

A superposição dos efeitos é geralmente utilizada para determinar a tensão ou deslocamento em determinado ponto do corpo, quando esse está submetido a um carregamento complexo. O carregamento complexo é subdividido em carregamentos mais simples, mas que juntos mantem o mesmo efeitos do original, e para se determinar a tensão ou o deslocamento resultante no ponto, é preciso encontrar primeiro as tensões ou deslocamentos provocados pelas cargas ou componentes individuais que atuam separadamente sobre o corpo. A tensão ou deslocamento resultante são, então, determinados somando-se algebricamente as contribuições provocadas pelas componentes individuais.

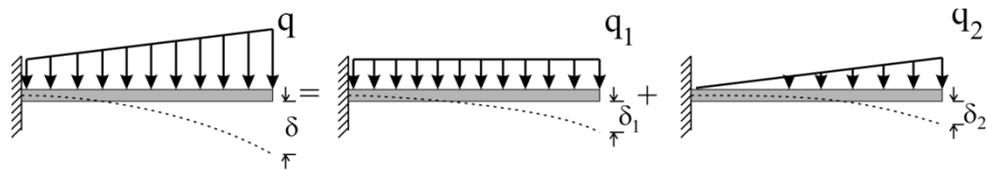


Figura 1.17: Ilustração da Superposição dos efeitos.

A superposição dos efeitos é válida somente se as condições a seguir forem satisfeitas:

- A carga complexa deve ser linearmente relacionada à tensão e ao deslocamento a ser determinado.
- A carga complexa não deve mudar significativamente a geometria ou a configuração original do corpo.

Basicamente, para a aplicação da superposição dos efeitos o material deve se manter no regime elástico linear do diagrama tensão deformação, ou seja, possuir valores de tensões e deformações abaixo do limite de proporcionalidade, além de possuírem pequenos deslocamentos, se comparados com as dimensões do corpo.

1.13 PRINCÍPIO DE SAINT-VENANT

O princípio de Saint Venant, observado pela primeira vez pelo cientista francês Barré de Saint-Venant em 1855, nos diz que a tensão e a deformação produzidas em pontos do corpo suficientemente distantes da região da aplicação da carga serão as mesmas produzidas por quaisquer cargas aplicadas que tenham a mesma resultante, estaticamente equivalente, e que sejam aplicadas na mesma região do corpo.

Considere como uma barra retangular deforma elasticamente quando submetida a uma força F aplicada ao longo de seu eixo geométrico, conforme Figura 1.18. No caso, a barra está fixada rigidamente em uma das extremidades e a força é aplicada por meio de um furo na outra extremidade.

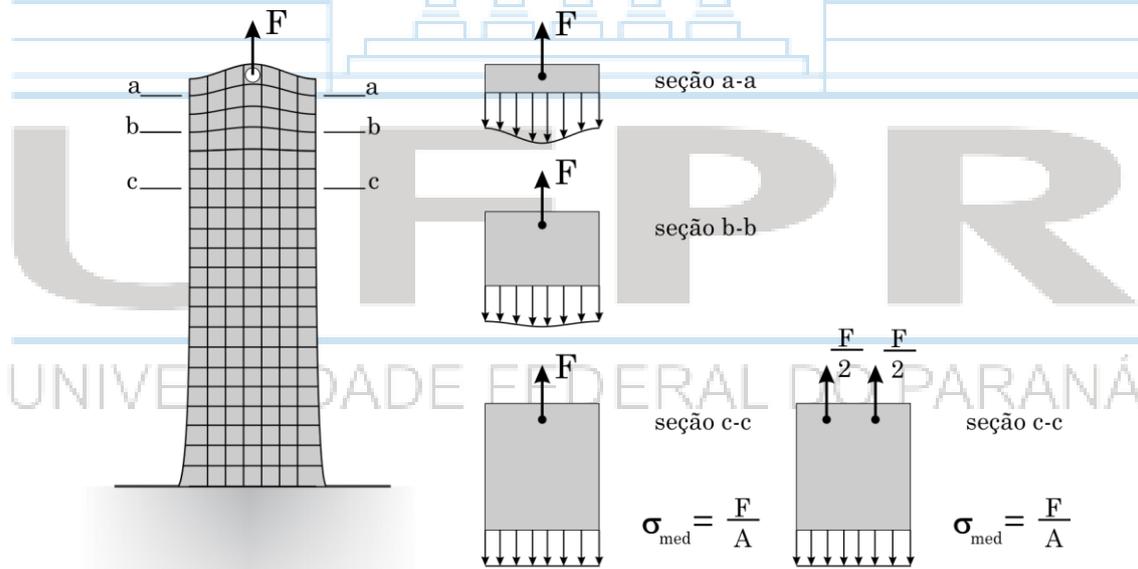


Figura 1.18: Ilustração do Princípio de Saint Venant.

Devido ao carregamento, a barra deforma-se como indicado pelas distorções das retas horizontais e verticais nela desenhadas. Observa-se que deformações localizadas ocorrem nas extremidades, diminuindo a medida que se observa mais o centro da barra até tornarem-se iguais.

Como a deformação está relacionada a tensão no interior da barra, pode-se dizer que a tensão distribui-se mais uniformemente ao longo da área da seção transversal se o corte for feito longe do ponto em que a carga externa foi aplicada ou dos apoios (observe as seções a-a, b-b e c-c).

Como regra geral, que se aplica também a muitos outros casos de carregamento e geometria do corpo, considera-se que a distância para a homogeneização das tensões seja pelo menos igual à maior dimensão da seção transversal sob carga. Então, no caso da barra da Figura 1.18, a seção c-c deve estar localizada a uma distância pelo menos igual à largura da barra.

No entanto, essa regra não se aplica a todo e qualquer tipo de corpo sólido e qualquer carregamento. Por exemplo, paredes finas quando submetidas a cargas que provoquem grandes deflexões, podem criar tensões e deformações localizadas que exercem influência a uma considerável distância do ponto de aplicação de carga.

1.14 MÉTODOS BÁSICOS DE ANÁLISE ESTRUTURAL (ESTADO UNIAXIAL DE TENSÕES)

São métodos simples e clássicos na literatura nos quais baseia-se em um valor limite para uma tensão, deslocamento ou carga de colapso definida para certo tipo de material, e então verifica-se se todos os pontos da peça estrutural em análise respeitam esse limite. São métodos utilizados no dimensionamento de elementos estruturais.

Análise baseado nas tensões:

$$\sigma \leq \bar{\sigma}$$

Equação 1.15

Na qual σ é a tensão de serviço (tensão calculada no elemento estrutural) e $\bar{\sigma}$ é a tensão admissível para o material do elemento em questão.

Análise baseada nos deslocamentos:

$$\delta \leq \bar{\delta}$$

Equação 1.16

Na qual δ é o deslocamento do elemento estrutural e $\bar{\delta}$ é o deslocamento admissível para o elemento em questão.

Análise baseada na carga de colapso:

$$F \leq F_r$$

Equação 1.17

Na qual F é a carga de serviço no elemento estrutural e F_r é o deslocamento admissível para o elemento em questão.

Essa metodologia básica é utilizada para verificações rápidas e pequenos dimensionamentos. Na atualidade, peças estruturais são dimensionadas de acordo com o Estado Limite Último.

1.15 TENSÃO ADMISSÍVEL

A tensão admissível para certo material é determinada em função de uma constante conhecida como fator de segurança. Esse fator é responsável por reduzir o valor da tensão determinada experimentalmente como tensão limite para o material em questão. Essa tensão pode ser definida como a tensão do limite de proporcionalidade, do limite elástico e às vezes até como a tensão de ruptura. Normalmente, as estruturas são calculadas para trabalhar dentro do regime elástico linear, ou seja, a tensão limite é definida como a tensão do limite de proporcionalidade.

O coeficiente de segurança é adotado para englobar fatores externos que possam ocorrer na estrutura e que não foram preditos no dimensionamento estrutural. Entre esses fatores que influenciam o valor do coeficiente de segurança, pode-se citar:

- Probabilidades de erros na avaliação de cargas;
- Imperfeições na execução da peça;
- Variação das propriedades mecânicas do material;
- Imperfeições no cálculo devido às hipóteses simplificadoras;
- Tipo de carregamento: carga estática, dinâmica, choque, etc.;
- Número de repetições da aplicação das cargas (fadiga);
- Tipo de ruptura (dúctil ou frágil);
- Importância de determinada peça para a integridade da estrutura.

Sendo s o fator de segurança definido para certa estrutura em análise, a tensão admissível $\bar{\sigma}$ para o material dessa estrutura pode ser definida como:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_L}{s} \quad \text{Equação 1.18}$$

Sendo σ_L a tensão limite.

Usualmente o fator de segurança para uma estrutura metálica é adotado como 1,15 e para uma estrutura de concreto de 1,4. O fator de segurança para o concreto é maior que do aço pelas incertezas que o material impõe dadas as suas características heterogêneas e anisotrópicas.

1.16 TENSÕES PROVOCADAS PELO EFEITO DA TEMPERATURA

Uma mudança de temperatura, tanto no ambiente como externa (fogo), podem provocar alterações nas dimensões de um elemento estrutural em função do seu material. Em geral, se a temperatura aumenta, o material se expande, se diminui, contrai. Normalmente, a expansão ou contração está linearmente relacionada ao aumento ou diminuição da temperatura. Se esse for o caso e o material for homogêneo e isotrópico, ou puder ser aproximado a essas características, então o deslocamento δ_T , expansão ou contração, de um elemento estrutural de comprimento L é determinada pela seguinte equação:

$$\delta_T = \alpha \Delta T L \quad \text{Equação 1.19}$$

Onde α é uma propriedade do material desse elemento estrutural conhecida como coeficiente linear de dilatação térmica. Sua unidade de medida é a deformação específica por grau de temperatura ($1/^\circ\text{C}$), e para o aço, por exemplo, o seu valor é de aproximadamente $12,0 \cdot 10^{-6} \text{ (}^\circ\text{C)}^{-1}$. ΔT é a variação da temperatura, diferença entre a temperatura final e a inicial.

Caso a mudança da temperatura varie em todo o comprimento do elemento, ou seja, $\Delta T = \Delta T(x)$, ou se α variar ao longo do comprimento do elemento, então a Equação 1.19 aplica-se a cada segmento infinitesimal do elemento estrutural dx .

$$\delta_T = \int_0^L \alpha \Delta T dx \quad \text{Equação 1.20}$$

A mudança de comprimento em um elemento estrutural estaticamente determinado é calculada prontamente pela Equação 1.19 ou pela Equação 1.20, uma vez que o elemento possui liberdade para se expandir ou contrair.

No entanto, em um elemento estaticamente indeterminado, esses deslocamentos térmicos são limitados pelos apoios, o que produz tensões térmicas que devem ser consideradas no projeto.



UFPR

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ